

# Numerische Untersuchungen zur Druck–Sog–Belastung auf Lärmschutzwände an Hochgeschwindigkeitsstrecken der Bahn

PASCHRAPHON AMPUNANT

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften der Universität der Bundeswehr München genehmigte Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktor–Ingenieurs**  
(Dr.–Ing.).

Gutachter:

Vorsitzender: Univ.–Prof.Dr. rer. nat. habil. Thomas Apel

1. Berichterstatter: Univ.–Prof.Dr.–Ing. Ingbert Mangerig

2. Berichterstatter: Univ.–Prof.Dr.–Ing. Markus Feldmann

Die Dissertation wurde am 10.03.2016 bei der Universität der Bundeswehr München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften am 13.04.2016 angenommen. Die mündliche Prüfung fand am 03.04.2017 statt.



# Zusammenfassung

Lärmschutzwände an Hochgeschwindigkeitsstrecken der Bahn sind hohen aerodynamischen Belastungen ausgesetzt. Bei einer Zugvorbeifahrt baut sich am Zugkopf eine Druckbelastung –gefolgt von einer Sogbelastung– auf. Am Zugende werden Lärmschutzwände in umgekehrter Reihenfolge einer Drucklast, die sich einer Sogbelastung anschließt, ausgesetzt. Die dynamischen Einwirkungen sind auf Grund der Häufigkeit der Zugvorbeifahrten der entscheidende Faktor, der die Ermüdungsfestigkeit von Lärmschutzwänden herabsetzt.

Die vorliegende Arbeit präsentiert numerische Untersuchungen zur Modellierung der einwirkenden Druck–Sog–Belastung sowie Berechnungen zum Antwortverhalten von Lärmschutzwänden. Die numerischen Untersuchungen zur Ermittlung der Druck–Sog–Belastung basieren auf der numerischen Strömungssimulation. Auf Grundlage der Finiten–Elemente–Methode wird im weiteren Verlauf das Antwortverhalten der Lärmschutzwand auf die ermittelte Druck–Sog–Belastung berechnet. Dabei wird das Antwortverhalten mittels Fluid–Struktur–Interaktion berechnet. Die Simulationsergebnisse werden mit Daten aus in–situ Streckenmessungen verglichen. Es wird abschließend auf Lärmschutzgalerien eingegangen, deren Realisierungen in zukünftigen Ingenieurbauprojekten geplant sind, da sie durch eine höhere Lärmschutzwirkung notwendig sind. Weitergehende Berechnungen, in der die Druckverhältnisse an Lärmschutzgalerien berechnet werden, runden die Arbeit ab.



# Abstract

Noise wall barriers along high speed railroad tracks are exposed to high aerodynamic loads. A pressure load followed by suction develops at the head of the train effects the construction in vicinity. A further pressure load hits the noise wall barrier in opposite sequence when the tail of the train passes by. These dynamic loads are due to the frequency the decisive factor that reduces the fatigue strength of the noise wall barrier.

The present work shows numerical simulations computing the exerting pressure suction load and the response of the noise wall barrier. The numerical simulations on modelling the pressure suction load are based on computational fluid dynamics. On the basis of finite elements method the response of the noise wall barriers on that impact are simulated. In this context the method of fluid structure interaction will be used. The results of the simulation will be compared to on-site measurements. Finally the topic of overhead noise barrier which will be realised at railroad tracks in near future due to the higher level of noise protection and the impact of pressure suction will be considered. Further simulations that show the pressure loads on overhead noise barriers are to complement the work.



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ingbert Mangerig herzlich bedanken, der mir die Durchführung dieser Dissertation ermöglichte. Ich möchte mich weiterhin für die gute und konstruktive Betreuung bedanken. Mit den mir zur Verfügung gestellten Institutsmitteln bot er mir ideale Rahmenbedingungen für die Forschungen auf dem Gebiet.

Ich möchte mich bei Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Markus Feldmann für die Übernahme der Zweitkorrektur bedanken. Mit großem Interesse verfolgte er den Ausgang dieser Arbeit und unterstützte mich bei Problemlösungen.

Herrn Univ.-Prof. Dr. rer. nat. habil. Thomas Apel danke ich für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses.

Weiterhin danke ich den Mitarbeitern des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau für die stetige Bereitschaft zu Diskussionen und für die Hilfestellungen bei Problemlösungen.

Mein besonderer Dank gilt meiner Ehefrau Cathrin Ampunant. Ihr Rückhalt und Ihre Geduld waren die Voraussetzungen für das Gelingen dieser Arbeit.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Problemstellung . . . . .	1
1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit . . . . .	3
<b>2 Das mathematische Modell</b>	<b>5</b>
2.1 Das strukturmechanische Modell . . . . .	5
2.1.1 Die Gleichgewichtsbedingungen . . . . .	5
2.1.2 Das Materialmodell . . . . .	6
2.1.3 Kinematische Beziehungen . . . . .	7
2.2 Das strömungsmechanische Modell . . . . .	8
2.2.1 Massenerhaltungsgleichung . . . . .	8
2.2.2 Impulserhaltungsgleichungen . . . . .	9
2.2.3 Energieerhaltungsgleichung . . . . .	12
2.2.4 Strömungsmechanischer Verformungszustand . . . . .	15
2.2.5 Spannungs–Verzerrungs–Beziehung . . . . .	15
2.2.6 Turbulenzmodell . . . . .	17
2.2.7 Wandfunktion . . . . .	21
2.3 Fluid–Struktur–Interaktion . . . . .	23
2.3.1 Die Arbitrary–LAGRANGE–EULERSCHE–Betrachtungsweise . . . . .	23
2.3.2 Das partitionierte Lösungsverfahren . . . . .	26
<b>3 Diskretisierung</b>	<b>29</b>
3.1 Das Prinzip der virtuellen Verrückungen . . . . .	29
3.2 Semi–Diskretisierung im Raum . . . . .	31
3.2.1 Die Finite–Elemente–Methode . . . . .	31
3.2.2 Die Finite–Volumen–Methode . . . . .	34
3.3 Semi–Diskretisierung in der Zeit . . . . .	38
3.3.1 Semi–Diskretisierung in der Zeit für das strukturmechanische Modell . . . . .	38
3.3.2 Semi–Diskretisierung in der Zeit für das strömungsmechanische Modell . . . . .	40
<b>4 Stand der Forschung</b>	<b>41</b>
4.1 Normative Regelwerke zur Betrachtung der Druck–Sog–Welle . . . . .	41

4.2	Bestehende Messergebnisse . . . . .	47
4.2.1	Prüfbericht der Deutschen Bahn AG . . . . .	47
4.2.2	ARGE Mittelstand . . . . .	48
4.2.3	SEGES-Projekt . . . . .	50
4.2.4	In-situ Messungen durch UniBw München . . . . .	53
4.3	Vergleichende Betrachtung . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Die strömungsmechanische Simulation der Druck-Sog-Welle</b>	<b>57</b>
5.1	Bewegende Netzgitter . . . . .	58
5.2	Die Gestalt des Modells . . . . .	59
5.3	Die Berechnung . . . . .	63
5.4	Ergebnisse . . . . .	64
5.5	Vergleichende Betrachtung mit in-situ Streckenmessungen . . . . .	68
5.6	Betrachtungen der Druck-Sog-Belastung unter Parametervariation . . . . .	70
5.7	Ausblick . . . . .	73
<b>6</b>	<b>Das Reflexionsverhalten von Lärmschutzkonstruktionen</b>	<b>75</b>
6.1	Einleitende Betrachtung . . . . .	75
6.2	Analytische Berechnung der Druckwelle . . . . .	76
6.2.1	Der senkrechte Verdichtungsstoß . . . . .	76
6.2.2	Das Stoßrohrproblem . . . . .	78
6.2.3	Senkrechte Reflexion von Luftstoßwellen an starren Oberflächen . . . . .	79
6.3	Numerische Berechnung der Druckwelle . . . . .	82
6.3.1	Das Modell . . . . .	82
6.3.2	Ergebnisse . . . . .	84
6.3.3	Reflexionsverhalten bei vorbeifahrenden Zügen . . . . .	88
6.4	Das Reflexionsverhalten von durchlässigen Lärmschutzwänden . . . . .	90
6.4.1	Einleitung . . . . .	90
6.4.2	Numerische Simulation . . . . .	91
<b>7</b>	<b>Das Antwortverhalten von Lärmschutzwänden bei Druck-Sog-Belastung</b>	<b>95</b>
7.1	Strukturdynamische Betrachtung der Lärmschutzwände . . . . .	96
7.1.1	Der Einfluss des passiven Erddrucks auf das Gesamtverhalten der Lärmschutzwand . . . . .	96
7.1.2	Der Einfluss der Bohrpfahllänge auf das Gesamtverhalten der Lärmschutzwand . . . . .	99
7.1.3	Dynamische Effekte von Lärmschutzwänden . . . . .	100
7.1.4	Zusammenfassung . . . . .	106
7.2	Das Strukturantwortverhalten unter Berücksichtigung der Fluid-Struktur-Interaktion . . . . .	106
7.2.1	Vorberechnungen . . . . .	107
7.2.2	Das Antwortverhalten . . . . .	110

---

<b>8 Anwendung der strömungsmechanischen Simulation auf Lärmschutzgalerien</b>	<b>117</b>
8.1 Lärmschutzeinhausungen . . . . .	117
8.2 Numerische Ergebnisse bei Lärmschutzgalerien . . . . .	119
8.2.1 Problemstellung der numerischen Simulation . . . . .	119
8.2.2 Darstellung der Ergebnisse . . . . .	120
8.2.3 Zusammenfassung . . . . .	127
<b>9 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>129</b>
9.1 Zusammenfassung . . . . .	129
9.2 Ausblick . . . . .	131
<b>A Harmonische Analyse der Lärmschutzwand mit Bohrpfahl</b>	<b>133</b>
<b>Anhang</b>	<b>133</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>140</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>141</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>143</b>



# Symbolverzeichnis

## 1. Allgemeine Geometrie und Materialkennwerte

$k_s$	Elastischer Bettungsmodul
$m$	Masse
$V$	Volumen
$\rho$	Materialdichte

## 2. Strukturmechanisches Modell

$\mathbf{D}_{eu}$	Verschiebungs–Verzerrungsoperator
$\mathbf{D}_g$	Differentialoperator
$\mathbf{E}$	Elastische Stoffmatrix
$E$	Elastizitätsmodul
$G$	Gleitmodul
$n_{ii}$	Schnittkräfte am infinitesimal kleinen Volumenelement
$p_i$	Äußere Belastung am infinitesimal kleinen Volumenelement
$\mathbf{p}$	Lastvektor
$\mathbf{u}$	Verschiebungsvektor
$\dot{\mathbf{u}}$	Geschwindigkeitsvektor
$\ddot{\mathbf{u}}$	Beschleunigungsvektor
$u, v, w$	Verschiebungskomponenten in kartesischen Koordinaten
$u^+$	Normierte Geschwindigkeit
$u_\tau$	Schubspannungsgeschwindigkeit
$y_P$	Abstand der Wand zum nächstgelegenen Gitterpunkt
$y^+$	Normierter Wandabstand
$\epsilon$	Verzerrungsvektor
$\lambda, \mu$	LAMÉsche Werkstoffkonstanten
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\sigma$	Schnittkraftvektor

### 3. Strömungsmechanisches Modell

$\mathbf{a}$	Beschleunigungsvektor
$c_p$	Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
$c_v$	Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
$e$	Spezifische innere Energie
$E$	Gesamtenergie
$E_{in}$	Innere Energie
$E_{kin}$	Kinetische Energie
$E_{pot}$	Potentielle Energie
$\mathbf{F}$	Kraftvektor
$g$	Gravitationskraft
$k$	Spezifische Enthalpie
$n$	Stoffmenge
$p$	Druck, welcher auf die Oberflächen der Volumenelemente wirkt
$\dot{q}_L$	Wärmeleitung
$\dot{q}_S$	Wärmestrahlung
$\dot{Q}$	Wärmestrom
$R$	Universelle Gaskonstante
$T$	Temperatur
$u, v, w$	Geschwindigkeitskomponenten in kartesischen Koordinaten
$\mathbf{v}$	Geschwindigkeitsvektor
$\dot{W}$	Leistung
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit
$\mu$	Viskosität
$\boldsymbol{\tau}$	Spannungsmatrix
$\tau$	Normal- und Scherkräfte

### 4. Turbulenzmodell

$k$	Turbulente kinetische Energie
$L_T$	Turbulentes Längenmaß
$P_k$	Produktionsrate
$U_T$	Turbulentes Geschwindigkeitsmaß
$\nu_t$	Wirbelviskosität
$\omega$	Dissipationsrate

**5. Finite-Elemente-Matrizen**

<b>C</b>	Dämpfungsmatrix
<b>K</b>	Steifigkeitsmatrix
<b>M</b>	Massenmatrix
<b>N</b>	Ansatzfunktionen
<b>R</b>	Lastmatrix
<b>V<sub>u</sub></b>	Verschiebungsinterpolationsmatrix
<b>V<sub>us</sub></b>	Verschiebungsinterpolationsmatrix für Flächenrand und Randlastvektoren
$\alpha, \beta$	RAYLEIGH-Koeffizienten

**6. Finite-Volumen-Methode**

<b>n</b>	Normalenvektor
$\Gamma$	Diffusionskoeffizient
$\phi$	Beliebige Eigenschaft eines Fluids in der Transportgleichung

**7. Druck-Sog-Beanspruchung**

$a$	Pfostenabstand
$a_g$	Gleisabstand
$c_p$	Luftdruckbeiwert
$f$	Eigenfrequenz der Wand
$E_p$	Passiver Erddruck
$h$	Spezifische Enthalpie
$n$	Wandhöhe
$L$	Einflusslänge
$Ma$	Mach-Zahl
$q_{1k}$	charakteristischer Wert der Einwirkung
$q_{DS}$	quasi-statische Ersatzlast
$v_{Wind}$	Windgeschwindigkeit
$v_{Zug}$	Zuggeschwindigkeit
$w_{dyn}$	Verformung aus dynamischer Berechnung
$w_{stat}$	Verformung aus statischer Berechnung
$z$	Wandhöhenkoordinate
$\phi_{dyn}$	Dynamikbeiwert, dynamischer Überhöhungfaktor
$\phi_H$	Höhenbeiwert
$\phi_L$	Längenbeiwert

## 8. Modellierung und Simulation

$A_{bv,ih}$	Interface zwischen mittlerem, beweglichem Fluidraum und vorderem, beweglichem Fluidraum
$A_{bh,iv}$	Interface zwischen hinterem, beweglichem Fluidraum und mittlerem, beweglichem Fluidraum
$h_{Kr}$	Auskragslänge der Lärmschutzgalerie
$\Omega_{bh}$	Hinterer, beweglicher Fluidraum
$\Omega_{bm}$	Mittlerer, beweglicher Fluidraum
$\Omega_{bv}$	Vorderer, beweglicher Fluidraum
$\Omega_S$	Statischer Fluidraum

## 9. Druckwelle

$c_r$	Reflexionsgrad
$h$	Stoffmenge
$M$	Molare Masse
$\gamma$	Isentropenexponent
$\Pi$	Permeabilität

Weitere Bezeichnungen sind unmittelbar im Text erklärt.

Entsprechend den Regeln der Indexschreibweise durchlaufen lateinische Indizes die Zahlen 1,2,3, griechische die Zahlenwerte 1 und 2. Bei gegenständigen Indizierungen ist die Summenkonvention von EINSTEIN anzuwenden.

# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Problemstellung

Im Verkehrsinvestitionsbericht für das Berichtsjahr 2010 [101] gab die Bundesregierung bekannt, dass im Geschäftsjahr 2010 Investitionen mit Bundesmitteln in Höhe von insgesamt 4,174 Milliarden € für die Finanzierung von Infrastruktur nach dem BSWAG<sup>1</sup>/DBGrG<sup>2</sup> getätigt wurden. Für Schienenprojekte beliefen sich die Gesamtausgaben auf 1,729 Milliarden €, dabei wurden ca. 1,105 Milliarden € durch Bundesmittel gedeckt. Für die Gesamtkonzeption zur Lärmsanierung an bestehenden Schienenwegen der Eisenbahnen des Bundes wurden von 1999 bis 2010 ca. 580 Millionen € durch Eisenbahninfrastrukturunternehmen des Bundes für Lärmsanierungsmaßnahmen veräußert. Die Zahlen verdeutlichen die Anstrengungen für den Ausbau und die Instandhaltung des Schienenverkehrs in der Bundesrepublik Deutschland und ihre Bedeutung für die Mobilität.

Der Hochgeschwindigkeitsverkehr (HGV) auf Schienen kann in Deutschland eine Metropolregion mit der nächstgelegenen in maximal dreieinhalb Stunden verbinden [83], so dass Umsteigeeffekte von anderen Verkehrsmitteln attraktiv werden. Auf Grund der Randlage der Metropolregionen in Deutschland bedarf es Hochgeschwindigkeitsstrecken, auf denen die Züge  $300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  fahren können. Derzeit bestehen fünf Schnellfahrstrecken für den Bahnbetrieb in der Bundesrepublik Deutschland, die mit Zuggeschwindigkeiten über  $250 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  befahren werden können. Bis 2020 sollen sechs weitere Strecken, die derzeit im Bau oder in Planung sind, in Betrieb genommen werden. Das Verkehrsweißbuch [104] unterstreicht die Wichtigkeit vom HGV und fordert die Vollendung eines europäischen Hochgeschwindigkeitsschiennetzes bis zum Jahre 2050.

Seit geraumer Zeit ergeben sich durch Einführung des HGV neue Fragestellungen, die Gegenstand der Forschung waren und noch sind. MANI [60] berichtete schon im Jahr 1969 von einem wellenförmigen Druckverlauf beim Passieren des Zugkopfes. Es entsteht bei Vorbeifahrt des Zuges zunächst eine Drucklast, die von einer Soglast abgelöst

---

<sup>1</sup>BSWAG: Gesetz über den Ausbau der Schienenwege des Bundes - Bundesschienenwegeausbaugesetz

<sup>2</sup>DBGrG: Gesetz über die Gründung einer Deutsche Bahn Aktiengesellschaft - Deutsche Bahn Gründungsgesetz

wird. In seinen Untersuchungen beschäftigte er sich speziell mit zwei passierenden Zügen. STEINHEUER [95] führte in den Folgejahren computergestützte Berechnungen mit Ersatzmodellen durch, die gute Übereinstimmungen mit Messergebnissen zeigten. Die Kopfwelle wird charakterisiert durch die Höhe des Drucksprunges  $\Delta p$  und den Betrag des maximalen Druckgradienten  $|\frac{dp}{dx}|_{max}$ . Dabei hat die Kopfform einen großen Einfluss auf die Kopfwelle. Je schlanker die Kopfform ist, desto geringer sind die Amplitude  $\Delta p$  und der maximale Druckgradient  $|\frac{dp}{dx}|_{max}$ . COUDRAY et al. [13], MARTY [63] und STEINHEUER [96] betrachteten im Weiteren den Einfluss der Druckwelle auf die umliegende Umgebung und die Gefahr für Passanten. Durch die Sogwirkung besteht die Gefahr, dass am Bahngleis stehende Passanten herangezogen werden und sich verletzen. Weitere Arbeiten von BAKER [5], OGAWA [73] und RAGHUNATHAN [81] u.a. dokumentieren bisherige Erkenntnisse über Umströmungen von Hochgeschwindigkeitszügen durch Seitenwind sowie Erkenntnisse im Bereich der Tunneleinfahrt von Zügen und der Druckentwicklung. Ausgangspunkt der Forschung auf diesem Gebiet waren schwere Unfälle auf Grund von Seitenwind, die Züge bzw. Zugteile zum Umsturz brachten (vgl. HUCHO [41]). In Abbildung 1.1 ist ein auf Grund von Seitenwind umgestürzter Zug dargestellt.



Abbildung 1.1: Umgestürzter Zug auf Grund der Einwirkung einer Windböe [74]

Bei Tunneleinfahrt entsteht eine Wechselwirkung mit dem Tunneleingang, so dass sich die Druckwelle am Kopf des Zuges verstärkt. Im Tunnel entsteht eine Druckwelle, die sich mit Schallgeschwindigkeit durch den Tunnel bewegt. Am Tunnelausgang kommt es zu einem akustischen Knall und starken Druckschwankungen, welche die Stabilität von naheliegenden Gebäuden beeinträchtigt. Des Weiteren erhöht sich der Luftwiderstand des Zuges im Tunnel, so dass eine höhere Leistung erforderlich ist, um die Geschwindigkeit zu halten.

Durch den Bau von Hochgeschwindigkeitsstrecken in Deutschland wurden die technischen Anforderungen für den Lärmschutz erhöht, so dass anliegende Siedlungen von Lärmemissionen nicht derart gestört werden. Zur Lärminderung sind falls notwendig Lärmschutzwände vorgesehen, die den akustischen Anforderungen nach der DB Richtlinie 804.5501 [86] entsprechen.

Aerodynamische Lasten des Zugverkehrs führten jedoch in jüngster Vergangenheit zu Schädigungen an gleisnahen Lärmschutzwänden von Hochgeschwindigkeitsstrecken (vgl. HOFFMEISTER [40] und MANGERIG [59]). Eine Zugvorbeifahrt verdrängt die ruhende Luft zur Seite und nach oben. Es entsteht an der Lärmschutzwand ein Druckanstieg, gefolgt von einem Druckabfall in zeitlich sehr schneller Abfolge durch Passieren des Zugkopfs. Bei Vorbeifahrt des Zuges erfolgt in umgekehrter Reihenfolge eine Heckwelle. Die gleisnahen Lärmschutzwände werden durch die entstandene Druck-Sog-Welle zu Schwingungen angeregt. Das Antwortverhalten der Lärmschutzwand auf die dynamische Belastung der Zugvorbeifahrt mindert die Ermüdungsfestigkeit des Bauwerks, so dass eingehende wissenschaftliche Untersuchungen wichtige Erkenntnisse hervorbringen können, um konstruktive Maßnahmen zur Erhöhung der Dauerfestigkeit von Lärmschutzwänden zu realisieren.

## 1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Untersuchung des Antwortverhaltens der Lärmschutzwand auf Grund einer Druck-Sog-Last, welche bei einer Zugvorbeifahrt entsteht und auf die Lärmschutzwand wirkt. Dazu werden auf Grundlage von numerischen Berechnungen die Druck-Sog-Welle reproduziert und die Einflüsse der Eingangsparameter auf die Drucklast untersucht. Hierzu werden die numerischen Berechnungen computergestützt umgesetzt, die Ergebnisse werden zur Verifikation mit in-situ Messungen verglichen.

Das 2. Kapitel beschäftigt sich deswegen mit der Herleitung des mathematischen Modells. Es wird zunächst die Herleitung der Differentialgleichung der strukturmechanischen Bewegungsgleichung erläutert. Dabei wird auch auf das Materialmodell sowie auf die kinematischen Beziehungen eingegangen. Anschließend werden die Erhaltungsgleichungen in der Strömungsmechanik beschrieben. Sie werden zunächst in differentieller Form beschrieben und schlussendlich in die Integralform überführt. Das Strukturfeld wird mit dem Fluidgebiet in einer partitionierten Berechnung gekoppelt, so dass die Zwischenergebnisse des einen Teilgebiets in dem anderen Teilgebiet zur Weiterberechnung verwendet werden. Das 2. Kapitel beinhaltet auch die Beschreibung des eingesetzten Turbulenzmodells nach MENTER [66].

Im 3. Kapitel werden die hergeleiteten Differentialgleichungen in eine semidiskretisierte Form überführt. Dabei wird die strukturmechanische Differentialgleichung mit Hilfe des Integralsatzes in eine schwache Form überführt. Anschließend wird die schwache

Form in eine Matrizendifferentialgleichung überführt. Die Einführung der Ansatzfunktion wird erläutert. Im weiteren Verlauf des Kapitels werden die Erhaltungsgleichungen der Strömungsmechanik im Ort semidiskretisiert. Die in der Strömungsmechanik gebräuchliche Finite-Volumen-Methode wird erläutert sowie die Einführung des Kontrollvolumens im Strömungsgebiet.

Auf den normativen Stand wird im 4. Kapitel der Arbeit eingegangen. Dies erfolgt im Bereich der Bemessung von Lärmschutzwänden, die einer Druck-Sog-Last durch vorbeifahrende Züge ausgesetzt sind. Es werden die Berechnungsmethoden des Standardverfahrens und der dynamischen Analyse vorgestellt. Die berechneten Einwirkungen nach der DB Richtlinie 804.5501 [86] werden mit bisher durchgeführten in-situ Messungen verglichen. Hierzu werden die Ergebnisse diverser Streckenmessungen, die in der Literatur veröffentlicht wurden, beschrieben.

Im 5. Kapitel wird auf Basis der numerischen Strömungssimulation ein Modell zur Berechnung von Druck-Sog-Belastungen implementiert. Dabei wird zunächst das strömungsmechanische Modell erläutert und speziell auf die Modellierung bewegender Gitter eingegangen. Die Berechnungsergebnisse werden mit den in Kapitel 4 beschriebenen in-situ Messergebnissen verglichen. Im weiteren Verlauf werden numerische Berechnungen durchgeführt, um den Einfluss verschiedener Parameter auf den Luftdruck an der Lärmschutzwand zu untersuchen.

Nachfolgend wird im 6. Kapitel die Reflexion von Druckwellen an Lärmschutzwänden untersucht. Unter der Annahme eines kompressiblen Fluids wird ein zweidimensionales, numerisches Modell implementiert, um die Effekte eines Druckstoßes zu verdeutlichen. Die numerischen Ergebnisse werden mit analytischen Ergebnissen aus der Literatur verglichen.

Im 7. Kapitel geht es um das Antwortverhalten der Lärmschutzwand. Es werden unterschiedliche Fragestellungen hinsichtlich des dynamischen Verhaltens der Struktur betrachtet. Aufbauend auf der Implementierung der strömungsmechanischen Berechnung, welche im Kapitel 5 behandelt wurde, wird eine Berechnung durch Einbindung des Strukturfeldes erläutert, so dass eine Berechnung auf Grundlage der Fluid-Struktur-Interaktion (FSI) durchgeführt wird. Dabei werden zwei unterschiedliche Arten von Berechnungen auf Grundlage der Fluid-Struktur-Interaktion implementiert. Die Ergebnisse werden im Anschluss sowohl miteinander als auch mit den in Kapitel 4 vorgestellten in-situ Messungen verglichen.

Abschließend wird im 8. Kapitel die Implementierung des strömungsmechanischen Modells für aktuelle bzw. zukünftige Projekte im Konstruktiven Ingenieurbau verwendet. Es werden Druckfelder an Lärmschutzgalerien berechnet, die eingesetzt werden können, um höhere Anforderungen an den Lärmschutz zu erfüllen. Die Ergebnisse werden mit den Ergebnissen aus Kapitel 5 verglichen, soweit die Möglichkeit besteht.

# Kapitel 2

## Das mathematische Modell

In diesem Kapitel werden zunächst die Bewegungsgleichungen dreidimensionaler, elastischer Körper hergeleitet. Es werden die Gleichgewichtsbedingungen an einem infinitesimal kleinen, unverformten Volumenelement aufgestellt, das linear elastische Materialgesetz erläutert und die kinematischen Beziehungen beschrieben. Im Folgenden werden die Bewegungsgleichungen eines allgemeinen Fluids hergeleitet. Die Herleitung der Bewegungsgleichungen wird in differentieller Form beschrieben und erfolgt in EULERScher Betrachtungsweise. Im weiteren Verlauf wird auf die Turbulenzmodellierung eingegangen sowie auf die Modellierung des Strömungsprofils an der Wand. Abgeschlossen wird das Kapitel mit einem Lösungsverfahren zur Beschreibung der Fluid-Struktur-Interaktion.

### 2.1 Das strukturelle mechanische Modell

#### 2.1.1 Die Gleichgewichtsbedingungen

Die Herleitung der Bewegungsgleichungen erfolgt in LAGRANGEScher Betrachtungsweise und in Anlehnung an die entsprechenden Kapitel aus KNOTHE [46], KRÄTZIG [47], MANG [55], MARSDEN [61], PRAGER [78] und RANNACHER [82]. Zur Beschreibung des Spannungszustandes wird als Ausgangspunkt ein Körper mit einer beliebigen Form betrachtet, der durch äußere Kräfte belastet wird. Die Verformung des Körpers auf Grund der äußeren Belastung ruft innere Kräfte hervor. Man betrachtet ein infinitesimal kleines Volumenelement, an dem die Spannungen an den Schnittflächen senkrecht angetragen sind. Ein Gleichgewichtszustand des Körpers liegt vor, wenn die Impulsbilanz erfüllt ist. Das bedeutet, dass die Summe aller einwirkenden Kräfte auf einen Körper gleich der zeitlichen Veränderung des Impulses sind. Auf das in Abbildung 2.1 dargestellte Volumenelement sind alle wirkenden Kräfte in x-Richtung angetragen. Bildet man das Kräftegleichgewicht in x-Richtung, heben sich alle Grundspannungen mit unterschiedlichen Vorzeichen auf und es ergibt sich:

$$\frac{\partial n_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial n_{xz}}{\partial z} + p_x = \rho \cdot \ddot{u}. \quad (2.1)$$

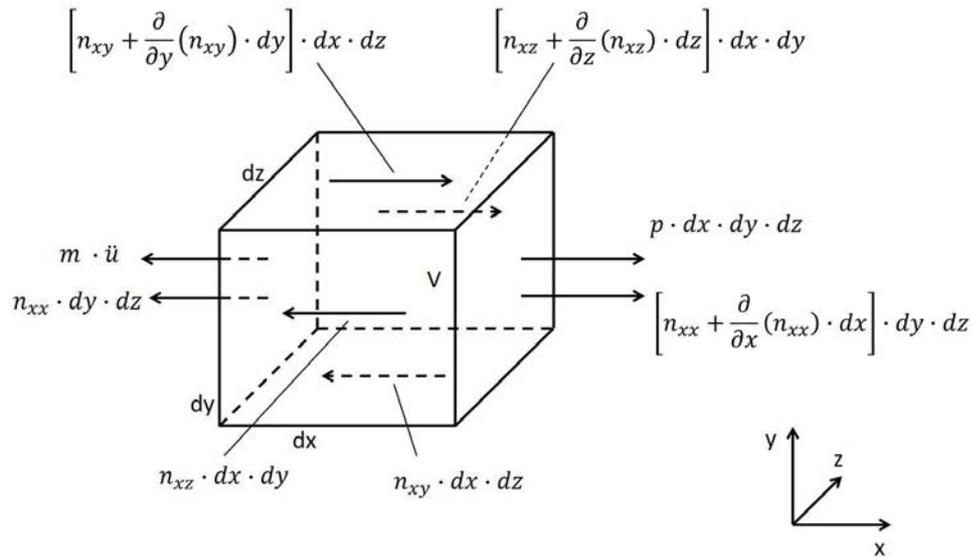


Abbildung 2.1: Anliegende Kräfte in x-Richtung an einem infinitesimal kleinen Volumenelement

Analog ergibt sich für die Bildung der Kräftegleichgewichte in y- und z-Richtung

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial n_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial n_{zy}}{\partial z} + p_y &= \rho \cdot \ddot{v} \\ \frac{\partial n_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial n_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial n_{zz}}{\partial z} + p_z &= \rho \cdot \ddot{w}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Nach Bildung des Momentengleichgewichts wird ersichtlich, dass gemäß des BOLTZMANN-Axioms die Symmetrie des Spannungstensors gilt. Die Gleichungen (2.1) und (2.2) in Matrixform umgeformt lauten:

$$\mathbf{D}_g \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_{xx} \\ n_{yy} \\ n_{zz} \\ n_{xy} \\ n_{yz} \\ n_{xz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \rho \cdot \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \end{bmatrix} = \rho \cdot \ddot{\mathbf{u}}. \quad (2.3)$$

## 2.1.2 Das Materialmodell

Um das Verhalten eines belasteten Körpers eindeutig zu beschreiben, wird ein mathematischer Zusammenhang zwischen dem Spannungs- und Verzerrungszustand formuliert. Ausgehend von einem isotropen, linear elastischen Materialmodell kann mit

zwei unabhängigen Materialparametern die Spannungs–Dehnungsbeziehung beschrieben werden. Das HOOKE'sche Gesetz in Indexschreibweise lässt sich wie folgt darstellen:

$$\sigma_{ik} = 2 \cdot \mu \cdot \epsilon_{ik} + \lambda \cdot \delta_{ik} \cdot \epsilon_{jj}. \quad (2.4)$$

Die Variablen  $\mu$  und  $\lambda$  werden als LAMÉsche Werkstoffkonstanten bezeichnet. In Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul  $E$ , Gleitmodul  $G$  und von der Querkontraktionszahl  $\nu$  gilt für die LAMÉschen Werkstoffkonstanten

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{E}{2(1+\nu)} = G \\ \lambda &= \frac{\nu E}{1+\nu}(1-2\nu). \end{aligned} \quad (2.5)$$

In matrizieller Form lautet der in Gleichung (2.4) beschriebene Zusammenhang

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} n_{xx} \\ n_{yy} \\ n_{zz} \\ n_{xy} \\ n_{yz} \\ n_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\mu + \lambda & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 2\mu + \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & 2\mu + \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

### 2.1.3 Kinematische Beziehungen

Für die kinematischen Beziehungen werden lineare Beziehungen zwischen Verzerrungen und Ableitungen von Verschiebungen angenommen. Da angenommen wird, dass kleine Verzerrungen auftreten, linear elastisches Materialverhalten vorliegt und die Masseeichte unter einer Verschiebung gleichbleibt, gelten folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \epsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \epsilon_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, & \epsilon_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, & \epsilon_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}. \end{aligned}$$

In Matrizenschreibweise lässt sich die Verschiebungs–Verzerrungs–Beziehung wie folgt darstellen:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{D}_{\epsilon u} \cdot \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Setzt man die Gleichungen (2.6), (2.7) und (2.3) ineinander ein, so erhält man zusammenfassend die Differentialgleichung

$$\boxed{\mathbf{D}_g [\mathbf{E} (\mathbf{D}_{\epsilon u} \cdot \mathbf{u})] + \mathbf{p} = \rho \cdot \ddot{\mathbf{u}}}. \quad (2.8)$$

Mit dem Aufstellen des Kräftegleichgewichts, der Materialdefinition und der Verschiebungs–Verzerrungs–Beziehung ist die Differentialgleichung der elastischen Strukturmechanik vollständig beschrieben.

## 2.2 Das strömungsmechanische Modell

### 2.2.1 Massenerhaltungsgleichung

Die NAVIER–STOKES–Gleichungen bestehen aus fünf Erhaltungsgleichungen, welche die Kontinuitätsgleichung (Erhaltung der Masse), die drei Impulsgleichungen (Erhaltung des Impulses) und die Energiegleichung (Erhaltung der Energie) umfassen. Die allgemeine Herleitung der NAVIER–STOKES–Gleichungen erfolgt in Gänze, wird jedoch nicht in der gesamten Arbeit angewendet. Werden Annahmen getroffen, die die Gleichungen vereinfachen, so wird im späteren Verlauf der Arbeit darauf hingewiesen. Zur Herleitung der NAVIER–STOKES–Gleichungen gibt es eine Vielzahl von Veröffentlichungen, auf die an dieser Stelle nur exemplarisch verwiesen werden kann wie u.a. auf DURST [26], LECHLER [53], RANNACHER [82], SCHICHTLING [89], SPURK et al. [93], WENDT [105] und YIH [108].

In Abbildung 2.2 ist ein infinitesimal kleines Volumenelement dargestellt, an welchem die Massenströme angetragen sind. Hierin bedeuten  $\rho$  die Dichte des Fluids,  $u$ ,  $v$  und  $w$  die Strömungsgeschwindigkeiten in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung in einem kartesischen Koordinatensystem und  $m$  die Masse im Inneren des Volumenelements. Für das infinitesimal kleine Volumenelement wird nun die Massenbilanz aufgestellt. Es gilt

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz) + \left[ (\rho \cdot u) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho \cdot u) \cdot dx \right] \cdot dy \cdot dz - \rho \cdot u \cdot dy \cdot dz \\ & + \left[ (\rho \cdot v) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \cdot v) \cdot dy \right] \cdot dx \cdot dz - \rho \cdot v \cdot dx \cdot dz \\ & + \left[ (\rho \cdot w) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \cdot w) \cdot dz \right] \cdot dx \cdot dy - \rho \cdot w \cdot dx \cdot dy = 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Nach Umformung und Division durch  $dx \cdot dy \cdot dz$  ergibt sich

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0}. \quad (2.10)$$

Die Gleichung (2.10) gilt als Massenerhaltung und besagt, dass der eintretende Volumenstrom in einem Kontrollvolumen gleich dem austretenden Volumenstrom ist, solange die Dichte des Fluids konstant bleibt.

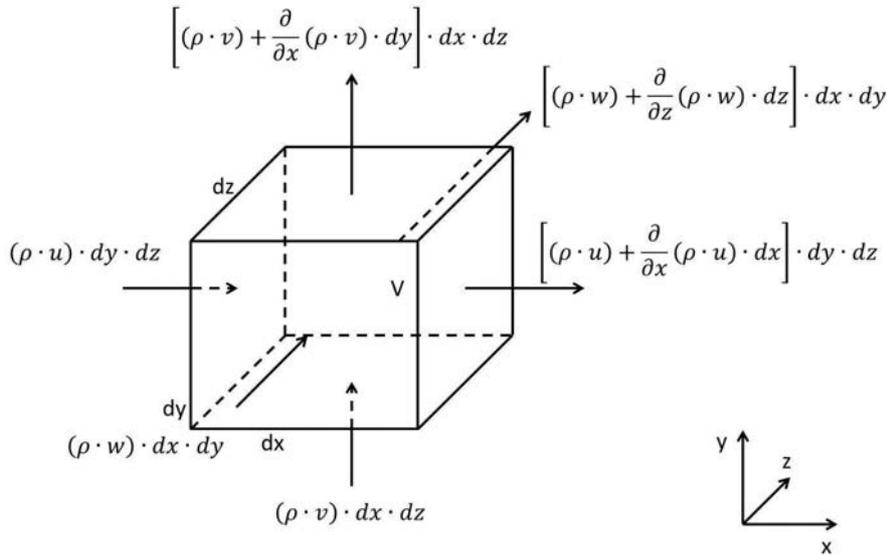


Abbildung 2.2: Anliegende Massenströme an einem infinitesimal kleinen Volumenelement

## 2.2.2 Impulserhaltungsgleichungen

Als weiterer Anteil der NAVIER–STOKES–Gleichungen gilt die Impulserhaltung. Das zweite Axiom von NEWTON, das besagt, dass das Produkt aus Masse und Beschleunigung die Summe der Kräfte ist, lässt sich in einer Formel als

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} \quad (2.11)$$

formulieren. Der Term  $\mathbf{F}$  beschreibt alle Kräfte, welche auf das Fluid wirken. Zum einen wirken Oberflächenkräfte wie z.B. Normal-, Scher- und Oberflächenspannungen oder Druck, zum anderen wirken Volumenkräfte wie z.B. Gravitation oder elektromagnetische Kräfte.

Um die Impulsgleichung in Differentialform in x-Richtung exemplarisch aufzustellen, ist in Abbildung 2.3 ein infinitesimal kleines Volumenelement mit den anliegenden Kräften dargestellt. Dabei handelt es sich um Normal- und Scherkräfte sowie um eine äußere Druckkraft. Nach Vorzeichenkonvention richten sich die Normal- und Scherkräfte, welche am negativen Schnittufer liegen, in negative Richtung, und die am positiven Schnittufer liegenden Kräfte in positive Richtung zeigen. Lediglich der äußere Druck  $p$  zeigt auf das Volumenelement. In kartesischer x-Richtung wirken folgende Kräfte:

$$F_x = \left[ \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zx}) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho \cdot g_x \right] \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \quad (2.12)$$

Für die Masse  $m$  gilt im Inneren des Volumenelements

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \quad (2.13)$$

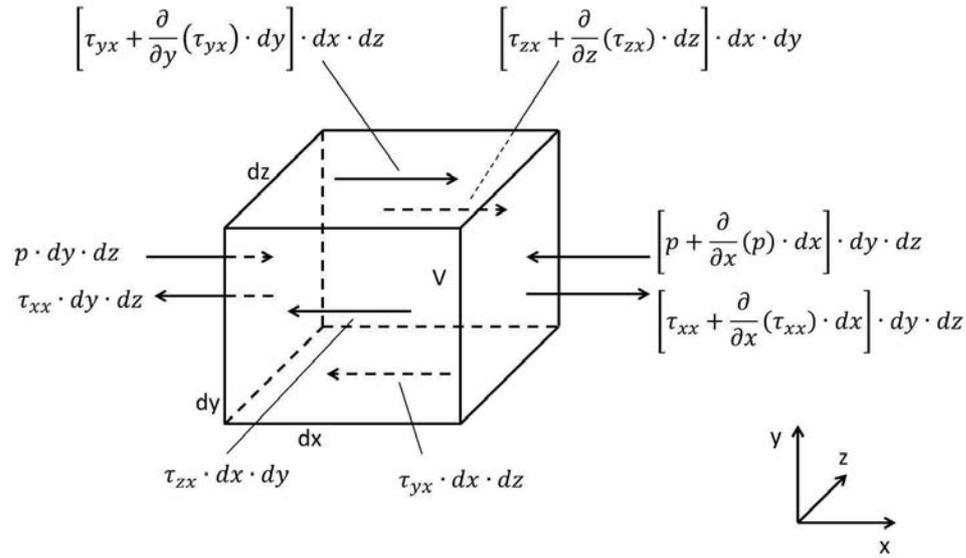


Abbildung 2.3: Anliegende Kräfte in x-Richtung an einem infinitesimal kleinen Volumenelement

Die Beschleunigung  $\mathbf{a}$  kann abgeleitet werden aus der totalen Ableitung der Geschwindigkeit und lautet:

$$\mathbf{a} = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (2.14)$$

Setzt man die Gleichungen (2.12), (2.13) und (2.14) in die Gleichung (2.11) ein, so erhält man nach Umformung

$$\frac{\partial}{\partial x}(\tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zx}) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho \cdot g_x = \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \cdot v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \rho \cdot w \cdot \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (2.15)$$

Die Gleichung (2.15) gilt als nichtkonservative Form der Impulsgleichung in kartesischer x-Richtung, welche charakterisiert wird durch die Terme  $\rho$ ,  $\rho u$ ,  $\rho v$  und  $\rho w$ . Durch Umformung der rechten Seite der Gleichung (2.15) entsteht die konservative Form der Impulserhaltung, die den Vorteil hat, dass bei einer späteren Diskretisierung der Impuls komplett erhalten bleibt.

Für die folgenden Terme gilt nach der Produktregel

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} &= \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \\ \frac{\partial(\rho \cdot u^2)}{\partial x} &= \rho \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + u \cdot \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} \\ \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} &= \rho \cdot v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + u \cdot \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} \\ \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z} &= \rho \cdot w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + u \cdot \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Formt man die Gleichungen (2.16) nach den Termen um, die auf der rechten Seite der nichtkonservativen Impulsgleichung stehen, so erhält man

$$\begin{aligned}
\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} - u \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \\
\rho \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial(\rho \cdot u^2)}{\partial x} - u \cdot \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} \\
\rho \cdot v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} - u \cdot \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} \\
\rho \cdot w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z} - u \cdot \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z}.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (2.17) in die Gleichung (2.15) ergibt sich

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x}(\tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zx}) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho \cdot g_x \\
&= \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z}.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Unmittelbar nach dem Einsetzen kann man erkennen, dass sich u.a. alle Terme der Massenerhaltungsgleichung in der Gleichung befinden, die sich zu Null ergeben. Schlussendlich lautet die Impulsgleichung in kartesischer x-Richtung, wenn die Terme der rechten Seite auf die linke Seite überführt werden

$$\boxed{\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u^2 + p - \tau_{xx}) \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \cdot u \cdot v - \tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \cdot u \cdot w - \tau_{zx}) - \rho \cdot g_x = 0
\end{aligned}} \tag{2.19}$$

Analog kann man das Umformen und Einsetzen für die anderen zwei kartesischen Koordinatenrichtungen durchführen und erhält somit die drei Impulsgleichungen. So lauten die Impulserhaltungsgleichungen in Differentialform in y- und z-Richtung

$$\boxed{\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot v \cdot u - \tau_{xy}) \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \cdot v^2 + p - \tau_{yy}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \cdot v \cdot w - \tau_{zy}) - \rho \cdot g_y = 0
\end{aligned}} \tag{2.20}$$

$$\boxed{\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot w) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot w \cdot u - \tau_{xz}) \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \cdot w \cdot v - \tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \cdot w^2 + p - \tau_{zz}) - \rho \cdot g_z = 0
\end{aligned}} \tag{2.21}$$

### 2.2.3 Energieerhaltungsgleichung

Neben der Massenerhaltung und der Impulserhaltung fließt die Energieerhaltung in die Erstellung der NAVIER–STOKES–Gleichungen ein. Dazu wird der 1. Hauptsatz der Thermodynamik betrachtet, der besagt, dass die zeitliche Änderung der Gesamtenergie gleich der Summe von zugeführten Wärmestrom am Element und der verrichteten Arbeit ist:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} + \dot{W}. \quad (2.22)$$

Die Gesamtenergie  $E$  (auch totale Energie genannt) unterteilt sich in drei Teile, der inneren Energie  $E_{in} = m \cdot e$ , der kinetischen Energie  $E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot \mathbf{v}^2$  und der potentiellen Energie  $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ , die für Gase vernachlässigt wird. Die Gesamtenergie ergibt sich somit zu

$$\begin{aligned} E = E_{in} + E_{kin} &= m \cdot \left( e + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) = \rho \cdot dV \cdot \left( e + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) \\ &= \rho \cdot \left( e + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Die Gleichung (2.23) nach der Zeit total abgeleitet lautet:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \left( \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \cdot \left( e + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho \cdot u \cdot \left( e + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho \cdot v \cdot \left( e + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho \cdot w \cdot \left( e + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) \right] \right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Um die Leistung  $\dot{W}$  zu berechnen, bildet man das Produkt aus Kraft- und Geschwindigkeitskomponente in der jeweiligen Kraftrichtung. Es wirken Körper- und Oberflächenkräfte wie z.B. die Gravitation  $g$ , der Druck  $p$  sowie die Normal- und Schubspannungen  $\sigma$  und  $\tau$ . Während die Gravitation auf das Volumenelement wirkt, wirken die drei anderen auf die Oberfläche der Volumenelemente. In Abbildung 2.4 sind die Leistungsflüsse an einem infinitesimal kleinen Volumenelement graphisch dargestellt. Bildet man das Gleichgewicht aus den Leistungsflüssen aller drei kartesischen Koordinatenrichtungen, so ergibt sich die Leistung zu

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \left[ \rho \cdot (u \cdot g_x + v \cdot g_y + w \cdot g_z) - \frac{\partial}{\partial x}(u \cdot p) - \frac{\partial}{\partial y}(v \cdot p) - \frac{\partial}{\partial z}(w \cdot p) \right. \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x}(u \cdot \tau_{xx} + v \cdot \tau_{xy} + w \cdot \tau_{xz}) - \frac{\partial}{\partial y}(u \cdot \tau_{yx} + v \cdot \tau_{yy} + w \cdot \tau_{yz}) \\ &\quad \left. - \frac{\partial}{\partial z}(u \cdot \tau_{zx} + v \cdot \tau_{zy} + w \cdot \tau_{zz}) \right] \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Der Wärmestrom umfasst drei Anteile: die Wärmestrahlung  $\dot{q}_S$ , die Wärmeleitung  $\dot{q}_L$  und die Konvektion. Der letztgenannte Anteil hat keinen Einfluss, da das Volumenelement sich mit der Strömung bewegt. Die Wärmestrahlung  $\dot{q}_S$  wirkt auf das Volumenelement, während die Wärmeleitung  $\dot{q}_L$  auf die Oberfläche des Volumenelements wirkt.

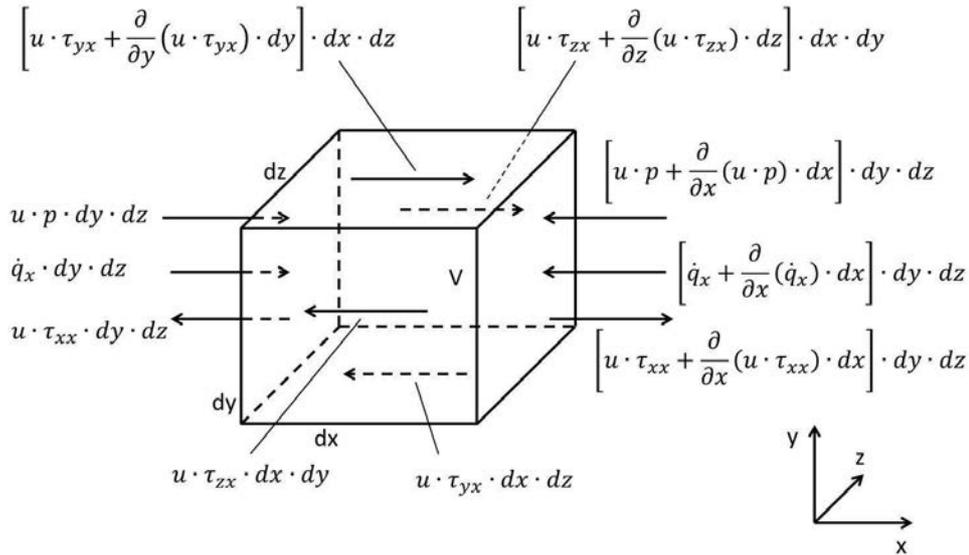


Abbildung 2.4: Leistungsflüsse an einem infinitesimal kleinen Volumenelement

Durch Bilanzierung des Wärmestroms ergibt sich folgende Gleichung

$$\dot{Q} = \left[ \rho \cdot \dot{q}_S - \frac{\partial}{\partial x}(\dot{q}_{L,x}) - \frac{\partial}{\partial y}(\dot{q}_{L,y}) - \frac{\partial}{\partial z}(\dot{q}_{L,z}) \right] \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \quad (2.26)$$

Das FOURIER'sche Wärmeleitungsgesetz besagt, dass die Wärmeleitung  $\dot{q}_L$  proportional zum räumlichen Temperaturgefälle ist. In (2.27) ist das FOURIER'sche Wärmeleitungsgesetz mathematisch in den drei kartesischen Raumrichtungen dargestellt

$$\begin{aligned} \dot{q}_{L,x} &= -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \\ \dot{q}_{L,y} &= -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \\ \dot{q}_{L,z} &= -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Setzt man (2.27) in (2.26) ein, so ergibt sich folgende Gleichung

$$\dot{Q} = \left[ \rho \cdot \dot{q}_S + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (2.28)$$

für den Wärmestrom. Die Gleichungen (2.24), (2.25) und (2.28) beschreiben die in (2.22) dargestellten physikalischen Größen, so dass man durch Einsetzen und Umfor-

mung die Energieerhaltungsgleichung in Differentialform in kartesischen Koordinaten

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \cdot \left( e + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho \cdot u \left( h + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) - (u \cdot \tau_{xx} + v \cdot \tau_{xy} + w \cdot \tau_{xz}) - \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho \cdot v \left( h + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) - (u \cdot \tau_{yx} + v \cdot \tau_{yy} + w \cdot \tau_{yz}) - \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho \cdot w \left( h + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) - (u \cdot \tau_{zx} + v \cdot \tau_{zy} + w \cdot \tau_{zz}) - \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right] \\
 & - \rho \cdot (u \cdot g_x + v \cdot g_y + w \cdot g_z) - \rho \cdot \dot{q}_S = 0
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

erhält. Dabei ist die spezifische Enthalpie  $h = e + \frac{p}{\rho}$ . Zusammenfassend lassen sich die hergeleiteten Erhaltungsgleichungen (2.19), (2.20), (2.21) und (2.29), die eine instationäre, dreidimensionale, kompressible und viskose Strömung beschreiben, in der kompakteren Divergenzform wie folgt darstellen:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \tag{2.30a}$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + p \cdot \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}) = \rho \mathbf{b} \tag{2.30b}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \cdot \left( e + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) \right] \\
 & + \nabla \cdot \left[ \rho \cdot \mathbf{v} \cdot \left( h + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) - \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v} - \lambda \cdot \nabla T \right] = \rho \mathbf{b} \cdot \mathbf{v} + \rho \cdot \dot{q}_S
 \end{aligned} \tag{2.30c}$$

oder

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} \cdot dV + \nabla \cdot \mathbf{F} = \mathbf{Q} \tag{2.31}$$

mit

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U} &= \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \cdot \mathbf{v} \\ \rho \cdot \left( e + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{F} &= \begin{pmatrix} \rho \cdot \mathbf{v} \\ \rho \cdot \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + p \cdot \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau} \\ \rho \cdot \mathbf{v} \cdot \left( h + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) - \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v} - \lambda \cdot \nabla T \end{pmatrix} \text{ und} \\
 \mathbf{Q} &= \begin{pmatrix} 0 \\ \rho \cdot \mathbf{g} \\ \rho \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} + \rho \cdot \dot{q}_S \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Der Vektor  $\mathbf{U}$  stellt die Zeitableitungen der Erhaltungsgrößen dar, während der Term  $\mathbf{Q}$  die Quellterme repräsentiert, die frei von Ableitungen sind. Der Vektor  $\mathbf{F}$  wird als Flussterm bezeichnet und beinhaltet die konvektiven Terme  $\rho \cdot \mathbf{v}$ , den diffusiven Anteil mit der Reibung  $\boldsymbol{\tau}$ , die Druckterme  $p$  und die Wärmeleitungsterme  $\lambda$ .

### 2.2.4 Strömungsmechanischer Verformungszustand

Durch zeitliche Beförderung eines Fluidteilchens von einem Punkt zu einem anderen Punkt wird das Fluidelement auch verformt. Für ein Fluidteilchen, welches in der Zeit  $dt$  von Punkt  $A$  nach Punkt  $A'$  bewegt wird, gilt der Verschiebungsvektor  $\mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot dt$ . Für ein anderes Fluidteilchen, welches in einer Entfernung  $d\mathbf{s}$  vom Punkt  $A$  liegt, gelte für eine Bewegung von Punkt  $B$  nach  $B'$  die Gleichung  $\mathbf{s} + d\mathbf{s} = (\mathbf{v} + d\mathbf{v}) \cdot dt$ . Wenn man die Geschwindigkeitskomponenten in die räumlichen Richtungen aufteilt, so gilt

$$\begin{aligned} u + du &= u + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \\ v + dv &= v + \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \\ w + dw &= w + \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Durch Umformung nach den relativen Geschwindigkeitskomponenten  $du$ ,  $dv$ ,  $dw$  und durch Einsetzen der Verformungsgeschwindigkeiten kann man die Gleichungen (2.33) wie folgt umwandeln

$$\begin{aligned} du &= (\dot{\epsilon}_x dx + \dot{\epsilon}_{xy} dy + \dot{\epsilon}_{xz} dz) + (\omega_y dz - \omega_z dy) \\ dv &= (\dot{\epsilon}_{yx} dx + \dot{\epsilon}_y dy + \dot{\epsilon}_{yz} dz) + (\omega_z dx - \omega_x dz) \\ dw &= (\dot{\epsilon}_{zx} dx + \dot{\epsilon}_{zy} dy + \dot{\epsilon}_z dz) + (\omega_x dy - \omega_y dx). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Für den Tensor der Verformungsgeschwindigkeiten gilt

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \dot{\epsilon} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

Für die Komponenten der Drehung gilt

$$\begin{aligned} \omega_x &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \omega_y &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \omega_z &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (2.36)$$

### 2.2.5 Spannungs–Verzerrungs–Beziehung

Im ersten Schritt wird der viskose Spannungstensor eingeführt, der die Spannungen an jedem Punkt im Fluid beschreibt. Durch Verknüpfung der Spannung mit den Verzerrungen gelingt es, die unbekanntenen Spannungen in den drei Impulserhaltungsgleichungen

und der Energieerhaltungsgleichung zu beschreiben. Die Spannungsmatrix lautet:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_z \end{pmatrix}. \quad (2.37)$$

Die Spannungsmatrix ist symmetrisch, es gelten die Beziehungen:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}. \quad (2.38)$$

Die sechs Spannungsgrößen werden mit den Komponenten der Geschwindigkeit durch folgende Formeln in Verbindung gesetzt:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \lambda \operatorname{div} \mathbf{v} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \\ \tau_{yy} &= \lambda \operatorname{div} \mathbf{v} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \\ \tau_{zz} &= \lambda \operatorname{div} \mathbf{v} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}, \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\boxed{\begin{aligned} \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \tau_{xz} = \tau_{zx} &= \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned}}. \quad (2.40)$$

Durch die Hypothese von STOKES wird eine Beziehung zwischen der Viskosität  $\mu$  und den Wärmeleitkoeffizienten  $\lambda$  hergestellt. Es gilt

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu. \quad (2.41)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (2.41) in die Gleichungen (2.39) folgt:

$$\boxed{\begin{aligned} \tau_{xx} &= -\frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \mathbf{v} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \\ \tau_{yy} &= -\frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \mathbf{v} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \\ \tau_{zz} &= -\frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \mathbf{v} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned}}. \quad (2.42)$$

Zur Bestimmung der weiteren Unbekannten sei hier der Vollständigkeit halber die Zustandsgleichungen, die den thermodynamischen Zustand eines beliebigen Stoffes beschreiben (vgl. MÜLLER [69]), erwähnt:

$$\boxed{p \cdot V = n \cdot R \cdot T}, \quad (2.43)$$

$$\boxed{de = c_v \cdot dT}, \quad (2.44)$$

$$\boxed{dh = c_p \cdot dT}. \quad (2.45)$$

Die Gleichung (2.43) lautet thermische Zustandsgleichung (vgl. THOMSEN [99]) und koppelt den Druck  $p$  mit dem Volumen  $V$ , der universellen Gaskonstante  $R$  und der Temperatur  $T$ . Mit dem Formelzeichen  $n$  wird die Stoffmenge beschrieben. Die Gleichungen (2.44) und (2.45) werden als kalorische Zustandsgleichungen bezeichnet. Es wird in den Gleichungen eine Beziehung zwischen der spezifischen Energie  $e$ , der spezifischen Wärmekapazität  $c_v$  und der Temperatur  $T$  bzw. zwischen der spezifischen Enthalpie  $h$ , der spezifischen Wärmekapazität  $c_p$  und der Temperatur  $T$  hergestellt. Mit den 14 umrahmten Gleichungen in diesem Kapitel können die 14 Unbekannten bestimmt werden.

### 2.2.6 Turbulenzmodell

Mit der Entwicklung der Grenzschichttheorie Anfang des 20. Jahrhunderts gelang es PRANDTL [79] die theoretische Hydrodynamik mit den in der Praxis auftretenden strömungsmechanischen Beobachtungen zu verbinden. Die starke Diskrepanz zwischen der klassischen Hydrodynamik und der Wirklichkeit entspringt der Vernachlässigung der Reibung in der Theorie (vgl. JUNGE [45] und SCHICHTLING [89]). Die Einführung der Viskosität von Fluiden und damit einhergehend die Beschreibung einer Grenzschicht an umströmenden Körpern lieferten Ergebnisse, die mit experimentellen Strömungsversuchen bestätigt werden konnten. Der Begriff der idealen Flüssigkeit musste fallengelassen werden, um die in der Wirklichkeit auftretenden Strömungen beschreiben zu können. SZABO [98] vergleicht das Fallenlassen der Mechanik der idealen Flüssigkeit mit dem Fallenlassen der Fiktion starrer Körper in der Strukturmechanik.

Mit der Einführung des REYNOLDSschen Ähnlichkeitsgesetzes gelang es REYNOLDS 1883 Umströmungen von zwei geometrisch ähnlichen Körpern gleichzusetzen. Doch nicht nur in der Beschreibung der Stromlinien zueinander fand die REYNOLDSzahl Anwendung, sondern auch in der experimentellen Strömungsmechanik, da man zur Bestimmung weiterer dimensionsloser Beiwerte unter Beachtung der REYNOLDSzahl das Messprogramm erheblich reduzieren konnte (SCHICHTLING [89]).

Die Beschreibung der turbulenten Grenzschicht mittels Turbulenzmodellen wird durch die Umwandlung der NAVIER–STOKES–Gleichungen in die REYNOLDS–gemittelten NAVIER–STOKES–Gleichungen (RANS) bewerkstelligt. So werden die vollständigen NAVIER–STOKES–Gleichungen über eine bestimmte Zeitspanne gemittelt. Es entstehen durch die Mittlung Mittelwerte der Strömungsparameter und dadurch neue Unbekannte in den Gleichungen, so dass mehr Unbekannte als Gleichungen existieren. Man spricht in diesem Fall von einem Schließungsproblem. Daher müssen zusätzliche Beziehungen hinzugefügt werden, die einen Zusammenhang zwischen den Schwankungsgrößen und den mittleren Strömungsparametern herstellen. Die entstehenden Gleichungen werden als Turbulenzmodelle bezeichnet.

Die Momentanwerte einer Strömungsgröße setzen sich aus einem zeitlichen Mittelwert und einer turbulenten Schwankung zusammen. Für die Strömungsgröße  $u$  bedeutet dies

$$u = \bar{u} + u'. \quad (2.46)$$

Es gilt

$$\bar{u} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot dt \quad (2.47)$$

und eine weitere Mittlung ergibt keine Veränderung, da

$$\overline{u'} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u' \cdot dt = 0 \quad (2.48)$$

gilt. Es gilt weiterhin, dass der Mittelwert des Produkts von Schwankungswerten mit einem Mittelwert sich zu Null ergibt:

$$\overline{u' \cdot \bar{u}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u' \cdot \bar{u} \cdot dt = 0. \quad (2.49)$$

Setzt man (2.39),(2.40) und (2.46) jeweils in die Gleichungen (2.19), (2.20), (2.21) ein, so erhält man nach Umformen

$$\begin{aligned} & \rho \cdot \left[ \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right] \\ &= \rho \cdot g_x - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \cdot \left[ \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right] - \rho \cdot \left[ \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u' \cdot v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u' \cdot w'}}{\partial z} \right], \\ & \rho \cdot \left[ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right] \\ &= \rho \cdot g_y - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \cdot \left[ \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right] - \rho \cdot \left[ \frac{\partial \overline{u' \cdot v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v' \cdot w'}}{\partial z} \right], \\ & \rho \cdot \left[ \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right] \\ &= \rho \cdot g_z - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \cdot \left[ \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right] - \rho \cdot \left[ \frac{\partial \overline{u' \cdot w'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v' \cdot w'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z} \right]. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Die Gleichungen (2.50) werden als REYNOLDSgleichungen bezeichnet. Im Vergleich zu den NAVIER-STOKES-Gleichungen enthalten sie zusätzliche Terme, die als REYNOLDSspannungen bekannt sind.

Die REYNOLDS-gemittelte Energiegleichung ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
& \rho \cdot c_p \cdot \left( \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right) \\
& = \lambda \left( \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} \right) \\
& - \rho \cdot c_p \left( \frac{\partial \overline{u'T'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'T'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'T'}}{\partial z} \right) \\
& + \mu \left[ 2 \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right)^2 \right. \\
& \left. + \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] + \Phi
\end{aligned} \tag{2.51}$$

mit der Dissipationsfunktion  $\Phi$

$$\begin{aligned}
\Phi & = 2 \cdot \mu \left[ \overline{\left( \frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2} + \overline{\left( \frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2} + \overline{\left( \frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2} \right] \\
& + \mu \overline{\left( \frac{\partial v'}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial y} \right)^2} + \mu \overline{\left( \frac{\partial w'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial z} \right)^2} + \mu \overline{\left( \frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2}.
\end{aligned}$$

Durch Einführung der REYNOLDSspannungen treten zusätzliche Unbekannte auf, ohne dass zusätzliche Gleichungen entstehen. Das Schließungsproblem muss durch halbempirische Beziehungen zwischen dem turbulenten Wärmestromtransport und dem mittleren Geschwindigkeits- und Temperaturfeld gelöst werden. Die zusätzlich eingeführten Gleichungen werden als Turbulenzmodelle bezeichnet.

Eine in der Praxis häufig angewendete Gruppe von Turbulenzmodellen werden unter dem Namen Wirbelviskositätsmodelle zusammengefasst. Dabei werden die Wirbelviskositätsmodelle unterschieden in

- Null-Gleichungsmodelle,
- Ein-Gleichungsmodelle und
- Zwei-Gleichungsmodelle.

Unterschieden werden die Modelle nach der Anzahl der Differentialgleichungen, die zur Berechnung der Wirbelviskosität herangezogen werden.

Die Grundlagen der Wirbelviskositätsmodelle gehen auf den Ansatz von BOUSSINESQ zurück, der postuliert, dass die REYNOLDSspannungen proportional zur Scherrate sind. Gemäß REYNOLDS gilt

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}. \tag{2.52}$$

Tabelle 2.1: Modellkoeffizienten

Koeffizienten	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\sigma_{ki}$	$\sigma_{\omega i}$
$i = 1$	0,5556	0,075	2	2
$i = 2$	0,44	0,0828	1	1,168

Die Variable  $k$  wird als turbulente kinetische Energie bezeichnet. Die Variable  $\nu_t$  wird als Wirbelviskosität bezeichnet und kann als Produkt eines turbulenten Geschwindigkeitsmaßes  $U_T$  mit einem turbulenten Längenmaß  $L_T$  angesehen werden (WALLIN [103]). Zur Berechnung des Geschwindigkeitsmaßes, turbulenten Längenmaßes und der Wirbelviskosität gibt es zahlreiche Methoden, die in der Literatur ausführlich beschrieben sind. An dieser Stelle sei auf LAUNDER und SPALDING [51], WILCOX [106] und MENTER [65], [66] verwiesen.

Zur Bestimmung des turbulenten Längenmaßes und Zeitmaßes wird in diesem Fall das SST-Modell nach MENTER verwendet. Das SST-Modell ist ein Zwei-Gleichungsmodell, welches die turbulente kinetische Energie  $k$  und die spezifische Dissipationsrate  $\omega$  berechnet. Die zwei Differentialgleichungen des SST-Modells lauten:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma_{k3} \mu_t \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta^* k \cdot \omega \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma_{\omega 3} \mu_t \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_3 \rho \omega^2 \\ + \underbrace{\left( 1 - F_1 \right) \frac{2 \rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}}_{CD_{k\omega}}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Durch Bestimmung der turbulenten kinetischen Energie  $k$  und der spezifischen Dissipation  $\omega$  lässt sich die Wirbelviskosität  $\nu_t$  nach Gleichung (2.55)

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \quad (2.55)$$

berechnen. In der Gleichung (2.54) ist die Produktionsrate  $P_k$  enthalten, die definiert ist als

$$P_k = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_j}. \quad (2.56)$$

Die Koeffizienten  $\alpha_3$ ,  $\beta_3$ ,  $\sigma_{k3}$  und  $\sigma_{\omega 3}$  werden durch lineare Kombination gemäß Gleichung (2.57) aus den Koeffizienten aus Tabelle 2.1 berechnet

$$\phi_3 = F_1 \cdot \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad \text{mit} \quad \phi_i = [\alpha_i, \beta_i, \sigma_{ki}, \sigma_{\omega i}]. \quad (2.57)$$

Die Blending-Funktion  $F_1$  ist ein „entscheidender Faktor für den Erfolg“ des Modells [2], da sie die Vorteile des  $k$ - $\epsilon$ -Modells und des  $k$ - $\omega$ -Modells in diesem Modell vereint. Der Wert  $F_1$  muss an der Wand Eins sein und sich außerhalb der Grenzschicht zu Null verringern und ist definiert als

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4) \quad (2.58)$$

mit

$$\tanh(\Phi_1^4) = \min \left( \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0,09 \omega y}; \frac{500\nu}{y^2\omega} \right); \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right). \quad (2.59)$$

Durch Modifizierung der Gleichung (2.55) zu

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; \Omega F_2)} \quad (2.60)$$

wird bei starkem Druckgradienten dem ungünstige Einfluss der Wirbelviskosität entgegengewirkt. Dabei gelte  $a_1 = 0,31$  als die Konstante von BRADSHAW. Des Weiteren wird die zweite Blending-Funktion  $F_2$  wie folgt definiert:

$$F_2 = \tanh(\Phi_2^2). \quad (2.61)$$

Die in der Gleichung enthaltene Variable  $\Phi_2$  wird mit

$$\Phi_2 = \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{0,09 \omega y}; \frac{500\nu}{y^2\omega} \right) \quad (2.62)$$

beschrieben.

## 2.2.7 Wandfunktion

Nach ROTTA [87] ist die turbulente Strömung in Wandnähe in folgende Bereiche unterteilt:

- Viskose Wandschicht,
- Logarithmische Schicht und
- Turbulente Kernströmung.

Eine graphische Darstellung der Wandströmung zeigt Abbildung 2.5. In der viskosen Wandschicht überwiegt der Einfluss der Viskosität, die Strömung ist in dem innersten Bereich laminar (2.63a). Weiter entfernt von der Wand befindet sich die logarithmische Schicht, in der die Turbulenzeffekte stärker werden und die molekulare Viskosität mit

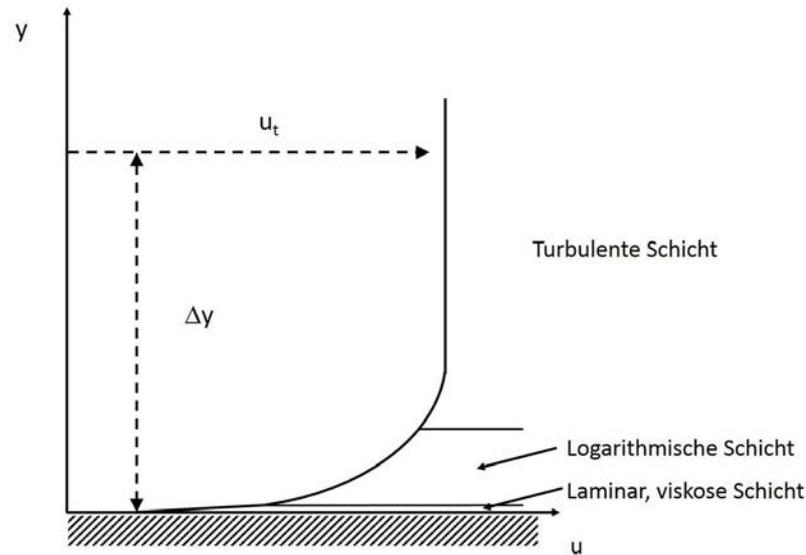


Abbildung 2.5: Geschwindigkeitsprofil in wandnaher Region [2]

der Turbulenz gleichbedeutend ist (2.63b). Die vollturbulente Schicht wird durch die REYNOLDSSchen Spannungen beeinflusst (2.63c).

$$y^+ = \begin{cases} u^+ & 0 \leq y^+ \leq 5 & (2.63a) \\ u^+ e^{-\kappa C} \left( e^{\kappa u^+} - 1 - u^+ \kappa - \frac{(u^+ \kappa)^2}{2!} - \frac{(u^+ \kappa)^3}{3!} \right) & 5 \leq y^+ \leq 30 & (2.63b) \\ e^{(u^+ - C)\kappa} & 30 - 60 \leq y^+ & (2.63c) \end{cases}$$

Der Konstanten  $\kappa$  und  $C$  wurden u.a. von NIKURADSE [71] zu

$$\kappa = 0,4$$

$$C = 5,5$$

bestimmt. Um den Wandabstand quantifizieren zu können, wird der normierte Wandabstand  $y^+$  und die normierte Geschwindigkeit  $u^+$  eingeführt. Es gelte:

$$u^+ = \frac{|u|}{u_\tau} \quad (2.64)$$

$$y^+ = \frac{\rho \cdot u_\tau \cdot y_P}{\mu} \quad (2.65)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_\omega}{\rho}}. \quad (2.66)$$

Es wird die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_\tau$  eingeführt, die in (2.66) definiert ist. Die Erkenntnis um die logarithmische Geschwindigkeitsverteilung in Wandnähe ermöglicht die Modellierung der Geschwindigkeit an der Wand. Dazu wird zwischen zwei Methoden unterschieden:

- Wall–function Methode und
- Low–REYNOLDS Number Methode ( $\text{Re} \leq 1 \cdot 10^5$ ).

Bei der Wall–function Methode werden empirische Formeln eingesetzt, um die wandnahe Strömung zu modellieren. Dabei wird die Grenzschicht nicht aufgelöst, so dass durch die Grobheit der Vernetzung Rechenzeit gespart wird. Im Gegensatz dazu wird die Grenzschicht durch die Low–REYNOLDS Number Methode fein aufgelöst und dadurch die Details des Grenzschichtprofils. Nach SALIM et al. [88] kann der Wert  $y^+$  als Wahlkriterium für die Gittererstellung genommen werden. Hierbei ist es ausreichend, lediglich die turbulente Schicht aufzulösen. Auch zeigten SALIM et al. in [88] eine Verschlechterung der Genauigkeit bei Auflösung der logarithmischen Schicht. Erst bei weiterer Verfeinerung und Auflösung der viskosen Unterschicht zeigten sich wieder Verbesserungen in der Genauigkeit. Für die Standardwandfunktionen sollte der Wert  $y^+$  des nächsten Gitterpunktes zur Wand im Bereich zwischen 30 und 300 liegen. Bei der Low–REYNOLDS–Number Methode wird ein Wert für  $y^+$  gleich Eins empfohlen [2].

## 2.3 Fluid–Struktur–Interaktion

### 2.3.1 Die Arbitrary–LAGRANGE–EULERSCHE–Betrachtungsweise

Die LAGRANGESche Betrachtungsweise, in der sich das Gitter mit dem Körper bewegt, wird zum Lösen von Problemstellungen in der Strukturmechanik genutzt. Die Wahl der LAGRANGESchen Betrachtungsweise gilt als sehr ökonomisch und die Genauigkeit der Lösungen am Rand ist sehr hoch (SOULI [92]). Die LANGRANGESche Betrachtungsweise ist jedoch nur weitestgehend sinnvoll unter der Annahme, dass die auftretenden Deformationen gering sind, so dass die Verzerrungen des Gitters nicht zu groß werden und zu Ungenauigkeiten sowie numerischen Instabilitäten führen. Die EULERSche Betrachtungsweise, in der das Gitter ortsfest ist, wird grundsätzlich zur Problemlösung in der Fluidmechanik herangezogen. Durch das ortsfeste Gitter wird das Problem der Gitterverformung umgangen, es entstehen jedoch komplexe konvektive Terme, die den Transport des Fluids durch das Gitter beschreiben. Dies geht auch mit einer erhöhten Rechenzeit einher.

Die LAGRANGESche Betrachtungsweise im gesamten Raum zu nutzen, ist nicht sinnvoll, da die Deformation des gesamten Fluids und der Festkörper große Probleme mit sich bringen. Die EULERSche Betrachtungsweise im gesamten Raum zu implementieren erscheint nicht minder sinnvoll, da im Strukturfeld Rechenungenauigkeiten entstehen. Ein sinnvoller Lösungsansatz wäre die Nutzung der LAGRANGESchen Betrachtungsweise im Strukturfeld und die EULERSche Betrachtungsweise im Fluidraum. Die beiden Gebiete werden durch Einführung eines Koppelalgorithmus miteinander verbunden.

Um an den Rändern zwischen den zwei Gebieten die Bewegung und eine Gitterbewegung im Fluidgebiet beschreiben zu können, so dass die Bewegung der Interfaces nicht zu großen Deformationen des Gitters im Fluidfeld führt, wird für den Fluidraum die Arbitrary–Langrangesche–Eulersche Betrachtungsweise eingeführt. Die Arbitrary–Langrange–Eulersche Betrachtungsweise kombiniert die positiven Eigenschaften der LAGRANGEN und EULERSchen Betrachtungsweise (DONEA [22], [23]).

Es wird ein Referenzkoordinatensystem  $\mathbf{R}_\chi$  eingeführt mit den Referenzpunkten  $\chi$ . Damit wird eine Verschiebung des Gebiets mit einer anderen Geschwindigkeit als das des Materials ermöglicht, ohne die Lösung zu verändern. Um die Referenzkonfiguration in die materielle oder räumliche Konfiguration zu transformieren, bedarf es einer Abbildungsvorschrift, die wie folgt heißen:

$$\begin{aligned} \Phi : \mathbf{R}_\chi \times [t_0, t_{final}[ &\longrightarrow \mathbf{R}_\mathbf{x} \times [t_0, t_{final}[ \\ (\chi, t) &\longmapsto \Phi(\chi, t) = (\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (2.67)$$

bzw.

$$\begin{aligned} \Psi^{-1} : \mathbf{R}_\mathbf{x} \times [t_0, t_{final}[ &\longrightarrow \mathbf{R}_\chi \times [t_0, t_{final}[ \\ (\mathbf{X}, t) &\longmapsto \Psi^{-1}(\mathbf{X}, t) = (\chi, t). \end{aligned} \quad (2.68)$$

Die Gleichung (2.67) beschreibt die Abbildungsvorschrift, welche die Referenzkoordinaten in räumliche Koordinaten transformiert. Daher beschreibt  $\mathbf{R}_\mathbf{x}$  die materielle Konfiguration mit den räumlichen Koordinaten  $\mathbf{x}$ . Die Gleichung (2.68) hingegen beschreibt die Transformation der materiellen Koordinaten in Referenzkoordinaten. Zur Beschreibung der materiellen Koordinaten steht an dieser Stelle  $\mathbf{X}$  mit der materiellen Konfiguration  $\mathbf{R}_\mathbf{x}$ . Die Transformation der materiellen Koordinaten  $\mathbf{X}$  in die räumlichen Koordinaten  $\mathbf{x}$  erfolgt auf folgende Weise:

$$\begin{aligned} \varphi : \mathbf{R}_\mathbf{x} \times [t_0, t_{final}[ &\longrightarrow \mathbf{R}_\mathbf{x} \times [t_0, t_{final}[ \\ (\mathbf{X}, t) &\longmapsto \varphi(\mathbf{X}, t) = (\mathbf{x}, t). \end{aligned} \quad (2.69)$$

Die Bewegung  $\varphi$  kann wie folgt definiert werden:

$$\varphi = \Phi \cdot \Psi^{-1}. \quad (2.70)$$

In Abbildung 2.6 ist die Transformation der unterschiedlichen Betrachtungsweisen sowie der Zusammenhang in Gleichung (2.70) graphisch dargestellt. Die Gradienten von  $\varphi$ ,  $\Phi$  und  $\Psi$  lauten

$$\frac{\partial \varphi}{\partial(\mathbf{X}, t)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} & \mathbf{v} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (2.71)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial(\chi, t)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \chi} & \hat{\mathbf{v}} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (2.72)$$

$$\frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial(\mathbf{X}, t)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \chi}{\partial \mathbf{X}} & \mathbf{w} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (2.73)$$

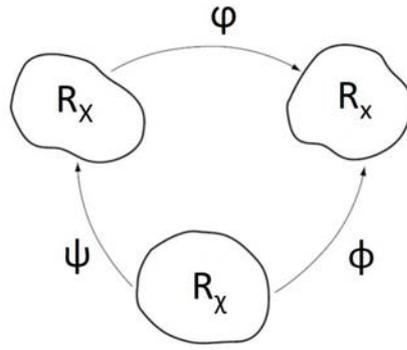


Abbildung 2.6: Transformation der unterschiedlichen Betrachtungsweisen [22]

mit

$$\mathbf{v}(\mathbf{X}, t) = \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}} \quad (2.74)$$

$$\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{X}, t) = \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}} \quad (2.75)$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{X}, t) = \left. \frac{\partial \boldsymbol{\chi}}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}}. \quad (2.76)$$

Die Geschwindigkeit  $\mathbf{w}$  beschreibt die Partikelgeschwindigkeit im Referenzgebiet, wohingegen die Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  die Materialgeschwindigkeit beschreibt und  $\hat{\mathbf{v}}$  die Referenzpunktgeschwindigkeit. Leitet man die Gleichung (2.70) ab und setzt die Gleichungen (2.74) bis (2.76) ein, so erhält man aus der Matrixgleichung

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} & \mathbf{v} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \boldsymbol{\chi}} & \hat{\mathbf{v}} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\chi}}{\partial \mathbf{X}} & \mathbf{w} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

das Verhältnis

$$\mathbf{v} = \hat{\mathbf{v}} + \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \boldsymbol{\chi}} \cdot \mathbf{w}. \quad (2.78)$$

Die Differenz zwischen den Geschwindigkeiten  $\mathbf{v}$  und  $\hat{\mathbf{v}}$  wird als konvektive Geschwindigkeit  $\mathbf{c}$  bezeichnet. Die Gleichung lautet:

$$\mathbf{c} := \mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \boldsymbol{\chi}} \cdot \mathbf{w}. \quad (2.79)$$

Die konvektive Geschwindigkeit  $\mathbf{c}$  beschreibt die Partikelgeschwindigkeit, welche relativ zur Netzbewegung im räumlichen Gebiet  $\mathbf{R}_{\mathbf{x}}$  ist. Um die ALEsche Betrachtungsweise zu implementieren, wird die konvektive Geschwindigkeit  $\mathbf{c}$  in den konvektiven Term der Erhaltungsgleichungen eingesetzt, so dass die Gittergeschwindigkeit  $\hat{\mathbf{v}}$  mit berücksichtigt wird. Da dieser Schritt nicht ausführlich erläutert wird, sei an dieser Stelle auf einschlägige Literatur verwiesen wie z.B. SOULI [92], DONEA [22], [23] und DUNNE [25].

### 2.3.2 Das partitionierte Lösungsverfahren

Zur Kopplung der beiden Teilgebiete stehen unterschiedliche Möglichkeiten zur Auswahl, auf die hier nicht näher eingegangen wird. An dieser Stelle sei u. a. auf BUNGARTZ et al. [10], [11] und DONEA [22], [23] verwiesen. Allen Kopplungsstrategien ist aber gemein, dass am Kopplungsinterface die Erhaltungsgleichungen der Masse, Impuls und Energie erfüllt sein müssen, so dass das partitionierte Lösungsverfahren die gleiche Lösung wie eine monolithische Berechnung des Gesamtsystems besitzt. Daraus ergibt sich die Forderung nach den sogenannten kinematischen und dynamischen Kontinuitätsbedingungen (DONEA [22], [23]).

Die kinematische Kontinuitätsbedingung fordert eine Übereinstimmung aller kinematischen Größen – Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen – am Interface. Es gilt

$$\begin{aligned}d_S &= d_F \\v_S &= v_F \\a_S &= a_F\end{aligned}$$

für feste Wände (“no-slip“-Bedingung). Dies muss für beide Partitionen zu jedem Zeitschritt gelten. Die dynamischen Kopplungsbedingungen besagen, dass die Kontinuitätsforderungen der Spannungen am Interface gewährleistet sein müssen. Es gilt

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_S = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_F,$$

so dass das dynamische Gleichgewicht aller Kräfte am Interface erhalten bleibt. Die mechanischen Überlegungen und die daraus abgeleiteten Übergangsbedingungen können als DIRICHLET-NEUMANN-Methode bezeichnet werden. Für das Fluidgebiet wird die Geometrieänderung der Strukturoberfläche als DIRICHLET-Randbedingung interpretiert. Auf das Strukturgebiet werden die berechneten Drücke und viskosen Spannungen am Kopplungsinterface als NEUMANN-Randbedingung aufgebracht. Die Erfüllung der beiden genannten Bedingungen erreicht man durch iterativ gestaffelte Berechnungsabläufe, in der sequentiell die Teilgebiete gelöst werden und die Lösungsinformation auf das andere Teilgebiet übertragen wird. Dabei werden die Teilgebiete zu den gleichen Zeitschritten gelöst. Zu jedem Zeitschritt werden die Lösungsinformationen mehrfach iterativ berechnet und auf das jeweilig andere Teilgebiet übertragen. Die Iteration pro Zeitschritt wird beendet, wenn die Lösungen in den beiden Teilgebieten konvergieren. Eine alternative Methode ist eine einfach gestaffelte Kopplung, in der die Lösung eines Teilgebiets auf das andere einmalig übertragen wird. Diese Methode der Kopplungsstrategie führt „in der Regel auf Grund der nicht exakt erfüllten Kontinuitätsbedingung zu einer Reduktion der Genauigkeit“ (MOK [68]). In Abbildung 2.7 erkennt man auf der linken Seite die Darstellung des Berechnungsablaufs für eine einfach sequentiell gestaffelte Kopplung, auf der rechten Seite ist der Berechnungsablauf für eine iterativ gestaffelte Kopplung dargestellt. Im weiteren Verlauf werden die Berechnungen,

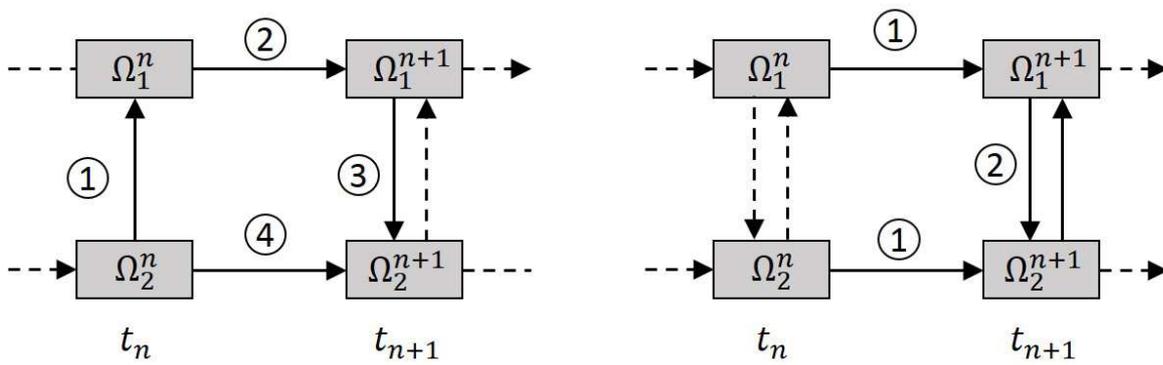


Abbildung 2.7: Einfach gestaffeltes Verfahren (links), iterativ gestaffeltes Verfahren (rechts)

in denen eine Fluid-Struktur-Interaktion relevant ist, mit einer iterativ gestaffelten Kopplung durchgeführt.



# Kapitel 3

## Diskretisierung

Für die in Kapitel 2 hergeleiteten nichtlinearen Differentialgleichungssysteme zur Beschreibung des Strukturverhaltens und des Verhaltens der Fluide lassen sich im Allgemeinen keine analytischen Lösungen finden, so dass man andere Lösungswege suchen musste und seit etwa 1950 erste Erfolge erzielte, die NAVIER–STOKES–Gleichungen durch numerische Verfahren zu lösen (vgl. MARTIN [62]). So lassen sich numerische Verfahren in der heutigen Zeit mittels computergestützter Hilfe lösen. Um die kontinuierliche Beschreibung der Differentialgleichungen für den Computer nutzbar zu machen, ist es notwendig, diese in eine diskrete Formulierung zu überführen (vgl. LAURIEN et al. [52]). Dazu wird das kontinuierliche Modell in eine diskrete Darstellung umgewandelt, die auf Netz- und Gitterpunkten und den dazwischen liegenden Zellen basiert.

Es wird in diesem Kapitel zunächst beschrieben, wie die strukturmechanischen Differentialgleichungen mittels des Prinzips der virtuellen Verrückungen in die schwache Formulierung umgewandelt werden, so dass mit Hilfe der Methode der finiten Elemente die Differentialgleichungen im Ort semidiskretisiert werden. Weitere ausführlichere Darstellungen der Semi–Diskretisierung finden sich u.a. in BATHE [7], HUGHES [43] und KNOTHE et al. [46]. Im weiteren Verlauf des Kapitels erfolgt die Beschreibung der Diskretisierung im Ort für die partiellen Differentialgleichungen des strömungsmechanischen Modells. Dies geschieht mittels der Finiten–Volumen–Methode. Hierzu finden sich exemplarisch ausführlichere Angaben in BAUMANN et al. [8], FERZIGER [29], LAURIEN et al [52], LECHELER [53], MALCHAREK [54], MARTIN [62] und WENDT [105]. Abgeschlossen wird das Kapitel mit der Beschreibung der Semi–Diskretisierung in der Zeit sowohl für das strukturmechanische als auch für das strömungsmechanische Modell. Hier ist die Herleitung angelehnt an APEL [4] und HUGHES [43].

### 3.1 Das Prinzip der virtuellen Verrückungen

Das Prinzip der virtuellen Verrückungen spielt in der Finiten–Elemente–Methode eine wichtige Rolle, da sie die Grundlage zur Bildung finiter Weggrößenmodelle ist. Es

wird ein virtueller Verschiebungszustand eingeführt, der mit dem wirklichen Verschiebungszustand überlagert wird. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen besagt, dass die Summe der geleisteten Arbeiten durch äußere und innere Kräfte gleich Null ist.

Ausgangslage ist die Gleichung (2.8). Es gilt

$$\mathbf{D}_g \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{p} - \rho \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad \text{im Bereich } B \quad (3.1)$$

und

$$-\boldsymbol{\sigma}_s + \boldsymbol{\sigma}_S = \mathbf{0} \quad \text{auf dem Rand } S_\sigma. \quad (3.2)$$

Die Gleichung (3.2) stellt die Schnittkrafttrandbedingung dar, in der die vorgegebenen Randschnittkräfte  $\boldsymbol{\sigma}_S$  als bekannt angenommen werden. Mit Hilfe des Integralsatzes, der

$$\int_V \boldsymbol{\sigma}^T (\mathbf{D}_{\epsilon u} \delta \mathbf{u}) dV + \int_V \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{D}_g \boldsymbol{\sigma}) dV = \oint_S \delta \mathbf{u}_s \boldsymbol{\sigma}_s dS \quad (3.3)$$

lautet, lässt sich die Herleitung der schwachen Formulierung übersichtlicher darstellen. Den Beweis des Integralsatzes findet man in KNOTHE [46]. Durch Multiplikation der Verschiebungszustände  $\delta \mathbf{u}$  und  $\delta \mathbf{u}_S$ , die den Charakter von Gewichtsfunktionen haben, und durch Bildung eines Integralmittels erhält man aus einer punktwisen Aussage eine Mittelwertaussage. Wenn  $\boldsymbol{\sigma}$  die Gleichungen (3.1) und (3.2) erfüllt, gilt

$$\int_V \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{D}_g \boldsymbol{\sigma}) dV + \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{p} dV - \int_V \delta \mathbf{u}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_{S_\sigma} \delta \mathbf{u}_S^T (-\boldsymbol{\sigma}_s + \boldsymbol{\sigma}_S) dS = \mathbf{0} \quad (3.4)$$

für jeden virtuellen Verschiebungszustand als erfüllt. Mit Hilfe der Gleichung (3.3) lässt sich die Gleichung (3.4) wie folgt umformen:

$$\begin{aligned} & - \int_V \boldsymbol{\sigma}^T (\mathbf{D}_{\epsilon u} \delta \mathbf{u}) dV + \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{p} dV - \int_V \delta \mathbf{u}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_{S_\sigma + S_u} \delta \mathbf{u}_s^T \boldsymbol{\sigma}_s dS \\ & + \int_{S_\sigma} \delta \mathbf{u}_S^T (-\boldsymbol{\sigma}_s + \boldsymbol{\sigma}_S) dS = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Beim Gesamtrand  $\mathbf{S}$  handelt es sich um eine Zusammensetzung aus dem Verschiebungsrund  $\mathbf{S}_u$  und dem Krafttrand  $\mathbf{S}_\sigma$ . Durch Aufteilung des Integrals in die zwei Anteile und Umformen ergibt sich folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} & \int_V \boldsymbol{\sigma}^T (\mathbf{D}_{\epsilon u} \delta \mathbf{u}) dV - \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{p} dV + \int_V \delta \mathbf{u}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV - \int_{S_\sigma} \delta \mathbf{u}_S^T \boldsymbol{\sigma}_S dS \\ & + \underbrace{\int_{S_\sigma} [\delta \mathbf{u}_S - \delta \mathbf{u}_s]^T \boldsymbol{\sigma}_s dS}_{\textcircled{1}} - \underbrace{\int_{S_u} \delta \mathbf{u}_s^T \boldsymbol{\sigma}_s dS}_{\textcircled{2}} = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Nun kann die Gleichung (3.6) in zwei Schritten vereinfacht werden. Betrachtet man den Randabschnitt  $\mathbf{S}_\sigma$ , so wird gefordert, dass der virtuelle Randverschiebungszustand  $\delta \mathbf{u}_s$  gleich dem Randwert des virtuellen Verschiebungszustandes des Bereiches  $\mathbf{B}$  sei. Somit verschwindet der Term (1) zu Null. Im zweiten Schritt fordern wir, dass

$$\delta \mathbf{u}_s = \mathbf{0} \quad \text{auf} \quad \mathbf{S}_u$$

sei. Der virtuelle Verschiebungszustand auf dem Randabschnitt  $\mathbf{S}_u$  sei gleich Null. Somit verschwindet der Term (2) und die Gleichung (3.6) kann umgeformt werden zu

$$\int_V \delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV + \int_V \delta \mathbf{u}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV = \int_{S_\sigma} \delta \mathbf{u}_s^T \boldsymbol{\sigma}_S dS + \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{p} dV \quad (3.7)$$

mit

$$\delta \boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{D}_{\epsilon u} \cdot \delta \mathbf{u}.$$

Das linke Integral beschreibt die virtuelle Formänderungsenergie, während die Integrale auf der rechten Seite die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte darstellen.

## 3.2 Semi-Diskretisierung im Raum

### 3.2.1 Die Finite-Elemente-Methode

Mit der Semi-Diskretisierung im Raum lässt sich die Differentialgleichung numerisch lösen. So kann mit Hilfe rechnergestützter Systeme ein Modell zur Berechnung der unbekanntenen Verschiebungen erstellt werden. Zunächst wird die Integralform der Differentialgleichung betrachtet:

$$\int_V \delta \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{D}_{\epsilon u}^T \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}_{\epsilon u} dV + \int_V \delta \mathbf{u}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV = \int_{S_\sigma} \delta \mathbf{u}_s^T \boldsymbol{\sigma}_S dS + \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{p} dV. \quad (3.8)$$

Nach Umformulierung der Differentialgleichung in die Integralform werden für die Verschiebungen Ansatzfunktionen eingeführt. Zuvor wird die elementweise Betrachtungsweise formuliert. Sie lautet:

$$\sum_{e=1}^n \left( \int_{V_e} \delta \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{D}_{\epsilon u}^T \mathbf{E} \mathbf{D}_{\epsilon u} dV + \int_{V_e} \delta \mathbf{u}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV - \int_{S_{\sigma e}} \delta \mathbf{u}_s^T \mathbf{p}_S dS - \int_{V_e} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{p} dV - \underbrace{\int_{S_{ue}} \delta \mathbf{u}_s^T \mathbf{a} dS}_{\textcircled{A}} \right) = 0. \quad (3.9)$$

Durch Freischneiden an den Elementrändern entstehen unbekanntene Randschnittkräfte, die als zusätzlicher Term (A) mit in die Verschiebungsgleichung einfließen. Es werden für

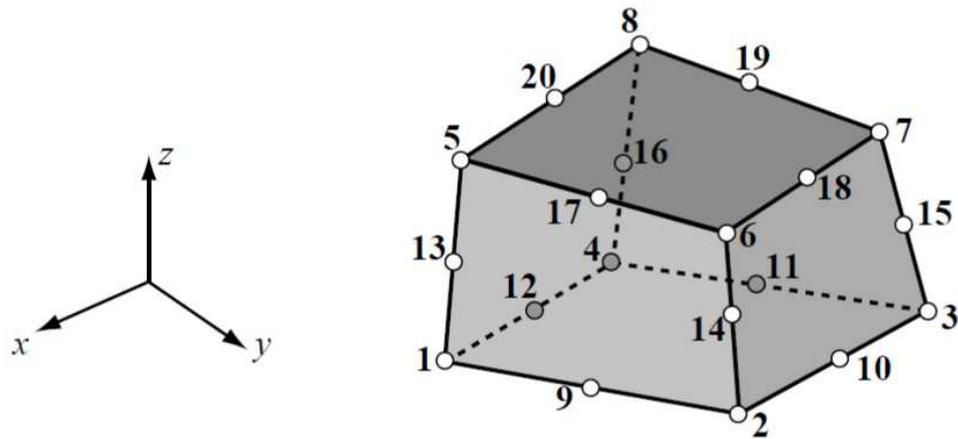


Abbildung 3.1: 20-Knoten Hexaederelement [28]

die Verschiebungen Ansatzfunktionen eingeführt, die elementweise definiert sind. Über die Zulässigkeit von Ansatzfunktionen wird in dieser Arbeit nicht näher eingegangen. Hier wird auf einschlägige Literatur verwiesen. Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass für die vorliegende Arbeit ein dreidimensionales Hexaederelement mit 20 Knoten verwendet wird, welches in Abbildung 3.1 dargestellt ist. Die Ansatzfunktion lautet:

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{V}_u(\xi, \eta, \mu) \cdot \mathbf{u}_e. \quad (3.10)$$

Die Matrix  $\mathbf{V}_u(\xi, \eta, \mu)$  wird als Verschiebungsinterpolationsmatrix bezeichnet und beinhaltet die Ansatzfunktionen, während der Vektor  $\mathbf{u}_e$  die Verschiebungen an den Elementknoten beschreibt. Das Hexaederelement besitzt Knoten in den Ecken und zusätzlich in den Mittelpunkten der Kanten. Die Ansatzfunktionen für die Eckknoten sind wie folgt definiert:

$$N_i^{(e)} = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \mu\mu_i)(\xi\xi_i + \eta\eta_i + \mu\mu_i - 2). \quad (3.11)$$

Für die Mittelknoten  $i = 9, 11, 17, 19$  lauten die Ansatzfunktionen:

$$N_i^{(e)} = \frac{1}{4}(1 - \xi^2)(1 + \eta\eta_i)(1 + \mu\mu_i), \quad (3.12)$$

für die Mittelknoten  $i = 10, 12, 18, 20$

$$N_i^{(e)} = \frac{1}{4}(1 - \eta^2)(1 + \xi\xi_i)(1 + \mu\mu_i) \quad \text{und} \quad (3.13)$$

für die Mittelknoten  $i = 13, 14, 15, 16$

$$N_i^{(e)} = \frac{1}{4}(1 - \mu^2)(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i). \quad (3.14)$$

Für  $\xi, \eta$  und  $\mu$  gilt

$$-1 \leq \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \mu \end{bmatrix} \leq 1. \quad (3.15)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (3.10) in (3.9) folgt:

$$\boxed{\sum_{e=1}^n \delta \mathbf{u}_e^T (\mathbf{M}_e \cdot \ddot{\mathbf{u}}_e + \mathbf{K}_e \cdot \mathbf{u}_e - \mathbf{p}_e - \mathbf{p}_{S_e} - \mathbf{a}_e) = \mathbf{0}} \quad (3.16)$$

mit

$$\mathbf{M}_e = \int_{V_e} \rho \mathbf{V}_u^T(\xi, \eta, \mu) \mathbf{V}_u(\xi, \eta, \mu) dV \quad (3.17)$$

$$\mathbf{K}_e = \int_{V_e} \mathbf{V}_{eu}^T(\xi, \eta, \mu) \mathbf{E} \mathbf{V}_{eu}(\xi, \eta, \mu) dV \quad (3.18)$$

$$\mathbf{p}_e = \int_{V_e} \mathbf{V}_u^T(\xi, \eta, \mu) \mathbf{p} dV \quad (3.19)$$

$$\mathbf{p}_{S_e} = \int_{S_\sigma} \mathbf{V}_{us}^T(\xi, \eta, \mu) \mathbf{p}_S dS \quad (3.20)$$

$$\mathbf{a}_e = \int_{S_\sigma} \mathbf{V}_{us}^T(\xi, \eta, \mu) \mathbf{a} dS. \quad (3.21)$$

Des Weiteren gilt

$$\mathbf{V}_{eu} = \mathbf{D}_{eu} \cdot \mathbf{V}_u. \quad (3.22)$$

Die Gleichung (3.16) wird als Matrizendifferentialgleichung bezeichnet. Wenn die Ansatzfunktionen  $N_i^{(e)}(\xi, \eta, \mu)$  zum Vektor

$$\mathbf{N}^T = \left( N_1^{(e)} \quad N_2^{(e)} \quad N_3^{(e)} \quad \dots \quad N_{18}^{(e)} \quad N_{19}^{(e)} \quad N_{20}^{(e)} \right) \quad (3.23)$$

zusammengefasst werden, kann die Verschiebungsinterpolationsmatrix  $\mathbf{V}_u(\xi, \eta, \mu)$  wie folgt dargestellt werden:

$$\mathbf{V}_u(\xi, \eta, \mu) = \begin{bmatrix} \mathbf{N}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{N}^T \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

Die Ansatzfunktionen sind abhängig von lokalen  $\xi, \eta, \mu$ -Koordinaten, so dass die Differentiale aus dem Differentialoperator  $\mathbf{D}_{eu}$  durch Zuhilfenahme der Kettenregel umge-

formt werden können. Sie lauten:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \mu}, \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \mu}, \\ \frac{\partial}{\partial z} &= \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \mu}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \mu}.\end{aligned}\tag{3.25}$$

Zur Berechnung des Flächenrandvektors wird analog zur Ermittlung der Volumenintegrale die Matrix  $\mathbf{V}_{us}(\xi, \eta, \mu)$  benötigt. Diese Matrix enthält wie die Verschiebungsinterpolationsmatrix  $\mathbf{V}_u(\xi, \eta, \mu)$  Ansatzfunktionen mit deren Hilfe die Randlast approximiert wird. An dieser Stelle wird nicht näher darauf eingegangen und auf einschlägige Literatur verwiesen. Die lokalen Matrizen  $(\dots)_e$  werden über alle Elemente zu globalen Matrizen aufsummiert. Dieser Vorgang wird Assemblieren genannt.

Zur Beschreibung der Dämpfung wird die RAYLEIGH-Dämpfung angesetzt (vgl. ESOCAET [27]). Es gelte für die Dämpfungsmatrix  $\mathbf{C}$

$$\mathbf{C} = \alpha \cdot \mathbf{M} + \beta \cdot \mathbf{K}.\tag{3.26}$$

Die Terme  $\alpha$  und  $\beta$  werden als RAYLEIGH-Koeffizienten bezeichnet. Nach erfolgtem Assemblieren lautet die Matrizendifferentialgleichung:

$$\boxed{\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{R}}\tag{3.27}$$

mit den Matrizen

$$\mathbf{M} = \sum_e^n \mathbf{M}_e, \quad \mathbf{K} = \sum_e^n \mathbf{K}_e,\tag{3.28}$$

und dem Vektor

$$\mathbf{R} = \sum_e^n \mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{Se} + \mathbf{a}_e.\tag{3.29}$$

## 3.2.2 Die Finite-Volumen-Methode

### 3.2.2.1 Das Kontrollvolumen

Durch die Finite-Volumen-Methode wird ein kontinuierliches, räumliches Strömungsgebiet durch ein numerisches Gitter diskretisiert. Das entstandene Gitter wird genutzt, um finite Volumen zu erstellen, in denen die Erhaltungsgleichungen in integraler Form gelöst werden. Die relevanten physikalischen Lösungsvariablen und Fluideigenschaften

werden an den Gitterpunkten berechnet. Ein Kontrollvolumen wird um jeden Gitterpunkt errichtet, indem die Elementschwerpunkte der um den Knoten anliegenden Elemente miteinander verbunden werden.

Ausgangspunkt sind die Erhaltungsgleichungen in integraler Form, die sich aus den Gleichungen (2.30a), (2.30b) und (2.30c) ableiten. Unter Vernachlässigung der Wärmeleitungsterme  $\lambda$  und unter Aufteilung des Flussvektors in die einzelnen Anteile lauten die Gleichungen wie folgt:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \, dV + \int_A \rho \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dA = 0 \quad (3.30a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \mathbf{v} \, dV + \int_A \rho \cdot \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dA \\ &= - \int_A p \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} \, dA + \int_A \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} \, dA + \int_V \rho \mathbf{b} \, dV \end{aligned} \quad (3.30b)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho e_{tot} \, dV + \int_A \rho \cdot \mathbf{v} \left( h + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{v}^2 \right) \cdot \mathbf{n} \, dA \\ &= \int_A \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dA + \int_V \rho \mathbf{b} \cdot \mathbf{v} \, dV + \int_V \rho \cdot \dot{q}_S \, dV. \end{aligned} \quad (3.30c)$$

Die Variablen  $V$  und  $A$  stehen für das Kontrollvolumen und die Oberflächen der Kontrollvolumen. Der Vektor  $\mathbf{n}$  beschreibt die Normalenrichtung der jeweiligen Oberflächen des Kontrollvolumens und richtet sich weg vom Volumen. Die in den obigen Gleichungen stehenden Volumen- und Flächenintegrale werden im ersten Schritt approximiert. Die drei Gleichungen können in einer allgemeineren Form beschrieben werden, die als allgemeine Transportgleichungen die Variable  $\phi$  als Platzhalter für beliebige Variablen der verschiedenen Erhaltungsgleichungen enthält. Die allgemeine Transportgleichung lautet:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \phi \, dV + \int_A \phi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dA = \int_A \Gamma \nabla \phi \cdot \mathbf{n} \, dA + \int_V q_\phi \, dV. \quad (3.31)$$

Darin bezeichnet der Term  $\Gamma$  den Diffusionskoeffizient und die Variable  $q_\phi$  umfasst alle Quellterme. Die Volumenintegrale berechnen sich aus der Summe der Teilvolumen und die Flächenintegrale über die gesamte Fläche  $A$  des Teilvolumens. Der Quellterm berechnet sich aus dem Quellwert  $q_P$  des Zellmittelpunkts  $P$  multipliziert mit dem Kontrollvolumen  $\Delta V$ . Es gelte:

$$\int_V q_\phi \, dV \approx q_P \cdot \Delta V. \quad (3.32)$$

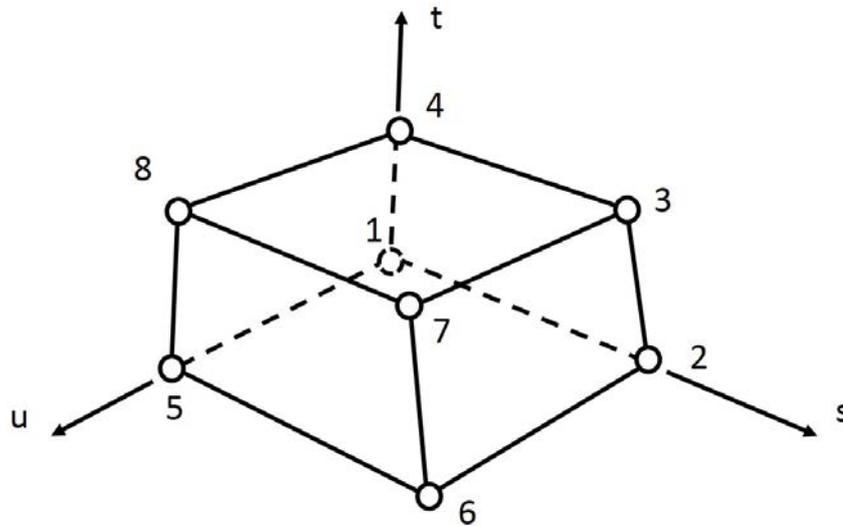


Abbildung 3.2: Hexaeder-Element

### 3.2.2.2 Formfunktionen

Um die gespeicherten Lösungsvariablen in den Knoten auf die Zentren der Kontrollflächen bzw. Integrationspunkten zu projizieren, werden Formfunktionen eingeführt, die die Variation von Variablen, die mit dem Term  $\phi$  definiert werden, als

$$\phi = \sum_{i=1}^{N_{node}} N_i \phi_i \quad (3.33)$$

definieren. Die Summation erfolgt über alle Knoten eines Elements. Dabei ist  $N_i$  die Formfunktion für den Knoten  $i$  und  $\phi_i$  der Wert von  $\phi$  am Knoten  $i$ . Für Hexaeder-Elemente, die in dieser Berechnung benutzt werden, lauten die Formfunktionen für die anliegenden Knoten:

$$\begin{aligned} N_1(s, t, u) &= (1 - s) (1 - t) (1 - u) \\ N_2(s, t, u) &= s (1 - t) (1 - u) \\ N_3(s, t, u) &= s t (1 - u) \\ N_4(s, t, u) &= (1 - s) t (1 - u) \\ N_5(s, t, u) &= (1 - s) (1 - t) u \\ N_6(s, t, u) &= s (1 - t) u \\ N_7(s, t, u) &= s t u \\ N_8(s, t, u) &= (1 - s) t u, \end{aligned} \quad (3.34)$$

die in Abbildung 3.2 graphisch dargestellt sind.

### 3.2.2.3 Diffusionsterme

Mit Zuhilfenahme der Formfunktion nach den Gleichungen 3.34 werden die Ableitungen aller Diffusionsterme berechnet. Es gelte für den kartesischen Raum:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{ip} &= \sum_i \left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\right)_{ip} \cdot \phi_i \\ \left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_{ip} &= \sum_i \left(\frac{\partial N_i}{\partial y}\right)_{ip} \cdot \phi_i \\ \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)_{ip} &= \sum_i \left(\frac{\partial N_i}{\partial z}\right)_{ip} \cdot \phi_i \end{aligned} \quad (3.35)$$

Die Gleichungen (3.35) zeigen die Berechnungen an einem beliebigen Integrationspunkt  $ip$ , bei der die Summation über alle Formfunktionen  $N_i$  erfolgt. Um die Ableitungen der Formfunktionen nach kartesischen Koordinaten zu berechnen, werden die lokalen Ableitungen durch eine Jacoby-Transformation umgewandelt. Dazu gelte

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial s} \\ \frac{\partial N}{\partial t} \\ \frac{\partial N}{\partial u} \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Die Ableitungen der Diffusionsterme werden mit dem Kontrollvolumenrand multipliziert. Es gelte:

$$\int_A \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{n} \, dA = \sum_{ip} \int_{A_{ip}} \Gamma \nabla\phi \cdot \mathbf{n} \, dA_{ip} \approx \sum_{ip} \Gamma \cdot \frac{\partial\phi}{\partial x_j} \cdot n_j \cdot \delta A_{ip}. \quad (3.37)$$

### 3.2.2.4 Differentiationsterme

Um die Ableitungen der Variablen an den Knoten für den konvektiven Term zu berechnen, bedient man sich einer Identität des GAUSSSchen Integralsatzes, die besagt, dass

$$\nabla\phi = \frac{1}{V} \sum_{ip} (\phi \mathbf{n} \delta A_{ip}) \quad (3.38)$$

ist, in der  $\delta A_{ip}$  der Kontrollvolumenrand ist. Die Variable  $\phi$  wird in diesem Fall über die Formfunktion an den Integrationspunkten ermittelt, wie im Unterkapitel 3.2.2.2 beschrieben.

### 3.2.2.5 Konvektionsterme

Die Konvektionsterme lassen sich analog zu den diffusiven Termen durch Addition der Kontrollvolumenränder berechnen, wie in Gleichung (3.39) dargestellt ist:

$$\int_A \phi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dA \approx \sum_{ip} u_j \cdot n_j \cdot \delta A_{ip} \cdot \phi_{ip}. \quad (3.39)$$

Um den advektiven Term  $\phi_{ip}$  zu berechnen, ist im Quellcode des genutzten Programms folgendes implementiert:

$$\phi_{ip} = \phi_P + \beta \nabla \phi \cdot \Delta \mathbf{r}. \quad (3.40)$$

Der Vektor  $\Delta \mathbf{r}$  ist der Verbindungsvektor vom Kontrollvolumenmittelpunkt und Aufwindknoten  $P$  des jeweiligen Integrationspunktes  $ip$ . Für die vorliegende Arbeit wird das HIGH RESOLUTION Schema verwendet. Dabei wird die Variable  $\beta$  durch ein nichtlineares Verfahren an jedem Knoten berechnet. Die Berechnung des Wertes für  $\beta$  ergibt Werte, welche nah an 1 liegen [2]. Das Verfahren basiert auf dem Prinzip der Beschränktheit nach BARTH und JESPERSEN [6]. Das Verfahren besitzt eine Genauigkeit zweiter Ordnung.

## 3.3 Semi-Diskretisierung in der Zeit

### 3.3.1 Semi-Diskretisierung in der Zeit für das strukturmechanische Modell

Nach erfolgter Semi-Diskretisierung im Raum entsteht für den strukturmechanischen Teil eine gewöhnliche Matrizendifferentialgleichung, die mit einem Zeitschrittverfahren gelöst werden kann. Für diesen Fall wird das generalisierte  $\alpha$ -Verfahren nach CHUNG und HULBERT [12] gewählt, welches angelehnt ist an das NEWMARK-Verfahren (NEWMARK [72]). Wie auch das NEWMARK-Verfahren ist das verallgemeinerte  $\alpha$ -Verfahren unbedingst stabil und die Genauigkeit von zweiter Ordnung. Beim NEWMARK-Verfahren werden bei Schwingungsproblemen hohe Frequenzen nicht gedämpft, so dass diese zu numerischen Störungen führen [42]. Im Gegensatz dazu ist man in der Lage, mit dem verallgemeinerten  $\alpha$ -Verfahren hohe Frequenzen entsprechend zu dämpfen, ohne die Genauigkeit zweiter Ordnung einzubüßen. Das verallgemeinerte  $\alpha$ -Verfahren lässt sich ohne viel Aufwand in das WOOD-BOSAK-ZIENKIEWICZ-Verfahren (WBZ- $\alpha$  Verfahren) nach WOOD et al. [107] oder in das HILBER-HUGHES-TAYLOR-Verfahren (HHT- $\alpha$  Verfahren) nach HILBER et al. [38] umwandeln. Für nähere Angaben wird auf [3] verwiesen.

Für das verallgemeinerte  $\alpha$ -Verfahren betrachten wir folgende Gleichungen:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{n+1-\alpha_m} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{n+1-\alpha_f} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}_{n+1-\alpha_f} = \mathbf{R}_{n+1-\alpha_f} \quad (3.41)$$

mit

$$\ddot{\mathbf{u}}_{n+1-\alpha_m} = (1 - \alpha_m)\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \alpha_m\ddot{\mathbf{u}}_n \quad (3.42)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1-\alpha_f} = (1 - \alpha_f)\dot{\mathbf{u}}_{n+1} + \alpha_f\dot{\mathbf{u}}_n \quad (3.43)$$

$$\mathbf{u}_{n+1-\alpha_f} = (1 - \alpha_f)\mathbf{u}_{n+1} + \alpha_f\mathbf{u}_n \quad (3.44)$$

$$\mathbf{R}_{n+1-\alpha_f} = (1 - \alpha_f)\mathbf{R}_{n+1} + \alpha_f\mathbf{R}_n. \quad (3.45)$$

Dabei sind die Terme  $(\dots)_{n+1}$  die entsprechenden Vektoren zur Zeit  $t = n + 1$ . Die Geschwindigkeits- und Verschiebungsvektoren  $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$  und  $\mathbf{u}_{n+1}$  werden nach der verallgemeinerten  $\alpha$ -Methode als

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + \Delta t [(1 - \delta)\ddot{\mathbf{u}}_n + \alpha\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}] \quad (3.46)$$

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \dot{\mathbf{u}}_n\Delta t + \left[ \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{\mathbf{u}}_n + \alpha\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \right] \Delta t^2 \quad (3.47)$$

definiert. Die Terme  $\alpha$  und  $\delta$  werden als Integrationsparameter bezeichnet, die auch im NEWMARK-Verfahren ihre Anwendung finden. Die Parameter  $\alpha_f$  und  $\alpha_m$  werden zusätzlich eingeführt. Wenn

$$\begin{aligned} \alpha_f &= 0 \quad \text{und} \\ \alpha_m &= 1 \end{aligned}$$

gilt, dann wird das verallgemeinerte  $\alpha$ -Verfahren in das NEWMARK-Verfahren umgewandelt. Die Gleichungen (3.41) bis (3.47) sind das Berechnungsschema für das verallgemeinerte  $\alpha$ -Verfahren, mit der die drei Unbekannten  $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$ ,  $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$  und  $\mathbf{u}_{n+1}$  berechnet werden können. Für die Implementierung löst man die Gleichung (3.47) nach  $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$  auf,

$$\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} = \frac{1}{\alpha\Delta t^2} [\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n - \Delta t\dot{\mathbf{u}}_n] - \left( \frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \ddot{\mathbf{u}}_n, \quad (3.48)$$

setzt diese in Gleichung (3.46) ein,

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \frac{\delta}{\alpha\Delta t} \mathbf{u}_{n+1} - \frac{\delta}{\alpha\Delta t} \mathbf{u}_n + \left( 1 - \frac{\delta}{\alpha} \right) \dot{\mathbf{u}}_n + \left[ (1 - \delta)\Delta t - \delta\Delta t \left( \frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \right] \ddot{\mathbf{u}}_n, \quad (3.49)$$

und anschließend die Gleichungen (3.48) und (3.49) in (3.42) und (3.43). So erhält man folgende Gleichung zur Berechnung von  $\mathbf{u}_{n+1}$ :

$$\begin{aligned} (a_0 \cdot \mathbf{M} + a_1 \cdot \mathbf{C} + (1 - \alpha_f)\mathbf{K})\mathbf{u}_{n+1} &= (1 - \alpha_f)\mathbf{F}_{n+1} + \alpha_f\mathbf{F}_n - \alpha_f\mathbf{K}\mathbf{u}_n \\ \mathbf{M}(a_0\mathbf{u}_n + a_2\dot{\mathbf{u}}_n + a_3\ddot{\mathbf{u}}_n) &+ \mathbf{C}(a_1\mathbf{u}_n + a_4\dot{\mathbf{u}}_n + a_5\ddot{\mathbf{u}}_n) \end{aligned} \quad (3.50)$$

mit

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1 - \alpha_m}{\alpha \Delta t^2}, & a_1 &= \frac{(1 - \alpha_f)\delta}{\alpha \Delta t} \\ a_2 &= a_0 \Delta t, & a_3 &= \frac{1 - \alpha_m}{2\alpha} - 1 \\ a_4 &= \frac{(1 - \alpha_f)\delta}{\alpha} - 1, & a_5 &= (1 - \alpha_f) \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right). \end{aligned}$$

Die unbekannte Verschiebung  $\mathbf{u}_{n+1}$  kann nach der Gleichung (3.50) berechnet werden. Anschließend können die unbekanntes Geschwindigkeiten und Beschleunigungen  $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$  und  $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$  nach den Gleichungen (3.48) und (3.49) bestimmt werden. Wenn die Parameter die Bedingungen

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{2} - \alpha_m + \alpha_f \\ \alpha &\geq \frac{1}{2}\delta \\ \alpha_m &\leq \alpha_f \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \tag{3.51}$$

erfüllen, so ist das generalisierte  $\alpha$ -Verfahren unbedingt stabil und hat die Genauigkeit zweiter Ordnung.

### 3.3.2 Semi-Diskretisierung in der Zeit für das strömungsmechanische Modell

Die instationären Terme des strömungsmechanischen Modells werden mit dem Finiten-Differenzen-Verfahren in der Zeit semidiskretisiert. Dazu werden die Terme mit einem impliziten Verfahren zweiter Ordnung approximiert, welches auch Drei-Zeitebenen-Verfahren genannt wird. Es werden dazu die aktuellen, letzten und vorletzten Zeitschritte verwendet, um den nachfolgenden Zeitschritt zu berechnen. Bei konstanter Dichte  $\rho$  lassen sich die instationären Terme der Impuls- und Energiegleichung wie folgt approximieren:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \mathbf{v} \, dV \approx V \frac{\rho}{\Delta t} \frac{3\mathbf{v}^i - 4\mathbf{v}^{i-1} + \mathbf{v}^{i-2}}{2} \tag{3.52}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho e_{tot} \, dV \approx V \frac{\rho}{\Delta t} \frac{3e_{tot}^i - 4e_{tot}^{i-1} + e_{tot}^{i-2}}{2}. \tag{3.53}$$

Die Variable  $V$  ist das Kontrollvolumen und  $\Delta t$  ist der Zeitschritt. Dieses implizite Zeitschrittverfahren gilt als unbedingt stabil. Die CFL-Zahl nach COURANT et al. [14] muss nicht eingehalten werden, so dass es keine Zeitschrittweitenbeschränkung gibt, wobei sich die Genauigkeit der Berechnung unter zu großen Zeitschrittweiten verringert (vgl. POZRIKIDIS [77]).

# Kapitel 4

## Stand der Forschung

In diesem Kapitel wird die aerodynamische Belastung von Lärmschutzwänden durch Zugvorbeifahrten beschrieben. Es werden die Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Einwirkung aus der Zugvorbeifahrt nach der DB Richtlinie 804.5501 [86] erläutert und mit Messungen, die an Hochgeschwindigkeitsbahnstrecken durchgeführt wurden, verglichen. Die Messergebnisse stammen aus unterschiedlichen in-situ Messungen, in der für unterschiedliche Zuggeschwindigkeiten die Druck-Sog-Belastung ermittelt wurde. Dieses Kapitel gibt den aktuellen Kenntnisstand von Druck-Sog-Belastungen auf Lärmschutzwände durch Zugvorbeifahrten wieder.

### 4.1 Normative Regelwerke zur Betrachtung der Druck-Sog-Welle

Nach der DB Richtlinie 804.5501 [86], die „für die Planung, Bemessung, Konstruktion und Ausführung von Lärmschutzwänden, absorbierenden Bekleidungen und Steilwällen an Eisenbahnstrecken der DB anzuwenden“ ist, lässt sich die Druck-Sog-Einwirkung durch Zugverkehr nach zwei Methoden berechnen. Zum einen können quasi-statische Ersatzlasten (Standardverfahren) rechnerisch ermittelt werden, zum anderen ist es möglich nach der dynamischen Analyse ein synthetisches Lastbild mit analytischen Gleichungen zu berechnen. Um das Standardverfahren anwenden zu dürfen, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

- eine statisch bestimmte Pfosten-Wandelement-Konstruktion ist vorhanden,
- der Pfostenabstand beträgt 5,00 m,
- die Wandhöhe über Schienenoberkante  $h$  ist kleiner gleich 5,00 m,
- die Torsion der Wandelemente ist vernachlässigbar gering,
- es sind keine weiteren dynamischen Einwirkungen vorhanden.

Tabelle 4.1: Höhenbeiwert  $\phi_H$  nach DB Richtlinie 804.5501 [86]

z / h	Wandhöhe h [m] über Schienenoberkante				
	1	2	3	4	5
1,0	0,69	0,65	0,60	0,55	0,51
0,9	0,75	0,71	0,68	0,64	0,60
0,8	0,80	0,77	0,74	0,71	0,68
0,7	0,85	0,83	0,80	0,78	0,76
0,6	0,89	0,87	0,86	0,84	0,82
0,5	0,92	0,91	0,90	0,89	0,88
0,4	0,95	0,94	0,94	0,93	0,92
0,3	0,97	0,97	0,96	0,96	0,96
0,2	0,99	0,99	0,98	0,98	0,98
0,1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Die quasi-statischen Ersatzlasten werden mit folgender Gleichung berechnet:

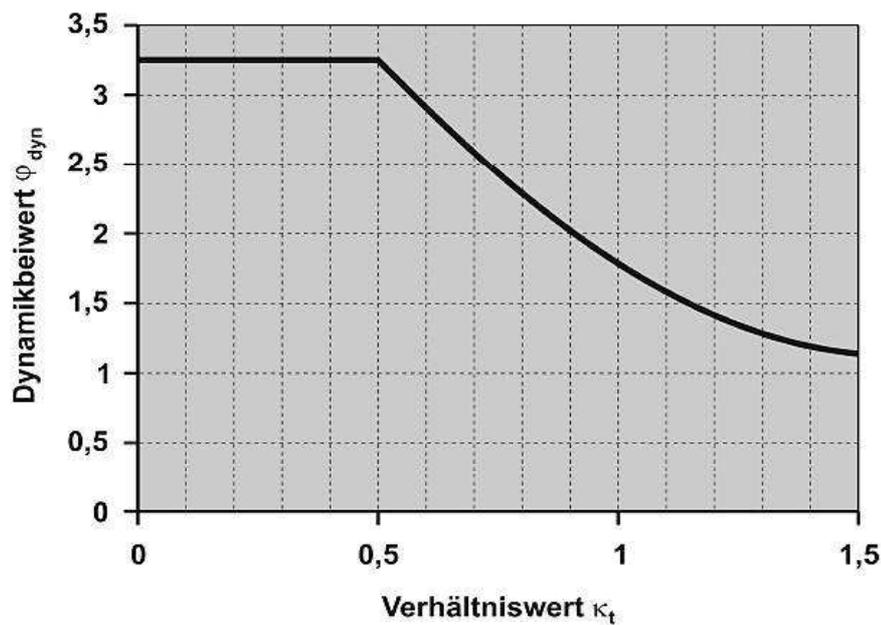
$$\pm q_{DS} = \phi_L \cdot \phi_H \cdot \phi_{dyn} \cdot q_{1k} \cdot k_1. \quad (4.1)$$

In Gleichung (4.1) ist  $\pm q_{DS}$  die quasi-statische Ersatzlast für den Druck-Sog aus dem Zugverkehr. Dabei wird über den Höhenbeiwert  $\phi_H$  die Veränderung der Druck-Sog-Last über die Höhe der Lärmschutzwand, über den Längenbeiwert  $\phi_L$  die Einflusslänge des betrachteten Bauteiles und über den Dynamikbeiwert  $\phi_{dyn}$  die Überhöhung durch dynamische Effekte berücksichtigt. Der Höhenbeiwert  $\phi_H$  ist der Tabelle 4.1 zu entnehmen, welcher abhängig von der Gesamthöhe der Lärmschutzwand und der Höhe über Schienenoberkante (SOK) ist.

Der Längenbeiwert  $\phi_L$  berücksichtigt die Einflusslänge des Wandelementes. Für Wandelemente gilt, dass die Einflusslänge gleich der Feldweite ist, während für die Pfostenbemessung die Einflusslänge gleich der Summe der angrenzenden, parallel zum Gleis verlaufenden Feldweiten der Wandelemente sein muss. Aus der Tabelle 4.2 kann der Längenbeiwert  $\phi_L$  entnommen werden.

Tabelle 4.2: Längenbeiwert  $\phi_L$  nach DB Richtlinie 804.5501 [86]

Einflusslänge L [m]	Wandhöhe h [m] über Schienenoberkante				
	1	2	3	4	5
0,0	0,97	1,12	1,27	1,42	1,56
2,5	0,95	1,10	1,25	1,40	1,54
5,0	0,92	1,06	1,20	1,35	1,49
7,5	1,02	1,18	1,33	1,49	1,65
10,0	1,21	1,40	1,59	1,78	1,97

Abbildung 4.1: Dynamikbeiwert  $\phi_{dyn}$  nach DB Richtlinie 804.5501 [86]

Der Dynamikbeiwert  $\phi_{dyn}$  berücksichtigt den dynamischen Einfluss bei Belastung der Lärmschutzwand mit einer zeitveränderlichen Last wie sie die dynamische Druck-Sog-Last widerspiegelt. In Abhängigkeit der Einflusslänge  $L$  wird der Wert  $S_{DS}$  bestimmt, der den horizontalen Abstand zwischen den Laststellungen maximaler Bauteilbeanspruchungen der Druck-Sog-Welle beschreibt. Dieser Wert kann aus Tabelle 4.3 entnommen werden. Bei Hinzunahme der 1. Eigenfrequenz  $f$  und der Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug}$  wird

Tabelle 4.3: Horizontaler Abstand zwischen den Laststellungen maximaler Bauteilbeanspruchungen der Druck-Sog-Welle nach DB Richtlinie 804.5501 [86]

$L$ [m]	0,0	2,5	5,0	7,5	10,0
$S_{DS}$ [m]	8,3	8,4	8,8	9,3	10,0

der Verhältniswert  $\kappa_t$  nach der Gleichung

$$\kappa_t = \frac{S_{DS} \cdot f}{v_{Zug}} \quad (4.2)$$

berechnet. Anhand des Verhältniswertes  $\kappa_t$  lässt sich aus Abbildung 4.1 der Dynamikbeiwert  $\phi_{dyn}$  herauslesen. Zu guter Letzt erfolgt die Bestimmung der charakteristische Einwirkung  $q_{1k}$  nach DIN-EN 1991-2 [19]. Dabei wird in Abhängigkeit des Gleisabstandes  $a_g$  der Wert  $q_{1k}$  aus Abbildung 4.2 herausgelesen.

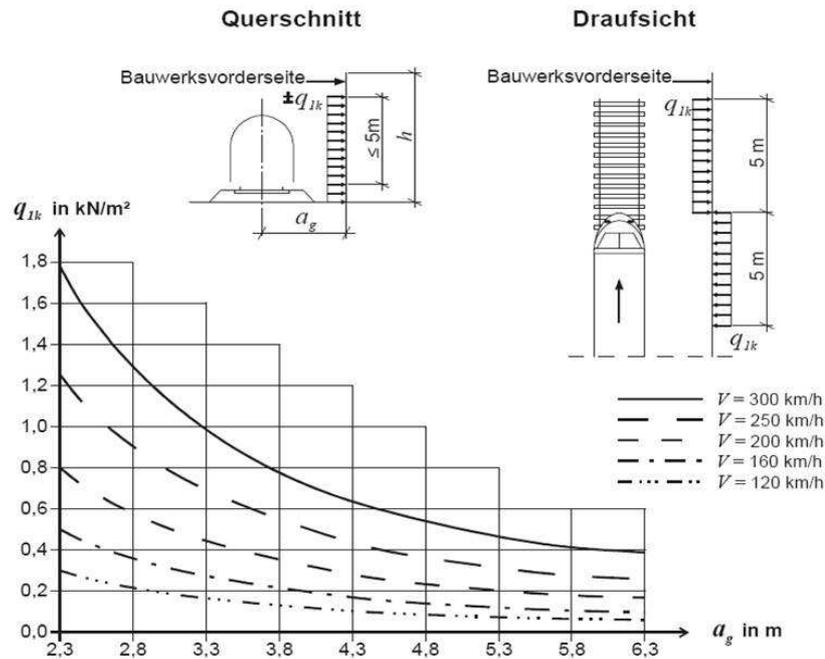


Abbildung 4.2: Charakteristische Einwirkung  $q_{1k}$  nach DIN-EN 1991-2 [19]

So lässt sich anhand der Eingangsparameter für die numerische Strömungssimulation nachfolgende Berechnung nach dem Standardverfahren zur Ermittlung der quasi-ständigen Ersatzlast durchführen. Die Eingangsparameter lauten:

- Pfostenabstand  $a = 2,5$  m,
- Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug} = 300 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 83,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,
- Wandhöhe  $h = 5,00$  m,
- Eigenfrequenz  $f = 3,1$  Hz,
- Gleisabstand  $a_g = 3,80$  m und
- Wandhöhenkoordinate  $z = 0,0$  m.

So ergibt sich mit dem Verhältniswert  $\kappa_t$

$$\kappa_t = \frac{8,8 \cdot 3,1}{83,33} = 0,327$$

durch Herauslesen aus Abbildung 4.1 der Dynamikfaktor  $\phi_{dyn}$  zu:

$$\phi_{dyn} = 3,25.$$

Der Längenbeiwert  $\phi_L$  und der Höhenbeiwert  $\phi_H$  ergeben sich nach Tabellen 4.1 und 4.2 zu:

$$\phi_L = 1,49 \quad \text{und}$$

$$\phi_H = 1,00.$$

Für die charakteristische Einwirkung  $q_{1k}$  wird aus der Abbildung 4.2 der Wert

$$q_{1k} = 0,78 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{mit}$$

$$k_1 = 0,6 \quad (\text{für gutprofilierte Züge})$$

abgelesen. Somit ergibt sich für die quasi-statische Ersatzlast nach der Gleichung (4.1) der Wert

$$q_{DS} = 1,49 \cdot 1,00 \cdot 3,25 \cdot 0,78 \cdot 0,6 = 2,26 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}.$$

Ist eine der oben genannten Bedingungen für das Standardverfahren nicht erfüllt, so muss eine dynamische Analyse durchgeführt werden, in der ein synthetisches Lastbild mit analytischen Formeln erstellt wird. Hierbei wird zwischen der Beschreibung der Druckwelle im Bereich des Zugkopfes und des Heckbereichs unterschieden. Die Formeln lauten für den Zugkopfbereich:

$$c_{p,1}(x, z) = f_1(x) \cdot c_{p,1}(z) \quad \text{mit} \quad (4.3)$$

$$f_1(x) = 1,0312 \cdot (1 + u^2 + u^4)^{-0,8291} \cdot (-2,2430 \cdot u - 0,0879 \cdot u^2) \quad (4.4)$$

$$c_{p,1}(z) = c_{p,0,1,5\%}(h) \cdot g_1(z, h). \quad (4.5)$$

Der Term  $c_{p,1}(x, z)$  beschreibt das Druckfeld über die Länge in Richtung der x-Koordinate und der Wandhöhenkoordinate z. Die Gleichung (4.4) wird als Formfunktion bezeichnet, während der Term  $c_{p,1}(z)$  als Wandhöhenverlauf der extremalen Druckbeiwerte bezeichnet wird. Für die Gleichung (4.4) gilt

$$u = 0,1754 \cdot (x - 100), \quad (4.6)$$

während für die Gleichung (4.5) gilt

$$c_{p,0,1,5\%}(h) = 0,01329 \cdot h + 0,07254 \quad (4.7)$$

$$g_1(z, h) = 1 - (0,04689 \cdot h + 0,2594) \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2. \quad (4.8)$$

Dabei beschreibt h die Wandhöhe und z wird als Wandhöhenkoordinate  $0 \leq z \leq h$  bezeichnet. Die Formeln beschreiben die Druck-Sog-Last für die Vorbeifahrt des Zugkopfes. Für den Heckbereich gelten die folgenden Formeln:

$$c_{p,2}(x, z) = f_2(x) \cdot c_{p,2}(z) \quad \text{mit} \quad (4.9)$$

$$f_2(x) = -1,0312 \cdot (1 + u^2 + u^4)^{-0,8291} \cdot (-2,2430 \cdot u - 0,0879 \cdot u^2) \quad (4.10)$$

$$c_{p,2}(z) = c_{p,0,2,5\%}(h) \cdot g_2(z, h). \quad (4.11)$$

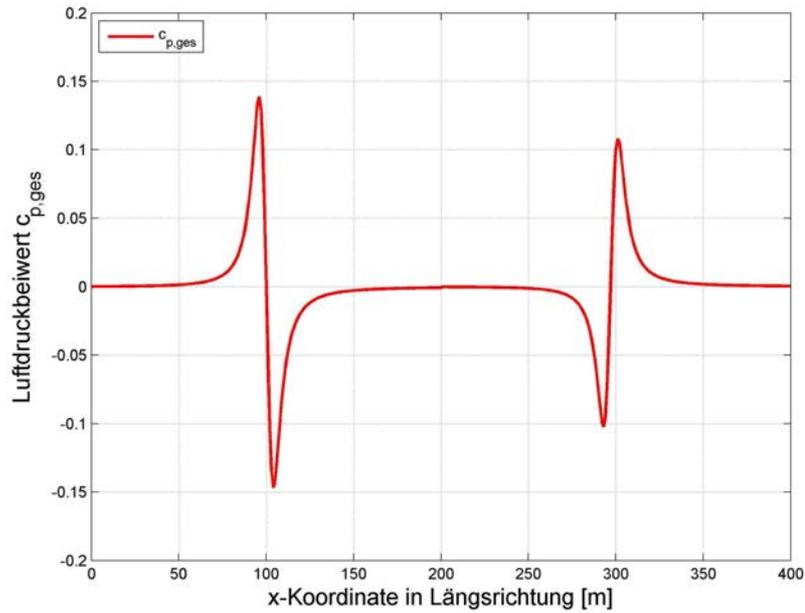


Abbildung 4.3: Luftdruckbeiwert  $c_{p,ges}$  nach dynamischer Analyse

Analog zu den Gleichungen (4.6), (4.7) und (4.8) gilt für das Lastbild der Druck–Sog–Welle am Heck:

$$u = 0,1754 \cdot (x - 297) \quad (4.12)$$

$$c_{p,0,2,5\%}(h) = 0,01328 \cdot h + 0,03109 \quad (4.13)$$

$$g_2(z, h) = 1,05 - 0,3704 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^2. \quad (4.14)$$

Nach Auswertung der Gleichungen (4.3) und (4.9) mit den gleichen Eingangsparametern, welche für das Standardverfahren genutzt werden, und Superposition zu einem Gesamtlastbild erhält man folgendes Ergebnis, das in Abbildung 4.3 dargestellt ist. Es gilt die Formel

$$c_{p,ges}(x, z) = c_{p,1}(x, z) + c_{p,2}(x, z). \quad (4.15)$$

Mit Hilfe des Gesamtdruckbeiwerts  $c_{p,ges}(x, z)$  lässt sich nach der Gleichung

$$p(x, z) = c_{p,ges}(x, z) \cdot \gamma \cdot \rho \cdot \frac{v_{Zug}^2}{2} \quad (4.16)$$

der Luftdruck, welcher auf die Lärmschutzwand wirkt, berechnen. Dabei beschreiben  $\rho$  die Luftdichte,  $v_{Zug}$  die Zuggeschwindigkeit und  $\gamma$  einen Sicherheitsbeiwert, welcher nach der DB Richtlinie 804.5501 [86] den Wert 1,1 annimmt. In der Berechnung wird die Luftdichte mit dem Wert  $\rho = 1,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  angesetzt. In Abbildung 4.4 ist der berechnete

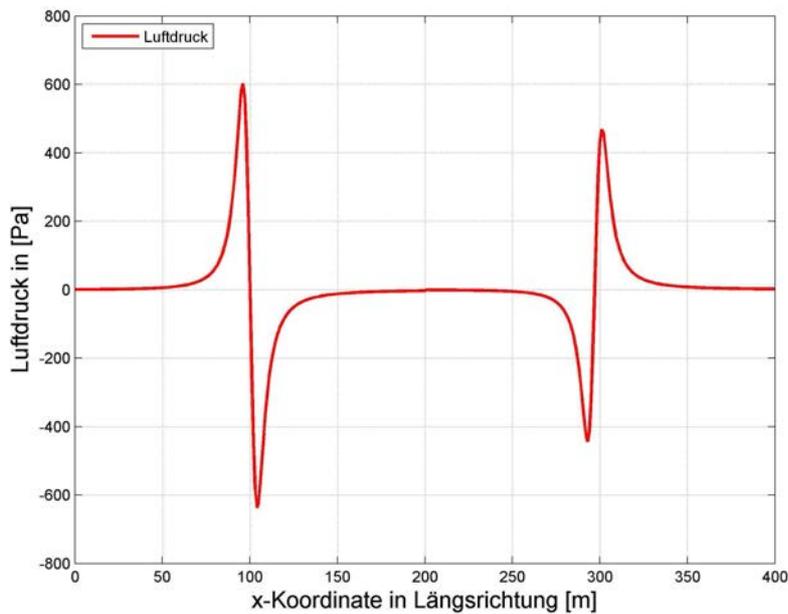


Abbildung 4.4: Luftdruck  $p(x, z)$  nach dynamischer Analyse

Luftdruck dargestellt, der sich aus dem Luftdruckbeiwert  $c_{p,ges}$  ergibt. Der Maximaldruck ergibt sich bei der Kopfwelle zu ca. 603 Pa, wenn bei der Berechnung dieselben Eingangsparameter verwendet werden.

## 4.2 Bestehende Messergebnisse

### 4.2.1 Prüfbericht der Deutschen Bahn AG

Nach Auftreten von Schäden an gleisnahen Schallschutzwänden, die anderthalb Jahre nach Inbetriebnahme der Neubaustrecke Köln–Rhein/Main durch aerodynamische Lasten des Zugverkehrs entstanden sind, wurden durch die DB Systemtechnik umfangreiche Messungen durchgeführt, um die Zug-induzierten Drücke und Reaktionen der Schallschutzwände zu messen. Die im Jahre 2003 durchgeführten in-situ Messungen sind im DB-Prüfbericht 1021-PR-0021-03-V2 [16] zusammengefasst. Es wurden an zwei unterschiedlichen Orten an den Lärmschutzwänden die Luftdrücke, die Geschwindigkeiten der Luftströmungen und das Antwortverhalten der Lärmschutzwand gemessen. Die umfangreichen Messungen wurden statistisch ausgewertet und mit den normativen Angaben verglichen. An dieser Stelle sei darauf verwiesen, dass nicht alle Ergebnisse aus [16] erwähnt werden, sondern nur die relevanten Inhalte.

In Abbildung 4.5 sind die im Mittel gemessenen Druck- und Soglasten der Bugwelle graphisch dargestellt. Die gemessenen Druck- und Soglasten der Heckwelle sind stets

geringer als die gemessenen Drücke im Bugbereich. Man erkennt den Druck- und Soglastenverlauf über die Wandhöhe. Die maximalen Drücke entstehen im unteren Teil der Wand und nehmen über die Höhe kontinuierlich nichtlinear ab.

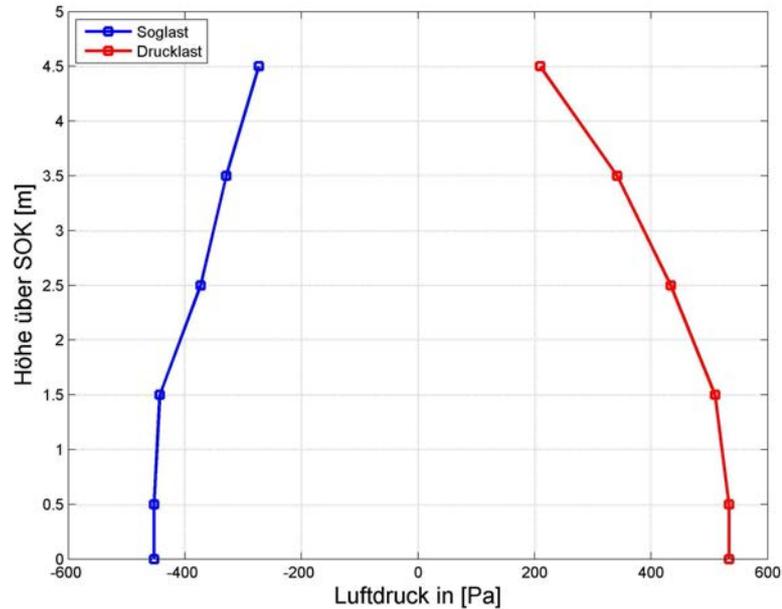


Abbildung 4.5: Gemessene Drücke der Bugwelle [16]

Der maximal aufgetretene Luftdruck bei 0,0 m über SOK liegt bei 437 Pa, der höchste Sogwert  $-421$  Pa beträgt. Die in [16] ermittelten Mittelwerte sind für die Druck- und Soglast mit 406 Pa bzw. mit  $-374$  Pa angegeben. Die gemessenen Luftdrücke über die Wandhöhe fallen im Mittel geringer aus als die in der DB Richtlinie 804.5501 [86] zur Bemessung angesetzte charakteristische Drucklast  $q_{1k}$ , die mit dem Beiwert  $k_1$  multipliziert wird. Der Mittelwert beträgt ca. 87% und die maximalen Werte ca. 94% der Vergleichslast von  $q_{1k} \cdot k_1 = 465$  Pa. Auch die Soglasten fallen geringer aus, hier werden 81% für den Mittelwert und 91% für die Maximalwerte der Vergleichslast gemessen.

#### 4.2.2 ARGE Mittelstand

Weitere Messkampagnen, in denen Erkenntnisse zur Druck-Sog-Belastungen an Lärmschutzwänden gewonnen wurden, wurden im Auftrag der Arbeitsgemeinschaft Mittelstand (ARGE Mittelstand) durch das Ingenieurbüro NIEMANN & Partner, wie in [70] beschrieben, durchgeführt. Auch in dieser in-situ Messkampagne wurden Luftdrücke bei Zugvorbeifahrten gemessen. In einer mehrtägigen Messkampagne wurden die Drücke und die Geschwindigkeiten der Züge bei bis zu 150 Zugdurchfahrten gemessen und anschließend ausgewertet. In Abbildung 4.6 ist exemplarisch der gemessene Druck-Sog-Verlauf bei einem vorbeifahrenden Zug graphisch dargestellt. Man erkennt beim

Passieren des Bugs die Entstehung einer Drucklast, an der sich unverzüglich eine Sogbelastung anschließt. Bei Passieren des Hecks entsteht zunächst eine Sog-, danach eine Druckamplitude. Die Amplituden der Sog- und Drucklasten der Heckwelle sind geringer als die der Bugwelle. Bei zweiteiligen Zügen entsteht an der Kuppelstelle der Zugteile eine Druckwelle, die auch geringer ausfällt als die Bugwelle.

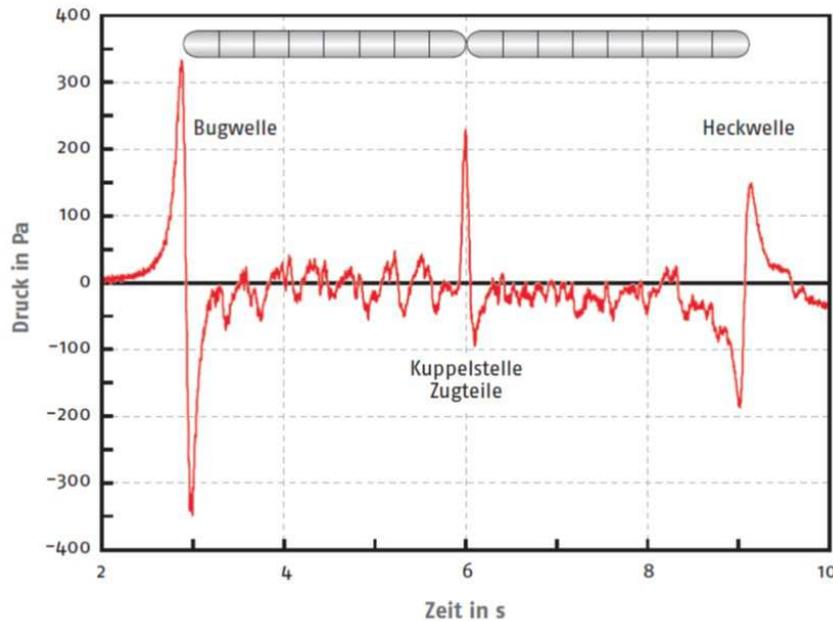


Abbildung 4.6: Druck-Sog-Verlauf bei einer Zugvorbeifahrt [70]

Der gemessene Maximaldruck bei einer Wandhöhe von 5,00 m über SOK betrug 630 Pa. Dabei wurde untersucht wie sich der Wandabstand  $a_g$  zur Gleisachse auf den einwirkenden Luftdruck auswirkt. In [70] und [94] beschreibt NIEMANN den Zusammenhang zwischen Wandabstand  $a_g$  und maximalen Druckbeiwert mit folgender empirischen Formel:

$$c_{p,max} = \frac{k_{Zug}}{K_{HW}} \left[ \frac{2,5}{(a_g + 0,25)^2} + 0,025 \right]. \quad (4.17)$$

Dabei beschreibt der Beiwert  $k_{Zug}$  die Windschlüpfrigkeit des Zugkopfes, ein aerodynamisch ausgeformter Zugkopf eines ICE wird nach NIEMANN mit einem Wert von 0,66 angesetzt, während für kantige Zugkopfformen der Wert 1,10 empfohlen wird [70]. Der Beiwert  $K_{HW}$  berücksichtigt die Wandhöhe  $h$  und berechnet sich wie folgt:

$$K_{HW} = 1 - 0,03 \cdot h. \quad (4.18)$$

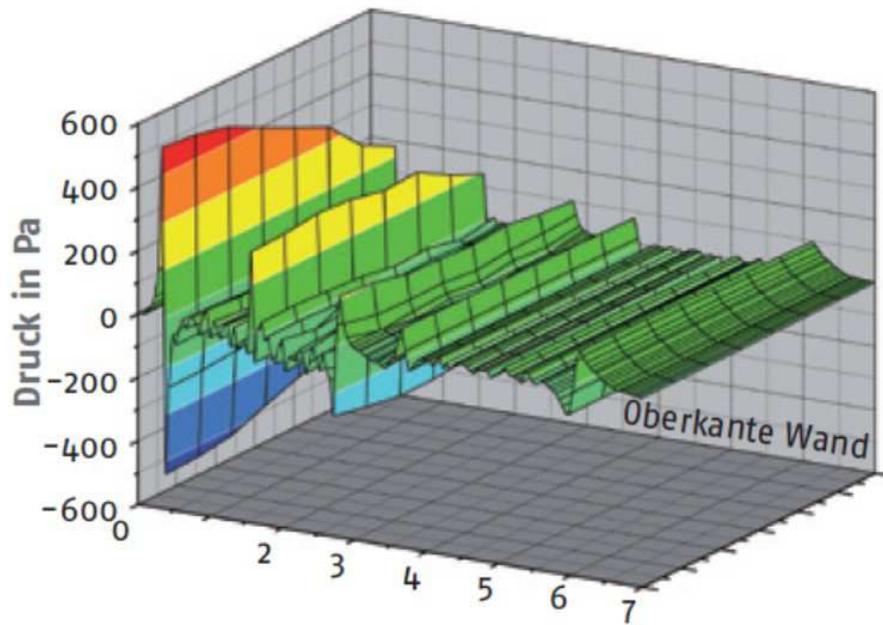


Abbildung 4.7: Druck–Sog–Verlauf bei einer Zugvorbeifahrt [70]

So lässt sich bei einem Wandabstand  $a_g$  von 3,80 m und einer Wandhöhe  $h$  von 5,00 m der maximale Druckbeiwert  $c_{p,max}$  nach Gleichung (4.17)

$$c_{p,max} = \frac{0,66}{1 - 0,03 \cdot 5,00} \left[ \frac{2,5}{(3,80 + 0,25)^2} + 0,025 \right] = 0,1378 \quad (4.19)$$

berechnen.

### 4.2.3 SEGES–Projekt

Im Rahmen des SEGES–Projekts wurden transparente Lärmschutzelemente aus Mineralglas hinsichtlich ihrer Anwendungstauglichkeit an Hochgeschwindigkeitsstrecken erforscht [57], [80]. An dem Projekt beteiligten sich diverse Industriepartner als auch universitäre Einrichtungen u.a. die Universität der Bundeswehr München und die RWTH Aachen. Die Lärmschutztestelemente aus Mineralglas wurden sowohl auf ihre statische Tragfähigkeit als auch auf ihre Dauerfestigkeit geprüft. Die Ergebnisse aus Laborversuchen wurden genutzt, um die Elemente zu verbessern, so dass die Elemente eine ausreichende Dauerfestigkeit besaßen, um die Zulassung für den temporären Einbau an einer Bahnstrecke zu erwirken.

In Abbildung 4.8 ist ein transparentes Lärmschutzelement graphisch dargestellt. Es zeigt den Zustand im temporären Einbau an einer Bahnstrecke. An den Streckenabschnitten, an denen die Testelemente temporär eingebaut wurden, wurden durch die



Abbildung 4.8: Transparente Lärmschutzelemente aus Mineralglas [80]

RWTH Aachen Streckenmessungen durchgeführt. Im Fokus stand das Antwortverhalten der transparenten Lärmschutzelemente, die mit dem Antwortverhalten von nicht transparenten Lärmschutzelementen verglichen wurden. Des Weiteren wurden auch die Druck-Sog-Lasten, welche auf die Lärmschutzwand wirkten, gemessen. Die Messdaten wurden im Vergleich zu den zuvor beschriebenen Messkampagnen bei Zuggeschwindigkeiten bis  $230 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  gewonnen. Zum überwiegenden Teil fuhren die Züge mit Geschwindigkeiten zwischen  $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  bis  $170 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  vorbei.

Die statistische Auswertung der gemessenen Drücke ist in Abbildung 4.9 dargestellt. Dabei werden die Druckbeiwerte  $c_p$  durch Umstellung der Gleichung (4.16) nach dem Druckbeiwert mit den gemessenen Luftdrücken  $p$  und Zuggeschwindigkeiten  $v_{\text{Zug}}$  berechnet und alle berechneten Werte in Histogrammen graphisch dargestellt, die in drei Geschwindigkeitsklassen unterteilt sind. So lässt sich eine Streuung der Druckwerte bei allen Geschwindigkeitsklassen ablesen, die einer Normalverteilung ähnelt. Durch Einteilung in Geschwindigkeitsklassen erkennt man unterschiedliche Druckbeiwerte für unterschiedliche Zugtypen. So lassen sich Druckbeiwerte  $c_p$  bei Geschwindigkeiten unter  $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  berechnen, welche den Druckbeiwert von Güterzügen mit einem Wert von 0,22 ähneln. Die Zuggeschwindigkeiten zwischen  $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  und  $160 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  werden überwiegend von Regionalexpress-Zügen erreicht, die einen  $c_p$ -Wert von 0,18 haben, während bei Hochgeschwindigkeitszügen (ICE oder Thalys) Druckbeiwerte von 0,13 bestimmt wurden. Die berechneten Werte stimmen mit den in der Literatur angegebenen Werten gut überein (vgl. SEGES Abschlussbericht [80]). Unter der Annahme, dass eine Normalverteilung vorherrscht, werden die Druckbeiwerte  $c_p$  in Anlehnung an die pro-

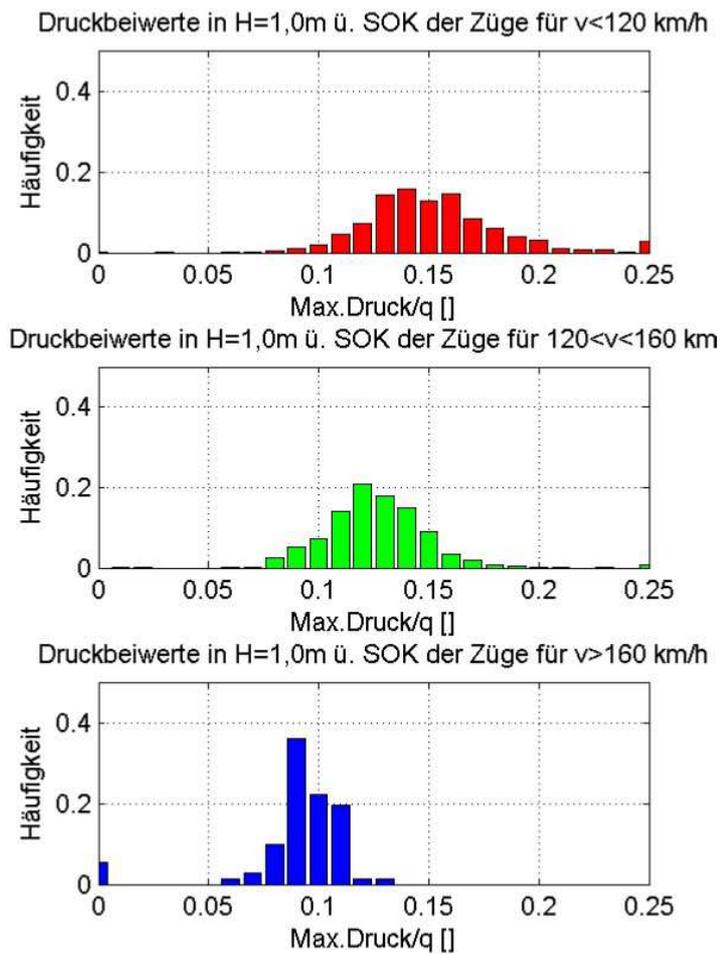


Abbildung 4.9: Histogramme der Druckbeiwerte der Lasteinwirkung aus Zugvorbeifahrt [80]

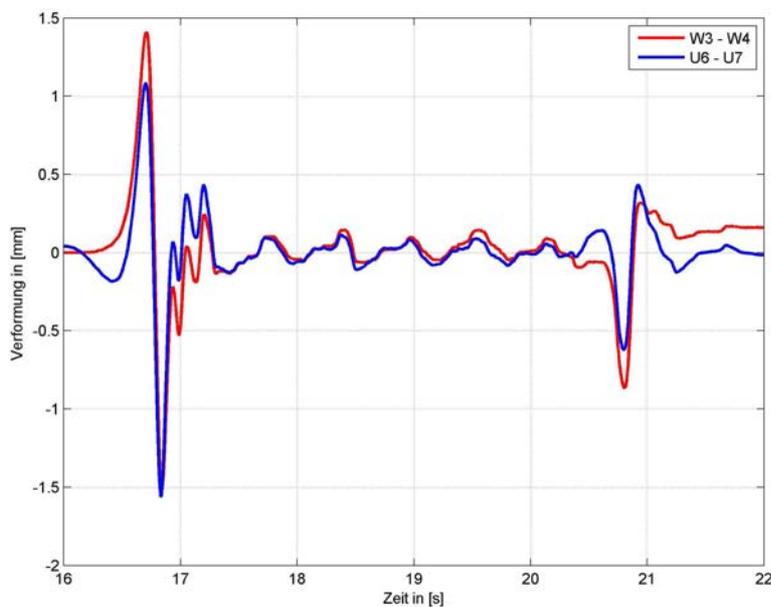


Abbildung 4.10: Verformungs-Zeit-Verlauf bei  $160 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  [58]

babilitische Zuverlässigkeitsanalyse, die im DIN-EN 1990-1 [18] verankert ist, gewählt. Beispielsweise kann eine 95%-Fraktile gewählt werden, so dass 95% der Einwirkungen unter dem Durchschnittswert liegen.

#### 4.2.4 In-situ Messungen durch UniBw München

Im Auftrag der DB Netz AG wurde durch die UniBw München eine Differenzverformungsmessung an einer Lärmschutzwand nahe Mering durchgeführt [58]. Bei der Lärmschutzwand handelt es sich um einen kombinierten Aufbau aus transparenten Lärmschutzelementen und Betonelementen. Bei einer Lärmschutzwand, die unterschiedliche Typen von Lärmschutzelementen beinhaltet, war von Interesse, die Auswirkungen der unterschiedlichen Steifigkeiten der Lärmschutzelemente auf das Gesamtverformungsverhalten der Lärmschutzwand zu untersuchen. Im Rahmen der Messkampagne wurden sowohl Messsensoren zur Aufnahme von Verformungen als auch zur Aufnahme von Beschleunigungskomponenten verwendet. Die gewonnenen Daten aus den Beschleunigungssensoren wurden genutzt, um aus den Beschleunigungen Verformungen zu berechnen. Dies geschah mittels zweimaliger Integration.

Die im Rahmen der Untersuchung durchgeführten Messungen von Verformungen eines transparenten Lärmschutzelementes werden exemplarisch in Abbildung 4.10 gezeigt. In der Abbildung wird die zeitliche Auslenkung eines transparenten Lärmschutzelementes bei einer Höhe von 2,20 m über SOK dargestellt. Zum einen wird die gemessene zeitliche Auslenkung aus Daten von Wegaufnehmern dargestellt, zum anderen die berechneten

Werte, die aus den Messergebnissen des Beschleunigungssensors stammen. Diese Abbildung zeigt eine maximale Auslenkung von 1,5 mm bei Passieren des Zugkopfes, wenn der Zug eine Geschwindigkeit von  $v_{Zug} = 160 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  hat. Auch bei Vorbeifahrt des Zuges entstehen Auslenkungen, welche aber nicht so hoch sind wie bei der Vorbeifahrt des Zugkopfes. Der Vergleich zwischen den gemessenen Werten des Wegaufnehmers und den berechneten Werten des Beschleunigungssensors zeigt gute Übereinstimmungen. Die maximalen Drücke aus den Berechnungen sind leicht höher als die gemessenen. Dies resultiert aus der Trägheit des Wegaufnehmers bei der Messung [58].

### 4.3 Vergleichende Betrachtung

Die in der DB Richtlinie 804.5501 [86] angegebenen Berechnung zur Bestimmung der Einwirkungen von vorbeifahrenden Zügen wird im Folgenden mit den gemessenen Druck- und Soglasten verglichen. Es werden zunächst die Ergebnisse der zwei unterschiedlichen Berechnungsmethoden verglichen. Des Weiteren werden die Ergebnisse der unterschiedlichen Streckenmessungen miteinander verglichen und Unterschiede herausgearbeitet.

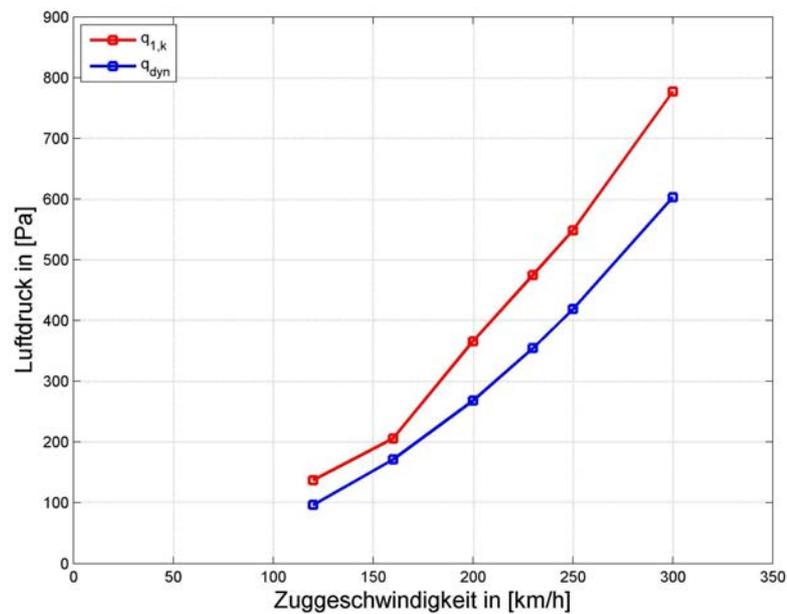


Abbildung 4.11: Maximaler Luftdruck in Abhängigkeit der Zuggeschwindigkeit nach der DB Richtlinie 804.5501 [86]

In Abbildung 4.11 sind die Maximalwerte des Standardverfahrens und des dynamischen Verfahrens in Abhängigkeit der Zuggeschwindigkeit dargestellt. Vergleicht man die Berechnung der Einwirkung nach dem Standardverfahren nach der DB Richtlinie

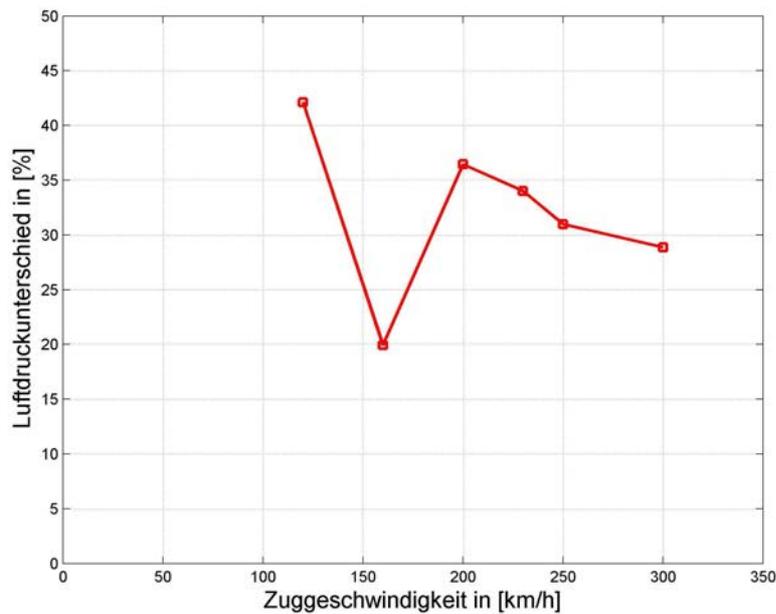


Abbildung 4.12: Luftdruckdifferenz zwischen quasi-statischem und analytischem Verfahren

804.5501 [86] mit der Berechnung nach der dynamischen Analyse, so lässt sich ermitteln, dass bei einer Zuggeschwindigkeit von  $300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  der maximale Druck ca. 29% geringer ist als die charakteristische Einwirkung  $q_{1,k}$  für das Standardverfahren. Somit kann man sagen, dass das Standardverfahren auf der sicheren Seite liegt (vgl. GRIMM et. al [36]). Für andere Zuggeschwindigkeiten ist der Unterschied in Abbildung 4.12 dargestellt. Grundsätzlich sind die Drücke aus der dynamischen Analyse geringer. Ein allgemeiner Trend zum Verhältnis der beiden berechneten Werte lässt sich nicht ermitteln.

Betrachtet man die aus den unterschiedlichen Messkampagnen gewonnenen Messergebnisse, so lässt sich eine gute Übereinstimmung der Luftdrücke erkennen. Beim Vergleich der Druckbeiwerte miteinander, die aus den gemessenen Luftdrücken und Zuggeschwindigkeiten nach der Gleichung (4.16) berechnet werden, lässt sich stets der Druckbeiwert von 0,13 berechnen.

Die aus berechneten maximalen Drucklasten können nach Gleichung (4.16) in Druckbeiwerte umgerechnet werden. So lässt sich für die dynamische Analyse berechnen, dass sich der Druckbeiwert

$$c_p = \frac{605}{1,25 \cdot \frac{83,33^2}{2}} = 0,139$$

ergibt. Der berechnete Druckbeiwert liegt leicht höher als die Druckbeiwerte aus den Streckenmessungen. Die Abweichung beträgt ca. 3,5 % und ist auf der sicheren Seite. Da nach der dynamischen Analyse der Wert der Drucklast geringer ist als nach dem

Standardverfahren, welches auf der sicheren Seite liegt, wird die Berechnung des Druckbeiwerts mit den Werten des Standardverfahrens auch einen höheren Wert ergeben. Daher wird lediglich die dynamische Analyse mit den Ergebnissen der Streckenmessung verglichen.

# Kapitel 5

## Die strömungsmechanische Simulation der Druck–Sog–Welle

Die numerische Strömungsberechnung wird mit einer kommerziellen Software der Firma ANSYS durchgeführt. Die Software ANSYS CFX zeichnet sich durch einfache Einbindung verschiedenster Geometrie- und Netzerstellungsdateien aus, um ein Modell zu implementieren. Der ANSYS CFX Solver kombiniert in seinen Berechnungen Robustheit und Genauigkeit. Die Berechnung auf bis zu 512 Kernen ist standardmäßig möglich, dadurch kann durch Parallelverarbeitung der Zeitaufwand für große und rechenintensive Modelle verringert werden. Schließlich bietet die Software zur Auswertung der Ergebnisse umfangreiche Tools, so dass Ergebnisse sowohl graphisch als auch quantitativ analysiert werden können [2]. Aus diesen Gründen erfolgt die Implementierung mit dieser Software. Die Berechnungen werden auf dem Hochleistungsrechner (HPC) des Rechenzentrums der UniBw München durchgeführt, der mit 48 Hexa-Core Intel Prozessoren vom Typ INTEL XEON X7542 mit 2,67 GHz [44] und 2048 GB betrieben wird. Die Berechnungen werden in der Regel mit 12 Kernen durchgeführt, vereinzelt auch mit 24 Kernen.

In diesem Kapitel wird zunächst die Implementierung des strömungsmechanischen Modells erläutert. Dabei wird zuerst der Algorithmus der bewegenden Gitter beschrieben, der notwendig ist, um die Zugbewegung zu modellieren. Es wird auf die Geometrie- und Netzerstellung sowie auf die implementierten Randbedingungen eingegangen. Die Ergebnisse aus diesen Berechnungen werden mit durchgeführten Streckenmessungen verglichen. Die numerische Strömungsberechnung ist Grundlage für weitere Berechnungen. So können mit Hilfe von ANSYS WORKBENCH die berechneten Ergebnisse als Druckbelastung für dynamische Strukturberechnungen herangezogen werden (vgl. GEBHARDT [32]). Des Weiteren kann die Berechnung auch zu einer Fluid–Struktur–Interaktion erweitert werden. Diese beiden genannten Möglichkeiten werden u.a. in den nachfolgenden Kapiteln erläutert.

Die Beschreibung des strömungsmechanischen Modells erfolgt unter der Annahme, dass im gesamten Fluidraum ein inkompressibles Fluid vorliegt. Unter dieser Annahme vereinfacht sich zunächst die Gleichung der Massenerhaltung nach (2.10). Für inkompres-

sible Strömungen gilt

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0. \quad (5.1)$$

Es verschwindet die Ableitung der Dichte nach der Zeit ( $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ ).

Unter der weiteren Annahme, dass im gesamten Fluidraum die Temperatur  $T$  konstant bleibt, wird die Gleichung der Energieerhaltung (2.29) nicht in die Berechnung miteinbezogen.

## 5.1 Bewegende Netzgitter

Die Umsetzung der relativen Zugbewegung lässt sich auf mehrere Weisen realisieren. So finden sich zahlreiche Literaturquellen, die auf dreidimensionale Gitterbewegungen Bezug nehmen und die Implementierung beschreiben.

Zur Modellierung einer Zugbewegung durch einen Tunnel nutzten OGAWA [73] und Yoon [109] die CHIMERA–Methode, auch Zonenmethode genannt. So wird das Fluidgebiet in mehrere Bereiche geteilt und mit einem Interface–Algorithmus werden die physikalischen Informationen zwischen den Fluidgebieten an den Stellen ausgetauscht, an denen sich die Räume überlappen.

Dabei werden den Erhaltungsgleichungen Quellterme hinzuaddiert, so dass bei Überlappung eines Fluidelements mit einem Festkörper der Fluidstrom an dieser Stelle zu einer Bewegung mit dem Festkörper gezwungen wird. Um die Interpolationsfehler zu begrenzen, ist es bei der CHIMERA–Methode notwendig, die sich überlappenden Gebiete fein zu strukturieren, so dass der Rechenaufwand sehr groß wird [100].

Eine weitere Methode ist die Remeshing–Methode. Durch Zulassen von Zellbewegungen werden die Zellelemente gestreckt oder verdreht, so dass sich die Netzqualität verschlechtert. Bei Erreichen einer Netzqualität, welche für die Berechnung nicht mehr tragbar ist, wird die Berechnung unterbrochen, ein neues Gitternetz erzeugt und die Daten des alten Gitters auf das neue Gitter interpoliert. Die Berechnung kann mit dem neugenerierten Gitternetz fortgeführt werden. So verwendete RÉTY [84], [85] diese Methode, um die Druckwelle eines Zuges bei Tunneleintritt zu berechnen. Das erzeugte Gitter ist unstrukturiert und generiert sich bei Netzdeformation automatisch, wenn die vom Anwender festgelegten Qualitätskriterien der Elemente unterschritten werden. Die häufige Neuvernetzung ist jedoch sehr rechenaufwändig und unstabil.

Die dritte Möglichkeit, die Methode der Sliding–Meshes, ähnelt der CHIMERA–Methode in der Hinsicht, dass unterschiedliche Fluidräume modelliert werden. Im Gegensatz zur CHIMERA–Methode gibt es keine bis sehr geringe Überlappungen zwischen den Fluidräumen, so dass klare Gebietsgrenzen entstehen, an denen die physikalischen Informationen zwischen den Räumen ausgetauscht werden. So kann diese Methode sowohl

für rein rotatorische als auch rein translatorische Bewegungen genutzt werden. Beispielfhaft werden Fluidströmungen um rotierende Windturbinen von KRONSCHNABL [48] und GREER [35] computergestützt analysiert, in der ein rotatorisch drehender Fluidraum an einen statischen Fluidraum angrenzt. An den Grenzen, den Interfaces, werden die physikalischen Informationen übertragen. Bei rein translatorischen Bewegungen, wie sie bei ideal modellierten Zugbewegungen angenommen werden, hat UYSTEPRUYST [100] eine Zugbewegung durch einen Tunnel und die Lärmentwicklung bei Eintritt in den Tunnel untersucht. Dabei werden bei translatorischen Bewegungen die vordersten Zellen bei Erreichen eines Grenzkriteriums an das hintere Ende des Fluidraums transferiert, so dass die Zellanzahl und die räumliche Ausbreitung des Gebiets nahezu konstant bleiben.

## 5.2 Die Gestalt des Modells

Zur Berechnung der entstehenden Luftdrücke an Lärmschutzwänden bei einer Zugvorbeifahrt wird eine numerische Strömungssimulation (CFD) auf Grundlage der Finiten-Volumen-Methode durchgeführt. In diesem Abschnitt werden das Modell sowie die einzelnen Implementierungen erläutert.

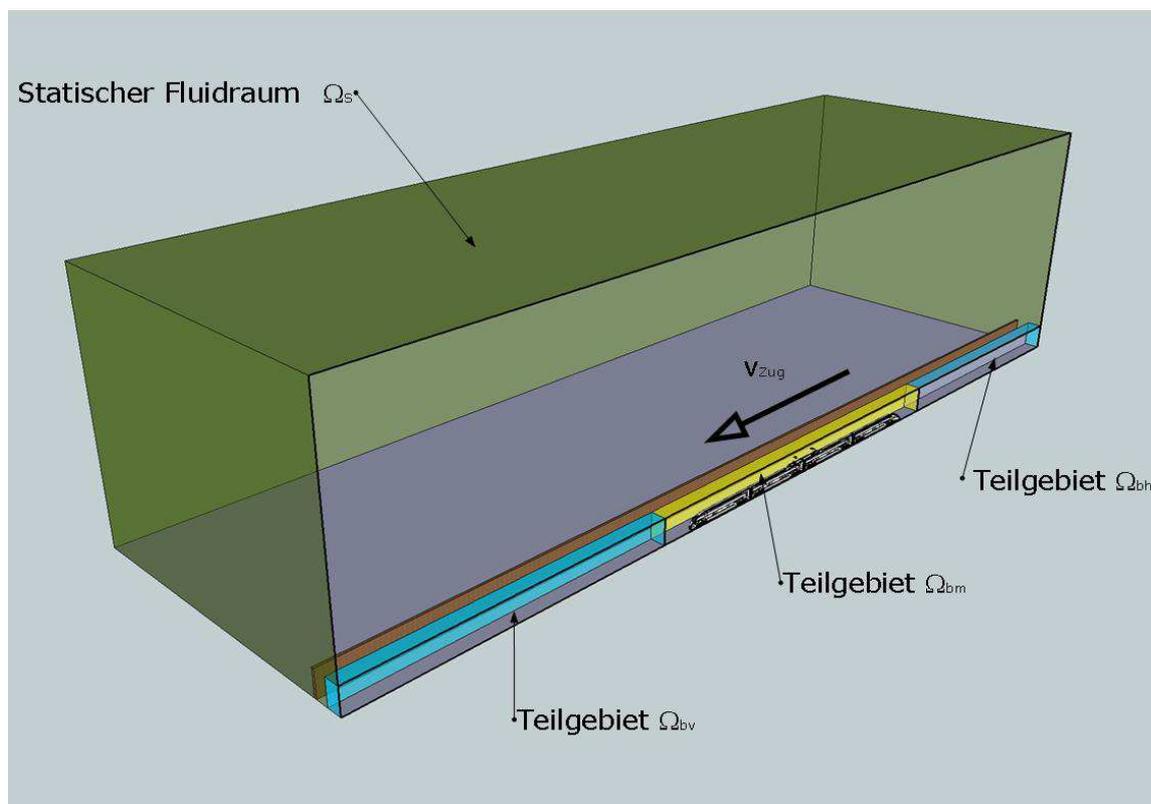


Abbildung 5.1: Modellierter Fluidraum  $\Omega$  (ICE-Modell nach [33])

Das dreidimensionale Modell gliedert sich in zwei Fluidgebiete, wovon eines dieser Teilgebiete statisch und das andere beweglich ist. Das gesamte Modellierungsgebiet wird mit einem strukturierten Hexaedergitter versehen. Die beiden Fluidräume grenzen aneinander, es findet keine Überlappung der beiden Teilgebiete statt. Das statische Fluidgebiet  $\Omega_s$  beinhaltet die Lärmschutzwand, die als feste Wand modelliert wird. In Abbildung 5.1 ist der gesamte modellierte Fluidraum dargestellt. Man erkennt den statischen Fluidraum in grüner Farbe. Das bewegliche Fluidgebiet ist in blauer und gelber Farbe graphisch dargestellt. Das bewegliche Fluidgebiet ist wiederum unterteilt in drei weitere Gebiete, welche alle quaderförmig sind.

Eines dieser beweglichen Teilgebiete, welches als Teilgebiet  $\Omega_{bm}$  bezeichnet wird, beinhaltet die Geometrie des Hochgeschwindigkeitszuges INTERCITY EXPRESS 3. Die Geometriedaten entstammen der DIN–EN 14067–6 [17]. Dabei wird die Geometrie vereinfacht, indem die Stromübertragungsvorrichtung, der Radkasten und das Achsaggregat nicht modelliert werden. Radkasten und Achsaggregat haben einen geringen Anteil an dem Gesamtquerschnitt, so dass nach RÉTY [85] die Ausbildung der Räder vernachlässigbar ist. Die Vereinfachung dient der Reduzierung der Elementanzahl und damit einhergehend der Reduzierung der Simulationsdauer. Das Fluidgebiet  $\Omega_{bm}$  bewegt sich mit der implementierten Zuggeschwindigkeit  $\mathbf{v}_{Zug}$ , die man für Parameterstudien beliebig festlegen kann. Für die Berechnung wird eine konstante Zuggeschwindigkeit  $\mathbf{v}_{Zug}$  implementiert, jedoch ist es auch möglich, in einer Simulation die Geschwindigkeit zu ändern, um z.B. Brems– oder Beschleunigungsvorgänge hinzuzufügen. Durch den sich mitbewegenden Fluidraum, der den Festkörper umgibt, kann sichergestellt werden, dass keine Gitterverzerrungen entstehen und die Netzqualität über die gesamte Berechnung am modellierten Hochgeschwindigkeitszug erhalten bleibt. Da es sich um reine translatorische Bewegungen handelt, die in eine Richtung erfolgen, ergibt sich für einen Geschwindigkeitsvektor mit kartesischen Koordinaten im dreidimensionalen Raum eine Komponente (x–Richtung), die der Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug}$  entspricht. Die restlichen beiden Komponenten (y– und z–Richtung) sind Null. Sowohl vor als auch hinter dem beweglichen Teilgebiet  $\Omega_{bm}$  sind in kartesischer x–Richtung weitere bewegliche Teilgebiete implementiert. Das hintere, bewegliche Fluidgebiet  $\Omega_{bh}$  grenzt an den rückwärtigen Teil von  $\Omega_{bm}$ . Die Grenzfläche  $A_{bh,iv}$  zwischen diesen Fluidräumen bewegt sich mit der gleichen Geschwindigkeit  $v_{Zug}$  wie das Teilgebiet  $\Omega_{bm}$ , so dass keine Klaffungen zwischen diesen beiden Teilgebieten entstehen. Am gegenüberliegenden Ende des Gebiets  $\Omega_{bh}$  ist definiert, dass die Fläche statisch ist. Im restlichen Gebiet wird die Bewegung zwischen diesen Grenzwerten linear angesetzt. Dies hat zur Folge, dass das Gebiet und das Gitter gestreckt werden. Um die Netzqualität durch die Streckung des Gebiets nicht zu sehr zu verschlechtern, wird ein Seitenverhältnis der Hexaederelemente von 1:2000 nicht überschritten. Da die Hexaederelemente in Translationsrichtung ausgerichtet sind, entstehen keine Verzerrungen. Durch die Streckung der Elemente verändert sich das ursprüngliche Volumenverhältnis zwischen benachbarten Elementen, welches aber den Faktor 20 im gesamten Berechnungsraum und über die gesamte Simulationszeit nicht überschreiten soll. Für das vordere, bewegliche Fluidgebiet  $\Omega_{bv}$  gilt analog die gleiche Implementierung. Die Grenzfläche  $A_{bv,ih}$ , welche an das Teilge-

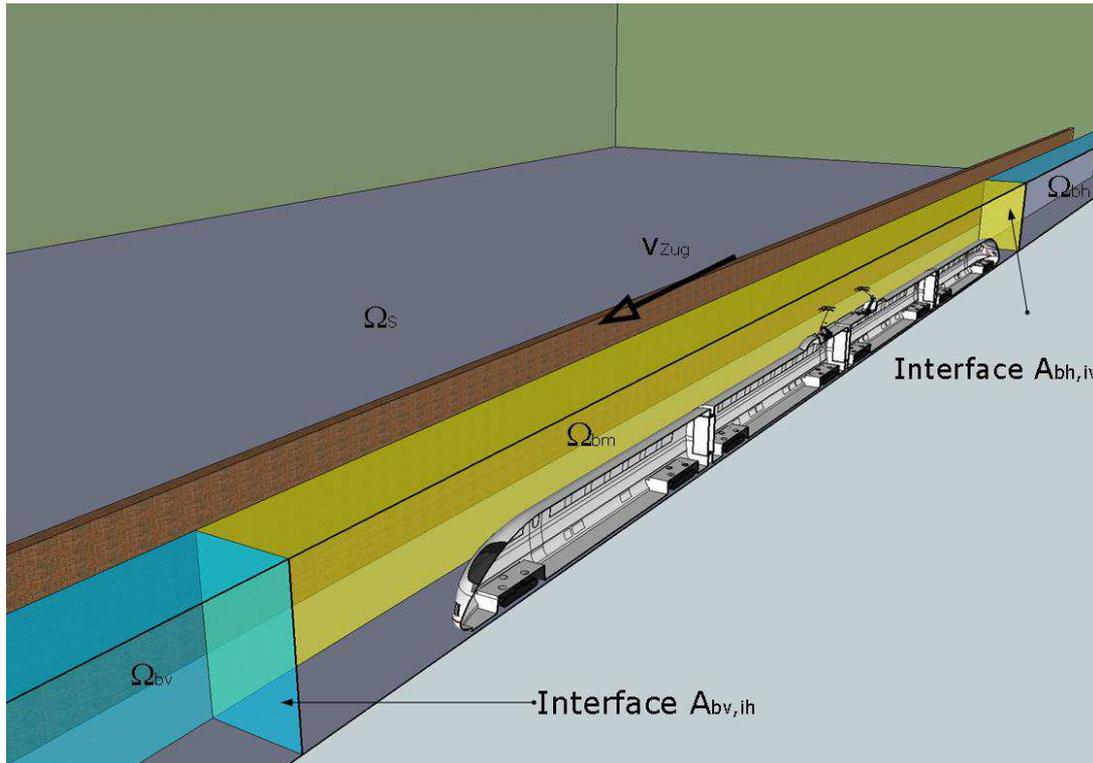


Abbildung 5.2: Beweglicher Fluidraum  $\Omega_b$  – Randbedingungen (ICE-Modell nach [33])

biet  $\Omega_{bm}$  grenzt, bewegt sich mit der gleichen Geschwindigkeit wie  $\Omega_{bm}$ , während am gegenüberliegenden Ende des Gebiets die Fläche statisch ist. So wie im Teilgebiet  $\Omega_{bh}$  wird die Bewegung zwischen den beiden Flächen linear angesetzt, so dass in diesem Fall das Teilgebiet  $\Omega_{bv}$  zusammengestaucht wird. Die Grenzflächen sowohl zwischen den statischen und beweglichen als auch zwischen den beweglichen Fluidgebieten untereinander werden mit sogenannten General Grid Interfaces (GGI) verbunden, so wie in Abbildung 5.2 dargestellt.

Durch Implementierung der GGI-Flächen wird sichergestellt, dass die Informationen zwischen den Gebieten ausgetauscht werden, auch wenn die Gitter der Gebiete voneinander differieren. Um des Weiteren Rechenzeit zu sparen, wird das Gebiet durch den Zugquerschnitt vertikal halbiert, so dass Symmetriebedingungen ausgenutzt werden. In Abbildung 5.2 ist der bewegliche Fluidraum  $\Omega_b$  graphisch dargestellt. In gelber Farbe erkennt man das Teilgebiet  $\Omega_{bm}$ , welches die Zuggeometrie umfasst. Im vorderen und hinteren Bereich sind die Teilgebiete  $\Omega_{bv}$  und  $\Omega_{bh}$  in blauer Farbe dargestellt. Im Hintergrund dieser beweglichen Fluidräume ist in bräunlicher Farbe die modellierte Lärmschutzwand dargestellt. Diese befindet sich räumlich getrennt im statischen Fluidgebiet  $\Omega_s$ . In grauer Hintermalung ist der Boden dargestellt, der als feste Wand modelliert wird.

Bei der Implementierung des Modells wird sowohl der Oberbau des Hochgeschwindig-

keitszuges als auch der Radkasten nicht modelliert. Des Weiteren werden keine Schienenwege modelliert, so dass sich durch die Vereinfachungen die Anzahl der Elemente reduzieren lässt.

Die Vernetzung erfolgt blockstrukturiert mit der Software ICEM CFD, die Fluidräume werden in Volumina (Blöcke) unterteilt, so dass in den einzelnen Blöcken die Diskretisierung im Raum stattfindet. Anhand der Verblockung lässt sich die Netzgenerierung individueller gestalten und an die geometrischen Körper und Flächen besser anpassen [1]. Es lassen sich mit blockstrukturierter Netzgenerierung flache Hexaederelemente erzeugen, welche im Vergleich zu Tetraederelementen günstigere Winkel besitzen, wenn man von gleicher Längenausdehnung ausgeht. Beispielhaft verwendet SCHMITT [90] in seiner Arbeit die blockstrukturierte Netzgenerierung, um an der Grenzschicht das Netz fein aufzulösen. In Abbildung 5.3 ist die Vernetzung des Zugkopfes dargestellt.

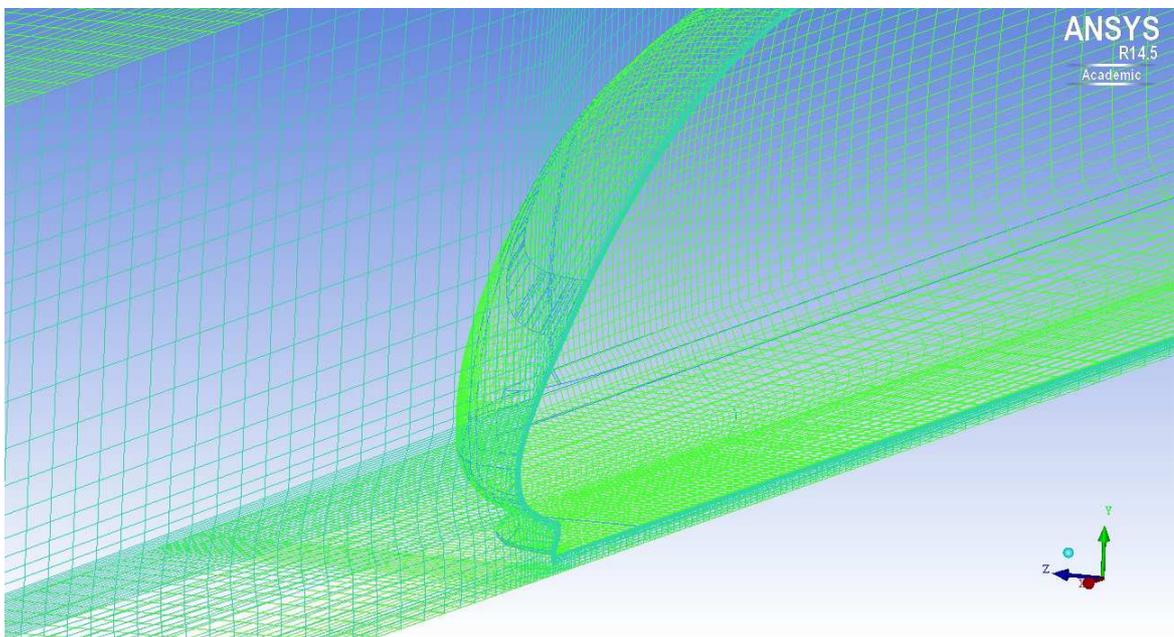


Abbildung 5.3: Blockstruktuiertes Gitter am Zugkopf

Das erstellte Gitter hat ca. 800.000 Elemente, dabei ist die kleinste Elementdicke mit 0,1 mm gewählt. Netzverfeinerungen und -vergrößerungen zeigen keine nennenswerten Ergebnisänderungen. Die Zeitschrittweite wird mit  $\Delta t = 0,001$  s gewählt. In Abhängigkeit von der Geschwindigkeit des Zuges wird die Simulationszeit zwischen 3,6 und 15 s gesetzt. Auch hier zeigt sich bei Verkleinerung der Zeitschrittweite keine Ergebnisänderung. Daher wird für niedrige Zuggeschwindigkeiten die Zeitschrittweite auf  $\Delta t = 0,002$  s vergrößert, um die Rechenzeit zu verringern. Die Modellierung des Fluids ist für die Berechnungen ausschließlich inkompressibel. Zu Testzwecken wird eine Berechnung bei einer Zuggeschwindigkeit von  $v_{Zug} = 300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  mit kompressiblen Gasen gerechnet. Dabei ergeben sich auch keine nennenswerten Ergebnisänderungen hinsichtlich der maximalen und minimalen Drücke an der Lärmschutzwand.

## 5.3 Die Berechnung

Zur Berechnung des Luftdrucks an der Lärmschutzwand wird ein transientes Modell mit der Software ANSYS CFX implementiert. Durch eine konstante Zeitschrittwahl  $\Delta t$  lässt sich eine gleichmäßige Gebietsverschiebung  $\Delta x$  aufbringen, die der Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug}$  entspricht.

Die Ränder senkrecht zur Zugbewegung sind als Symmetrieränder definiert worden. Das Fluidgebiet wird von den Abmessungen her auf etwa das Zwanzigfache der Zughöhe und -breite modelliert, so dass der Einfluss des Fernfelds äußerst gering ist. Des Weiteren wird die Symmetriebedingung dahingehend ausgenutzt, dass der Zugkörper in Längsrichtung symmetrisch ist. Daher wird in Längsrichtung durch die Zugmitte eine Symmetrieachse eingefügt. Im Bereich vor dem Zug ist ein Ausströmrand, hinter dem Zug ein Einströmrand. Der Boden und die Lärmschutzwand sowie die Zuggeometrie sind als feste Wand implementiert, die für das Fluid undurchdringlich sind. Unter der Annahme, dass die Fluidgeschwindigkeit an der Wand Null sei, wird eine Scherspannung an dieser Stelle implementiert, die die Fluidgeschwindigkeit abbremst. Diese Randbedingung wird „no-slip wall“ genannt und gilt im mathematischen Sinne als DIRICHLET-Randbedingung (vgl. DAY [15]).

Um die Grenzschicht zu beschreiben, wird auf das SST-Modell nach MENTER [65], welches ein Zweigleichungs-Wirbelviskositätsmodell ist, zurückgegriffen. Das SST-Modell wurde ursprünglich für Anwendungen in der Luft- und Raumfahrt entworfen (vgl. MENTER et al. [64]). Das SST-Modell vereint die Vorteile des  $k-\epsilon$ -Modells mit denen des  $k-\omega$ -Modells. Das  $k-\epsilon$ -Modell liefert in Strömungsfeldern gute übereinstimmende Ergebnisse zu den Messungen, aber an wandnahen Gebieten sind die Ergebnisse zu ungenau, wohingegen das  $k-\omega$ -Modell Vorteile in wandnahen Bereichen des Strömungsfeldes bietet, aber sehr sensibel in wandfernen Regionen ist (vgl. BREUER [9]).

Die wandnahe Grenzschicht wird mit einer Wandfunktion (AUTOMATIC WALL FUNCTION) approximiert. Für die Nutzung der Wandfunktion soll für ANSYS CFX die Variable  $y^+$  für den ersten wandnahen Knotenpunkt nach der Gleichung (2.65) im Bereich zwischen 30 und 300 liegen [2]. Für die Lärmschutzwand ist der  $y^+$ -Wert in diesem Bereich erfüllt, zur Verkürzung der Rechenzeit gilt für die Zugwand

$$y^+ \approx 300.$$

Der Einfluss der Diskretisierung an der Zugwand auf den zu berechnenden Luftdruck an der Lärmschutzwand spielt lediglich eine marginale Rolle und kann in diesem Fall vernachlässigt werden.

Für die Berechnung wird im ersten Schritt eine gleichmäßige Beschleunigung  $a_{Zug}$  des Zuges bis Erreichen der Zielgeschwindigkeit  $v_{Zug}$  aufgebracht. Dadurch bildet sich der Druckverlauf um den Zugkörper aus, ohne dass sich dabei interferierende Druckwellen ausbilden, die durch plötzliches Aufbringen der Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug}$  entstehen würden. Im zweiten Schritt wird die Berechnung mit der Anfangsbedingung, die durch

Beschleunigung bis zur Zielgeschwindigkeit entsteht, gestartet. Der Festkörper in Form des Hochgeschwindigkeitszuges bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit  $v_{Zug}$  an einer Stelle komplett mit Zugkopf und -ende vorbei. Dabei werden Luftdruck  $p$  und Windgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_{Wind}$  an dieser Stelle über die Höhe der Lärmschutzwand aufgezeichnet.

## 5.4 Ergebnisse

Es werden Berechnungen für verschiedene Translationsgeschwindigkeiten zwischen  $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  bis  $360 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  durchgeführt. Dabei werden die Luftdrücke an einer Stelle an der Lärmschutzwand über die gesamte Höhe ausgewertet. In Abbildung 5.4 erkennt man den qualitativen Verlauf der Druck-Sog-Welle an einem Punkt, der bei 0 m über SOK liegt. Man erkennt eine Drucklast, die gefolgt von der Soglast auf die Lärmschutzwand wirkt. Dies ist der Zeitpunkt der Vorbeifahrt des Zugkopfes. Der Luftdruck erreicht bei einer Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug} = 300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  den Spitzenwert von ca.  $565 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ , während der Sogspitzenwert etwas niedriger bei ca.  $512 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$  liegt. Bei Vorbeifahrt des Zugendes entsteht wieder eine Druck-Sog-Welle, die jedoch in entgegengesetzter Reihenfolge angeordnet ist, wie dies in Abbildung 5.4 bei einer Zeit von  $t = 3,0\text{s}$  dargestellt ist. Die Druck- und Sogwerte am Zugende sind niedriger als bei Passieren des Zugkopfes. Zwischen Passieren des Zugkopfes und -endes sind keine nennenswerten hohen Ausschläge zu erkennen.

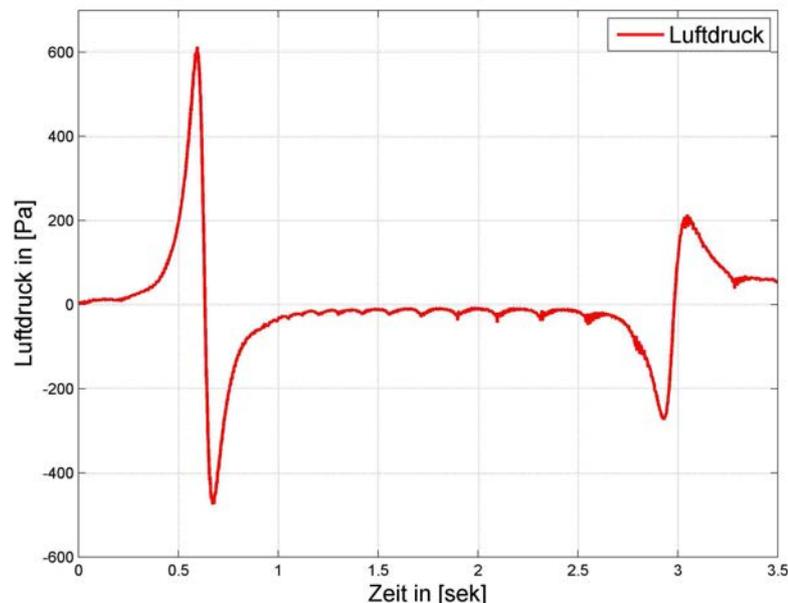


Abbildung 5.4: Druckverlauf über SOK bei Zugvorbeifahrt

In Abbildung 5.5 wird die Druckverteilung über die Wandhöhe bei einer Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug} = 300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  dargestellt. Der maximale Luftdruck von ca.  $565 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$  ist bei einer Höhe von 0 m über SOK zu beobachten und nimmt mit zunehmender Höhe ab. Bei einer Höhe von 5,0 m über SOK beträgt der Luftdruck ca.  $250 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ . Durch die quasi-radiale Ausbildung der Druckverteilung um den Zugquerschnitt ist der entstandene Luftdruck bei geringeren Höhen über SOK höher. Der Vergleich mit den in Abbildung 4.5 dargestellten gemessenen Luftdrücken zeigt eine gute Übereinstimmung mit den maximal gemessenen Luftdrücken der DB-Messkampagne [16]. Die berechneten Werte sind im Vergleich zu den gemittelten Luftdrücken, die gemessen wurden, um ca. 5% höher.

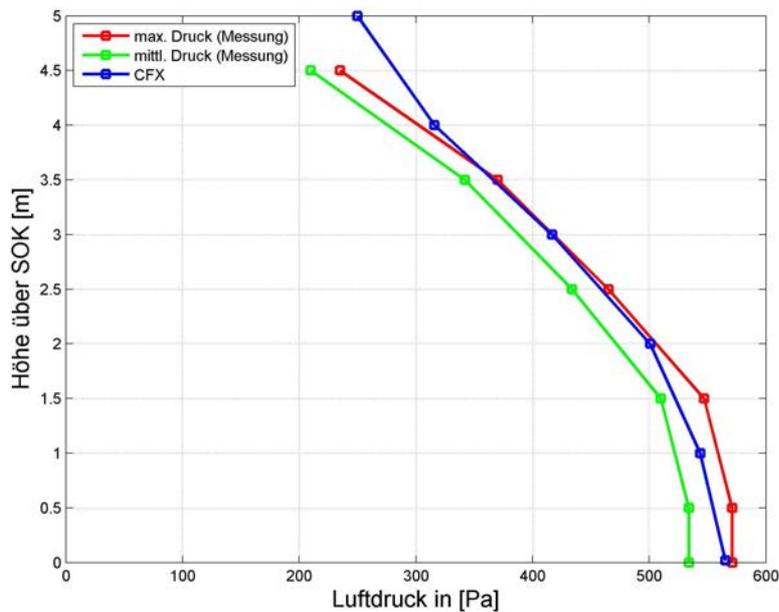


Abbildung 5.5: Vergleich der Druckverteilung an der Lärmschutzwand über die Höhe bei Zugvorbeifahrt zwischen gemessenen Werten nach [16] und Simulation

Eine allgemeinere Aussage kann aus der Abbildung 5.6 gewonnen werden, welche ein Oberflächendiagramm ist und den Luftdruck sowohl über die Höhe über SOK als auch über die Zuggeschwindigkeit darstellt. Man erkennt, dass Luftdrücke größer als  $400 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$  nur bei Zuggeschwindigkeiten über  $250 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  auftreten und Luftdrücke jenseits von  $600 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$  bei Zuggeschwindigkeiten über  $300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Die Abnahme des Luftdrucks über die Höhe verläuft nichtlinear. Mit steigender Höhe nimmt der Luftdruck stärker ab, so dass bei einer Höhe von 5,00 m über SOK ca. 44–47% des maximal auftretenden Drucks berechnet wird.

Die Druckverteilung über dem Querschnitt des Zuges erkennt man gut in der Abbildung 5.7 links die Lärmschutzwand und der Zugkörper sind in blau hinterlegt. Der Druck breitet sich radial vom Zugquerschnitt weg aus, so dass bis ca. 3,00 m Höhe der Zugkörper die Luftmasse quer und somit normal auf die Wand verdrängt.

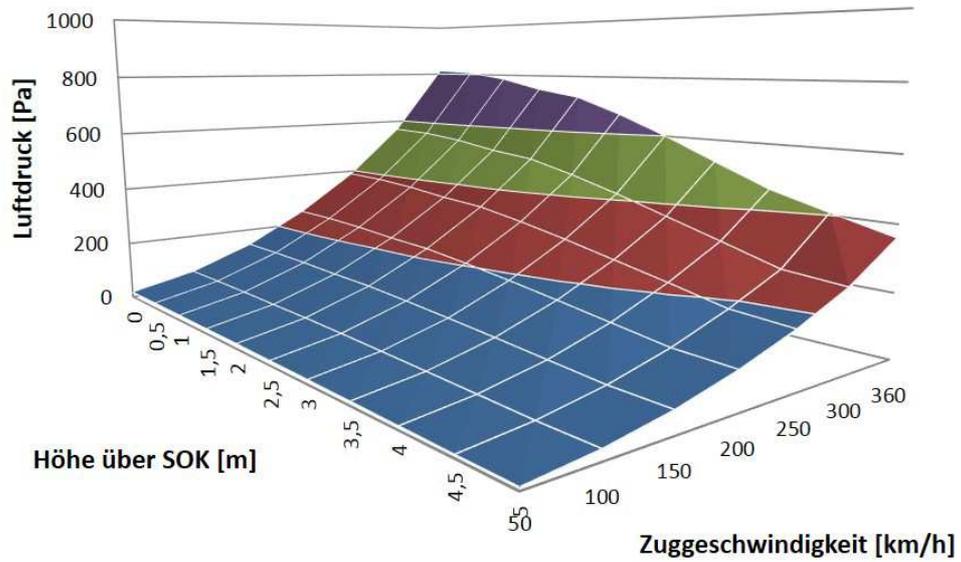


Abbildung 5.6: Druckverteilungsdiagramm

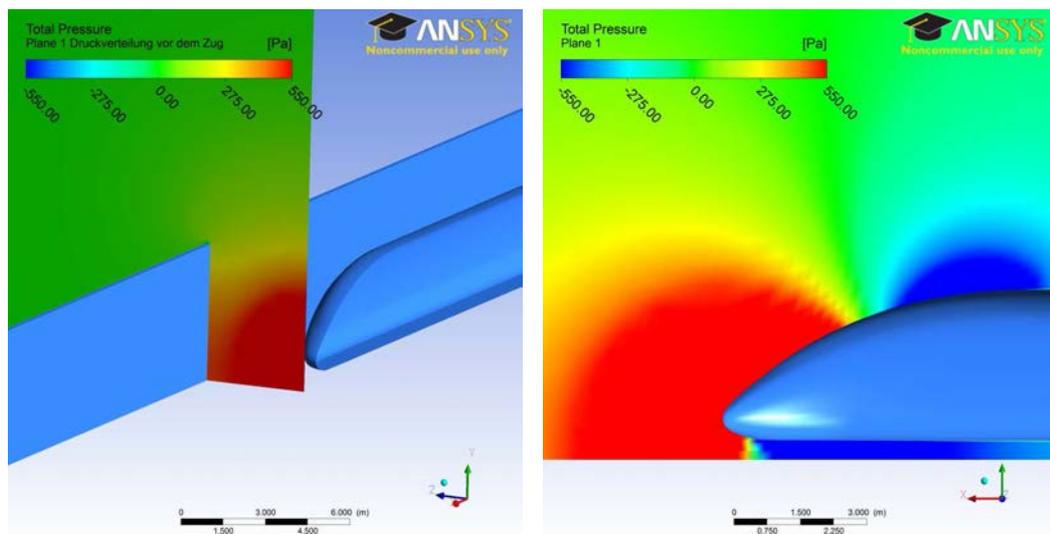


Abbildung 5.7: Druckverteilung über den Querschnitt bei Zugvorbeifahrt (links), Druckverteilung in Längsrichtung (rechts)

Bei zunehmender Höhe ändert sich der Druckgradient, so dass der Luftdruck nicht mehr quer zur Wand, sondern in einem schrägen Winkel auftritt. Dadurch verringert sich der Druck. In Abbildung 5.7 rechts wird die Druckverteilung am Zugkopf in Längsrichtung dargestellt. Man erkennt die Druckwelle an der Spitze des Zuges und im nachlaufenden Bereich den Sogbereich, der die Sogwelle an der Lärmschutzwand auslöst.

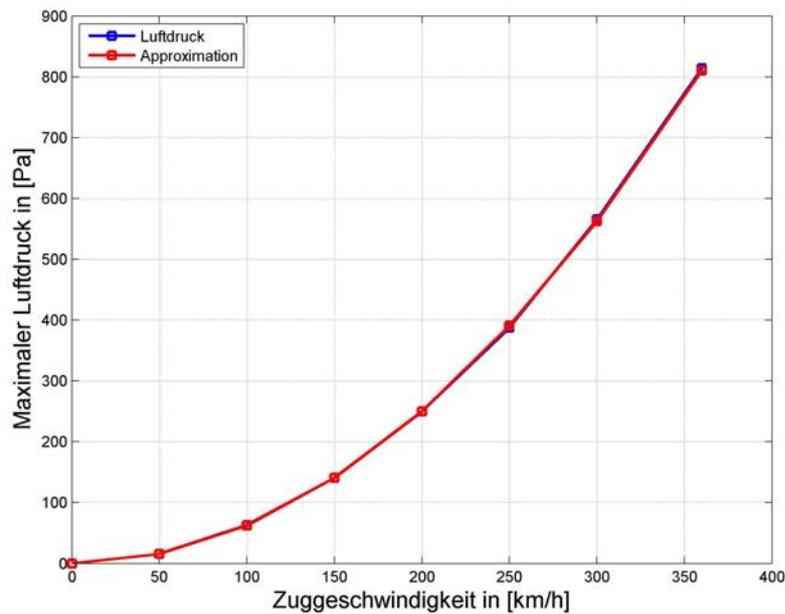


Abbildung 5.8: Druck bei SOK in Abhängigkeit der Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug}$

Durch die Bewegung des Zugkörpers werden die Luftmassen sowohl in Längsrichtung als auch in Querrichtung verdrängt.

Der maximal auftretende Luftdruck in Abhängigkeit von der Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug}$  kann aus der Abbildung 5.8 entnommen werden. Es zeigt sich eine nichtlineare Steigerung der maximal auftretenden Drucklast bei Erhöhung der Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug}$ . Bei Verdopplung der Geschwindigkeit erkennt man eine Vervierfachung der auftretenden Luftdrücke. Die Druckkurve verläuft quadratisch und kann durch die Approximationsfunktion  $P_{Luft}$

$$P_{Luft}(v_{Zug}) \approx 0,081 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left( v_{Zug} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \right)^2 \quad (5.2)$$

angenähert werden. Die Approximation hat im schlechtesten Fall eine Abweichung von ca. 0,9% und ist eine gute Näherung für die Berechnung der Luftdrücke bei Zuggeschwindigkeiten zwischen 0 und  $360 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Der quadratische Zusammenhang spiegelt die allgemeine Tatsache wider, dass die Geschwindigkeit in die energetische Bilanz in Form der kinetischen Energie zum Quadrat einbezogen wird. So gilt das allgemeine Gesetz auch in diesem Fall.

## 5.5 Vergleichende Betrachtung mit in-situ Streckenmessungen

Die berechneten Ergebnisse werden im Folgenden mit den in Kapitel 4.2 dargestellten Ergebnissen der Streckenmessungen verglichen. Alle Wände bis auf die Wand des Zugkörpers sind für die Berechnungen als hydraulisch glatt modelliert, es gilt somit für die Wandrauigkeit  $k_s = 0,0$  mm. Für die Wandoberfläche des Zuges wird eine Rauheit von  $k_s = 9,0$  mm angesetzt.

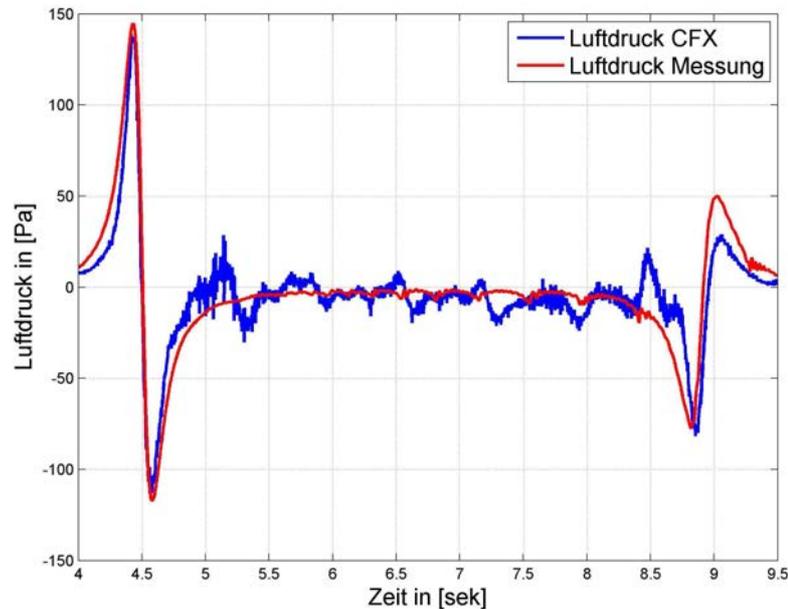


Abbildung 5.9: Vergleich des Luftdrucks über SOK zwischen Messung und Berechnung bei  $160 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  (Wandabstand  $a_g$ : 3,80 m)

Die durch die Messkampagnen gewonnenen Messdaten ergeben weitestgehend übereinstimmend einen Druckbeiwert  $c_p = 0,13$ . Dieser Wert lässt sich auch aus der strömungsmechanischen Berechnung bei einer Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug}$  ermitteln, so dass zur Berechnung des maximalen Luftdrucks eine gute Übereinstimmung erkennbar ist. Auch bei anderen Zuggeschwindigkeiten zwischen  $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  und  $360 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , die bei der Strömungssimulation angesetzt werden, ergeben sich gleiche Druckbeiwerte. Vergleicht man den qualitativen Verlauf der Druck-Sog-Welle, welcher für eine Zuggeschwindigkeit von  $v_{Zug} = 160 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  in Abbildung 5.9 dargestellt ist, so erkennt man eine gute Übereinstimmung mit der Druck-Sog-Welle am Bug. Bei näherer Betrachtung des zeitlichen Druckverlaufs und Vergleich zwischen Messung und Simulation jedoch erkennt man beim Druck einen zeitlich früheren Anstieg des Verlaufs und beim Sog ein zeitlich späteres Abklingen. Die Abweichung sind bei der Kopfwelle geringer als bei der Heckwelle.

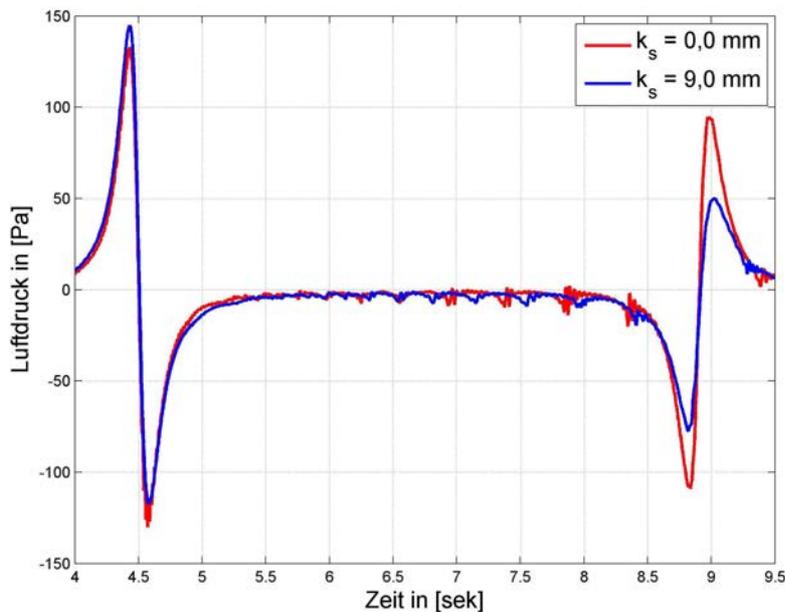


Abbildung 5.10: Darstellung des Einflusses der Sandrauigkeit

Die Spitzenwerte sind in der Berechnung leicht höher als in der Messung. Während die Differenz für die Drucklast ungefähr 2,8% beträgt, liegt der Unterschied für die Soglast bei 3,6%. Der Vergleich der Druck-Sog-Welle am Heck ist weniger übereinstimmend. Hier ist die berechnete Drucklast deutlich höher als die gemessenen Werte. Der Wert der Drucklast am Heck wird in der Berechnung überschätzt. Die Abweichung zwischen Messwerten und simulierten Ergebnissen beträgt ca. 72%, jedoch herrscht eine gute Übereinstimmung der Soglast am Heck. Hier liegt die Differenz bei 5,5%.

Die Differenz zwischen Messwerten und numerischen Berechnungen ist darin begründet, dass die Zähigkeit der Fluide in der Realität von Null verschieden ist. Ein Fluid, welches frei von Zähigkeit wäre, würde nach HUCHO [41] an der Wand strömen und es würde sich wie am Zugkopf ein Staupunkt bilden. Da das Fluid jedoch eine gewisse Zähigkeit besitzt, bleibt es in der Realität an der Wand haften. Das haftende Fluid überträgt eine Schubspannung  $\tau_w$  und möglicherweise löst sich die Strömung. Daher entstehen am Heck Druckverhältnisse aus den numerischen Berechnungen, die nicht mit den Messergebnissen übereinstimmen. Durch Variation der Sandrauigkeit  $k_s$  lässt sich der Effekt abmildern. Die Strömungsgeschwindigkeit wird an der Oberfläche abgemindert und die Turbulenzproduktion im wandnahen Bereich erhöht, was wiederum die Zähigkeit erhöht. In Abbildung 5.10 ist der Einfluss der Sandrauigkeit  $k_s$  dargestellt. Man erkennt eine signifikante Verringerung der Druck- und Soglasten am Heck. Am Bug sind die Änderungen marginal, hier ist eine Vergrößerung der Drucklast und eine leichte Verringerung der Soglast zu erkennen, was die Tatsache erhärtet, dass die gemessene Drucklast höher ist als die Soglast.

## 5.6 Betrachtungen der Druck–Sog–Belastung unter Parametervariation

Das entwickelte Strömungsmodell wird für weitere Untersuchungen modifiziert, um den Einfluss einiger Parameter auf die Druck–Sog–Welle zu untersuchen. Die Berechnungen werden für eine konstante Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug} = 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  durchgeführt. So wird im ersten Schritt die Höhe der Lärmschutzwand variiert und untersucht inwiefern sich die Wandhöhe auf den maximalen Druck auswirkt, welche am Fußpunkt der Wand auftreten. Die Wandhöhe wird zwischen 0,00 und 50,00 m variiert. Dabei bleibt der bisherige Gleisabstand  $a_g = 3,80 \text{ m}$  unverändert.

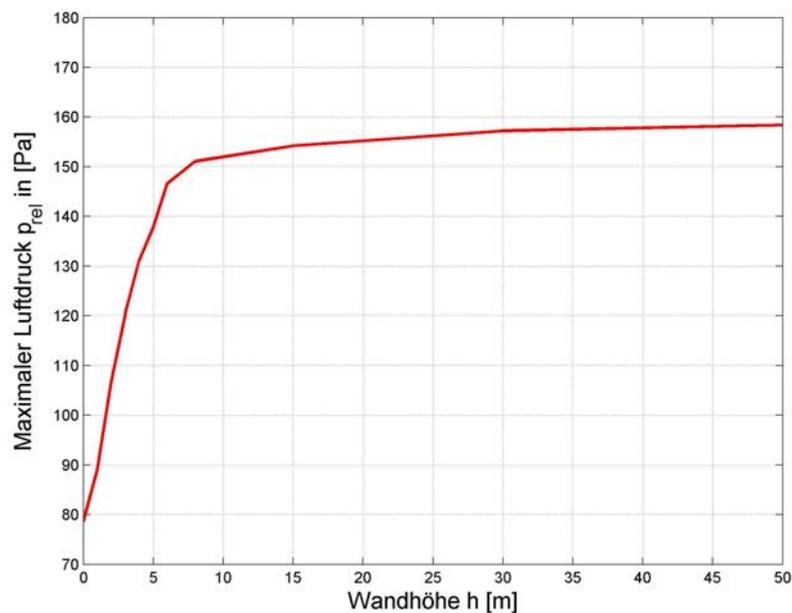


Abbildung 5.11: Maximaler Luftdruck über SOK auf der Wand bei Zugvorbeifahrt in Abhängigkeit von der Wandhöhe (Zugform: ICE 3,  $v_{Zug} = 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ )

Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.11 dargestellt, in der der Luftdruck über die Wandhöhe über SOK aufgetragen ist. In dieser Abbildung erkennt man einen Einfluss der Wandhöhe auf den maximalen Luftdruck, der am Fußpunkt der Wand entsteht. Es kann die allgemeine Aussage getroffen werden, dass sich der maximale Luftdruck mit steigender Wandhöhe erhöht. Über die Höhe der Lärmschutzwand herrscht ein nicht-linearer Zusammenhang des Druckverlaufs vor. Bei Wandhöhen über 6,00 m ist die Erhöhung des Luftdrucks am Fußpunkt marginal. Man kann sagen, dass sich der Luftdruck einem maximalen Druck annähert, der dem einer unendlich hohen Wand gleicht. Ebenso verhält es sich bei Verringerung der Wandhöhe. Hier nähert sich der Luftdruck einem Wert an, der bei ungehinderter Ausbreitungsmöglichkeit des Luftdrucks

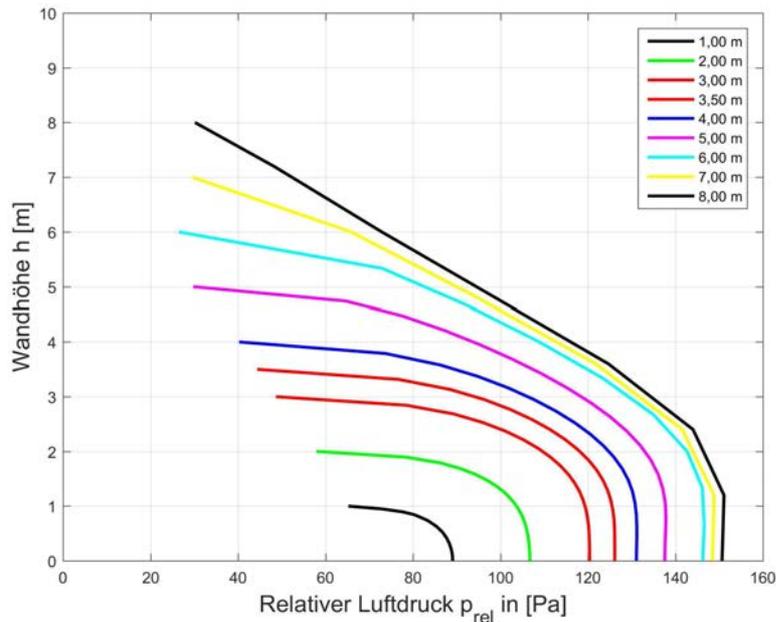


Abbildung 5.12: Maximaler Luftdruck auf der Wand bei Zugvorbeifahrt bei unterschiedlichen Wandhöhen ( $v_{Zug} = 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,  $a_g = 3,80 \text{ m}$ )

vorherrscht. Bei einer unendlich hohen Lärmschutzwand strebt der Luftdruck gegen den Wert  $p \approx 160 \text{ Pa}$ , wohingegen bei ungehinderter Druckausbreitung der Luftdruck  $75,173 \text{ Pa}$  beträgt. Wie in der Abbildung 5.11 dargestellt ist bei anfänglichen Steigerungen der Wandhöhe bis etwa  $10 \text{ m}$  eine große Steigerung des Luftdrucks zu erkennen, welche bei weiterer Steigerung der Wandhöhe abnimmt.

In Abbildung 5.12 ist der Druckverlauf über die Höhe für die verschiedenen Wandhöhen zu dem Zeitpunkt dargestellt, an dem durch Zugvorbeifahrt des Zugkopfes der maximale Luftdruck am Wandfußpunkt entsteht. Auch in dieser Abbildung erkennt man, dass am Fußpunkt der Luftdruck steigt, wenn die Höhe der Lärmschutzwand vergrößert wird. Je höher die Lärmschutzwand ist, desto größer ist auch der Bereich am unteren Teil der Wand, der mit quasi-konstantem Druckverlauf belastet wird. Bei einer Wandhöhe von  $8,00 \text{ m}$  ist dieser Bereich bei  $1,00 \text{ m}$  Höhe. Bei ca.  $1,00 \text{ m}$  über SOK fällt der Luftdruck auf die Wand mit steigender Wandhöhe. Ab einer Wandhöhe von  $1,00 \text{ m}$  hingegen ist eine nichtlineare Verringerung des Luftdrucks vom Fußpunkt aus erkennbar. Bei geringen Wandhöhen ist zudem an der Oberkante der Lärmschutzwand ein höherer Luftdruck als bei größeren Wandhöhen zu erkennen. Während bei einer Wandhöhe von  $1,00 \text{ m}$  der Druck an der Wandoberkante  $65,22 \text{ Pa}$  beträgt, so ist bei höheren Lärmschutzwänden zu beobachten, dass der Druckwert sich stetig verringert und bei einer Wandhöhe von  $8,00 \text{ m}$  ein Druck von  $21,14 \text{ Pa}$  vorliegt.

Im weiteren Verlauf wird der Einfluss des Gleisabstandes  $a_g$  der Lärmschutzwand untersucht. Dabei werden numerische Berechnungen durchgeführt, bei denen der Abstand

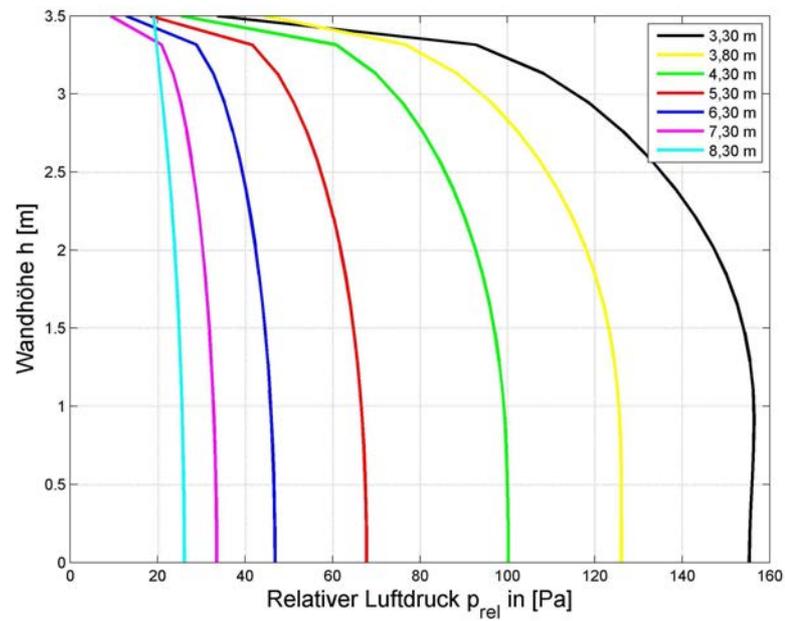


Abbildung 5.13: Maximaler Luftdruck auf der Wand bei Zugvorbeifahrt bei unterschiedlichen Wandabständen ( $v_{Zug} = 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ )

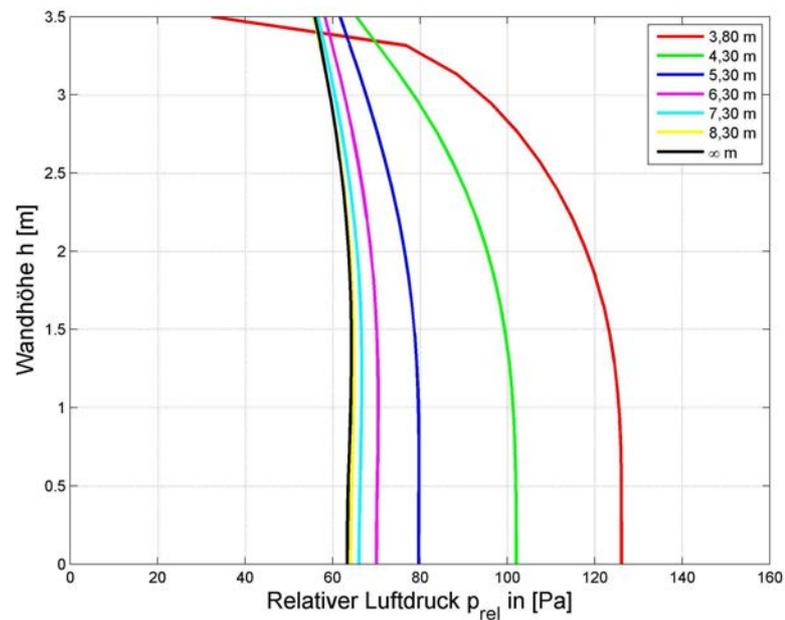


Abbildung 5.14: Luftdruck bei einem Abstand von 3,80 m in Abhängigkeit des Wandabstands ( $v_{Zug} = 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ )

der Lärmschutzwand zur Gleismitte im Bereich zwischen 3,30 und 8,30 m variiert wird. Dabei werden zum einen die Luftdrücke bei Variation des Gleisabstands an der Oberfläche der Lärmschutzwand miteinander verglichen, zum anderen wird auch der Luftdruck bei einem Gleisabstand von 3,80 m bei unterschiedlichen Wandabständen zur Gleismitte verglichen. Bei den Berechnungen wird von einer konstanten Wandhöhe von 3,50 m ausgegangen.

In Abbildung 5.13 werden die Luftdrücke an der Wandoberfläche für eine Zuggeschwindigkeit von  $v_{Zug} = 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  in Abhängigkeit vom Abstand zur Gleismitte dargestellt. Je größer der Wandabstand zur Gleismitte ist, desto geringer ist der Wanddruck. Man erkennt in der Abbildung den maximalen Luftdruck am Fußpunkt, der sowohl mit der Höhe als auch mit dem Gleisabstand nichtlinear abnimmt. Diese Aussage ist unabhängig von der Wandhöhe allgemeingültig. Bei einem Wandabstand von 3,30 m beträgt der maximale Luftdruck an der Wand 156,45 Pa, welcher bei einer Höhe von 0,92 m über SOK liegt. Dagegen wird bei einem Wandabstand von 8,30 m der Maximaldruck bei einer Höhe von 0,00 m mit 26,08 Pa berechnet. Der Maximaldruck verringert sich somit auf ca. 16,7 % des größten Werts, der bei einem Gleisabstand von 3,30 m vorkommt.

In Abbildung 5.14 ist der Luftdruck dargestellt, der bei einem Abstand von 3,80 m vorherrscht. Dabei wird der Wandabstand zur Gleismitte variiert, so dass bei zunehmenden Wandabstand dieser unendlich groß sei. Bei einem Wandabstand von 3,80 m zur Gleismitte beträgt der maximale Luftdruck am Fußpunkt der Wand 126,13 Pa. Wie zuvor beschrieben herrscht ein nichtlinearer Druckverlauf über die Höhe vor, so dass der Druck über die Höhe kontinuierlich abnimmt. Betrachtet man den Luftdruck bei einem Gleisabstand von 3,80 m bei größeren Wandabständen, so erkennt man eine stetige Abnahme des Luftdrucks bei Zunahme des Wandabstandes von der Gleismitte. Bei einem Wandabstand von 8,30 m beträgt der Luftdruck ca. 64 Pa. Im Vergleich zu geringeren Wandabständen nimmt der Luftdruck über die Höhe nur wenig ab. Die entstehende Druckwelle ist bis zu einer Höhe von 2,50 m nahezu konstant. Erst bei Höhen über 2,50 m ist eine nichtlineare Abnahme des Luftdrucks zu erkennen. Bei unendlichem Abstand der Wand ist der Druckunterschied kaum geringer als bei einem Wandabstand von 8,30 m. Auch der Druckverlauf über die Höhe ist nahezu identisch. Man kann somit sagen, dass die Lärmschutzwand bei Abständen, die größer als 8,30 m sind, keinen nennenswerten Einfluss auf den Luftdruck im Nahbereich des Gleises ausübt.

## 5.7 Ausblick

Die Berechnung der Luftdrücke bei Zugvorbeifahrten erfolgte unter der Annahme eines inkompressiblen Fluids. Für Zuggeschwindigkeiten bis ca.  $360 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  mag diese Annahme gerechtfertigt sein, da bei Mach-Zahlen unter 0,3

$$Ma = \frac{v_{Zug}}{v_{Schall}} = \frac{1}{343,2} \cdot \frac{360}{3,6} \approx 0,291 \leq 0,3 \quad (5.3)$$

der Einfluss der Kompressibilität sehr gering ist (vgl. LAURIEN et al. [52] und YOUNG et al. [110]). Dennoch erscheint es sinnvoll, die Berechnungen um diesen Aspekt zu erweitern und weitere Nachforschungen anzustellen. Dabei stellt sich die Frage, wie sich die Druckwelle beim Auftreffen auf die Lärmschutzwand verhält und wie das Reflexionsverhalten des Luftstoßes ist. Um diese Fragestellung eingehend zu beantworten, bedarf es jedoch die Anwendung eines sehr feinen Rechengitters. Auch müssen die Strömungsvorgänge mit einer sehr feinen zeitlichen Diskretisierung aufgelöst werden. Auf Grund dieser Umstände wäre im dreidimensionalen Raum bei einer Verfeinerung der Gitterweite von derzeit  $\Delta = 0,1\text{ m}$  auf  $\Delta = 0,01\text{ m}$  mit einer 1000-fach höheren Anzahl von Elementen zu arbeiten, welches derzeit jenseits der verfügbaren Rechenkapazitäten wäre. Dennoch wird in den nachfolgenden Kapiteln im Rahmen verfügbarer Möglichkeiten auf diese Fragestellung eingegangen.

# Kapitel 6

## Das Reflexionsverhalten von Lärmschutzkonstruktionen

Im 6. Kapitel werden unter Annahme eines kompressiblen Fluids numerische Modelle implementiert, um die Effekte eines Druckstoßes zu simulieren. Es wird zunächst ein analytisches Modell zur Berechnung des senkrechten Druckstoßes vorgestellt und eine dem darauffolgend dargestellten numerischen Modellierung angepasste Beispielrechnung durchgeführt. Die Ergebnisse der numerischen Untersuchung werden schließlich mit den Ergebnissen des analytischen Modells verglichen. Bei diesen Modellen handelt es sich um die Implementierung von undurchlässigen Lärmschutzwänden, an denen das Reflexionsverhalten untersucht wird. Es werden abschließend Untersuchungen des Reflexionsverhaltens von durchlässigen Lärmschutzwänden durchgeführt, da die Konstruktionsweise von Aluminiumlärmschutzpanelen, die in der Praxis eingesetzt werden, die Annahme nahelegt, dass diese Element nicht luftundurchlässig sind.

### 6.1 Einleitende Betrachtung

Die Betrachtung des Fluids als inkompressibles Fluid wird an dieser Stelle nicht weiterverfolgt, sondern es wird die Zustandsgleichung des idealen Gases in die Betrachtung aufgenommen. Es wird auf die Gleichung (2.43)

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

zurückgegriffen, welche den Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen Druck  $p$  und Temperatur  $T$  beschreibt. Setzt man für die Stoffmenge  $n$  den Quotienten aus der Masse  $m$  und der molaren Masse  $M$  ein, so erhält man nach Umformung nach der Dichte  $\rho$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M \cdot p}{R \cdot T}. \quad (6.1)$$

Nach der Gleichung (6.1) erkennt man, dass eine Druckänderung eine Dichteänderung zur Folge hat. Somit gilt das Fluid als kompressibel. Die Gleichung (2.43) kann auch auf eine andere Weise ausgedrückt werden, die dann lautet:

$$p = (\gamma - 1) \rho \cdot e. \quad (6.2)$$

Auf eine ausführliche Herleitung wird an dieser Stelle verzichtet. Es sei auf die Arbeit von DÖGE [21] verwiesen. In der Gleichung (6.2) beschreibt der Isentropenexponent  $\gamma$  das Verhältnis zwischen der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck  $c_p$  und der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen  $c_v$ . Es gelte

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}. \quad (6.3)$$

Für den Isentropenexponent  $\gamma$  ist für Luft der Wert  $\gamma = 1,4$  angegeben.

In diesem Kapitel soll die Fragestellung des Reflexionsverhaltens an einer Lärmschutzwand behandelt werden unter der Annahme, dass sich das Fluid nach dem idealen Gasgesetz (2.43) kompressibel verhält. Es wird zunächst die Herleitung einer analytischen Berechnung vorgestellt. Im zweiten Schritt wird eine numerische Simulation durchgeführt und die Ergebnisse miteinander verglichen. Aufbauend auf diesen Berechnungen wird auf die Berechnung in Kapitel 5 Bezug genommen, in der mit einem inkompressiblen Fluid gerechnet wurde.

## 6.2 Analytische Berechnung der Druckwelle

### 6.2.1 Der senkrechte Verdichtungsstoß

Eine Druckwelle ist mit erheblichen Dichte- oder Volumenänderungen verbunden und tritt nach PRANDTL [79] unter folgenden Bedingungen auf:

- Große Höhererstreckung der von der Schwerkraft unterworfenen Gasmassen:  
Die Hauptanwendung von Druckwellen in diesem Fall betrifft meteorologische Fragestellungen, welche in freier Atmosphäre auftreten.
- Große Geschwindigkeiten der Gasströmungen:  
Darunter versteht man, wenn z.B. zwei Räume mit unterschiedlichem Druck durch einen Kanal verbunden sind oder wenn sich Festkörper im Gas mit sehr hoher Geschwindigkeit bewegen.
- Große Beschleunigungen von Wandteilen oder in der Gasmasse befindlicher Körper treten auf.
- Starke Temperaturunterschiede:  
Bei starken Temperaturunterschieden können auch geringe Geschwindigkeiten wie bei einem Wärmeübergang auftreten.

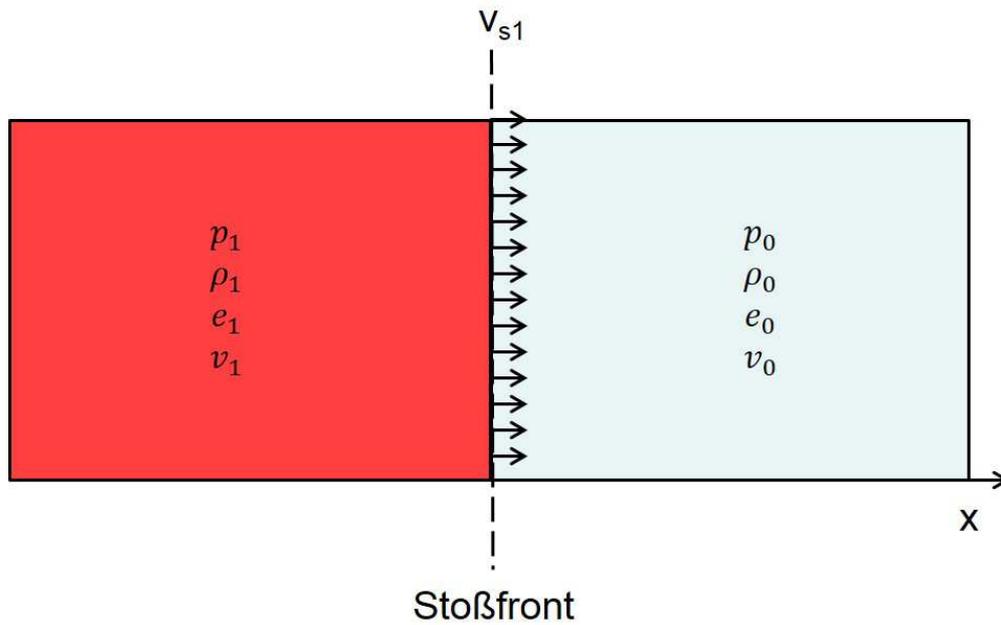


Abbildung 6.1: Senkrechter Verdichtungsstoß

In Abbildung 6.1 ist graphisch eine sich in  $x$ -Richtung bewegende Stoßfront dargestellt. Links der Stoßfront ist der Zustand (1) dargestellt, während rechts der Stoßfront der Ausgangszustand (0) vorherrscht. Nach GEBBEKEN [31] und DÖGE [21] können die Zustandsgrößen vor und hinter der Stoßfront eines senkrechten Verdichtungsstoßes mit den folgenden Gleichungen beschrieben werden

$$\rho_1 (v_{s1} - v_1) = \rho_0 \cdot v_{s1} \quad (6.4)$$

$$\rho_0 \cdot v_{s1} \cdot v_1 = p_1 - p_0 \quad (6.5)$$

$$p_1 \cdot v_1 = \rho_0 \cdot v_{s1} \left( e_1 - e_0 + \frac{1}{2} v_1^2 \right). \quad (6.6)$$

Die Gleichungen (6.4) bis (6.6) sind die drei Erhaltungsgleichungen: Massenerhaltung, Impulserhaltung und Energieerhaltung. Setzt man die Gleichung (6.2), welche man nach der spezifischen inneren Energie  $e$  umformt, in die Gleichung (6.6) ein, so erhält man

$$p_1 \cdot v_1 = \rho_0 \cdot v_{s1} \left( \frac{p_1}{(\gamma - 1)\rho_1} - \frac{p_0}{(\gamma - 1)\rho_0} + \frac{1}{2} v_1^2 \right). \quad (6.7)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Größen  $p_0$ ,  $\rho_0$ ,  $v_0$  und  $p_1$  bekannt sind, kann man die drei Unbekannten  $\rho_1$ ,  $v_1$  und  $v_{s1}$  durch drei Gleichungen berechnen. Die Gleichun-

Tabelle 6.1: Zustandsgrößen der zwei Fluidräume zum Zeitpunkt  $t = 0$  s

Eigenschaft	Bereich 4	Bereich 0
Isentropenexponent $\gamma$	1,4	1,4
Dichte $\rho$	1,2095	1,2045
spezifische innere Energie $e$	210690	210319
Druck $p = (\gamma - 1)\rho e$	101932	101332
Geschwindigkeit $v$	0,0	0,0

Tabelle 6.2: Berechnete Werte in den Bereichen (1) und (2) zum Zeitpunkt  $t \geq 0$  s

Bereich	Bereich (1)	Bereich (2)
Druck $p$	101632	101632
Dichte $\rho$	1,2081	1,2069
spezifische innere Energie $e$	210312	210512
Geschwindigkeit $v$	0,7239	0,7239

gen (6.4), (6.5) und (6.7) können nach den drei Unbekannten  $\rho_1$ ,  $v_1$  und  $v_{s1}$  zu

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{p_0(\gamma - 1) + p_1(\gamma + 1)}{p_0(\gamma + 1) + p_1(\gamma - 1)} \quad (6.8)$$

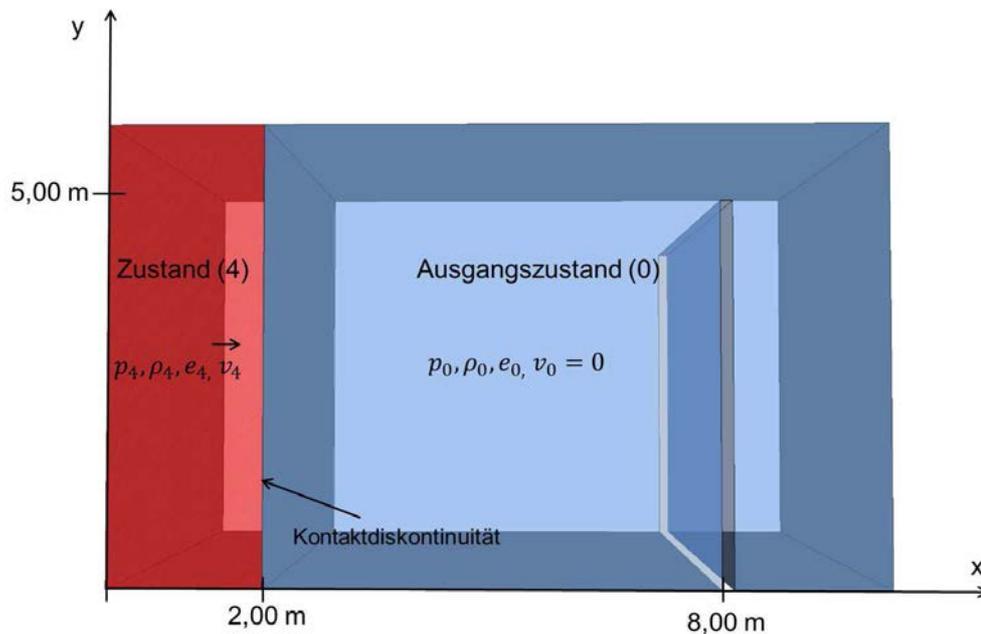
$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_0)^2}{\rho_0 [p_0(\gamma - 1) + p_1(\gamma + 1)]}} \quad (6.9)$$

$$v_{s1} = \sqrt{\frac{p_0(\gamma - 1) + p_1(\gamma + 1)}{2\rho_0}} \quad (6.10)$$

umgeformt werden.

## 6.2.2 Das Stoßrohrproblem

In Anlehnung an das Stoßrohrproblem von DÖGE [21] wird ein eindimensionales Stoßproblem gerechnet. In Abbildung 6.2 erkennt man eine graphische Darstellung des Berechnungsbeispiels, in der auch die geometrischen Daten angegeben sind. Es werden zwei Fluidräume und die Eigenschaften zum Zeitpunkt  $t = 0$  s definiert, welche in der Tabelle 6.1 dargestellt sind. Auf Grund des höheren Drucks im linken Gebiet breitet sich der höhere Druck in das rechte Fluidgebiet aus. In Abbildung 6.3 ist eine Darstellung der eindimensionalen Druckausbreitung zum Zeitpunkt  $t \geq 0$  s dargestellt. Man erkennt den Bereich (0) und (4) an den äußeren Seiten der Abbildung, welche

Abbildung 6.2: Druckwelle auf Lärmschutzwand zum Zeitpunkt  $t = 0$  s

die vorgegebenen Eigenschaften nach Tabelle 6.1 haben. Es bilden sich die Bereiche (1) und (2) aus, in denen die Druckwelle fortschreitet und die Zustandsgrößen konstant sind. Der Bereich (3) beschreibt die Verdünnungswelle, in der die Eigenschaften von der Ausbreitungsrichtung  $x$  und von der Zeit  $t$  abhängen.

Es ergeben sich 12 Unbekannte ( $p_1, \rho_1, e_1, v_1, p_2, \rho_2, e_2, v_2, p_3, \rho_3, e_3$  und  $v_3$ ), welche mit 12 Gleichungen gelöst werden können. Da eine ausführliche Lösungsdarstellung über die Thematik hinausgehen würde und nicht zielführend ist, wird in dieser Arbeit darauf verzichtet und auf die Arbeit von DÖGE [21] verwiesen.

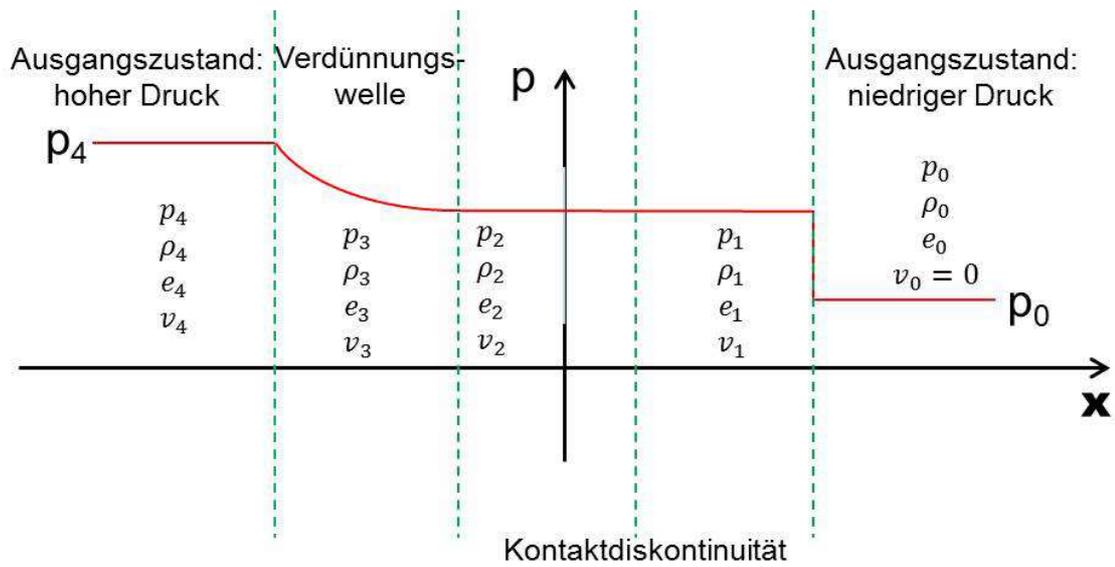
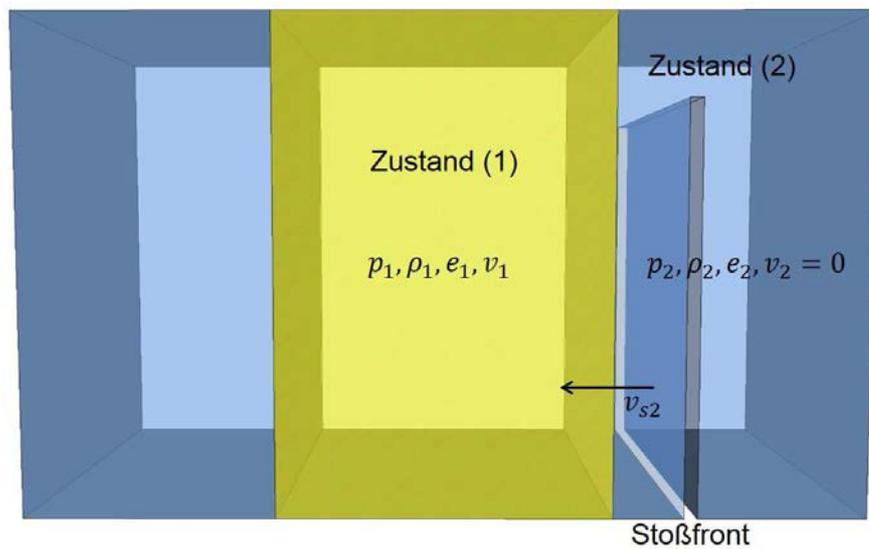
Die für die Fortführung der Arbeit berechneten Werte werden tabellarisch in Tabelle 6.2 aufgeführt. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v_{s1}$  lässt sich nach der Gleichung (6.10) zu

$$v_{s1} = \sqrt{\frac{101332(1,4 - 1) + 101632(1,4 + 1)}{2 \cdot 1,2045}} = 343,62 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

berechnen.

### 6.2.3 Senkrechte Reflexion von Luftstoßwellen an starren Oberflächen

Beim Auftreffen einer Stoßwelle auf eine starre Oberfläche wird die Geschwindigkeit  $v_1$ , mit der sich die Luft auf die feste Wand zubewegt, gestoppt. Für den Zustand 2 gilt,

Abbildung 6.3: Druckwelle auf Lärmschutzwand zum Zeitpunkt  $t \geq 0$  sAbbildung 6.4: Druckwelle auf Lärmschutzwand zum Zeitpunkt  $t \geq 0$  s

dass die Geschwindigkeit  $v_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ist. Es entsteht eine neue Stoßfront, die sich mit der Geschwindigkeit  $v_{s2}$  in die entgegengesetzte Richtung bewegt. In Abbildung 6.4 wird das zuvor Beschriebene graphisch dargestellt. Um das Verhalten der Druckwelle zum Zeitpunkt des Auftreffens auf eine starre Oberfläche zu beschreiben, bedient man sich derselben Methodik wie zur Beschreibung des Verdichtungsstoßes. Es werden die drei Erhaltungsgleichungen aufgestellt und die Gleichungen nach den Unbekannten aufgelöst. So ergibt sich nach DÖGE [21] für die Erhaltungsgleichungen der Masse, des Impuls und der Energie

$$\rho_1 (v_{s2} - v_1) = \rho_2 \cdot v_{s2} \quad (6.11)$$

$$\rho_1 (v_{s2} + v_1) v_1 = p_2 - p_1 \quad (6.12)$$

$$p_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot v_{s2} \left( e_2 - e_1 + \frac{1}{2} v_1^2 \right). \quad (6.13)$$

In der Gleichung (6.13) werden die spezifischen Energien  $e_1$  und  $e_2$  durch die Gleichung (6.2) ersetzt, so dass aus der Gleichung (6.13)

$$p_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot v_{s2} \left( \frac{p_2}{(\gamma - 1)\rho_2} - \frac{p_1}{(\gamma - 1)\rho_1} + \frac{1}{2} v_1^2 \right) \quad (6.14)$$

entsteht. Nun kann nach den drei Unbekannten  $\rho_2$ ,  $p_2$  und  $v_{s2}$  umgeformt werden, so dass sich der Druck  $p_2$ , welcher sich an der starren Oberfläche entwickelt, wie folgt berechnen lässt

$$p_2 = p_1 \frac{p_1(3\gamma - 1) - p_0(\gamma - 1)}{p_1(\gamma - 1) + p_0(\gamma + 1)}. \quad (6.15)$$

Das Verhältnis zwischen reflektierten Spitzenüberdruck und dem Spitzendruck der einfallenden Luftstoßwelle wird mit dem Reflexionsfaktor  $c_r$  beschrieben und lautet:

$$c_r = \frac{p_2 - p_0}{p_1 - p_0}. \quad (6.16)$$

Setzt man die Gleichung (6.15) in die Gleichung (6.16) ein, so erhält man bei einem Isentropenkoeffizienten  $\gamma = 1,4$  für Luft und durch Umformen

$$c_r = \frac{8p_1 + 6p_0}{p_1 + 6p_0}. \quad (6.17)$$

Bei näherer Betrachtung erkennt man durch Gleichung (6.17), dass bei sehr kleinen Luftdrücken  $p_1$ , die auf die starre Oberfläche treffen, der Reflexionsfaktor  $c_r$  gegen den Wert 2 strebt.

Mit den berechneten Werten aus der Verdünnungswelle aus dem Bereich (1), welche in Tabelle 6.2 dokumentiert sind, lassen sich nun die beim Auftreffen auf die Lärmschutzwand entstehenden Eigenschaften der reflektierten Druckwelle berechnen. Somit

ergeben sich zum Zeitpunkt des Auftreffens der Stoßwelle auf die Lärmschutzwand für die Zustandsgrößen folgende Werte:

$$\begin{aligned} e_2 &= 210489,2 \\ \rho_2 &= 1,2106 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ v_{s2} &= 343,46 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Der Luftdruck  $p_2$  beim Auftreffen des Druckstoßes ergibt sich nach Gleichung (6.15) zu

$$p_2 = 101632 \cdot \frac{101632(3 \cdot 1,4 - 1) - 101332(1,4 - 1)}{101632(1,4 - 1) + 101332(1,4 + 1)} = 101\,933 \text{ Pa.}$$

Die Berechnung des Reflexionsfaktors nach Gleichung (6.16) ergibt eine übereinstimmende Aussage: Der Reflexionsfaktors  $c_r$  nimmt mindestens den Wert von 2 ein. Somit kann man sagen, dass sich bei einem kompressiblen Fluid der Druckwert beim Auftreffen der Druckwelle auf eine Lärmschutzwand verdoppelt. Dabei wird angenommen, dass sich Druckwellen ausbreiten.

## 6.3 Numerische Berechnung der Druckwelle

### 6.3.1 Das Modell

Auf Grundlage der analytischen Lösung wird ein numerisches Strömungsmodell implementiert. Es wird die Software ANSYS CFX gewählt, die auf numerische Strömungssimulationen ausgelegt ist. Weitere Anwendungen der Software im Bereich von Druckwellenausbreitung sind u.a. in SIPPEL et al. [91] beschrieben. Es wird ein zweidimensionales Modell implementiert, welches den geometrischen Angaben der Abbildung 6.2 nachempfunden ist. Das Modell ist instationär und benötigt für die Berechnung eine Anfangsbedingung. Es werden daher zwei Fluidräume implementiert, im ersten Gebiet wird zum Zeitpunkt  $t = 0 \text{ s}$  ein Überdruck von  $p_{rel} = 600 \text{ Pa}$  definiert, während im zweiten Gebiet der relative Druck gleich Null ist. Im gesamten Fluidgebiet ist der Atmosphärendruck implementiert, so dass der absolute Luftdruck gleich dem Atmosphärendruck und dem relativen Druck ist. Die beiden Fluidräume werden mit einem Interface verbunden, so dass die physikalischen Informationen in beide Richtungen zwischen den Fluidräumen übertragen werden können. Die Grenzen des Gesamtmodells sind als feste Wände definiert. Da für die Berechnung die Ausbildung einer Grenzschicht von nachrangiger Bedeutung ist, werden die Wände, die parallel zur Strömungsrichtung angeordnet sind, mit der free-slip-Bedingung versehen. Als Material wird Luft als ideales Gas gewählt. Es werden für die Berechnung alle Erhaltungsgleichungen (Masse-,

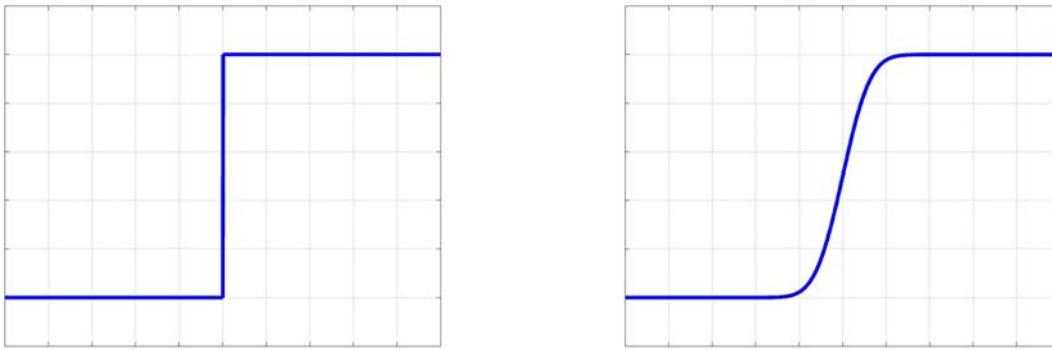


Abbildung 6.5: Upwind-Schema (Verfahren 1. Ordnung)

Impuls- und Energiegleichung) einbezogen. Es wird der Vollständigkeit halber zur Modellierung der Turbulenz das SST-Modell nach MENTER [66] implementiert, jedoch ist die Betrachtung der Grenzschicht von nachrangiger Bedeutung.

Es wird weiterhin das HIGH RESOLUTION Schema verwendet, um den advektiven Term  $\phi_{ip}$  im Ort zu diskretisieren. Für die Berechnung gilt nach Gleichung (3.40)

$$\phi_{ip} = \phi_P + \beta \nabla \phi \cdot \Delta \mathbf{r}.$$

Durch Verwendung dieses Schemas wird an Stellen mit großen Gradienten durch Steuerung der Variablen  $\beta$  zwischen der 1. Ordnung und der 2. Ordnung der Diskretisierung im Ort die Genauigkeit der Ergebnisse gesteuert. Die Variable  $\beta$  kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Ist die Variable  $\beta$  nahezu Null, so gleicht sie einer Diskretisierung 1. Ordnung. Wenn  $\beta = 1$  ist, so besitzt sie die 2. Ordnung. Die Diskretisierung 1. Ordnung (UPWIND-Schema) gilt als sehr robust, wirkt jedoch an Stellen mit steilen Gradienten diffusiv [2]. So ist die Tatsache in Abbildung 6.5 dargestellt, in der man auf der linken Seite das genaue Ergebnis erkennt und auf der rechten Seite exemplarisch die berechneten Ergebnisse. Wenn  $\beta = 1$  ist und das Schema die Ordnung 2 besitzt, so ergibt das generell genauere Ergebnisse als das UPWIND-Verfahren. Jedoch erzeugt das Verfahren bei steilen Gradienten dispersive Diskretisierungsfehler wie in Abbildung 6.6 beispielhaft dargestellt ist.

Man erkennt, dass die Berechnung an Diskontinuitäten mit dem Verfahren 2. Ordnung unphysikalische Oszillationen verursacht. So wirkt sich die Variable  $\beta$  positiv auf die Genauigkeit aus, indem der Wert in Abhängigkeit vom Gradienten variiert wird und ein Über- und Unterschießen der physikalischen Werte verhindert wird.

Um die Druckwelle entsprechend genau auflösen zu können, wird in Ausbreitungsrichtung im gesamten Fluidraum eine Ortsdiskretisierung von  $\Delta x = 0,01$  m gewählt. Die Zeitschrittweite  $\Delta t$  wird auf  $\Delta t = 1,0 \cdot 10^{-5}$  s gesetzt, so dass bei einer Simulationsdauer von 0,03s die Anzahl von 3000 Zeitschritten erreicht wird. Die Gesamtanzahl der Elemente beträgt ca. 200.000 Elemente. Für eindimensionale Berechnungen ist das

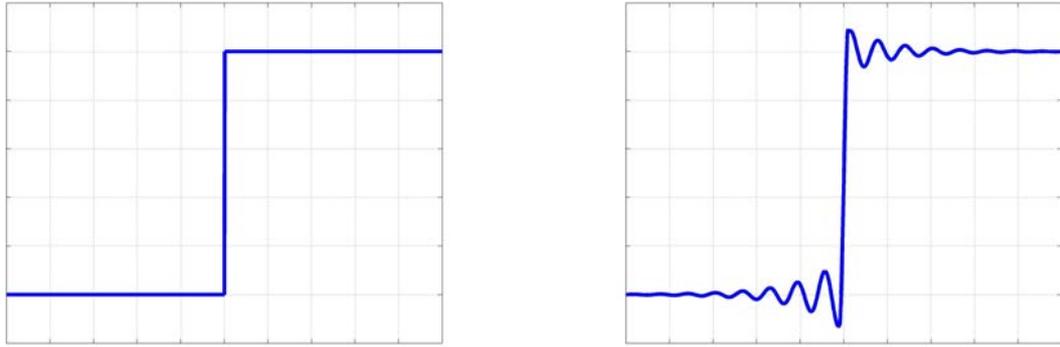


Abbildung 6.6: Zentrales Differenzenschema (Verfahren 2. Ordnung)

HIGH-RESOLUTION-Schema ein TVD-Verfahren (Total Variation Diminishing) [2], [8]. Dieses Verfahren wird bei Auftreten von Schockwellen in der numerischen Strömungssimulation angewendet und wird der SHOCK-CAPTURING-Methode zugeordnet (vgl. HIRSCH [39]).

### 6.3.2 Ergebnisse

Für die Berechnungen werden zwei Auswertungspunkte definiert, an welche der zeitliche Verlauf des Luftdrucks aufgenommen wird. Die berechneten Werte an den Auswertungspunkten werden mit der analytischen Lösung verglichen. In Abbildung 6.8 und 6.9 werden die Auswertungspunkte im Modell graphisch dargestellt. Der „Messpunkt 1“ ist mittig im Fluidraum bei Koordinate  $x = 5,00$  m, während der „Messpunkt 2“ an der Lärmschutzwandoberfläche bei Koordinate  $x = 9,00$  m liegt. Man erkennt in der Abbildung 6.8 die Druckwelle, die am „Messpunkt 1“ mit 300 Pa durchwandert. Dies geschieht im Zeitraum zwischen  $t = 0,00872$ – $0,02037$  s. Ab dem Zeitpunkt  $t = 0,02619$  s erkennt man eine zweite Periode, in der der Luftdruck auf 300 Pa steigt. Dies ist der analytisch errechnete Zeitpunkt, an dem die von der Lärmschutzwand reflektierte Druckwelle wieder zurückgeworfen wird. Des Weiteren erkennt man in Abbildung 6.9 den zeitlichen Verlauf des Luftdrucks an der Lärmschutzwand. Die Darstellung zeigt, dass der Druck mit 600 Pa auf die Lärmschutzwand doppelt so hoch ist wie die vorbeiziehende Druckwelle am „Messpunkt 1“. Die Druckwelle trifft im Zeitraum  $t = 0,01747$ – $0,0291$  s auf die Lärmschutzwand und wird auf den doppelten Wert der wandernden Druckwelle erhöht.

Für die Berechnungen wird zunächst gezeigt, welchen Einfluss die Verfeinerung der Diskretisierung sowohl im Ort als auch in der Zeit auf das Ergebnis der Berechnungen hat. Es wird zunächst mit einer Zeitschrittweite  $\Delta t = 1,0 \cdot 10^{-5}$  s eine Verfeinerung der Ortsdiskretisierung durchgeführt. Dabei wird die Ortsdiskretisierung zwischen

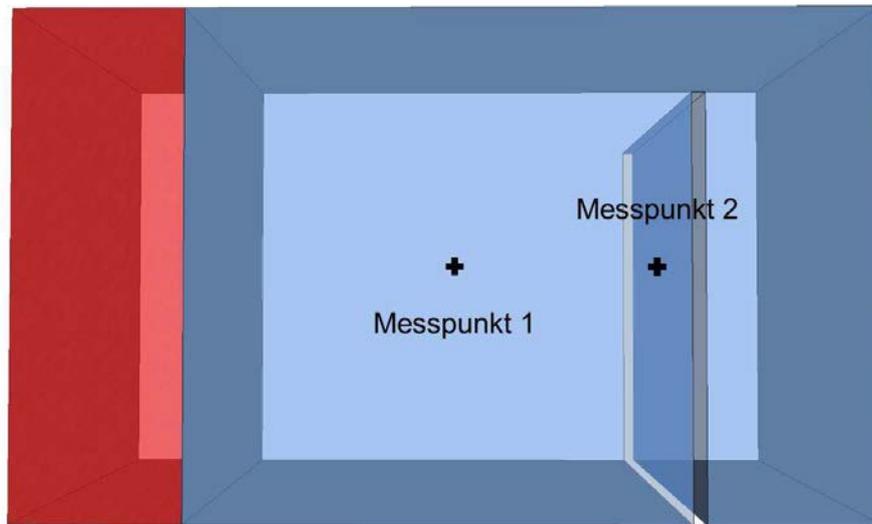


Abbildung 6.7: Messpunkte zur Auswertung

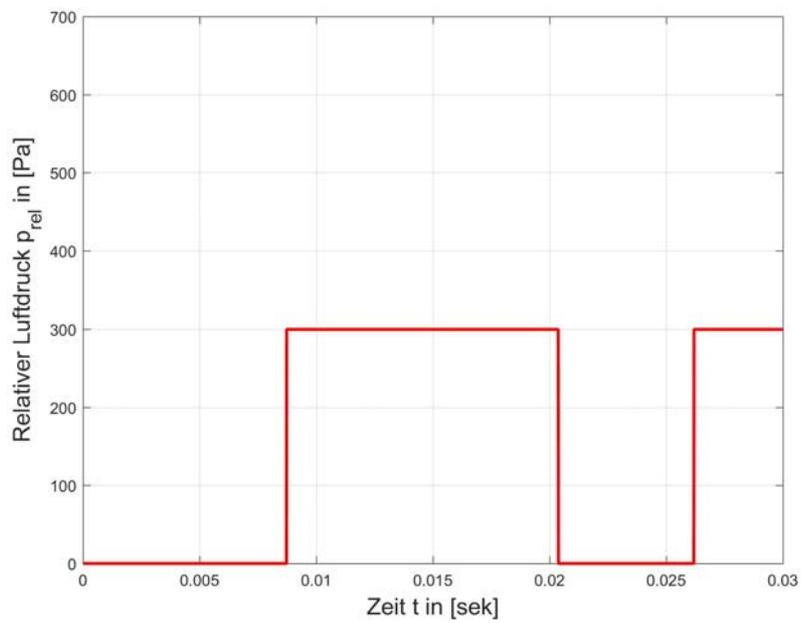


Abbildung 6.8: Analytische Lösung am „Messpunkt 1“ nach DÖGE

$\Delta x = 0,0025\text{--}0,05$  m untersucht und der Luftdruck am „Messpunkt 1“ ausgewertet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.10 zu erkennen.

Bei einer groben Diskretisierung von  $\Delta x = 0,05$  m sind unphysikalische Oszillationen zu erkennen. Der Maximaldruck beim Auftreffen der Druckwelle steigt auf  $p = 356,96$  Pa. Bei einer Verfeinerung der Ortsdiskretisierung reduzieren sich die unphysikalischen Oszillationen erheblich und der berechnete Maximaldruck beträgt  $p = 316,7$  Pa. Bei weiteren Verfeinerungen auf  $\Delta x = 0,01$  m sind keine Oszillationen mehr zu erkennen. Die Kurve nähert sich langsam der Kurve der analytischen Lösung. Der berechnete Maximaldruck überschreitet das analytische Ergebnis um ca. 1%. Eine weitere Verfeinerung im Ort ergibt nur noch geringe Verbesserungen, so dass für die Berechnungen die Ortsschrittweite  $\Delta x = 0,01$  m gewählt wird.

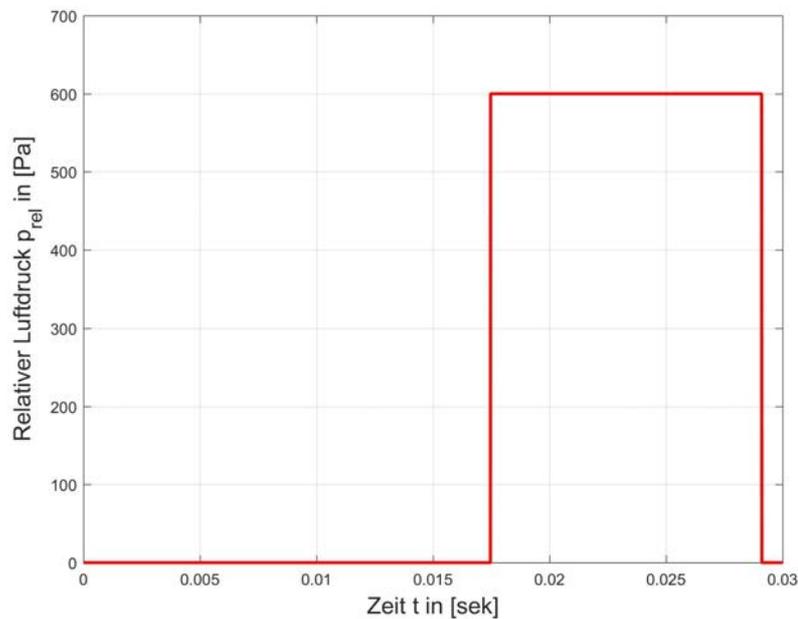


Abbildung 6.9: Analytische Lösung am „Messpunkt 2“ nach DÖGE

Im weiteren Verlauf der Untersuchung wird bei einer Ortsdiskretisierung  $\Delta x = 0,01$  m die Zeitschrittweite von  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-5}$  s auf  $\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-6}$  s reduziert. Die Ergebnisse sind graphisch in Abbildung 6.11 dokumentiert. Es ist eine stetige Annäherung der Kurven an die analytische Lösung zu erkennen, so dass die Diskontinuität besser aufgelöst werden kann. Jedoch erkennt man wieder ein Überschießen des Ergebnisses, welches schnell gegen das exakte Ergebnis konvergiert. Daraus kann man schließen, dass in Abhängigkeit von der Ortsschrittweite  $\Delta x$  die Wahl der Zeitschrittweite  $\Delta t$  nicht beliebig fein gewählt werden kann, ohne dass unphysikalische Oszillationen entstehen. Auf Grund dessen und auf Grund der steigenden Rechendauer wird für die Berechnungen mit einer Diskretisierung in der Zeit von  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6}$  s die Untersuchung fortgeführt, da auch die zeitliche Auflösung von  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6}$  s gegen das analytische Ergebnis

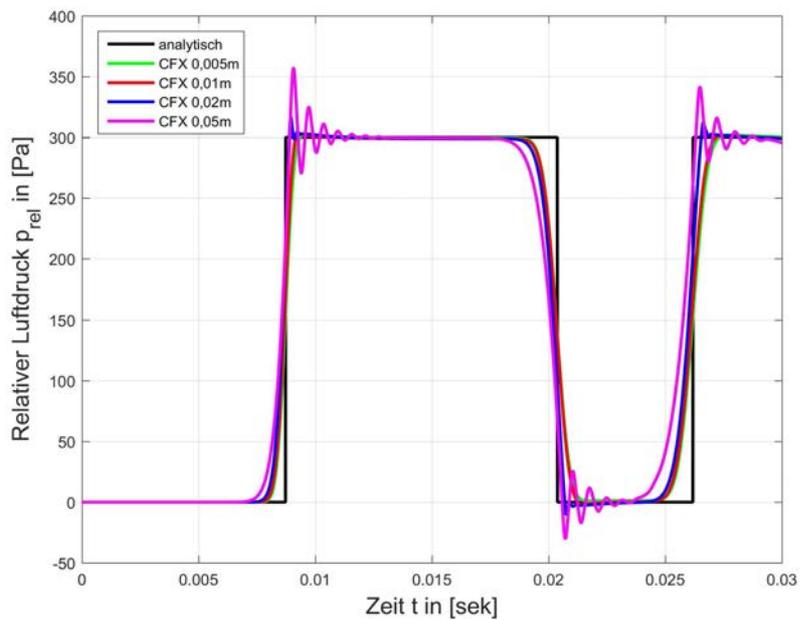


Abbildung 6.10: Druckverlauf am „Messpunkt 1“ bei Verfeinerung der Diskretisierung im Ort

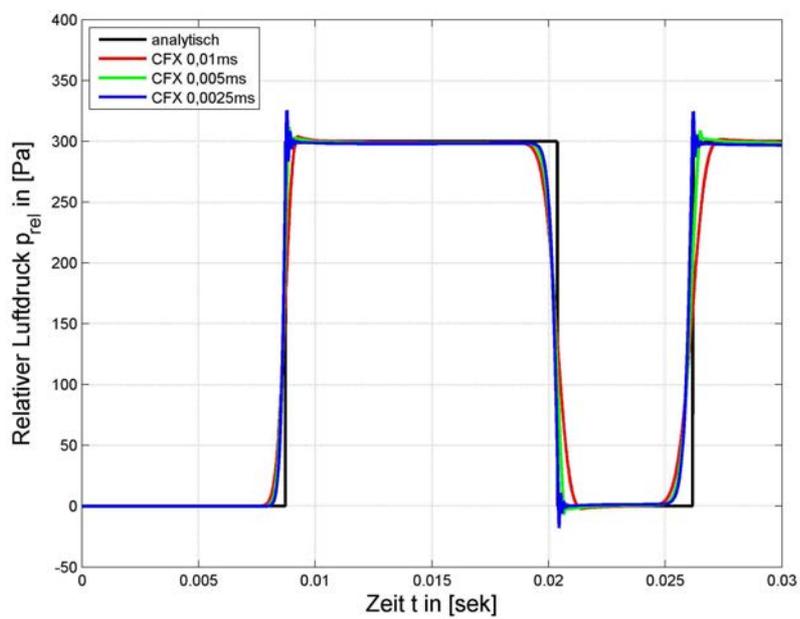


Abbildung 6.11: Druckverlauf am „Messpunkt 1“ bei Verfeinerung der Diskretisierung in der Zeit

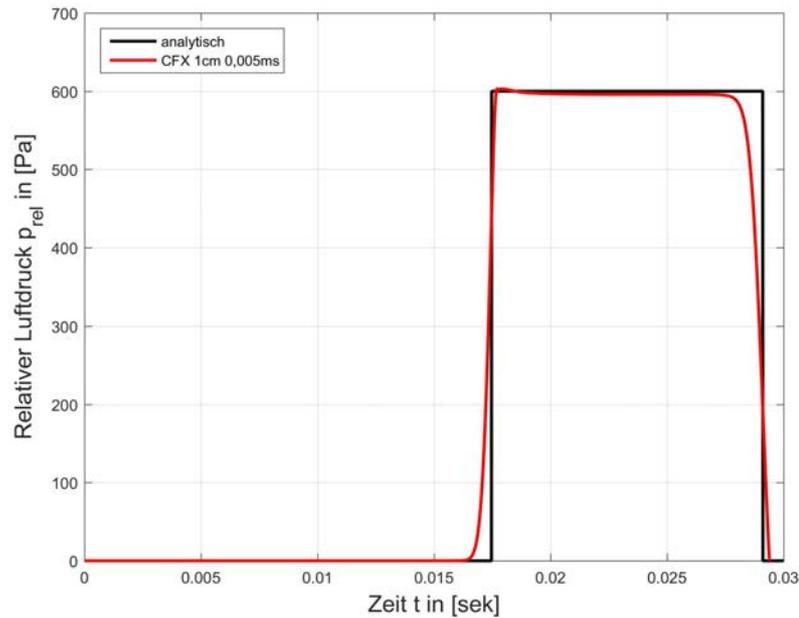


Abbildung 6.12: Druckverlauf am „Messpunkt 2“

konvergiert. Der zeitliche Druckverlauf an der Wand ist in Abbildung 6.12 dargestellt. Die Berechnungsergebnisse sind für die Vollständigkeit mit dem analytischen Ergebnis aufgetragen. Die Berechnungsergebnisse entsprechen der Berechnung bei einer Ortsdiskretisierung von  $\Delta x = 0,01$  m und einer Zeitschrittweite von  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6}$  s. Es sei der Vollständigkeit halber erwähnt, dass auch an der Wand („Messpunkt 2“) das gleiche Konvergenzverhalten zu erkennen ist wie zuvor am „Messpunkt 1“ beschrieben ist.

### 6.3.3 Reflexionsverhalten bei vorbeifahrenden Zügen

In Anlehnung an den Fall, dass Züge an gleisnahen Lärmschutzwänden vorbeifahren, wird eine vereinfachte Simulation modelliert, in der die Zugvorbeifahrt durch eine Querschnittsverkleinerung approximiert wird. In diesem vereinfachten Modell wird die Verkleinerung des Querschnitts durch eine translatorische Bewegung einer festen Wand realisiert. Die Wandbewegung wird der Querschnittsverkleinerung durch den Zugquerschnitt angepasst. Dabei wird lediglich eine Translation in Wandnormalenrichtung implementiert und die Querschnittsverkleinerung in vertikaler Richtung nicht betrachtet. Um den Querschnitt realitätsgetreu zu modellieren, werden die geometrischen Kenndaten mit den Werten aus der DIN-EN 14067-6 [17] angepasst. Der Gleisabstand  $a_g = 3,80$  m wird berücksichtigt.

In Abbildung 6.13 ist der modellierte Querschnitt dargestellt. Es sind die geometrischen Abmessungen angegeben sowie die Position des Messpunktes MP an der Lärmschutzwand. Die Randbereiche sind als feste Wände modelliert, so dass das implementierte

Modell ein geschlossener Raum ist. Für die Simulation wird die zugseitige Wand translatorisch bewegt, so dass durch die Querschnittsverkleinerung eine Druckwelle entsteht. Zur Auswertung wird an der Lärmschutzwand am Messpunkt MP der Luftdruck über die Zeit gemessen.

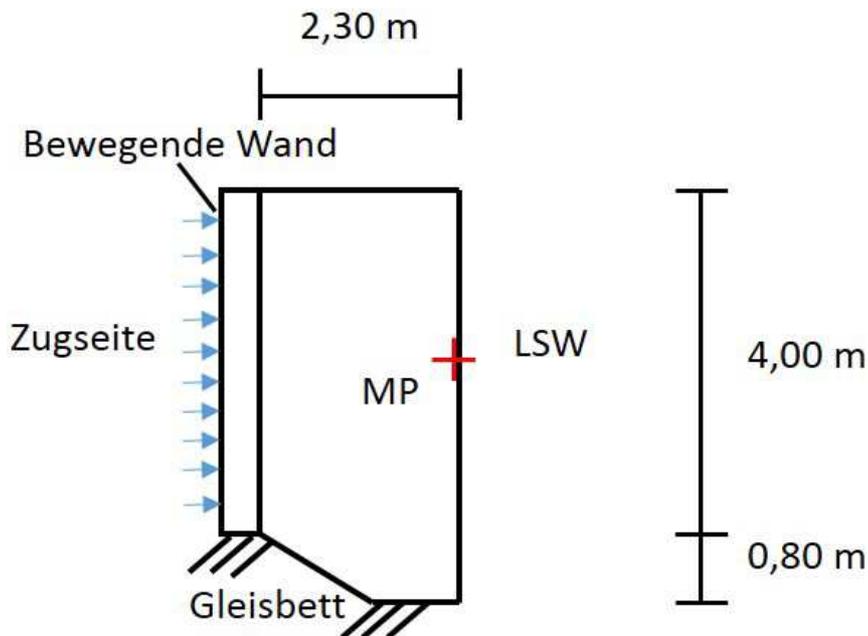


Abbildung 6.13: Darstellung des Querschnitts (Modellbildung)

Die Ergebnisse der Berechnung sind in Abbildung 6.14 dargestellt. Man erkennt den zeitlichen Druckverlauf am Messpunkt MP, der auf Grund der Querschnittsverkleinerung entsteht. Der zeitliche Druckverlauf ist über eine Simulationszeit von 0,12 s aufgetragen. Zur Anfangszeit  $t = 0$  s wird durch die Wandbewegung und die daraus resultierende Querschnittsverkleinerung ein Druck aufgebaut. Der aufgebaute Luftdruck wird an der Lärmschutzwand reflektiert und mit dem sich kontinuierlich aufbauenden Druck überlagert. Nach der Zeit  $t = 0,06$  s ist die volle Wandbewegung ausgeführt und es findet keine weitere Querschnittsverkleinerung statt. Der Luftdruck schwankt zwischen 400 und 500 Pa.

Auf Grund der Vereinfachungen in Geometrie und Randbedingungen lässt sich durch das Modell nur bedingt eine Aussage über den realen Luftdruck, der bei einer Zugvorbeifahrt entsteht, treffen. Das Beispiel zeigt jedoch, dass innerhalb der Zeit der Zugvorbeifahrt die Druckwelle mehrfach zwischen Zug- und Lärmschutzwand reflektiert wird. Der entstehende Luftdruck kann durch eine aufgebaute Luftdruckwelle, die zwischen den als starr vorausgesetzten Oberflächen von Zug und Lärmschutzwand reflektiert wird, beschrieben werden.

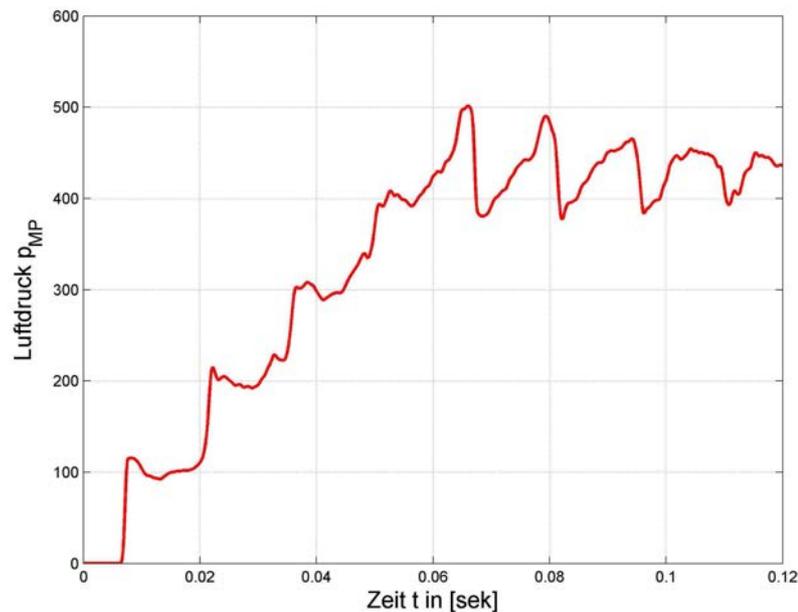


Abbildung 6.14: Zeitlicher Druckverlauf am Messpunkt MP bei Zugvorbeifahrt

## 6.4 Das Reflexionsverhalten von durchlässigen Lärmschutzwänden

### 6.4.1 Einleitung

Lärmschutzelemente aus Leichtbauweise bestehen aus dünnwandigem Material wie z.B. Aluminium, welche trotz der geringen Dicke eine hohe Steifigkeit aufweisen. Im Inneren der Lärmschutzelemente werden schallabsorbierende Materialien verbaut. Um die schallabsorbierende Wirkung zu gewährleisten, sind Aluminiumwände gelocht, so dass der Schall das Innere der Lärmschutzwand erreicht und die Schallabsorption gewährleistet ist. In Abbildung 6.15 ist ein solches Lärmschutzelement der Fa. Schütte graphisch dargestellt.

Unter der Annahme, dass für die Schallwellen eine Durchlässigkeit besteht, geht man davon aus, dass auch Luftdruckwellen in das Lärmschutzelement eindringen und die Reflexion der Lärmschutzelemente nicht komplett an der perforierten Oberfläche stattfindet. So wird eine numerische Untersuchung durchgeführt, in der angenommen wird, dass die Lärmschutzelemente an gewissen Stellen durchlässig sind, und der Reflexionsfaktor  $c_r$  in Abhängigkeit von der Durchlässigkeit untersucht.



Abbildung 6.15: Lärmschutzelement in Leichtbauweise (Fa. Schütte)

## 6.4.2 Numerische Simulation

Das numerische Modell ist an das Modell zur Berechnung des Stoßproblems aus Kapitel 6.3 angelehnt. Die Implementierung erfolgt auf dieselbe Weise wie in Kapitel 6.3 beschrieben. Jedoch wird zur Betrachtung von durchlässigen Lärmschutzwänden die Lärmschutzwand so modelliert, dass äquidistant über die Höhe der Lärmschutzwand Durchgänge verteilt sind. Bei der Berechnung wird der Durchmesser der Durchgänge variiert und in Abhängigkeit des Durchmessers das Reflexionsverhalten der gesamten Lärmschutzwand betrachtet. Zur Normierung der Durchlässigkeit wird der Grad der Permeabilität  $\Pi$  eingeführt. Es gilt

$$0 \leq \Pi = \frac{n \cdot d}{h} \leq 1. \quad (6.18)$$

Dabei ist  $n$  die Anzahl der Perforationen,  $d$  der Durchmesser der Perforation und  $h$  die Höhe der Lärmschutzwand. Für den Wert  $\Pi = 0$  ist die Lärmschutzwand undurchlässig, wohingegen sich die Durchlässigkeit erhöht, wenn  $\Pi$  gegen 1 geht.

Bei der Untersuchung wird die Anzahl der Perforationen  $n$  konstant gehalten und die Durchmesser  $d$  variiert. Der Reflexionsfaktor  $c_r$  ist in Abbildung 6.16 in Abhängigkeit der Permeabilität  $\Pi$  ( $0 \leq \Pi \leq 0,5$ ) dargestellt. Es werden die maximal auftretenden Luftdrücke an der Lärmschutzwand dargestellt.

Bei einer starren Oberfläche ohne Durchbrüche ist von einem Reflexionsfaktor  $c_r = 2$  auszugehen (vgl. Kapitel 6.2.3). Je größer der Durchmesser der Löcher  $d$  und somit die

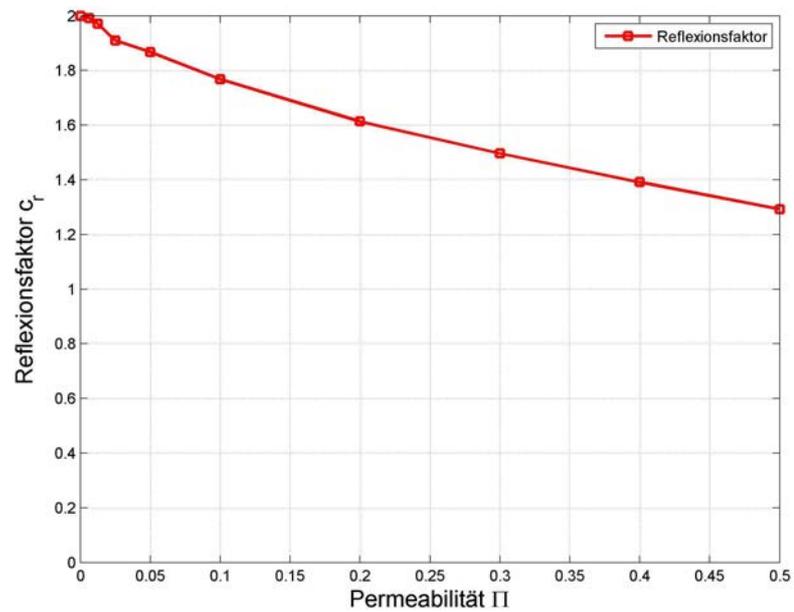
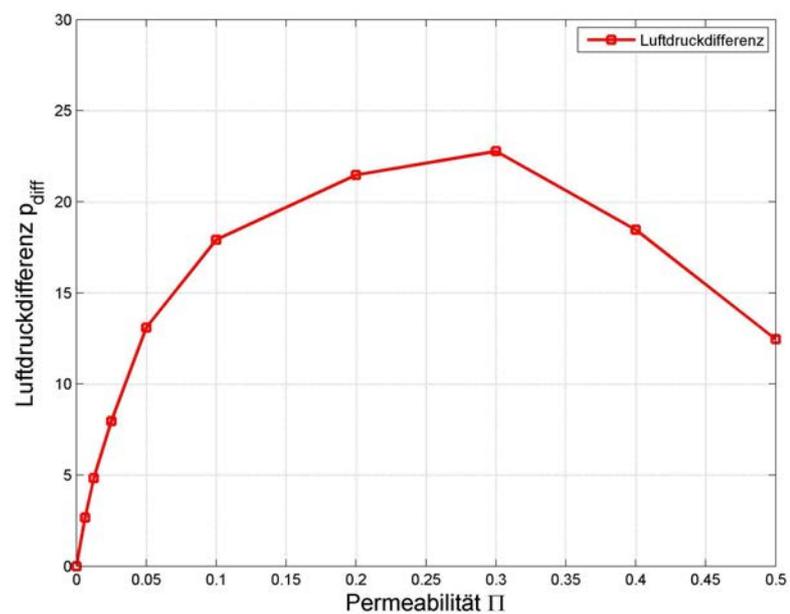


Abbildung 6.16: Reflexionsfaktor–Permeabilitäts–Diagramm

Abbildung 6.17: Luftdruckdifferenz in Abhängigkeit der Permeabilität  $\Pi$  an der Oberfläche der Lärmschutzwand

Permeabilität  $\Pi$  ist, desto geringer ist der Reflexionsfaktor  $c_r$ . Bei einer Permeabilität von  $\Pi = 0,025$  beträgt der Reflexionsgrad  $c_r = 1,97$ . Der Reflexionsgrad fällt bis auf  $c_r = 1,29$  bei einer Permeabilität von  $\Pi = 0,5$ . Es ist eine graduelle Abnahme des Reflexionsgrads zu erkennen. Je durchlässiger die Lärmschutzwand ist, desto geringer ist der Anteil an reflektierter Druckwelle.

Es existieren Luftdruckunterschiede an der Oberfläche der Lärmschutzwände. So ist der Luftdruck direkt an einer Durchdringung geringer als an Wandstellen, die mittig zwischen zwei Löchern gemessen werden. Der Minimalwert wird an einer Durchdringung an der Wand gemessen, der Maximalwert in den Räumen zwischen zwei Löchern.

In Abbildung 6.17 ist die Luftdruckdifferenz zwischen dem Maximal- und Minimalwert der Luftdrücke in Abhängigkeit von der Permeabilität  $\Pi$  dargestellt. Es ist zu erkennen, dass bei Erhöhung der Permeabilität die Druckdifferenz zunächst steigt. Bei einem Reflexionsfaktor  $c_r = 0,3$  beträgt die größte Luftdruckdifferenz  $p_{\text{diff}} = 22,77$  Pa. Bei weiterer Erhöhung der Permeabilität sinkt die Differenz der Luftdruckextrema.



# Kapitel 7

## Das Antwortverhalten von Lärmschutzwänden bei Druck–Sog–Belastung

Ausgehend von den Erkenntnissen über die Druck–Sog–Belastungen, die in den Kapiteln 5 und 6 dargestellt wurden, wird in diesem Kapitel das Augenmerk auf das Antwortverhalten von Lärmschutzwänden bei Druck–Sog–Belastung gelegt. Die durch Zugvorbeifahrt entstehenden Druckbelastungen wirken dynamisch auf das Bauwerk, ein Antwortverhalten des Bauwerks ist unmittelbar zu erkennen, so dass eine Interaktion zwischen einwirkender Druckbelastung und Antwortverhalten des Bauwerks möglich ist. Dies gilt es in diesem Abschnitt zu untersuchen.

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird zunächst das dynamische Antwortverhalten der Lärmschutzwände betrachtet. Die Betrachtung vom Aufbau der Lärmschutzwände wirft Fragen auf, inwiefern sich eine dynamische Belastung wie die Druck–Sog–Last eines vorbeifahrenden Zuges auf das Antwortverhalten des Gesamtsystems sowie auch auf die einzelnen Komponenten einer Lärmschutzwand auswirkt. Dabei wird von einem Aufbau der Lärmschutzwand ausgegangen, bei dem die Lärmschutzelemente zwischen I-Profil Pfosten (z.B. HEA 160, HEB 160) gesteckt sind. Die Pfosten sind im Boden eingespannt und übertragen die von den Lärmschutzelementen aufgenommene Belastung an die Bohrpfähle, welche die Lasten in das Erdreich abtragen. Je nach Beschaffenheit des Bodenmaterials wird in Abhängigkeit der Bodentiefe bei einer Horizontalverschiebung der Bohrpfähle der passive Erddruck aktiviert. Um auf das Antwortverhalten der Lärmschutzwand einzugehen, werden im Rahmen dieser Arbeit numerische Berechnungen auf Grundlage der Finite–Elemente–Methode durchgeführt. Dabei liegt das Hauptaugenmerk weniger auf der Angabe von Absolutwerten als vielmehr auf der Veranschaulichung. Die Berechnungsergebnisse dienen vielmehr der Veranschaulichung der Effekte sowie der Darstellung des Einflusses bestimmter Parameter auf das Gesamtverhalten der Lärmschutzwand und sind relativ im Vergleich zueinander zu betrachten. Es werden sowohl Einzelkomponenten des Gesamtsystems betrachtet als auch Gesamtsysteme von Lärmschutzwänden. Zu Beginn wird auf die Beschreibung der Geometrieerstellung eingegangen. Es wird darauffolgend untersucht, welchen Einfluss der passive

Erddruck auf die Verformung des Gesamtsystems hat. Des Weiteren wird das Antwortverhalten der Lärmschutzwand in Abhängigkeit der Anzahl der Felder betrachtet. Ebenfalls wird der Einfluss der Massen der einzelnen Lärmschutzelemente auf das Gesamtsystem Gegenstand der Untersuchung sein. Besonders die Interaktion zwischen den einzelnen Betonelementen, welche höhere Massen haben als transparente Lärmschutzelemente, wird hierbei betrachtet sowie die Auswirkung der Zusammensetzung einer Lärmschutzwand mit Elementen mit unterschiedlicher Masse. Die Untersuchung wird auf Grundlage numerischer Berechnungen durchgeführt und wenn verfügbar werden die Ergebnisse mit Messungen verglichen.

Im weiteren Verlauf wird das Antwortverhalten der Lärmschutzwand auf eine Druck–Sog–Belastung untersucht, die durch eine Zugvorbeifahrt entsteht. Zum einen wird eine zuvor aus CFD-Berechnungen ermittelte Druck–Sog–Belastung (siehe Kapitel 5) auf die Lärmschutzwand aufgebracht. Dieses Lastbild ist zeitabhängig und wird in einer dynamischen Berechnung auf Grundlage der Finiten–Elemente–Methode genutzt, um das Antwortverhalten zu analysieren. Zum anderen wird eine Berechnung auf Grundlage der FSI durchgeführt, in der parallel zur dynamischen Strukturberechnung die Druck–Sog–Belastung ermittelt und die Interaktion zwischen Struktur und Strömung berücksichtigt wird. Zur Betrachtung des Antwortverhaltens werden zuvor numerische Untersuchungen durchgeführt, welche in die Modellierung der Lärmschutzwand einfließen. Zur Berechnung des Strukturverhaltens auf Grund berechneter Luftdrücke aus Strömungssimulationen wird eine Lärmschutzwand modelliert, die das Verhalten der realen Lärmschutzwände abbildet. Das Antwortverhalten der Lärmschutzwand wird mit in–situ Messergebnissen verglichen.

## 7.1 Strukturdynamische Betrachtung der Lärmschutzwände

### 7.1.1 Der Einfluss des passiven Erddrucks auf das Gesamtverhalten der Lärmschutzwand

Der passive Erddruck  $E_p$  entsteht bei Wandbewegung gegen das Erdreich (DÖRKEN et al. [24]) und wirkt zusätzlich stabilisierend bei Einwirkung von äußeren Belastungen. Nach der DB Richtlinie 804.5501 [86] ist für den Bettungsverlauf ab der Oberkante des Erdreichs das Steifemodul mit Null anzusetzen und bis zu einer Tiefe von 3,00 m das Steifemodul linear auf den Maximalwert zu steigern. Um den Einfluss des passiven Erddrucks zu untersuchen, wird eine Parameterstudie durchgeführt, in der der elastische Bettungsmodul  $k_s$  variiert wird.

Der Bettungsmodul  $k_s$  stellt einen Zusammenhang zwischen der Setzung des Erdreichs  $s$  auf Grund eines eindrückenden Fundaments und einer Flächenlast  $q$  her, welche senkrecht auf das Fundament und somit auf das Erdreich wirkt. Für die Herleitung der Be-

ziehungen sei auf LANG et al. [50] verwiesen. Die Proportionalität zwischen Belastung und Setzung stellt eine Vereinfachung dar, die das Setzungsverhalten nicht realitätsgetreu darstellt, da nur folgende Faktoren berücksichtigt werden

- Zusammendrückbarkeit des Bodenmaterials,
- Dicke des zusammendrückbaren Untergrundes,
- Form des Fundaments,
- Abmessungen des Fundaments und
- Intensität der Belastung.

Nach LANG et al. [50] ist der Bettungsmodul  $k_s$  nicht konstant und muss aus Setzungsberechnungen ermittelt werden. Somit ist zur Ermittlung des Antwortverhaltens der Lärmschutzwand eine genaue Modellierung des Bettungsmoduls notwendig. Da nach LANG et al. die Variation des Bettungsmoduls nicht allzu gravierend auf die Setzung ist, wird für die numerische Simulation die Annahme getroffen, dass über die Höhe eine konstante elastische Bettung vorherrscht. Für die Umsetzung der numerischen Berechnung wird das Augenmerk auf den relativen Einfluss gelegt, den der Bettungsmodul auf das Antwortverhalten der Lärmschutzwand hat, und weniger auf die realitätsgetreue Modellierung des Bettungsmoduls in Abhängigkeit der Einbindetiefe.

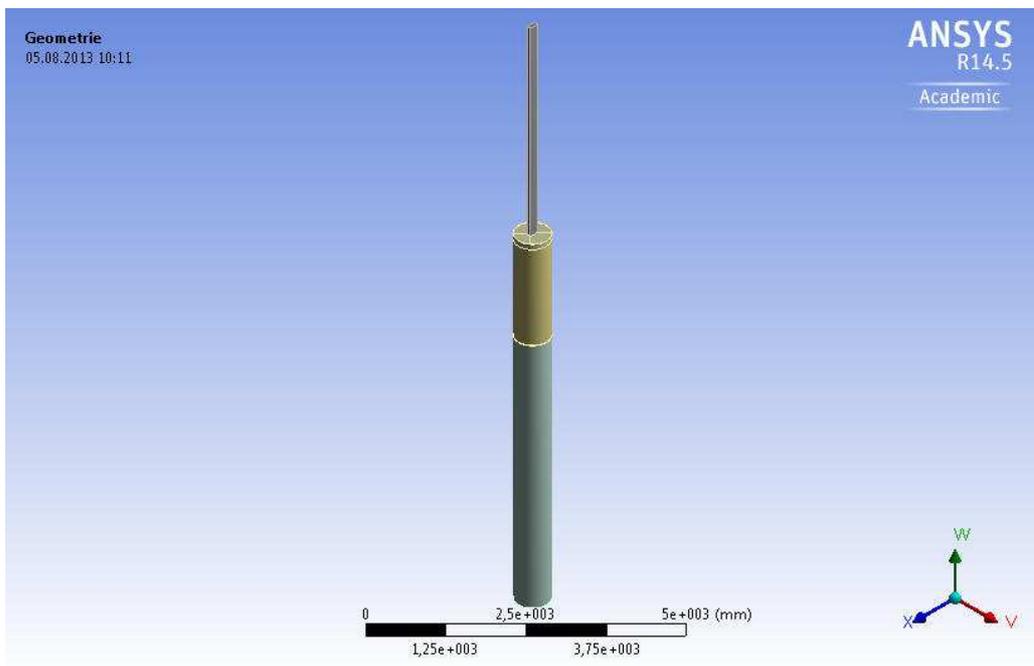


Abbildung 7.1: Geometrie der Pfostenkonstruktion mit Bohrpfahl

Zur Ermittlung des Einflusses des Bettungsmoduls wird ein Pfosten mit einem Bohrpfahl als dreidimensionales Modell implementiert, welches unter Bodenoberkante elas-

tisch gebettet ist. Bis zu einer Tiefe von 2,75 m unter GOK steigt die elastische Bettung linear von Null an, unter der Tiefe von 2,75 m bleibt der Wert konstant. Dabei wird die elastische Bettung variiert und die Gesamtverformung des Pfosten betrachtet. Das Geometriemodell ist in Abbildung 7.1 dargestellt. Der Bettungsmodul  $k_s$  wird in Anlehnung an LANG et al. [50] von 5 bis  $300 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$  gewählt. Des Weiteren wird angenommen, dass der Bohrpfahl am Fußpunkt nur geringe Vertikal- und Horizontalverschiebungen stattfinden und daher unverschieblich gelagert ist. Als Belastung wird eine gleichmäßig verteilte Linienlast  $q = 1375 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  über die Höhe des Pfostens angesetzt. Der Pfosten wird über die starke Achse belastet.

Die ermittelte Verformungsfigur ähnelt einem elastisch eingespannten Balken, welcher unter einer Linienlast belastet wird. Die maximale Verformung findet man am freien Ende, in diesem Fall am Pfostenkopf. Die Ergebnisse der maximalen Verschiebung sind in Abbildung 7.2 graphisch dargestellt. Es ist zu erkennen, dass anfängliche Erhöhungen der elastischen Bettung einen großen Einfluss auf die maximale Verformung des Bauteils haben. So sinkt die Horizontalverformung am Pfostenkopf von 14,10 mm bei  $k_s = 5 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$  auf 10,87 mm bei  $k_s = 200 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$ . Bei weiterer Erhöhung des elastischen Bettungsmoduls ist der Unterschied der Verformung wesentlich geringer, so dass sich die maximale Verformung bei einem Bettungsmodul größer als  $k_s = 400 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$  nur noch um ein paar hundertstel Millimeter vergrößert. Ist die Bodensteifigkeit unendlich groß, so beträgt

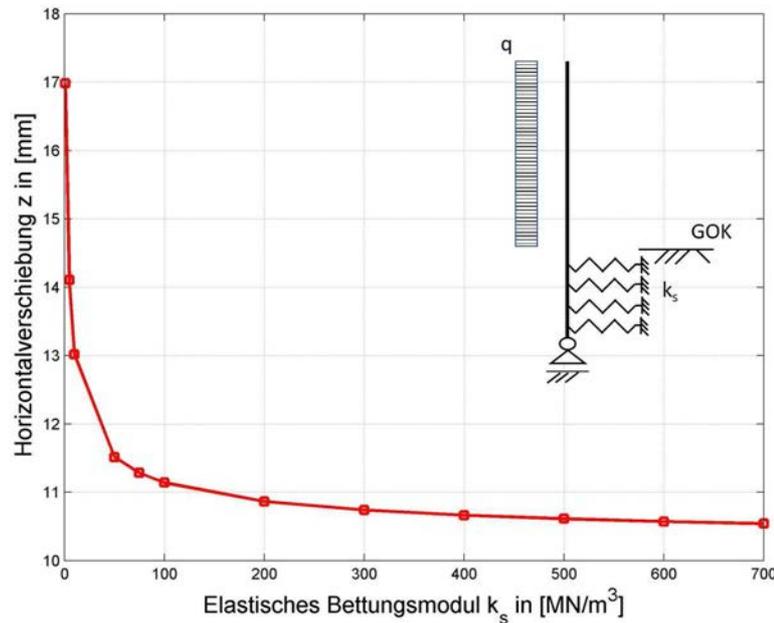


Abbildung 7.2: Horizontale Verschiebung des Pfostenkopfes in Abhängigkeit des elastischen Bettungsmoduls bei Linienlast  $q = 1375 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

die maximale Verformung des Pfostenkopfes  $z = 10,08 \text{ mm}$ . Unter der Annahme, dass kein passiver Erddruck vorhanden ist und somit der elastische Bettungsmodul sich

zu Null ergibt, strebt die horizontale Verformung gegen Unendlich, da es sich um ein instabiles System handelt.

### 7.1.2 Der Einfluss der Bohrpfahlänge auf das Gesamtverhalten der Lärmschutzwand

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Bohrpfahlänge auf das Verformungsverhalten des Pfostens betrachtet. Es wird dabei ein maximaler, elastischer Bettungsmodul  $k_s = 100 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$  angesetzt. Bis zu einer Bohrpfahlänge von 2,00 m wird von der Bodenoberfläche abwärts eine lineare Zunahme des elastischen Bettungsmoduls angenommen. Unterhalb von 2 m bleibt der elastische Bettungsmodul konstant. Dabei wird die Bohrpfahlänge zwischen 0,5 m und 7 m variiert. Der Pfosten wird über die gesamte Höhe mit einer Linienlast  $q = 1100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  um die starke Achse belastet. Bei der Berechnung wird die Annahme getroffen, dass das Ende des Bohrpfahls vertikal unverschieblich und horizontal verschieblich ist.

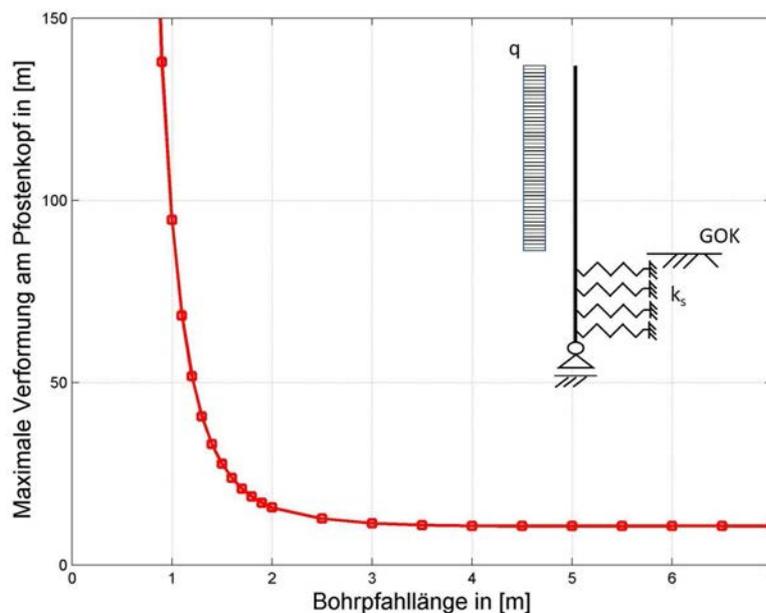


Abbildung 7.3: Horizontale Verschiebung des Pfostenkopfs in Abhängigkeit der Bohrpfahlänge

In Abbildung 7.3 erkennt man bei Steigerung der Bohrpfahlänge eine generelle Abnahme der maximalen Verformung des Pfostenkopfs. Bis zu einer Bohrpfahlänge von ungefähr 0,7 m kann der aktivierte, passive Erdwiderstand die implementierte Belastung nicht in das Bodenreich übertragen. Erst bei längeren Bohrpfählen wird ein statisches Gleichgewicht gefunden. Bei einer Bohrpfahlänge von 3 m beträgt die Verformung am

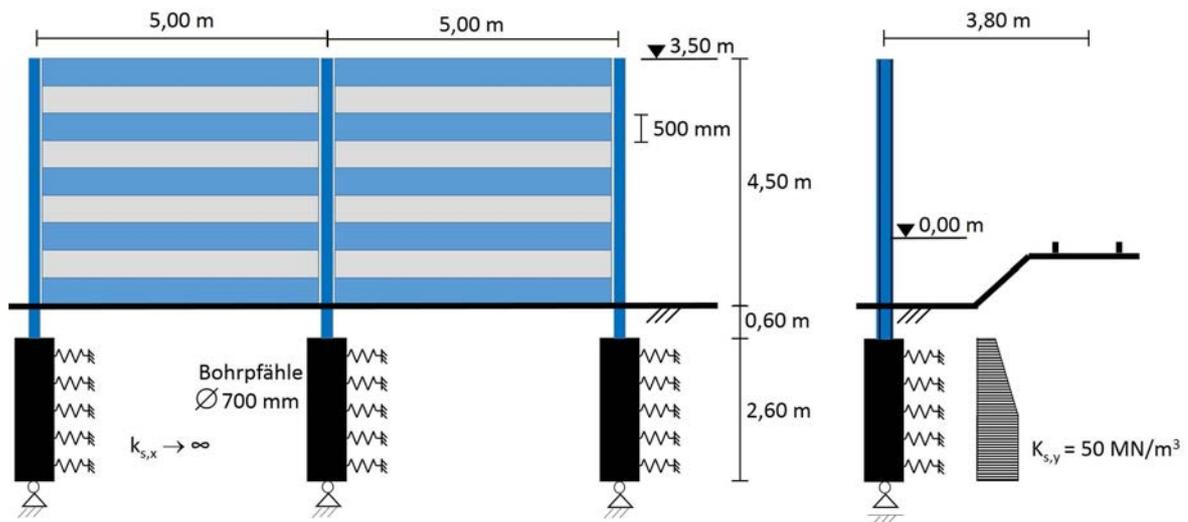


Abbildung 7.4: Geometrie der Lärmschutzwand in Längs- und Querrichtung

Pfostenkopf  $u_{max} = 11,407$  mm. Wird die Bohrpfähllänge weiter erhöht, so verringert sich die Verformung nur noch geringfügig. Bei einer Bohrpfähllänge von 7 m beträgt die Pfostenkopfverschiebung  $u_{max} = 10,650$  mm. Der Einfluss der Bohrpfähllänge ist bei weiterer Verlängerung marginal. Je kürzer die Bohrpfähllänge, desto größer ist der Anteil der Starrkörperverschiebung, da die einspannende Wirkung des Bodens nachlässt.

### 7.1.3 Dynamische Effekte von Lärmschutzwänden

Im Rahmen dieser Arbeit wird im Folgenden das Antwortverhalten von Lärmschutzwänden auf Grund einer Druck–Sog–Belastung untersucht. Dazu wird eine mehrfeldrige Lärmschutzwand mit den geometrischen Abmessungen gemäß Abbildung 7.4 modelliert. Die Lärmschutzwand besteht aus 20 Feldern mit je neun Lärmschutzpaneelen, die zwischen HEM 160 Trägern gesteckt sind. Die I-Profil Träger sind im Boden mit Bohrpfählen verankert, welche die Lasten in das Erdreich abgeben. Die Schutzwandkonstruktion ist an HERTLE [37] angelehnt.

Für die Modellierung der einzelnen geometrischen Komponenten der Lärmschutzwand werden die Materialkennwerte im linear elastischen Bereich angesetzt. Die einzelnen Lärmschutzpaneele werden mit Schalenelementen modelliert, während die Pfosten und Bohrpfähle als Balkenelemente implementiert werden. Durch elastische Federelemente wird die horizontale Bettung der Pfähle berücksichtigt. Dabei wird mit zunehmender Tiefe eine linear ansteigende Bettung der Bohrpfähle angesetzt. Ab einer Tiefe von 3 m unter Geländeoberkante wird die elastische Bettung  $k_{s,y} = 50 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$  als konstant vorausgesetzt. Dabei werden die Baugrundeigenschaften in Längsrichtung vernachlässigt und

die elastische Bettung zu  $k_{s,x} = \infty$  gesetzt. Die Verbindungen zwischen Schalenelementen und Balkenelementen werden im Rahmen der Untersuchungen als Vollverbund modelliert, können jedoch für weitergehende Berechnungen mit einer Nachgiebigkeit bis hin zum Vollgelenk angesetzt werden. Die Bohrpfähle werden vertikal unverschieblich gelagert, die horizontale Verschiebung in Längsrichtung wird vernachlässigt und für die Untersuchung zu Null gesetzt. Die horizontale Verschiebung in Querrichtung wird in diesem Fall nicht behindert.

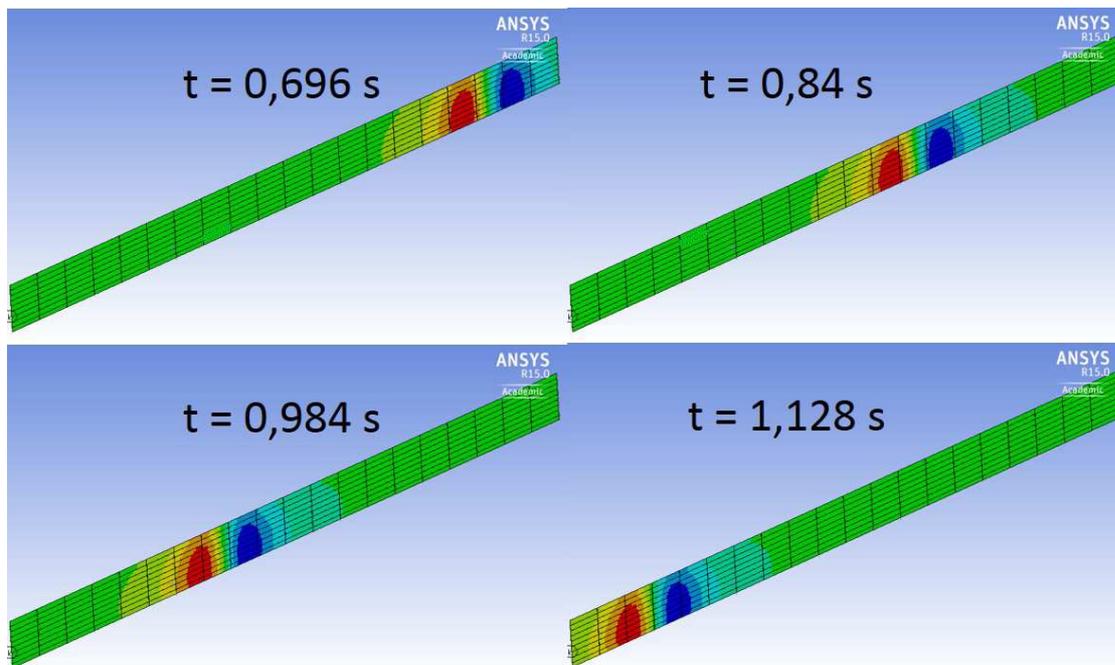


Abbildung 7.5: Modellierung der Wanderlast

Um das dynamische Antwortverhalten von Lärmschutzwänden zu untersuchen, wird eine Druck–Sog–Belastung auf die Lärmschutzwand aufgebracht. Dabei wird eine synthetische Belastung angesetzt, die aus der DB Richtlinie 804.5501 [86] stammt, wie in Kapitel 4 beschrieben ist. Die analytische Druck–Sog–Lastfunktion berücksichtigt sowohl den realitätsnahen, zeitlichen Druckverlauf als auch die Höhenabhängigkeit der Belastung. Der analytisch ermittelte Druckverlauf wird als Wanderlast modelliert, indem zu jedem Zeitschritt die Laststellung um die Zugposition verschoben wird, die sich aus der Zuggeschwindigkeit ergibt. Für die dynamische Berechnung wird die Zuggeschwindigkeit  $v_{Zug} = 300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  festgelegt und der Dämpfungsgrad auf  $\xi = 0,025$  gesetzt. Im Feld neun von den 20 modellierten werden die Verformungen der Lärmschutzelemente für die Untersuchung ausgewertet. Dies ist eines in Längsrichtung betrachtet der innersten Felder, damit der Randeinfluss so gering wie möglich bleibt.

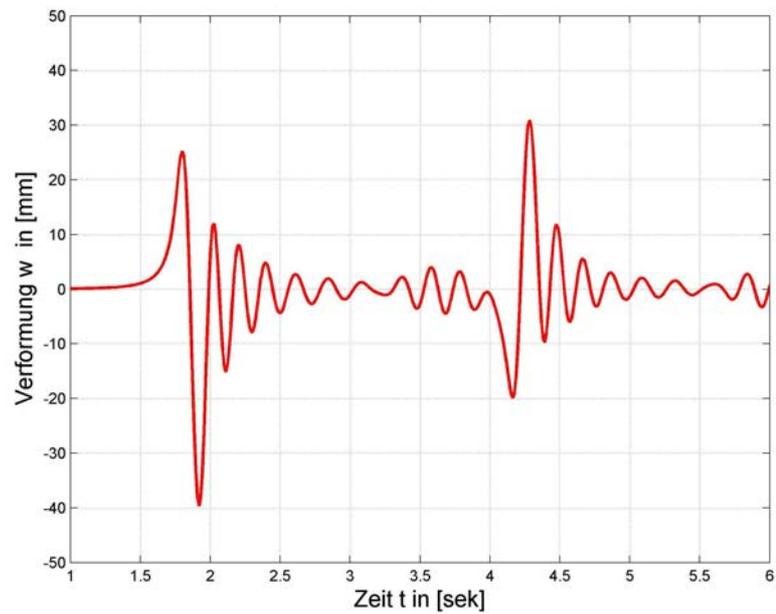


Abbildung 7.6: Maximale Verformung der Lärmschutzwand im obersten Panel bei Druck-Sog-Belastung

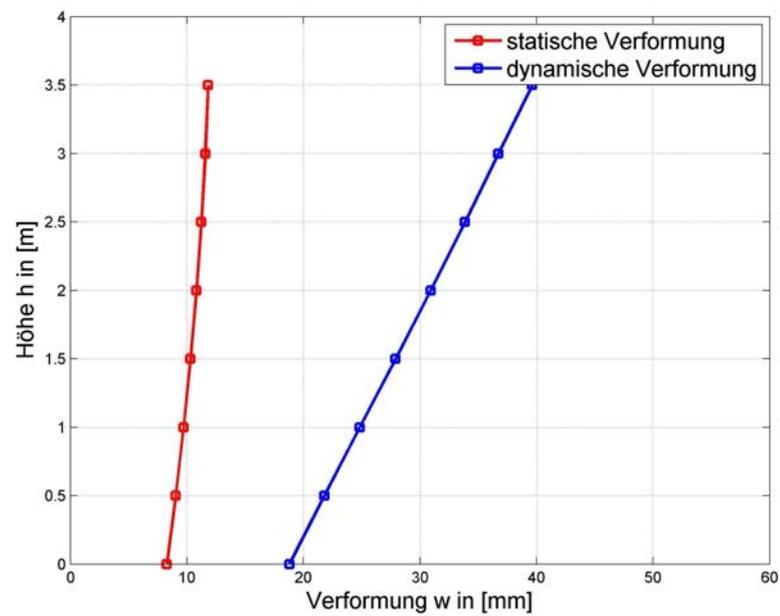


Abbildung 7.7: Verformung unter statischer und dynamischer Lasteinwirkung auf die Lärmschutzwand

In Abbildung 7.6 ist die dynamische Verformung am obersten Element dargestellt. Man erkennt eine Anregung der Lärmschutzwand durch die Druck–Sog–Welle am Bug und am Heck des Zuges. Des Weiteren ist ein Ausschwingen der Lärmschutzwand in den Ruhezustand zu erkennen. Der qualitative Verlauf der Verformung ist bis zu den darunterliegenden Lärmschutzpaneelen gleich, jedoch mit geringerer Amplitude. Bei Anregung der Lärmschutzwand durch eine Druck–Sog–Belastung, die von einer Zugvorbeifahrt herrührt, wird das System in der 1. Eigenform angeregt. Daher ergibt sich am oberen Element die Maximalverformung.

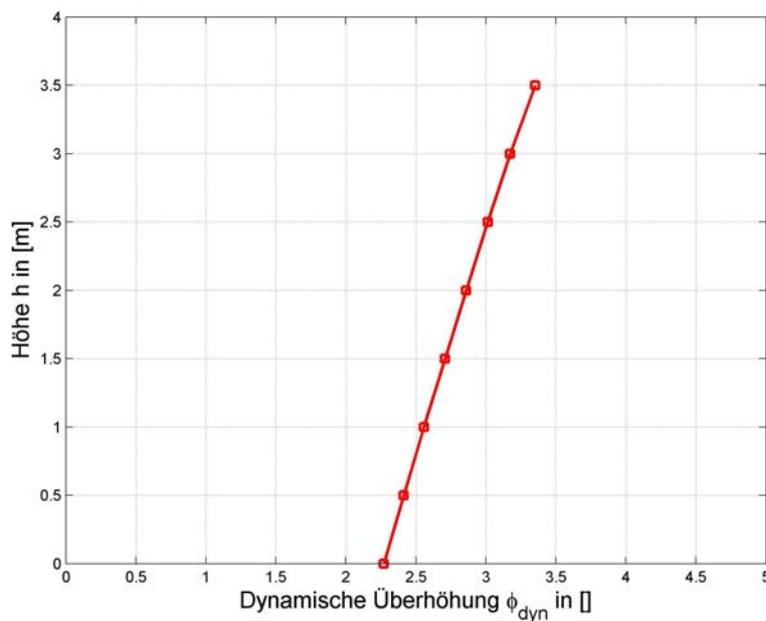


Abbildung 7.8: Maximale Verformung der Lärmschutzwand unter dynamischer Lasteinwirkung

Nach Berechnung der Verformungen unter statischer und dynamischer Lasteinwirkung kann eine Vergrößerungsfunktion erstellt werden (vgl. PETERSEN [75]). Die Vergrößerungsfunktion  $\phi_{dyn}$  ist der Quotient aus dynamischer Verformung  $w_{dyn}$  und statischer Verformung  $w_{stat}$ , es gilt

$$\phi_{dyn} = \frac{w_{dyn}}{w_{stat}}. \quad (7.1)$$

In Abbildung 7.7 sind die maximalen Auslenkungen aus statischer und dynamischer Berechnung über die Lärmschutzwandhöhe dargestellt. Man erkennt eine höhere Auslenkung bei Anregung durch die dynamische Belastung als durch die statische.

Nach der Gleichung (7.1) lässt sich der dynamische Überhöhungsfaktor über die Lärmschutzwandhöhe bestimmen und ist graphisch in Abbildung 7.8 dargestellt. Der größte dynamische Überhöhungsfaktor findet sich an der höchsten Stelle der Lärmschutzwand

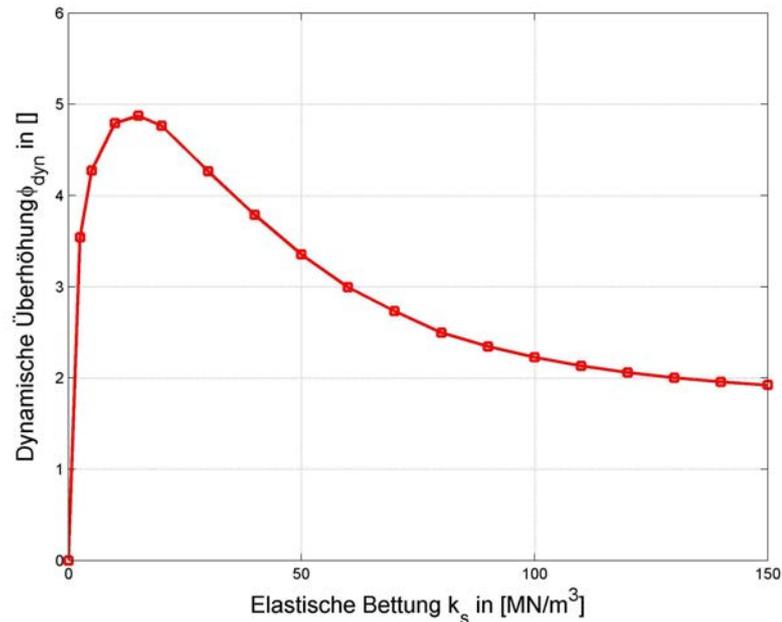


Abbildung 7.9: Maximale dynamische Überhöhung in Abhängigkeit der elastischen Bettung

wieder und beträgt  $\phi_{dyn} = 3,352$ . Mit abnehmender Höhe sinkt der dynamische Überhöhungsfaktor und beträgt am untersten Paneel  $\phi_{dyn} = 2,271$ . Man erkennt, dass der dynamische Überhöhungsfaktor von der Höhe abhängig ist, der Wert variiert um ungefähr 48%. Den Berechnungen liegt zugrunde, dass die elastische Bettung des Bodens  $k_s = 50 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$  beträgt und alle Lärmschutzpaneele ein E-Modul von  $E = 700,000 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$  sowie eine Masse von  $m = 70 \text{ kg}$  besitzen.

Für weitere Untersuchungen werden die Materialkennwerte der Lärmschutzpaneele sowie die elastische Bettung des Bodens variiert. So wird zum einen untersucht, welchen Einfluss der passive Erddruck auf das Antwortverhalten der Lärmschutzwand hat. Zum anderen wird untersucht, inwiefern sich das Antwortverhalten verändert, wenn Lärmschutzwände mit unterschiedlichen Materialkennwerten kombiniert werden.

Im ersten Schritt wird die elastische Bettung variiert. Dabei werden die Verformungen der Lärmschutzwände in Abhängigkeit des elastischen Bettungsmoduls untersucht. In Abbildung 7.9 ist die dynamische Überhöhung zur elastischen Bettung dargestellt. Unter der Annahme, dass keine elastische Bettung vorhanden ist, steigt die statische Auslenkung überproportional, so dass der dynamische Überhöhungsfaktor gegen Null strebt. Man erkennt, dass mit zunehmender elastischen Bettung der dynamische Überhöhungsfaktor steigt. Der Maximalwert des dynamischen Überhöhungsfaktors wird bei der elastischen Bettung  $k_s = 15 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$  erreicht und nimmt den Wert  $\phi_{dyn} = 4,873$  an. Mit weiterer Erhöhung der elastischen Bettung sinkt die dynamische Überhöhung und strebt gegen den Wert  $\phi_{dyn} = 1,60$ .

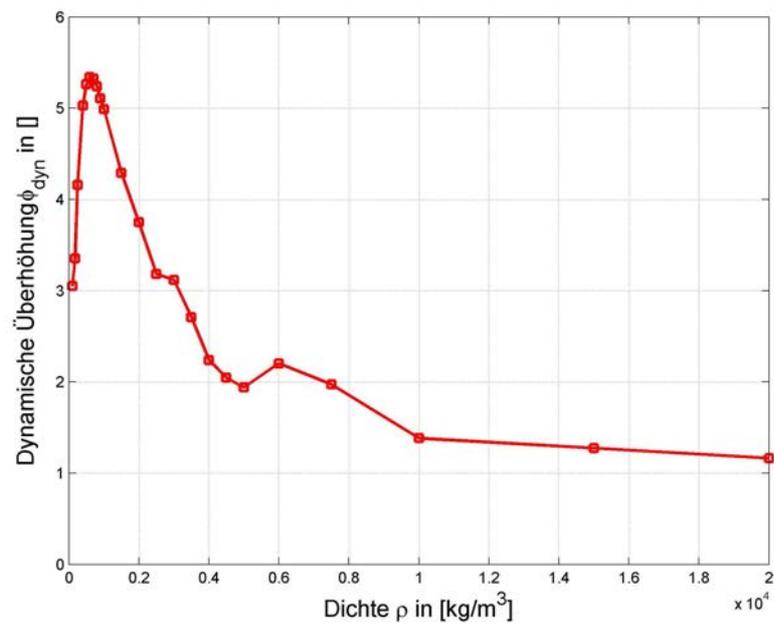


Abbildung 7.10: Maximale dynamische Überhöhung in Abhängigkeit der Dichteänderung der oberen Paneele



Abbildung 7.11: Bestehende Lärmschutzwand an Hochgeschwindigkeitsbahnstrecke nahe Mering

Im nächsten Schritt werden die Materialkennwerte der obersten zwei Lärmschutzpaneele variiert. Dabei wird die Masse erhöht und der Einfluss auf das Gesamtverhalten untersucht.

Das Ergebnis der Auswertung ist in Abbildung 7.10 dargestellt. Es ist eine Vergrößerung der dynamischen Überhöhung bei Zunahme der Dichte der oberen zwei Paneele zu erkennen. Die maximale dynamische Erhöhung wird bei einer Dichte von  $\rho \approx 650 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  erreicht, die dynamische Überhöhung beträgt  $\phi_{dyn} = 5,34$ . Bei weiterer Erhöhung der Dichte, verringert sich die maximal auftretende dynamische Überhöhung.

### 7.1.4 Zusammenfassung

Die durchgeführten Berechnungen zeigen, dass eine Erhöhung der elastischen Bettung einen großen Einfluss auf die Horizontalverformung des Bauwerks hat. Bei Erhöhung des elastischen Bettungsmoduls über  $k_s = 200 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$  verringert sich der Einfluss und die Horizontalverformung ändert sich nur noch marginal. Auch der Einfluss der Bohrpfahlänge wurde untersucht. Es hat sich herausgestellt, dass sich ab einer Bohrpfahlänge von 3 m die Horizontalverformung kaum verändert und somit an Einfluss verliert. Hinsichtlich der dynamischen Effekte an Lärmschutzwänden konnte gezeigt werden, dass die dynamische Überhöhung  $\phi_{dyn}$  abhängig von der Höhe ist. Während an der Lärmschutzwand das unterste Paneel einen dynamischen Überhöhungsfaktor von  $\phi_{dyn} = 2,271$  hat, ist der dynamische Überhöhungsfaktor an der höchsten Stelle der Lärmschutzwand  $\phi_{dyn} = 3,352$ .

Bei möglichen Änderungen der Bodensteifigkeiten auf Grund von Verfestigungen oder Auflockerungen zeigt sich eine Veränderung der dynamischen Überhöhung. Die maximale dynamische Überhöhung wird bei Variation des elastischen Bettungsmoduls bei  $k_s = 15 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$  erreicht. Auch von Interesse war bei kombinierter Zusammensetzung von Lärmschutzwänden (z.B. Beton- und Aluminiumpaneele) der Einfluss der unterschiedlichen Elementmassen auf die dynamische Überhöhung. Bei Variation der Masse der zwei obersten Paneele erkennt man eine maximale dynamische Überhöhung bei  $\rho \approx 650 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Die dynamische Überhöhung beträgt in dem Fall  $\phi_{dyn} = 5,34$ .

## 7.2 Das Strukturantwortverhalten unter Berücksichtigung der Fluid–Struktur–Interaktion

Nachdem der Einfluss einzelner Parameter auf das Antwortverhalten der Lärmschutzwand im letzten Abschnitt untersucht wurde, wird in diesem Abschnitt das Antwortverhalten der Lärmschutzwand auf eine Druck–Sog–Beanspruchung untersucht. Nach einer kurzen Voruntersuchung, die die Modellierung der Lärmschutzwand maßgeblich

beeinflusst, wird das Verhalten der Lärmschutzwand, die durch eine Zugvorbeifahrt dynamisch belastet wird, simuliert. Es werden uni- und bidirektionale FSI-Berechnungen durchgeführt. Die Ergebnisse werden sowohl mit in-situ Messergebnissen als auch miteinander verglichen.

### 7.2.1 Vorberechnungen

Die Erstellung des geometrischen Modells geschieht in Anlehnung an eine bestehende Lärmschutzwand nahe Mering. Die Abbildung 7.11 zeigt die graphische Darstellung des Streckenabschnitts. Der Aufbau der Lärmschutzwand an dem Streckenabschnitt sieht zwei Betonlärmschutzelemente und ein transparentes Lärmschutzelement vor, welche über einem Betonsockel in I-Profilen (HEB 160) gesteckt sind. Der Pfostenabstand beträgt für das betrachtete Feld 5,00 m. Für die Modellierung werden die Geometrie- und Materialkennwerte aus SCHNEIDER [34] oder WENDEHORST [102] entnommen.

Bei der Modellierung der Geometrie werden Vereinfachungen vorgenommen. So wird bei der Erstellung der Bohrpfähle davon ausgegangen, dass die Bohrpfähle bis zur Bodenoberkante reichen. Es wird für die Untersuchung ein kraftschlüssiger Verbund zwischen Pfosten und Bohrpfahl sowie zwischen Pfosten und einzelner Lärmschutzelemente angesetzt. Da es sich um einzelne Lärmschutzelemente handelt, welche senkrecht belastet werden, sind die vertikal aufeinander stehenden Lärmschutzelemente nicht miteinander kraftschlüssig gekoppelt. An dieser Stelle wird das Augenmerk auf das Differenzverformungsverhalten der Lärmschutzelemente zueinander gelegt, wenn die Eigenschaften stark variieren wie z.B. bei Betonlärmschutzwänden und transparenten Lärmschutzelementen.

Es werden Vorberechnungen durchgeführt, um den Einfluss der Felderanzahl zu ermitteln. Die gewonnenen Informationen werden eingesetzt, um ein strukturmechanisches Modell für die Berechnung auf Grundlage der Fluid–Struktur–Interaktion zu implementieren. Die zu betrachtende Lärmschutzwand wird in Anlehnung an bestehende Lärmschutzwände bei Mering modelliert. Geometrische Randbedingungen und Materialparameter werden daran angepasst. Bei der Modellierung werden mehrere Lärmschutzfelder modelliert, um die Einwirkung des Gesamtverhaltens der Lärmschutzwand miteinzubeziehen. Dabei werden bis zu elf Felder modelliert. Bei dieser Vorberechnung wird auf das Ausbilden der Bohrpfähle verzichtet und die Pfosten eingespannt. In Abbildung 7.12 wird eine neunfeldrige Lärmschutzwand dargestellt.

Es werden als Vorberechnungen unterschiedliche Berechnungen durchgeführt. Dabei wird zunächst eine statische Berechnung durchgeführt, um die Endauslenkung der Lärmschutzwand zu ermitteln. Bei der statischen Berechnung wird eine konstante Drucklast  $p = 550 \text{ Pa}$  auf das mittige Feld der Lärmschutzwand angesetzt. Die Verformung des Gesamtmodells wird betrachtet und die Verformung am Endpfosten wird

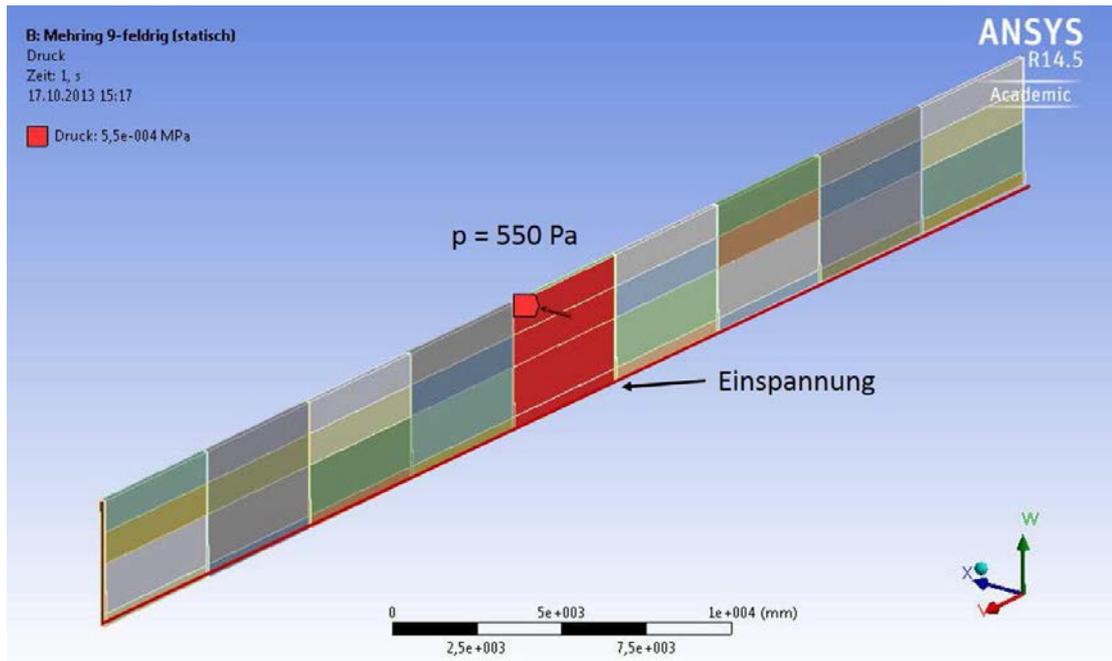


Abbildung 7.12: Geometriemodell der neunfeldrigen Lärmschutzwand

ausgewertet. Im Anschluss wird eine Modalanalyse durchgeführt, um die Eigenfrequenzen zu ermitteln. Zur Berechnung wird die Unterseite eingespannt. In Abbildung 7.13 ist die Verformungsfigur für eine fünffeldrige Lärmschutzwand dargestellt.

Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.1 dargestellt. Bei Erhöhung der Felderanzahl strebt die Verformung des Endpfostens gegen Null. Bei neun Feldern ist die Verformung am Endpfosten vernachlässigbar klein. Bei Betrachtung der ersten beiden Eigenfrequenzen wird ersichtlich, dass die 1. Eigenfrequenz sich bei Erhöhung der Felderanzahl um ca. 10,6% verringert, während bei der 2. Eigenfrequenz die Differenz etwa das 2,5-fache beträgt. Jedoch ist erkennbar, dass die Verformung bei weiterer Erhöhung der Felderanzahl sich geringfügig verändert.

Tabelle 7.1: Statische Endverformung am Pfostenkopf in Abhängigkeit der Anzahl der Feldanzahl

Anzahl der Felder	Endverformung [mm]	1. Eigenfrequenz [Hz]	2. Eigenfrequenz [Hz]
1	4,911	4,441	10,651
3	1,454	4,125	5,779
5	0,515	4,073	4,819
7	0,194	4,027	4,453
9	0,000	4,015	4,292

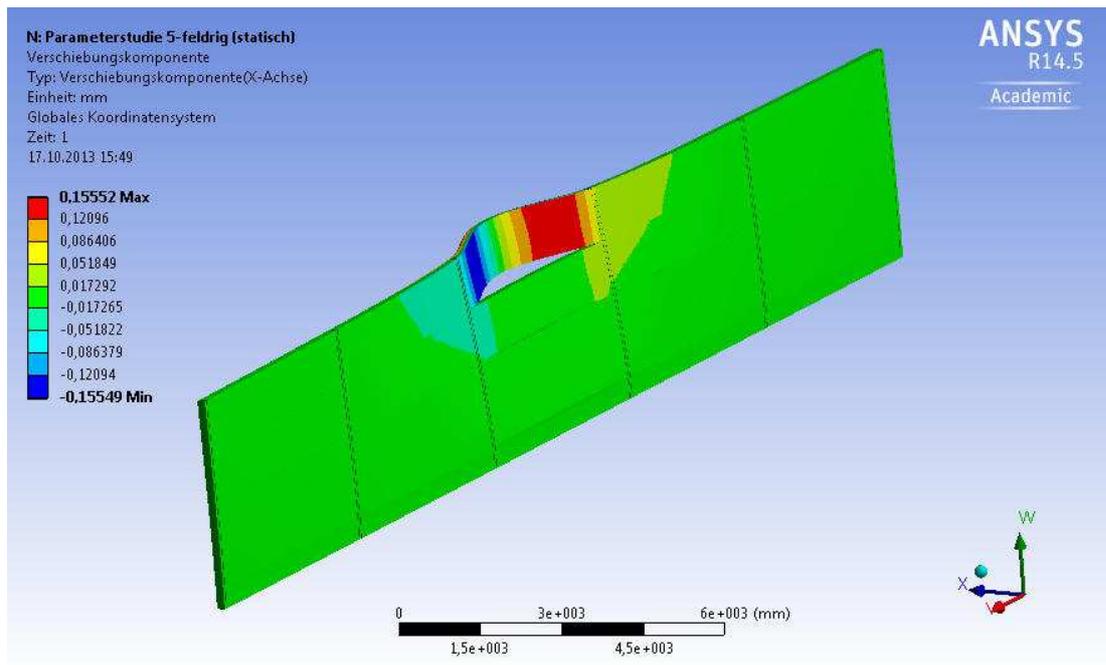


Abbildung 7.13: Gesamtverformung einer 5-feldrigen Lärmschutzwand bei statischer Belastung

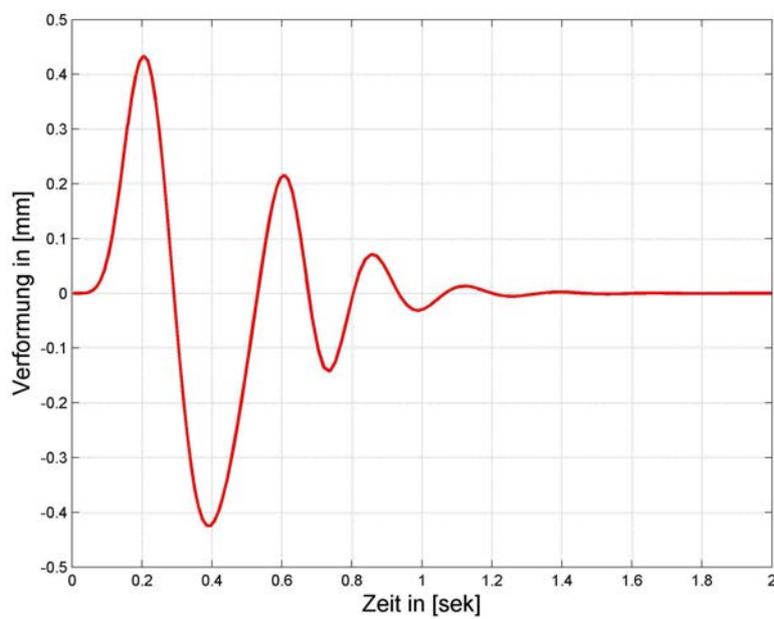


Abbildung 7.14: Maximale Verformung des Endpfostens einer siebenfeldrigen Lärmschutzwand bei harmonischer Belastung

Tabelle 7.2: Dynamische Endverformung am Pfostenkopf in Abhängigkeit der Anzahl der Feldanzahl

Anzahl der Felder	Endverformung in [mm]
1	9,834
3	1,889
5	0,750
7	0,434
9	0,142

Zusätzlich zu den beschriebenen Berechnungen wird eine dynamische Berechnung durchgeführt. Dabei wird wie in der statischen Berechnung auf das mittlere Feld eine Belastung aufgebracht. Für die dynamische Berechnung wird eine einmalige sinusförmige Belastung  $q(t)$

$$q(t) = 550 \cdot \sin(4\pi \cdot t) \quad (7.2)$$

in der Zeit  $t = 0\text{--}0,5\text{ s}$  angesetzt, die der Druck–Sog–Belastung nachempfunden ist. Für eine siebenfeldrige Lärmschutzwand ist der maximale, zeitliche Verformungsverlauf des Endpfostens in Abbildung 7.14 dargestellt. Man erkennt ein deutliches Ausschlagen der Lärmschutzwand nach Aussetzen der Belastung nach 0,5 s. Für Berechnungen mit einer anderen Felderanzahl sind die Endverformungen qualitativ gleich. Die Unterschiede liegen in der Amplitude der Auslenkung. In Tabelle 7.2 sind die Maximalverformungen am Endpfosten in Abhängigkeit der Felderanzahl dargestellt. Man erkennt auch bei der dynamischen Berechnung, dass sich die Endverformung verkleinert, wenn die Anzahl der Elemente erhöht wird. Während bei drei modellierten Feldern die maximale Endverformung 1,889 mm beträgt, reduziert sich bei einer Verdreifachung der Felderanzahl die Maximalamplitude auf ca. 7,5% des zuvor berechneten Wertes.

Bei Erhöhung der Felderanzahl verkleinert sich der Einfluss der Belastung in Feldmitte auf das Antwortverhalten am äußersten Pfosten, so dass für die Berechnung des Antwortverhaltens der Lärmschutzwand auf eine Druck–Sog–Belastung die Anzahl der Felder auf neun bzw. elf Felder gesetzt wird.

## 7.2.2 Das Antwortverhalten

### 7.2.2.1 Die unidirektionale FSI–Berechnung

Die berechneten Ergebnisse auf Grundlage der strömungsmechanischen Simulation (siehe Kapitel 5) werden auf das strukturmechanische Modell, welches im Kapitel 7.2.1 beschrieben wurde, aufgebracht. Es handelt sich hierbei um diskrete Druckwerte, die im Zeitschritt von  $\Delta t = 0,012\text{ s}$  an entsprechendem geometrischen Ort, die mit der Lage des strukturmechanischen Modells übereinstimmen, gespeichert und in der zeitlich

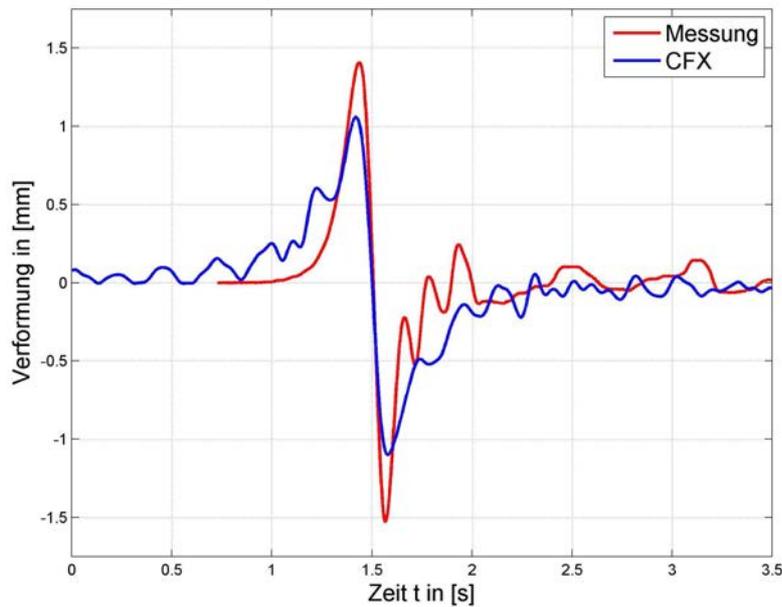


Abbildung 7.15: Vergleich zwischen Messergebnissen und unidirektionaler FSI-Berechnung (ohne Bohrpfahl)

ablaufenden Reihenfolge auf das strukturmechanische Modell als Druckbelastung aufgebracht werden. Diese Berechnung kann als unidirektionale Fluid–Struktur–Interaktion bezeichnet werden. Hierbei wird das Strukturverhalten auf Grund der Strömung beeinflusst, jedoch findet keine Beeinflussung der Strömungsverhältnisse auf Grund des Strukturverhaltens statt.

Für die Ermittlung des Antwortverhaltens der Lärmschutzwand wird das strukturmechanische Modell sowohl ohne Bohrpfähle als auch mit Bohrpfählen modelliert. Die Ergebnisse werden mit Messergebnissen verglichen. Bei der Berechnung des Antwortverhaltens wird lediglich die Druck–Sog–Belastung des Zugkopfes betrachtet und die Druck–Sog–Belastung, welche am Zugende induziert wird, nicht mehr als Einwirkung aufgebracht. Die Gründe liegen in der großen Abweichung der berechneten Ergebnisse im Vergleich zu den Messergebnissen (siehe Kapitel 5) und in der Reduzierung der Berechnungszeit pro Simulation.

In Abbildung 7.15 ist das Ergebnis der dynamischen Berechnung dargestellt. Dabei wird in Feldmitte die senkrechte Verformung an der Oberkante dargestellt. Die Berechnung erfolgt ohne Implementierung der Bohrpfähle. Die Berechnung wird mit einem Dämpfungsgrad  $\xi = 0,020$  durchgeführt.

Die Berechnung zeigt eine gute qualitative Übereinstimmung des Antwortverhaltens der Lärmschutzwand mit den Messungen. Man erkennt die Auslenkung der Lärmschutzwand beim Einwirken der Drucklast in eine Richtung und eine Auslenkung in

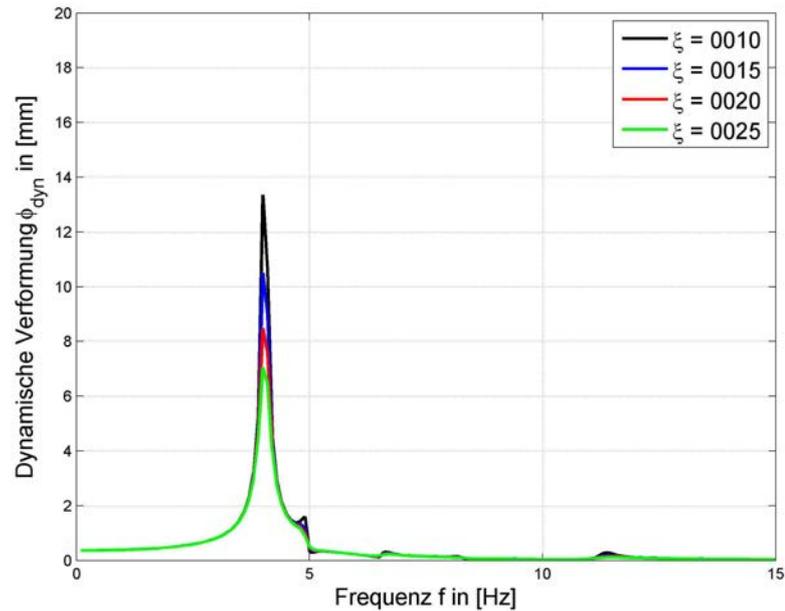


Abbildung 7.16: Vergrößerungsfunktion in Abhängigkeit des Dämpfungsgrades  $\xi$

die entgegengesetzte Richtung, die durch die Sogbelastung induziert wird. Die maximal gemessene Auslenkung auf Grund des Drucks beträgt  $u_{gem} = 1,407$  mm, wohingegen die maximale Auslenkung hervorgerufen durch den Sog  $u_{gem} = -1,529$  mm beträgt. Die dynamische Berechnung ergibt maximale Auslenkungen von  $u_{fsi} = 1,006$  mm bei Druck und  $u_{fsi} = -1,100$  mm bei Sog. Das ergibt eine Abweichung von 39,9% bzw. 39,0%. Weitere Berechnungen ergeben, dass die Variation des Dämpfungsgrades keinen nennenswerten Einfluss auf die Auslenkungsamplituden haben. Bei der aerodynamischen Einwirkung liegt zwischen Druck- und Sogamplitude ein zeitlicher Abstand von  $\Delta t = 0,145$  s, welcher unter der Annahme, dass die Einwirkung quasi-harmonisch sei, eine Erregerfrequenz

$$\Omega = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot 0,145 \text{ s}} = 3,448 \text{ Hz}$$

zur Folge hätte. Die Erregerfrequenz  $\Omega$  liegt um 0,567 Hz niedriger als die 1. Eigenfrequenz, so dass eine Änderung des Dämpfungsgrades nur geringen Einfluss auf die Auslenkungsamplitude hätte. In Abbildung 7.16 ist die Vergrößerungsfunktion einer neunfeldrigen Lärmschutzwand in Abhängigkeit des Dämpfungsgrads  $\xi$  dargestellt. Man erkennt einen großen Ausschlag in der Vergrößerungsfunktion für die 1. Eigenfrequenz (vgl. Tabelle 7.1). Höhere Eigenfrequenzen sind in dieser Konfiguration nicht maßgebend. In Abhängigkeit des Dämpfungsgrades  $\xi$  variiert die dynamische Verformung  $w_{dyn}$ , die bei höherer Dämpfung geringere Vergrößerungen zur Folge hat. Für die 1. Eigenfrequenz sind in Tabelle 7.3 die Vergrößerungen dargestellt. Man erkennt im Falle der Übereinstimmung der harmonischen Erregerfrequenz mit der 1. Eigenfrequenz, dass merkbare Amplitudenänderungen vorhanden sind. Für die Erregerfrequenz

Tabelle 7.3: Dynamische Verformung in Abhängigkeit des Dämpfungsgrads für die 1. Eigenfrequenz

Dämpfungsgrad $\xi$	$\phi_{dyn}$ bei $f_1$ [mm]	$\phi_{dyn}$ bei $\Omega = 3,448$ Hz [mm]
0,010	13,36	1,4711
0,015	10,51	1,4666
0,020	8,486	1,4604
0,025	7,047	1,4526

$\Omega = 3,446$  Hz sind die Unterschiede vergleichsweise gering wie in der gleichen Tabelle ersichtlich ist.

Auf Grund der großen Unterschiede wird das Modell der Lärmschutzwände mit Bohrpfählen erweitert. Dabei wird für die Berechnung wie zuvor der Dämpfungsgrad  $\xi = 0,02$  und den elastische Bettungsmodul  $k_s = 100 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$  angesetzt. Im Anhang A sind die Ergebnisse der Vorberechnungen für das Lärmschutzwandmodell mit Bohrpfählen dargestellt. Die Ergebnisse der dynamischen Berechnung mit den Luftdrücken aus fluidmechanischer Vorberechnung sind in Abbildung 7.17 dargestellt. Wie in Abbildung 7.15 zu sehen ist, ist die Verformung des Lärmschutzelements in Feldmitte an der Oberkante dargestellt. Es zeigt den Vergleich zwischen Messung und Simulation. Dabei erkennt man eine gute Übereinstimmung der maximalen Werte der Auslenkungen. Man erkennt eine leichte Überschätzung der Berechnungsergebnisse im Vergleich zur Messung. Dies rührt von der Abschätzung des Bettungsmoduls her. Es zeigt sich auch eine gute qualitative Übereinstimmung. Im Vergleich zur Messung sind die Ergebnisse der numerischen Simulation leicht höher, können den qualitativen Verlauf der Verformung jedoch gut nachbilden. Die dynamische Berechnung ergibt maximale Auslenkungen von  $u_{fsi} = 1,572$  mm bei Druck und  $u_{fsi} = -1,667$  mm bei Sog. Die Differenz beträgt 12% bzw. 9%, diese Variation liegt im Streubereich von Messungenauigkeit bzw. leichten Änderungen der Steifigkeit des Bodens. Des Weiteren liegt ein Unsicherheitsfaktor in der Modellierung, da angenommen wurde, dass zwischen Pfosten und Bohrpfahl ein kraftschlüssiger Verbund herrscht.

### 7.2.2.2 Die bidirektionale FSI–Berechnung

Zur Berechnung des Antwortverhaltens der Lärmschutzwand durch die Zugvorbeifahrt wird des Weiteren eine Berechnung auf Grundlage der Fluid–Struktur–Interaktion durchgeführt. Es wird wie in Kapitel 2.3.2 erläutert ein partitioniertes Lösungsverfahren implementiert, in dem eine wechselseitige Interaktion zwischen Fluidströmung und Strukturverformung einbezogen wird. Die Berechnungen werden zum einen wie in Kapitel 7.2.2.1 mit einer Lärmschutzwand ohne Bohrpfählen berechnet, zum anderen werden die numerischen Berechnungen mit modellierten Bohrpfählen erweitert.

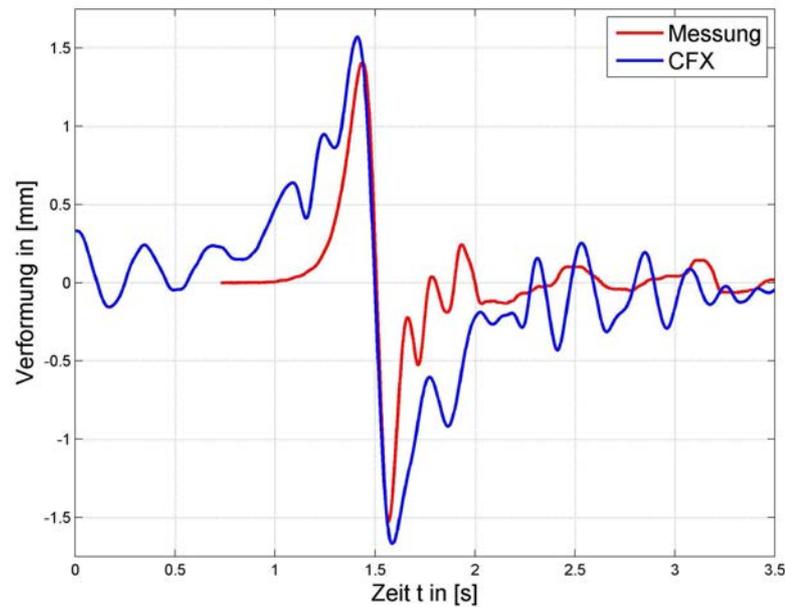


Abbildung 7.17: Vergleich zwischen Messergebnissen und unidirektionaler FSI-Berechnung (mit Bohrpfahl)

Wie in Kapitel 7.2.2.1 wird der Bettungsmodul auf  $k_s = 100 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$  gesetzt. In Abbildung 7.18 ist das Ergebnis dargestellt. Man erkennt eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen und auch mit den Berechnungsergebnissen aus der unidirektionalen FSI-Berechnung. Auch bei einer bidirektionalen Fluid–Struktur–Interaktion wird die Strukturantwort unterschätzt, so dass das Strukturmodell mit Hinzufügen der Bohrpfahlgeometrie variiert wird.

In Abbildung 7.19 ist der Vergleich zwischen Messdaten und Berechnungsergebnissen auf Grundlage der bidirektionalen Fluid–Struktur–Interaktion bei einer Lärmschutzwand mit Bohrpfählen dargestellt. Es zeigt sich, dass eine gute Übereinstimmung zwischen den Messergebnissen und den Berechnungen vorliegt. Auch stimmen die Ergebnisse zwischen unidirektionaler und bidirektionaler Simulation gut überein, wobei die unidirektionale FSI-Berechnung leicht höhere Druckwerte ergibt. Der Unterschied zwischen Messung und den Ergebnissen der bidirektionalen FSI-Berechnung liegt unter 1 %, während der Unterschied bei der Sogbelastung ungefähr 4,2 % beträgt. Durch Messungenauigkeiten bzw. leichten Änderungen der Bodenverhältnisse sind die Messwerte Schwankungen unterworfen, die den Bereich der Abweichungen übertreffen.

Abweichungen finden sich beim zeitlichen Verlauf des Antwortverhaltens. Die Abweichung stammt von der Abweichung des zeitlichen Verlaufs der Einwirkung. Auf Grund des zeitlich früheren Anstiegs des Druckes und des späteren Abklingens der Soglast ist auch eine zeitlich frühere Auslenkung sowie spätere Rückzentrierung in die Ausgangslage zu erkennen. Am generellen Verformungsverhalten der Lärmschutzwand ist jedoch

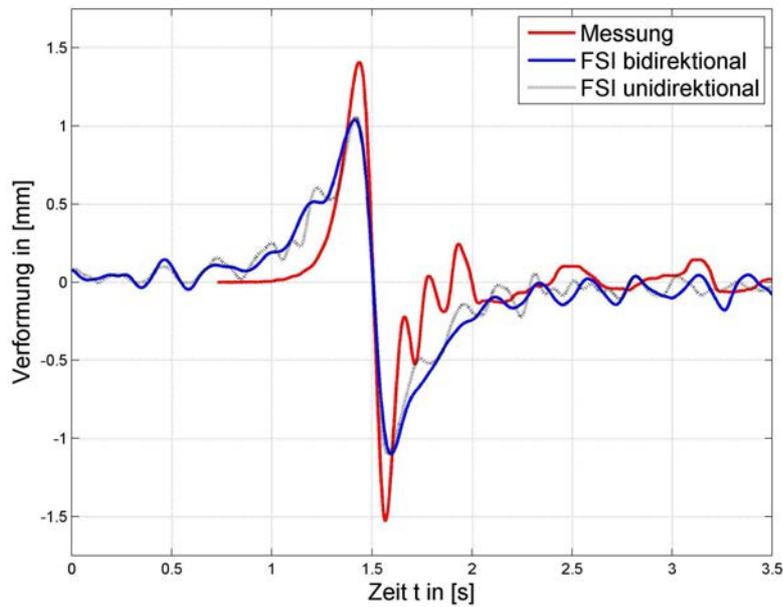


Abbildung 7.18: Vergleich zwischen Messergebnissen und bidirektionaler FSI-Berechnung (ohne Bohrpfahl)

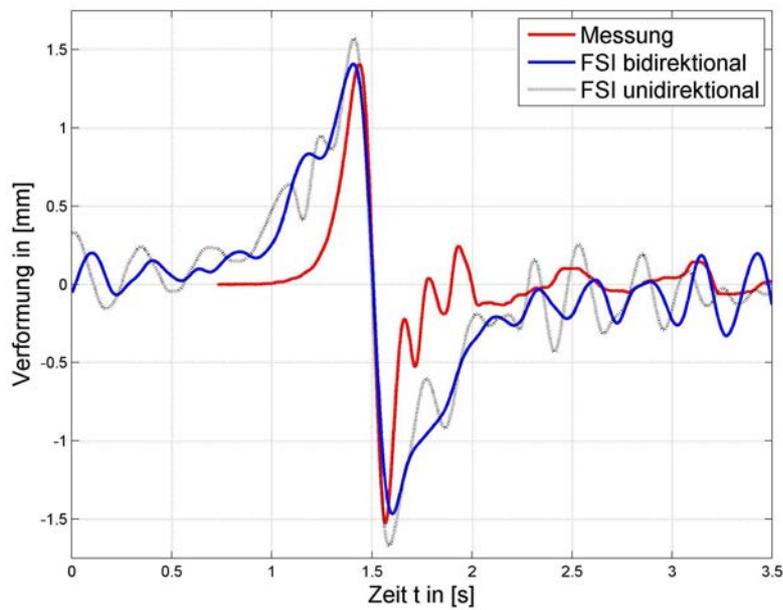


Abbildung 7.19: Vergleich zwischen Messergebnissen und bidirektionaler FSI-Berechnung (mit Bohrpfahl)

dadurch keine Abweichung vorhanden.

### 7.2.2.3 Zusammenfassende Betrachtung

Die Ergebnisse der bidirektionalen FSI-Berechnung zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus der unidirektionalen FSI-Berechnung. So kann das Antwortverhalten auf Grund einer Druck–Sog–Welle, welche aus einer Zugvorbeifahrt hervorgehoben werden, mittels numerischer Simulation berechnet werden. Auf Grund der hohen Berechnungszeit bei der bidirektionalen FSI-Berechnung und der aufwändigeren Implementierung ist eine bidirektionale FSI-Berechnung nicht sinnvoll und kann mittels unidirektionaler FSI-Berechnung ersetzt werden, um die gleichen Ergebnisse in kürzerer Zeit zu erzielen.

Durch die uni- und bidirektionale FSI-Berechnungen lässt sich das Antwortverhalten der Lärmschutzwände bei einer Zugfahrt reproduzieren. Die durchgeführten Simulationen zeigen, dass trotz Vereinfachungen an der Geometrie ein hoher Grad an Detailtreue –in diesem Fall die Modellierung von Bohrpfählen an den Lärmschutzwänden– notwendig ist, um genaue Ergebnisse zu erzielen. Dies geschieht jedoch zu Lasten der Rechenzeit, so dass FSI-Berechnungen dieser Art nur auf Hochleistungsrechnern geschehen kann.

Für bestehende Bauwerke lässt sich mit den durchgeführten Berechnungen in den Kapiteln 5, 6 und 7 zeigt sich eine gute Überstimmung mit den vorhandenen Messergebnissen. Auf Grund dieser Tatsache wird ein numerisches Modell für Bauwerke, die sich in Planung befinden und für die noch keine Messergebnisse vorhanden sind, aufgesetzt, die auf der Modellierung basieren. Das folgende Kapitel beschreibt die Ermittlung von Druck–Sog–Belastungen an zukünftigen Ingenieurbauwerken.

# Kapitel 8

## Anwendung der strömungsmechanischen Simulation auf Lärmschutzgalerien

Erste Umsetzungen von Bauwerken, die höheren Lärmschutzanforderungen als Lärmschutzwände erfüllen, finden derzeit statt. So wird im Folgenden die strömungsmechanische Simulation, die in Kapitel 5 beschrieben ist, auf aktuelle bzw. zukünftige konstruktive Ingenieurbauwerke angewendet. In diesem Abschnitt werden auf Einhausungen bzw. Lärmschutzgalerien im Straßenbau Bezug genommen, bei denen neben den vertikalen Lärmschutzwänden noch eine horizontale Überbauung mit Lärmschutzelementen der Fahrbahn vorgesehen ist, um die Schutzwirkung vor Lärmemission zu erhöhen. Auf Grund der entstehenden Tunnelwirkung wird die Frage aufgeworfen, welchen Einfluss die Druckeinwirkung auf das Bauwerk auf Grund von Zugvorbeifahrten hat und ob die Stabilität des Bauwerkes gewährleistet ist. Es werden Berechnungsergebnisse aus einer numerischen Strömungssimulation dargestellt, die die Druckverhältnisse an Lärmschutzgalerien zeigen. Hier werden zwischen einseitiger und beidseitiger Lärmschutzgalerie unterschieden sowie beidseitiger Lärmschutzgalerie mit und ohne Neigungswinkel. Die berechneten Ergebnisse werden mit den Druckverhältnissen an einfachen Lärmschutzwänden verglichen.

### 8.1 Lärmschutzeinhausungen

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit der Beschreibung aktueller bzw. zukünftiger Ingenieurbauwerkprojekte im Konstruktiven Ingenieurbau zur Lärmschutzminderung an Verkehrswegen. Bei höheren Anforderungen des Lärmschutzes erreichen Lärmschutzwände die Grenzen ihrer Anwendbarkeit, so dass Lärmschutzgalerien in Betracht gezogen werden müssen. Es können wie im Straßenbau Tunnelbauwerke ihre Anwendung finden. Nach der DIN 1076 [20] werden Tunnel als Bauwerke definiert, die unterhalb der Erd- oder Wasseroberfläche liegen und in geschlossener Bauweise hergestellt werden oder bei offener Bauweise länger als 80 m sind. Dabei gelten nach [20] sowohl

Lärmschutzeinhausungen, die als oberirdische Einhausungen von Straßen definiert sind, als auch Galeriebauwerke ab einer Länge von 80 m als Straßentunnel. Lärmschutzgalerien können sowohl einseitig als auch beidseitig von den Gleisen realisiert werden, um den Anforderungen an den Lärmschutz zu genügen. Im Straßenbau sind bereits Lärmschutzeinhausungen realisiert worden wie z.B. bei Köln–Lövenich, wo seit 2012 eine 1,5 km lange Lärmschutzeinhausung den Lärmpegel um 20 dB verringert. In Abbildung 8.1 wird das Bauwerk dargestellt, welches aus drei Betonwänden und einer Glas–Stahlüberdachung mit einer Fläche von ungefähr 30 000 m<sup>2</sup> besteht.



Abbildung 8.1: Lärmschutzeinhausung bei Köln–Lövenich [49]

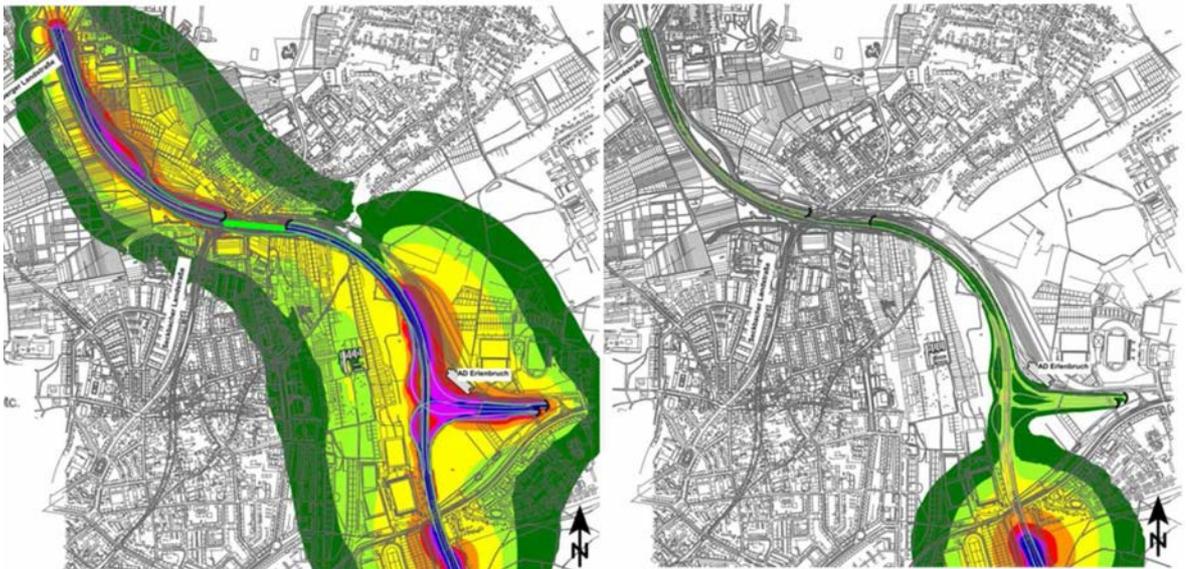


Abbildung 8.2: Lärmschutzminderung durch Einhausungen im Straßenbau [76]; links: ohne Lärmschutzeinhausung; rechts: mit Lärmschutzeinhausung

Dabei erhöht sich der Lärmschutz auf Grund der horizontalen Abdeckung bei Einhausungen im Vergleich zu einfachen Lärmschutzwänden. In Abbildung 8.2 ist der Effekt der Lärmschutzminderung aus einer Potentialstudie des Ingenieurbüros Grontmij [76] an der Bundesautobahn A661 in Frankfurt dargestellt, wo eine Einhausung des Autobahnstreckenabschnittes in Planung ist. Auf der linken Abbildung erkennt man den jetzigen Zustand der Schallemission, während die rechte Abbildung die verminderte Schallemission durch die Einhausung zeigt. Man erkennt eine deutliche Reduktion des Lärms im unmittelbaren Umfeld und somit lärmkonfliktfreie Wohngebiete.

Einhausungen bzw. Lärmschutzgalerien erfüllen erhöhte Anforderungen an den Lärmschutz, die herkömmliche Lärmschutzwände möglicherweise nicht erfüllen, jedoch stellt sich die Frage, welchen Einfluss die obere horizontale Abdeckung der Gleise bei einer Zugvorbeifahrt auf die Druckverhältnisse des Bauwerkes haben. Daher werden im nächsten Abschnitt numerische Simulationen durchgeführt, die die Fragestellung versuchen zu beantworten.

## 8.2 Numerische Ergebnisse bei Lärmschutzgalerien

### 8.2.1 Problemstellung der numerischen Simulation

Die in Kapitel 5 beschriebene strömungsmechanische Berechnung wird auf aktuelle Ingenieurbauprojekte im Konstruktiven Ingenieurbau angewendet. Es werden die Druckverhältnisse an einer Lärmschutzgalerie ermittelt wie sie exemplarisch in Abbildung 8.3 dargestellt ist.

Wie in Kapitel 5 zuvor beschrieben wird der Algorithmus der bewegenden Gitter verwendet, um die Druckverhältnisse um den bewegenden Zugkörper zu ermitteln. Es handelt sich hierbei um eine instationäre Berechnung, bei der zu jedem neuen Zeitschritt die Position des Zugkörpers in Abhängigkeit der implementierten Zuggeschwindigkeit translatorisch versetzt wird und somit der Umgebungsluftdruck zeitabhängig zu berechnen ist. Die Druckverhältnisse werden an einer Position der Lärmschutzgalerie in Längsrichtung ausgewertet. Dabei wird neben dem zeitlichen Druckverlauf an der Wand auch der Druckverlauf an der horizontalen Abdeckung betrachtet. Bei der Betrachtung der Druckverhältnisse an der Lärmschutzgalerie wird der Luftdruck in Abhängigkeit der Länge der Auskrägung ermittelt. Des Weiteren wird der Unterschied zwischen der einseitigen und beidseitigen Lärmschutzgalerie auf die Druckverhältnisse betrachtet. Abschließend werden Berechnungen durchgeführt, um den Einfluss des Neigungswinkels der Auskrägung zu bestimmen. Die Berechnungen werden mit der Geometrie des ICE 3 bei einer Zuggeschwindigkeit von  $300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  durchgeführt. Der Luftdruck an der Wand wird abschließend mit den Ergebnissen aus Kapitel 5 verglichen. Dabei werden die Wände als starr vorausgesetzt.

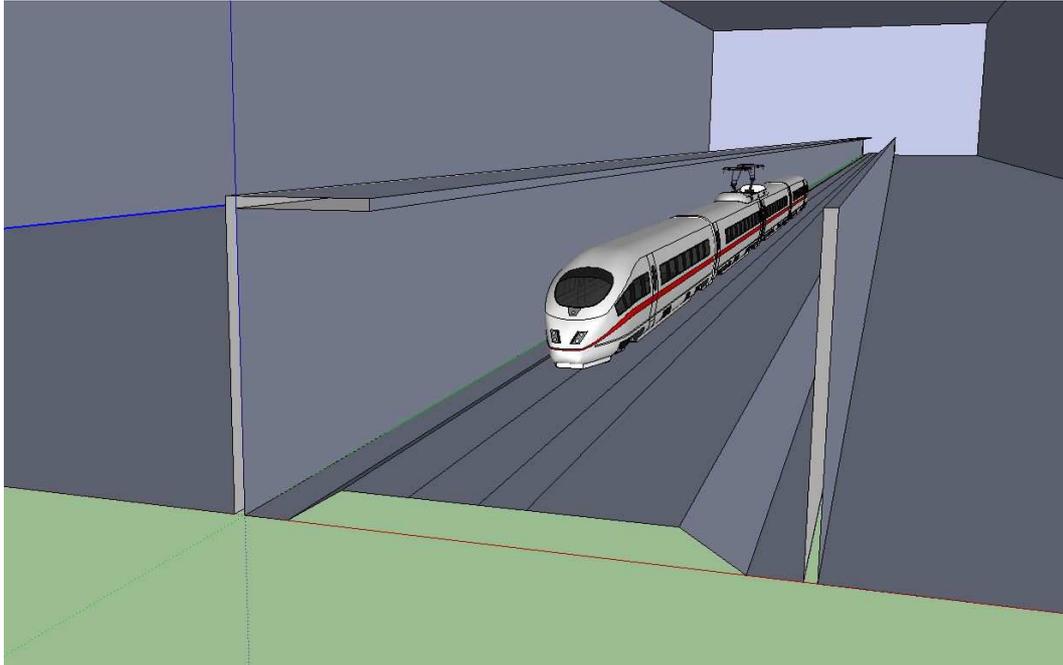


Abbildung 8.3: Geometriedarstellung einer einseitigen Lärmschutzgalerie [33]

### 8.2.2 Darstellung der Ergebnisse

Bei einer konstanten Zuggeschwindigkeit von  $300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  wird eine Position in Längsrichtung bestimmt, an der der Druckverlauf gespeichert wird. Die gespeicherten Werte umfassen den Luftdruck entlang der Zug zugewandten Wand und der Auskragung über dem Gleis. An diskreten Stellen über die Höhe wird der Druckverlauf auch über die Zeit gespeichert. Die geometrischen Querschnittsabmessungen sind in Abbildung 8.4 dargestellt. Die Länge der Auskragung  $h_{Kr}$  wird in den Berechnungen zwischen den Werten 0,0 m und 6,0 m variiert. Bei einer beidseitigen Lärmschutzgalerie wird die Auskragung auf der Zug abgewandten Seite mit einer Länge von 3,0 m modelliert. Des Weiteren wird der Neigungswinkel der Auskragung zwischen  $0^\circ$  und  $30^\circ$  variiert, um den Einfluss der Auskragungsneigung auf den Luftdruck zu ermitteln.

In Abbildung 8.5 ist der zeitliche Druckverlauf bei 0,0 m über SOK dargestellt. Es wird der Druckverlauf zwischen einseitiger und beidseitiger Lärmschutzgalerie verglichen. Bei einer Zugvorbeifahrt entsteht am Zugkopf sowie am Zugende eine schnell abwechselnde Druck-Sog Belastung. Qualitativ sind keine Unterschiede zu erkennen. Jedoch werden bei einer beidseitigen Lärmschutzgalerie bei Durchfahrt des Zugkopfes leicht höhere Maximaldrücke und leicht geringere Soglasten berechnet. Während bei einer beidseitigen Lärmschutzgalerie der Maximaldruck 668 Pa beträgt, beträgt der maximale Luftdruck bei einseitiger Begrenzung 640 Pa, was einer Druckerhöhung um ungefähr 4 % entspricht.

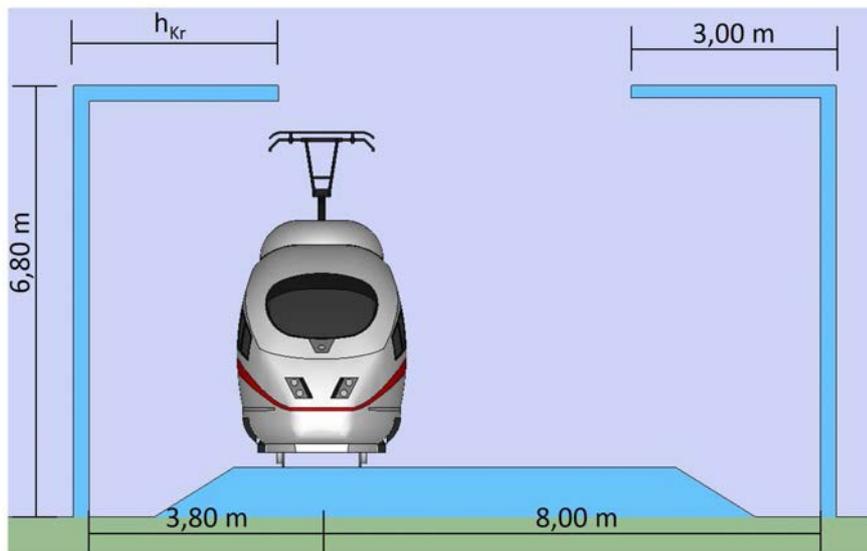


Abbildung 8.4: Geometriedaten der Modellierung [33]

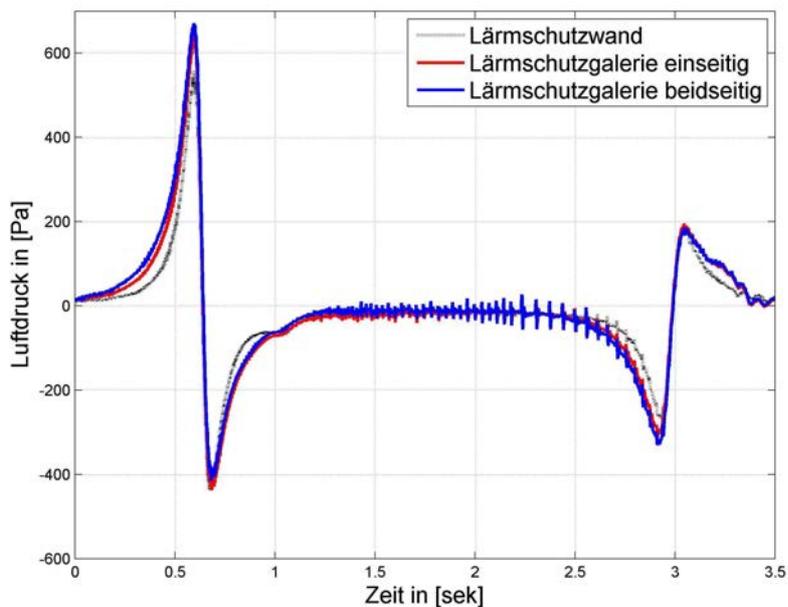


Abbildung 8.5: Zeitlicher Druckverlauf an der Wand bei 0,0 m über SOK

Bei Durchfahrt des Zuges ist eine Umkehrung des Beschriebenen zu erkennen. Der geringere Sog, welcher bei der beidseitigen Lärmschutzgalerie zu beobachten ist und unmittelbar auf die Druckbelastung auftritt, ist auf die erhöhte Stauung der Luft in unmittelbarer Umgebung durch die zusätzliche horizontalen Abdeckung zurückzuführen, der den gegensätzlichen Druck mindert. Im Vergleich zum maximal auftretenden

Luftdruck bei einer Lärmschutzwand, wird bei Lärmschutzgalerien eine Luftdruckerhöhung um 18 % berechnet, die gepunktete Linie in Abbildung 8.5 stellt den zeitlichen Druckverlauf bei einer Lärmschutzwand dar.

In Abbildung 8.6 ist die Druckverteilung über die Höhe in Abhängigkeit der Länge der Auskrragung dargestellt und wird mit der Druckverteilung einer Lärmschutzwand ohne Auskrragung verglichen. Man kann sagen, dass unabhängig von der Länge der Auskrragung der qualitative Druckverlauf gleich bleibt. Je größer  $h_{Kr}$  jedoch ist, desto höher ist die Druckbelastung auf die Wand. Die größten Drücke sind bei geringen Höhen über SOK zu finden, entlang der Höhe der Lärmschutzgalerie nimmt der Luftdruck ab. So nimmt der Druck bei einer Auskrragung von 6,0 m von 640 Pa stetig ab auf 397 Pa. Bei einer Lärmschutzwand ohne Auskrragung beträgt der maximale Druck 565 Pa. Somit kann man sagen, dass sich der maximale Druck bei einer Auskrragung  $h_{Kr} = 6,0$  m um ungefähr 13 % erhöht. Am Galeriekopf sinkt der Druck bei einer Auskrragung von 6,0 m auf 397 Pa und bei der Lärmschutzwand ohne Auskrragung auf 128 Pa. An der Stelle ist die Druckerhöhung um ein Vielfaches größer. Hier ist der Luftdruck bei der Lärmschutzgalerie 3,1-fach höher als bei der Lärmschutzwand. Diese Erkenntnis ist auf mangelnde Ausbreitung der Luft durch die Auskrragung zurückzuführen. Werden die Druckbelastung zwischen einer Lärmschutzwand und einer Galerie mit 1,0 m Auskrragung verglichen, so zeigt sich, dass sich die maximalen Drücke bei geringen Höhen über SOK kaum unterscheiden. Entlang der Wandhöhe steigt der Unterschied, am Kopf der Galerie liegt der Druck bei einem Wert von 225 Pa und ist somit um das 1,75-fache größer.

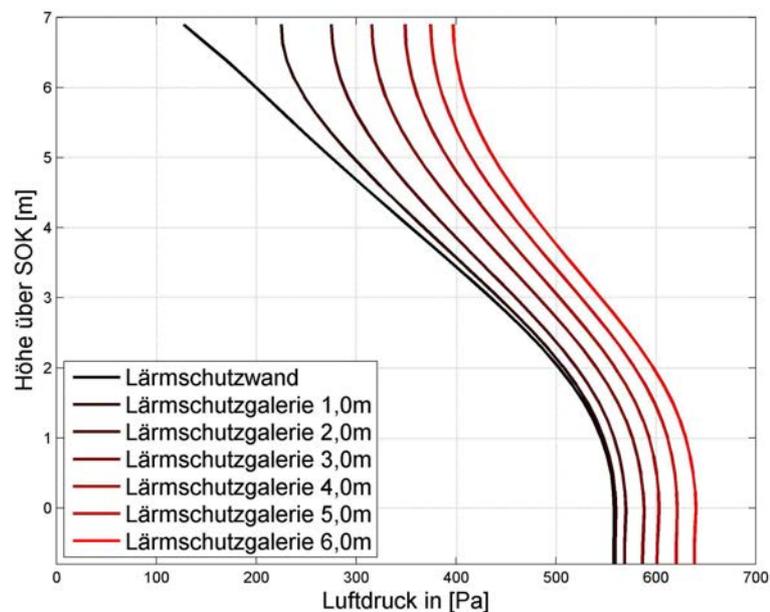


Abbildung 8.6: Druckverteilung über die Höhe in Abhängigkeit der Länge der Auskrragung  $h_{Kr}$

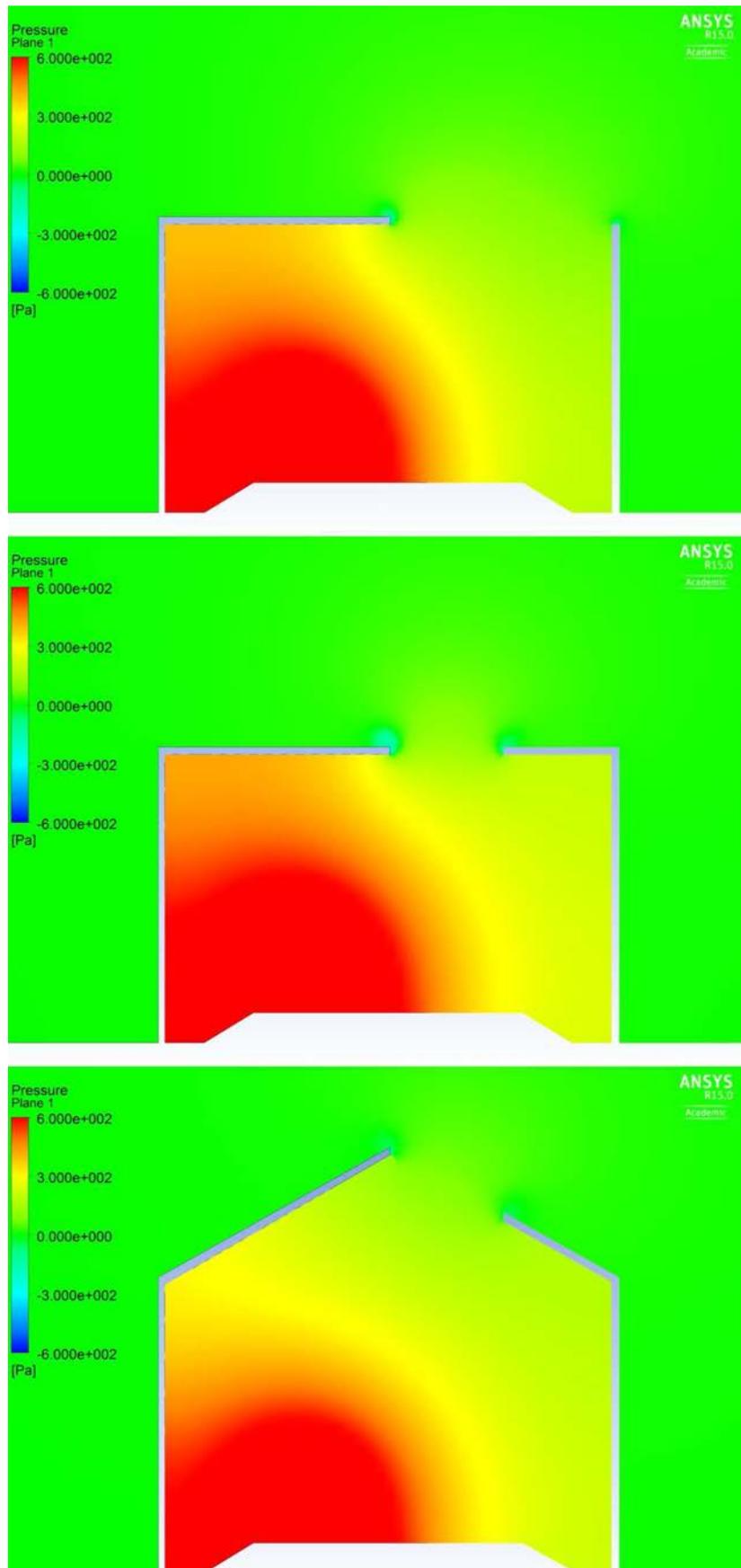


Abbildung 8.7: Druckverteilung im Querschnitt; oben: bei einseitiger Auskragung; mitte: bei beidseitiger Auskragung; unten: bei beidseitiger Auskragung mit geneigten Abdeckungen

Die Druckverteilung im Querschnitt ist bei einer Auskragung  $h_{Kr} = 6,0\text{ m}$  in Abbildung 8.7 dargestellt. Abbildung 8.7 oben zeigt die Druckverteilung bei einer einseitigen Lärmschutzgalerie, in Abbildung 8.7 mitte und in Abbildung 8.7 unten sind die Druckverteilungen bei einer beidseitigen Lärmschutzgalerie ohne bzw. mit Neigungswinkel dargestellt. Man erkennt zwischen einer einseitigen und beidseitigen Lärmschutzwand im Querschnitt kaum Unterschiede, auch macht sich der 4 % höhere maximale Luftdruck an der Zug zugewandten Seite in der Darstellung nicht bemerkbar. Bei Modellierung eines Neigungswinkels von  $30^\circ$  erkennt man eine geringere Ausbreitung des Querschnittsdrucks, der über  $600\text{ Pa}$  beträgt.

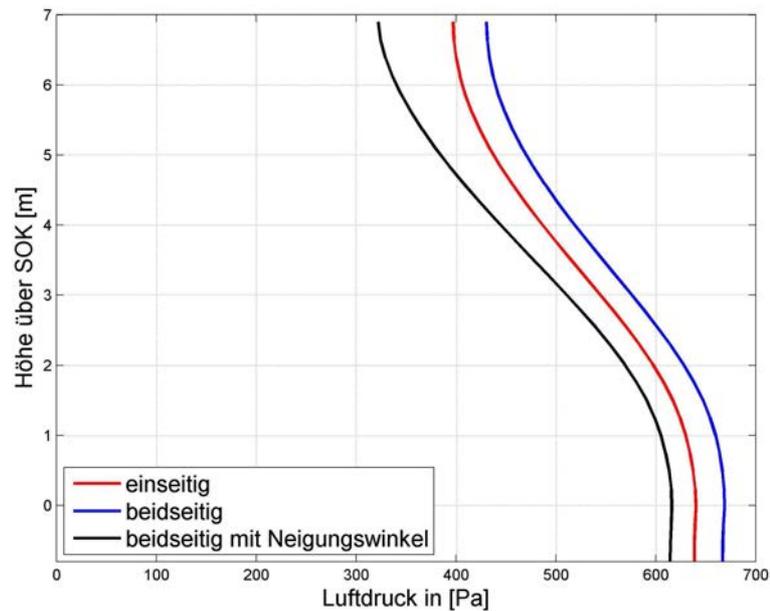


Abbildung 8.8: Druckverlauf über die Höhe auf der zugewandten Lärmschutzgalerie

Den Druckunterschied zwischen einseitiger und beidseitiger Lärmschutzgalerie auf der Zug zugewandten Seite stellt Abbildung 8.8 dar. Man erkennt einen Druckverlauf über die Höhe, der bei beiden Fällen qualitativ identisch ist. Jedoch macht sich die durch eine beidseitige Lärmschutzgalerie infolge einer zusätzlichen Behinderung der Luftausbreitung eine Druckerhöhung bemerkbar, so dass der maximale Druck an der Wand bei einer beidseitigen Lärmschutzgalerie  $668\text{ Pa}$  beträgt.

Wird der Luftdruckverlauf bei einer beidseitigen Lärmschutzgalerie mit geneigter Abdeckung in die Betrachtung hinzugezogen, so lässt sich auch hier sagen, dass der qualitative Luftdruckverlauf nahezu identisch ist. In diesem Fall wirkt sich die Neigungswinkel druckmindernd aus. Die Druckminderung wirkt sich über die Höhe jedoch stärker aus. Gegenüber der beidseitigen Lärmschutzgalerie ohne Neigungswinkel herrscht ein 9 % geringerer Maximaldruck vor, dieser liegt bei  $614\text{ Pa}$ . Während am Kopf der vertikalen Begrenzung der Unterschied höher ist, hier liegt der Luftdruck bei  $322\text{ Pa}$ , was einer

Minderung um 34 % gleichbedeutend ist.

Es lässt sich in Abbildung 8.7 jedoch gut erkennen, dass auf der Zug abgewandten Lärmschutzgalerie geringere Druckwerte entstehen als auf der zugewandten Seite. Abbildung 8.9 stellt den Druckverlauf über die Höhe auf der abgewandten Lärmschutzgalerie dar. Der maximale Luftdruck bei einer einseitigen Lärmschutzgalerie beträgt 181 Pa und bei einer beidseitigen Lärmschutzgalerie 233 Pa. Somit ist die Differenz ungefähr 28 %. Bei der einseitigen Lärmschutzgalerie ist eine starke Abnahme des Luftdrucks entlang der Höhe zu erkennen, die im Vergleich zur beidseitigen Lärmschutzgalerie höher ist. Hierbei ist am Kopf ein 5,7-facher Unterschied des Luftdrucks zwischen einseitiger und beidseitiger Lärmschutzgalerie zu erkennen. Grund dafür ist die zusätzliche horizontale Abdeckung, die für einen zusätzlichen Staueffekt sorgt.

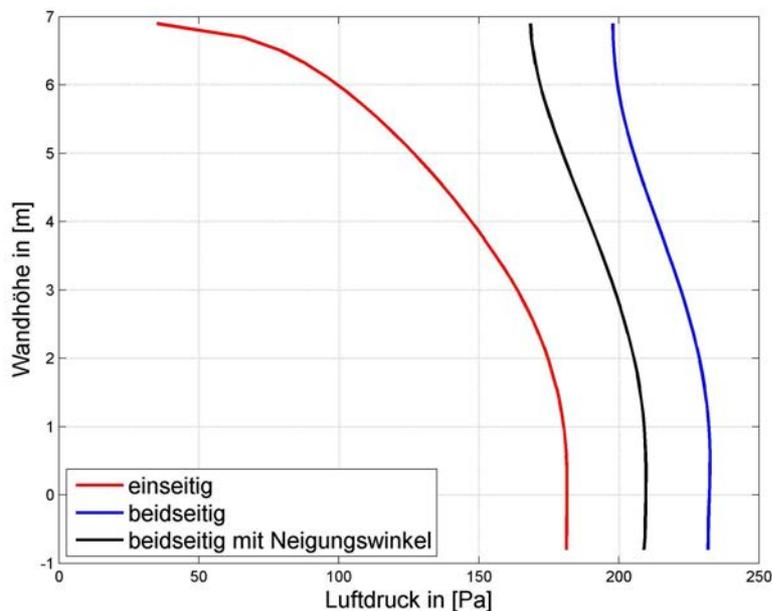


Abbildung 8.9: Druckverlauf über die Höhe auf der abgewandten Seite der Lärmschutzgalerie

Vergleicht man den Luftdruckverlauf zwischen beidseitiger Lärmschutzgalerie ohne Neigungswinkel und mit Neigungswinkel, so erkennt man einen qualitativ identischen Druckverlauf. Hier wirkt sich wie auf der zugewandten Seite der Neigungswinkel der Auskragung druckmindernd aus. Bei einer Lärmschutzgalerie mit einem Neigungswinkel von  $30^\circ$  beträgt der Maximaldruck auf der abgewandten Seite 210 Pa. Das bedeutet eine Verminderung des maximalen Luftdrucks um 11 % im Vergleich zur beidseitigen Lärmschutzgalerie ohne Neigung. Am Kopf der abgewandten Lärmschutzgalerie beträgt die Verminderung ungefähr 15 %, was nur eine leichte Erhöhung des Druckunterschiedes bedeutet und die Tatsache bestätigt, dass der qualitative Luftdruckverlauf nahezu identisch ist.

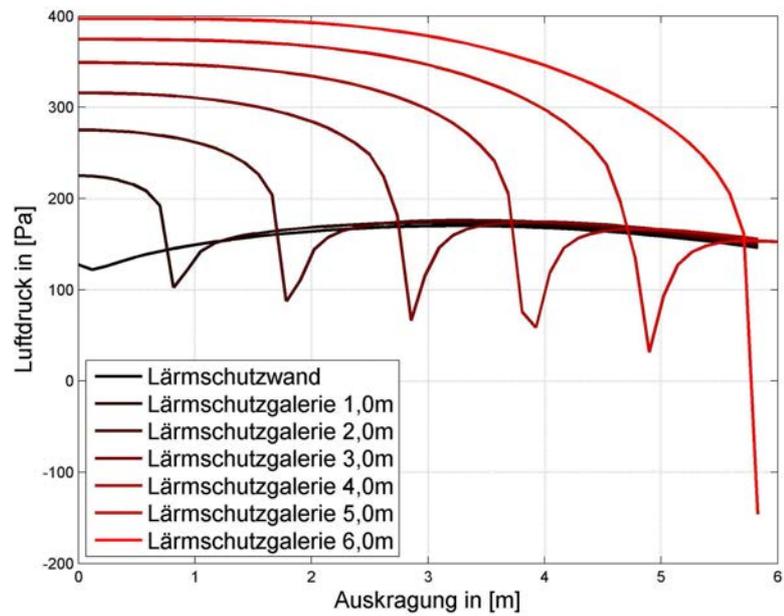


Abbildung 8.10: Druckverlauf entlang der Auskrägung in Abhängigkeit der Länge der Auskrägung  $h_{Kr}$

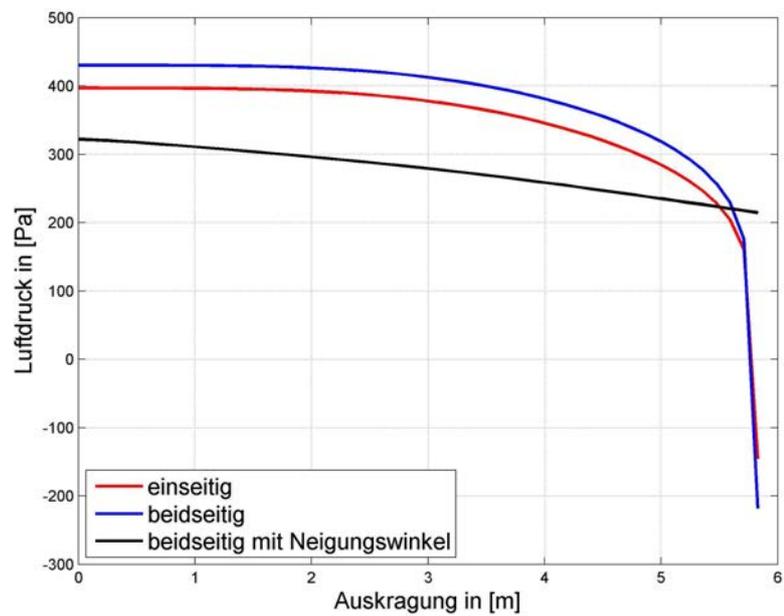


Abbildung 8.11: Vergleich des Druckverlaufs entlang der Auskrägung  $h_{Kr}$

Betrachtet man den Druckverlauf entlang der Auskragung, so wie in Abbildung 8.10 dargestellt ist, so zeigt sich von der Wand zum Kragarmende eine Abnahme des Drucks. Im weiteren Verlauf erhöht sich der Druck wieder. In Abbildung 8.10 sind des Weiteren die Druckverläufe in Abhängigkeit der Länge der Auskragung dargestellt und mit dem Druckverlauf im Falle einer Lärmschutzwand ohne Auskragung gegenübergestellt. Man kann beobachten, dass ein höherer Druck an der Wand ( $h_{Kr} = 0,0\text{m}$ ) vorherrscht, je länger die Auskragung modelliert ist. Dies ist auch in Abbildung 8.6 erkennbar und es liegt eine gute Übereinstimmung vor. Weiterhin ist zu beobachten, dass bei längerer Auskragung der Abfall des Drucks am Kragarmende umso höher ist. So beträgt der Druck am Kragarmende bei einer Länge von  $6,0\text{m}$   $-146\text{Pa}$ , bei einer Länge von  $1,0\text{m}$   $103\text{Pa}$ . Als Vergleich ist der Druck bei einer Lärmschutzwand ohne Auskragung aufgetragen, wenn sich die Luft ungehindert ausbreiten kann. Je länger die Auskragung und je größer die Abdeckung ist, die die Ausbreitung der Luft verhindert, desto schneller strömt die Luft am Ende der Auskragung. Das macht sich im Druckabfall am Kragarmende bemerkbar.

In Abbildung 8.11 wird ein Vergleich des Druckverlaufes entlang der Auskragung zwischen einseitiger und beidseitiger Lärmschutzgalerie sowie beidseitiger Lärmschutzgalerie mit Neigungswinkel gezogen. Es ist erkennbar, dass entlang der Auskragung der höchste Luftdruck bei einer beidseitigen Lärmschutzgalerie besteht. Eine Verringerung des Drucks, welche bei ca. 8 % liegt, kann bei einer einseitigen Lärmschutzgalerie beobachtet werden. Am Ende der Auskragung ist ein starker Druckabfall zu beobachten. Vergleicht man den Luftdruck bei einer beidseitigen Lärmschutzgalerie mit Neigungswinkel auf gleicher Höhe, so ist der Luftdruck geringer als in den anderen beiden Fällen. Hier beträgt der Luftdruckunterschied zwischen beidseitiger Lärmschutzgalerie und beidseitiger Lärmschutzgalerie mit Neigungswinkel ungefähr 25 %. Des Weiteren ist am Kragarmende kein Druckabfall zu erkennen, da der Luftdruck nicht direkt an der Auskragung gemessen ist und somit keine Umströmung zu beobachten ist.

### 8.2.3 Zusammenfassung

Die durchgeführten numerischen Untersuchungen zeigen, dass sich bei einer Zugvorbeifahrt große Unterschiede zwischen Lärmschutzwänden und Lärmschutzgalerien hinsichtlich der einwirkenden Druck-Sog-Belastung ergeben. Die Unterschiede sind klar erkennbar beim Druckverlauf über die Höhe der Wand. Im Vergleich zur Lärmschutzwand ist bei einer einseitigen Lärmschutzgalerie ( $h_{Kr} = 6,0\text{m}$ ) der maximale Luftdruck bei  $0,0\text{m}$  über SOK um 13 % erhöht. Am Galeriekopf ist der Druckunterschied um das 3,1-fache größer und somit erheblich größer. Am Kragarmende ist eine Abnahme des Drucks zu beobachten, der sich im weiteren Verlauf erhöht. Der maximale Luftdruck, der am Kragarm vorherrscht, ist abhängig von der Kragarmlänge. Auch der Druckunterschied zwischen Kragarmbeginn und -ende steigt in Abhängigkeit der Kragarmlänge. Durch den Druckabfall am Kragarmende steigt die Strömungsgeschwindigkeit am Kragarm, so dass an dieser Stelle mit hohen Belastungen und dynamischen Überhöhungen

zu rechnen ist.

Auf Grund der Tatsache, dass Lärmschutzgalerien erst in naher Zukunft realisiert werden, ist es nicht möglich an bestehenden Bauwerken Messungen durchzuführen, um Erkenntnisse über die Druckeinwirkungen am Bauwerk zu gewinnen. An dieser Stelle bzw. in diesem Planungsstadium sind numerische Untersuchungen unerlässlich, um die Einwirkungen am zukünftigen Bauwerk ermitteln zu können und das Bauwerk den Einwirkungen entsprechend zu dimensionieren.

# Kapitel 9

## Zusammenfassung und Ausblick

### 9.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden numerische Untersuchungen der Druck–Sog–Belastung auf Lärmschutzwände durch vorbeifahrende Hochgeschwindigkeitszüge untersucht. Die Arbeit beinhaltet die Simulation der Druck–Sog–Belastung auf Grundlage der numerischen Strömungssimulation und die Untersuchung des Antwortverhaltens von Lärmschutzwänden auf Grund der dynamischen Belastung vorbeifahrender Hochgeschwindigkeitszüge.

Es wurde im 2. Kapitel zunächst die Differentialgleichung des strukturmechanischen Modells hergeleitet. Dabei wurde auch auf das Materialmodell sowie auf die kinematischen Beziehungen eingegangen. Im Anschluss wurden die strömungsmechanischen Erhaltungsgleichungen in differentieller Form beschrieben, die in die Integralform überführt wurden. Das Strukturfeld wurde mit dem Fluidgebiet in einer partitionierten Berechnung gekoppelt, so dass die Zwischenergebnisse der fluidmechanischen Berechnung zur Weiterberechnung verwendet werden konnten. Im 2. Kapitel wurde auch das eingesetzte Turbulenzmodell nach MENTER [66] erläutert, das die Vorteile des  $k$ – $\epsilon$ –Modells und des  $k$ – $\omega$ –Modells in diesem Modell vereinigt.

Im 3. Kapitel wurden die Diskretisierungen der im Kapitel 2 beschriebenen Bewegungsgleichungen im Ort beschrieben. Dabei wurde die strukturmechanische Differentialgleichung mit Hilfe des Integralsatzes in die schwache Form überführt. Die schwache Form wurde dann in eine Matrizendifferentialgleichung umgeformt. Anschließend wurde die Einführung der Ansatzfunktion erläutert. Des Weiteren wurden in diesem Kapitel die Erhaltungsgleichungen der Strömungsmechanik im Ort semidiskretisiert. Die in der Strömungsmechanik gebräuchliche Finite–Volumen–Methode sowie die Einführung des Kontrollvolumens im Strömungsgebiet wurden beschrieben.

Im 4. Kapitel wurde auf den normativen Stand im Bereich der Bemessung von Lärmschutzwänden, die einer Druck–Sog–Belastung durch vorbeifahrende Züge ausgesetzt sind, eingegangen. Dabei wurden die Berechnungsmethoden des Standardverfahrens und der dynamischen Analyse erläutert. Des Weiteren wurden die Ergebnisse diverser Streckenmessungen, die in der Literatur veröffentlicht wurden, beschrieben. Die

berechneten, synthetischen Druck–Sog–Belastungen nach DB Richtlinie 804.5501 [86] wurden mit den in-situ Messungen verglichen. Der Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Messdaten und der synthetischer Last nach der DB Richtlinie 804.5501 [86]. Man kann sagen, dass die analytische Berechnungsmethode auf der sicheren Seite liegt.

Die programmtechnische Umsetzung der strömungsmechanischen Berechnung mit der Software ANSYS CFX wurde im 5. Kapitel beschrieben. Es wurde zunächst das strömungsmechanische Modell erläutert und speziell auf die Modellierung bewegender Gitter eingegangen. Im Anschluss wurden die Berechnungsergebnisse mit den in Kapitel 4 beschriebenen in-situ Messergebnissen verglichen. Der Vergleich zwischen den durchgeführten Messungen und der Berechnung zeigt eine gute Übereinstimmung. Der zeitliche Verlauf der Druckbelastung stimmt ebenfalls gut überein mit den vorhandenen Messungen, leichte Abweichungen finden sich beim zeitlich früheren Anstieg des Drucks und späteren Abklingen des Sogs. Hierbei sind die Abweichungen an der Kopfwelle geringer als an der Heckwelle. Die Druck- und Soglast am Bug weichen 2,8% bzw. 3,6% ab und liegen im Bereich von Messschwankungen. Weniger übereinstimmend ist die Drucklast am Heckbereich, hier beträgt die Abweichung ungefähr 72%.

Darauffolgend wurde im 6. Kapitel auf Grundlage der Druckstoßtheorie das Reflexionsverhalten der Druck–Sog–Welle an festen Wänden untersucht. Es wurde eine analytische Lösung berechnet und eine numerische Berechnung durchgeführt, die miteinander verglichen wurden. Die Berechnungen zeigten, dass sich reflektierende Druckwellen an einer starren Wand im Vergleich zur ankommenden Stoßfront nahezu verdoppeln und somit der Reflexionsfaktor  $c_r = 2,0$  ist. Geht man von durchlässigen Lärmschutzelementen aus, wie dies bei Aluminiumpaneelen der Fall ist, kann man von einer gewissen Permeabilität ausgehen. Untersuchungen zeigten, dass sich durch die Permeabilität der Reflexionsfaktor verringert und kleiner als  $c_r = 2$  ist. Bei einer graduellen Erhöhung der Permeabilität konnte eine graduelle Verringerung des Reflexionsfaktors beobachtet werden. Für eine Permeabilität  $\Pi = 0,5$  wurde der Reflexionsgrad zu 1,29.

Im 7. Kapitel wurde auf das Antwortverhalten der Lärmschutzwand eingegangen. Es wurden unterschiedliche Fragestellungen hinsichtlich des dynamischen Verhaltens der Struktur betrachtet. Bezugnehmend auf die Implementierung der strömungsmechanischen Berechnung aus Kapitel 5 wurde eine Berechnung durch Einbindung der Strukturmechanik erläutert, so dass eine Berechnung auf Grundlage der Fluid–Struktur–Interaktion (FSI) durchgeführt werden konnte. Es wurde zum einen eine unidirektionale FSI-Berechnung durchgeführt, zum anderen eine bidirektionale FSI-Berechnung. Der Vergleich zwischen unidirektionaler und bidirektionaler FSI-Berechnung zeigte eine gute Übereinstimmung. Auch der Vergleich mit Messdaten zeigte gut übereinstimmende Ergebnisse beim Vergleich der Druck– und Sogspitzen. Abweichungen finden sich im zeitlichen Verlauf der Auslenkung auf Grund der erwähnten Fehlertoleranzen bei der Berechnung der Druck–Sog–Einwirkung. Die durchgeführten numerischen Simulationen haben gezeigt, dass das Antwortverhalten der Lärmschutzwand mit Berechnung

auf Grundlage der FSI möglich ist. Jedoch ist der Rechenzeitbedarf für eine bidirektional FSI-Berechnung im Vergleich zur unidirektionalen FSI-Berechnung wesentlich höher und kann nicht durch genauere Ergebnisse gerechtfertigt werden.

Die numerischen Untersuchungen schließen im 8. Kapitel mit Berechnungen der Druckbelastung an Lärmschutzgalerien ab. Lärmschutzgalerien werden in absehbarer Zeit in Ingenieurbauprojekten realisiert, da sie erhöhte Anforderungen an den Lärmschutz erfüllen können. Die berechneten Druckbelastungen wurden mit den berechneten Ergebnissen an Lärmschutzwänden aus Kapitel 5 verglichen. Es stellte sich heraus, dass durch den Stau effekt eines tunnelartigen Bauwerkes, so wie es bei der Lärmschutzgalerie der Fall ist, sich der maximale Luftdruck über SOK um 13 % erhöht. Über die vertikale Wand ist eine Erhöhung des Luftdruckunterschiedes zwischen Lärmschutzwand und Lärmschutzgalerie zu erkennen. Der Luftdruckunterschied am Kopf der vertikalen Wand ist maximal und beträgt 1,75-fache des Luftdrucks der Lärmschutzwand ohne Auskragung. Auch wurden am Kragarmende erhebliche Druckunterschiede berechnet, so dass dadurch hohe Geschwindigkeiten am Bauwerk auftreten und Effekte wie Wirbelablösung bzw. Resonanz eine Rolle spielen können.

## 9.2 Ausblick

Die Arbeit dokumentiert die rechnergestützte Ermittlung der dynamischen Belastungen einer Druck-Sog-Welle sowie das Antwortverhalten einer gleisnahen Lärmschutzwand durch Druck-Sog-Beanspruchung. Dabei wurde die Zugform eines Intercity Express 3 (ICE 3) gewählt, der auf Strecken der Deutschen Bahn der modernste Hochgeschwindigkeitszug ist. Um die Berechnung in effizienter Weise durchzuführen, wurden Vereinfachungen an der Geometrie implementiert. So wurden die Stromübertragungsvorrichtung, der Radkasten und das Achsaggregat nicht modelliert. Die Vereinfachungen wurden als vernachlässigbare Größe auf die Ermittlung der Druck-Sog-Belastung der Lärmschutzwand angesehen ohne diese Annahme zu untersuchen, da die Berechnung mit derzeitigen, vorhandenen Rechenkapazitäten nicht möglich war.

Für die Berechnung auf Grundlage der Druckstoßtheorie zeigte sich die interessante Tatsache, dass Druckwellen bei Reflexion an einer Lärmschutzwand den Reflexionsfaktor  $c_r = 2,0$  erreichen können. Dabei wurde der Effekt auf Grund der feinen örtlichen Diskretisierung an einem zweidimensionalen Modell mit eindimensionaler Druckausbreitung gezeigt. Hierbei wurde die räumliche Ausbreitung der Druckwelle auf Grund der derzeit nicht vorhandenen Rechenkapazität außer Acht gelassen. Der Einfluss der räumlichen Druckausbreitung ist in der vorliegenden Arbeit nicht mehr untersucht worden.

Bei den unidirektionalen und bidirektionalen FSI-Berechnungen wurde ein dreidimensionales Strukturmodell verwendet. Auch hierbei wurden Vereinfachungen an der Geometrie der Lärmschutzwand durchgeführt. Für globale Effekte der Lärmschutzwand ist

das implementierte Modell ausreichend, jedoch können in Detailbereichen der Lärmschutzwand keine Aussagen über das Verformungsverhalten getroffen werden.

Die in Kapitel 8 durchgeführten Berechnungen zeigten erhöhte Druckbelastungen auf Lärmschutzgalerien im Vergleich zu Lärmschutzwänden. Auf Grund der validierten Simulationsergebnisse an Lärmschutzwänden wurde die Simulation auf Lärmschutzgalerien angepasst, um für die Dimensionierung der Bauwerke die Einwirkungen abschätzen zu können. Die berechneten Ergebnisse gilt es mit Messungen an später erstellten Lärmschutzgalerien zu validieren.

# Anhang A

## Harmonische Analyse der Lärmschutzwand mit Bohrpfahl

Tabelle A.1: Statische Endverformung am Pfostenkopf in Abhängigkeit der Anzahl der Feldanzahl (mit Bohrpfahl)

Anzahl der Felder	Endverformung [mm]	1. Eigenfrequenz [Hz]	2. Eigenfrequenz [Hz]
1	7,662	3,298	8,847
3	3,682	2,865	4,514
5	1,291	2,766	3,525
7	0,596	2,728	3,176
9	0,272	2,761	3,0702
11	0,127	2,742	2,9646

Tabelle A.2: Dynamische Endverformung am Pfostenkopf in Abhängigkeit der Anzahl der Feldanzahl (mit Bohrpfahl)

Anzahl der Felder	Endverformung [mm]
1	17,255
3	9,582
5	5,544
7	4,174
9	3,471
11	3,085

Tabelle A.3: Vergrößerung in Abhängigkeit des Dämpfungsgrads für die 1. Eigenfrequenz (mit Bohrpfahl)

Dämpfungsgrad $\xi$	$\phi_{dyn}$ bei $f_1$ [mm]	$\phi_{dyn}$ bei $\Omega = 3,448$ Hz [mm]
0,010	17,902	1,1822
0,015	14,039	1,1734
0,020	11,314	1,1615
0,025	9,3933	1,1472

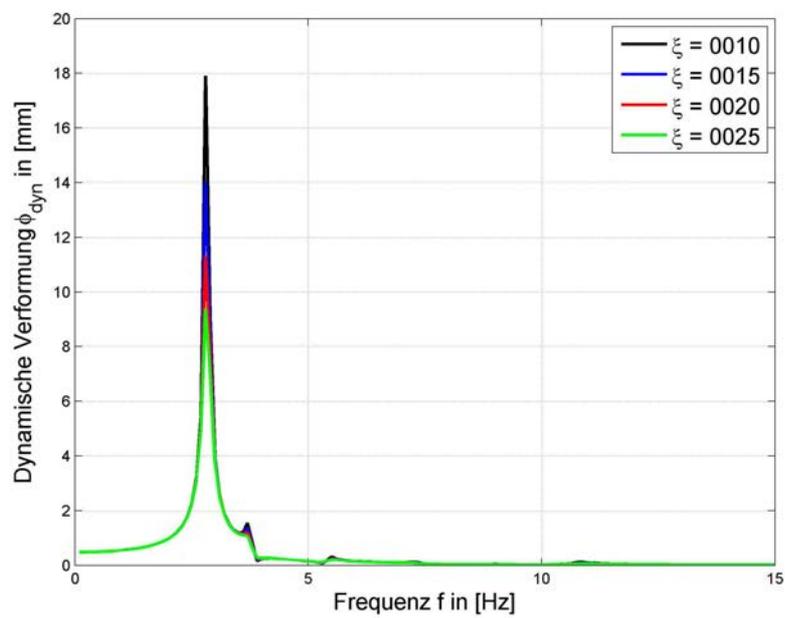


Abbildung A.1: Vergrößerungsfunktion in Abhängigkeit des Dämpfungsgrads  $\xi$



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Umgestürzter Zug auf Grund der Einwirkung einer Windböe [74] . . . . .	2
2.1	Anliegende Kräfte in x-Richtung an einem infinitesimal kleinen Volumenelement . . . . .	6
2.2	Anliegende Massenströme an einem infinitesimal kleinen Volumen-element	9
2.3	Anliegende Kräfte in x-Richtung an einem infinitesimal kleinen Volumenelement . . . . .	10
2.4	Leistungsflüsse an einem infinitesimal kleinen Volumenelement . . . . .	13
2.5	Geschwindigkeitsprofil in wandnaher Region [2] . . . . .	22
2.6	Transformation der unterschiedlichen Betrachtungsweisen [22] . . . . .	25
2.7	Einfach gestaffeltes Verfahren (links), iterativ gestaffeltes Verfahren (rechts)	27
3.1	20-Knoten Hexaederelement [28] . . . . .	32
3.2	Hexaeder-Element . . . . .	36
4.1	Dynamikbeiwert $\phi_{dyn}$ nach DB Richtlinie 804.5501 [86] . . . . .	43
4.2	Charakteristische Einwirkung $q_{1k}$ nach DIN-EN 1991-2 [19] . . . . .	44
4.3	Luftdruckbeiwert $c_{p,ges}$ nach dynamischer Analyse . . . . .	46
4.4	Luftdruck $p(x, z)$ nach dynamischer Analyse . . . . .	47
4.5	Gemessene Drücke der Bugwelle [16] . . . . .	48
4.6	Druck-Sog-Verlauf bei einer Zugvorbeifahrt [70] . . . . .	49
4.7	Druck-Sog-Verlauf bei einer Zugvorbeifahrt [70] . . . . .	50
4.8	Transparente Lärmschutzelemente aus Mineralglas [80] . . . . .	51
4.9	Histogramme der Druckbeiwerte der Lasteinwirkung aus Zugvorbeifahrt [80] . . . . .	52
4.10	Verformungs-Zeit-Verlauf bei $160 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ [58] . . . . .	53
4.11	Maximaler Luftdruck in Abhängigkeit der Zuggeschwindigkeit nach der DB Richtlinie 804.5501 [86] . . . . .	54
4.12	Luftdruckdifferenz zwischen quasi-statischem und analytischem Verfahren . . . . .	55
5.1	Modellierter Fluidraum $\Omega$ (ICE-Modell nach [33]) . . . . .	59
5.2	Beweglicher Fluidraum $\Omega_b$ – Randbedingungen (ICE-Modell nach [33])	61
5.3	Blockstruktuiertes Gitter am Zugkopf . . . . .	62
5.4	Druckverlauf über SOK bei Zugvorbeifahrt . . . . .	64
5.5	Vergleich der Druckverteilung an der Lärmschutzwand über die Höhe bei Zugvorbeifahrt zwischen gemessenen Werten nach [16] und Simulation	65

5.6	Druckverteilungsdiagramm . . . . .	66
5.7	Druckverteilung über den Querschnitt bei Zugvorbeifahrt (links), Druckverteilung in Längsrichtung (rechts) . . . . .	66
5.8	Druck bei SOK in Abhängigkeit der Zuggeschwindigkeit $v_{Zug}$ . . . . .	67
5.9	Vergleich des Luftdrucks über SOK zwischen Messung und Berechnung bei $160 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ (Wandabstand $a_g$ : 3,80 m) . . . . .	68
5.10	Darstellung des Einflusses der Sandrauigkeit . . . . .	69
5.11	Maximaler Luftdruck über SOK auf der Wand bei Zugvorbeifahrt in Abhängigkeit von der Wandhöhe (Zugform: ICE 3, $v_{Zug} = 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ) . . . . .	70
5.12	Maximaler Luftdruck auf der Wand bei Zugvorbeifahrt bei unterschiedlichen Wandhöhen ( $v_{Zug} = 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , $a_g = 3,80 \text{ m}$ ) . . . . .	71
5.13	Maximaler Luftdruck auf der Wand bei Zugvorbeifahrt bei unterschiedlichen Wandabständen ( $v_{Zug} = 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ) . . . . .	72
5.14	Luftdruck bei einem Abstand von 3,80 m in Abhängigkeit des Wandabstands ( $v_{Zug} = 150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ) . . . . .	72
6.1	Senkrechter Verdichtungsstoß . . . . .	77
6.2	Druckwelle auf Lärmschutzwand zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$ . . . . .	79
6.3	Druckwelle auf Lärmschutzwand zum Zeitpunkt $t \geq 0 \text{ s}$ . . . . .	80
6.4	Druckwelle auf Lärmschutzwand zum Zeitpunkt $t \geq 0 \text{ s}$ . . . . .	80
6.5	Upwind-Schema (Verfahren 1. Ordnung) . . . . .	83
6.6	Zentrales Differenzschema (Verfahren 2. Ordnung) . . . . .	84
6.7	Messpunkte zur Auswertung . . . . .	85
6.8	Analytische Lösung am „Messpunkt 1“ nach DÖGE . . . . .	85
6.9	Analytische Lösung am „Messpunkt 2“ nach DÖGE . . . . .	86
6.10	Druckverlauf am „Messpunkt 1“ bei Verfeinerung der Diskretisierung im Ort . . . . .	87
6.11	Druckverlauf am „Messpunkt 1“ bei Verfeinerung der Diskretisierung in der Zeit . . . . .	87
6.12	Druckverlauf am „Messpunkt 2“ . . . . .	88
6.13	Darstellung des Querschnitts (Modellbildung) . . . . .	89
6.14	Zeitlicher Druckverlauf am Messpunkt MP bei Zugvorbeifahrt . . . . .	90
6.15	Lärmschutzelement in Leichtbauweise (Fa. Schütte) . . . . .	91
6.16	Reflexionsfaktor–Permeabilitäts–Diagramm . . . . .	92
6.17	Luftdruckdifferenz in Abhängigkeit der Permeabilität $\Pi$ an der Oberfläche der Lärmschutzwand . . . . .	92
7.1	Geometrie der Pfostenkonstruktion mit Bohrpfahl . . . . .	97
7.2	Horizontale Verschiebung des Pfostenkopfes in Abhängigkeit des elastischen Bettungsmoduls bei Linienlast $q = 1375 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . . . . .	98
7.3	Horizontale Verschiebung des Pfostenkopfes in Abhängigkeit der Bohrpfahllänge . . . . .	99
7.4	Geometrie der Lärmschutzwand in Längs- und Querrichtung . . . . .	100
7.5	Modellierung der Wanderlast . . . . .	101

7.6	Maximale Verformung der Lärmschutzwand im obersten Paneel bei Druck–Sog–Beanspruchung . . . . .	102
7.7	Verformung unter statischer und dynamischer Lasteinwirkung auf die Lärmschutzwand . . . . .	102
7.8	Maximale Verformung der Lärmschutzwand unter dynamischer Lasteinwirkung . . . . .	103
7.9	Maximale dynamische Überhöhung in Abhängigkeit der elastischen Bettung . . . . .	104
7.10	Maximale dynamische Überhöhung in Abhängigkeit der Dichteänderung der oberen Paneele . . . . .	105
7.11	Bestehende Lärmschutzwand an Hochgeschwindigkeitsbahnstrecke nahe Mering . . . . .	105
7.12	Geometriemodell der neunfeldrigen Lärmschutzwand . . . . .	108
7.13	Gesamtverformung einer 5–feldrigen Lärmschutzwand bei statischer Belastung . . . . .	109
7.14	Maximale Verformung des Endpfostens einer siebenfeldrigen Lärmschutzwand bei harmonischer Belastung . . . . .	109
7.15	Vergleich zwischen Messergebnissen und unidirektionaler FSI–Berechnung (ohne Bohrpfahl) . . . . .	111
7.16	Vergrößerungsfunktion in Abhängigkeit des Dämpfungsgrades $\xi$ . . . . .	112
7.17	Vergleich zwischen Messergebnissen und unidirektionaler FSI–Berechnung (mit Bohrpfahl) . . . . .	114
7.18	Vergleich zwischen Messergebnissen und bidirektionaler FSI–Berechnung (ohne Bohrpfahl) . . . . .	115
7.19	Vergleich zwischen Messergebnissen und bidirektionaler FSI–Berechnung (mit Bohrpfahl) . . . . .	115
8.1	Lärmschutzeinhausung bei Köln–Lövenich [49] . . . . .	118
8.2	Lärmschutzminderung durch Einhausungen im Straßenbau [76]; links: ohne Lärmschutzeinhausung; rechts: mit Lärmschutzeinhausung . . . . .	118
8.3	Geometriedarstellung einer einseitigen Lärmschutzgalerie [33] . . . . .	120
8.4	Geometriedaten der Modellierung [33] . . . . .	121
8.5	Zeitlicher Druckverlauf an der Wand bei 0,0 m über SOK . . . . .	121
8.6	Druckverteilung über die Höhe in Abhängigkeit der Länge der Auskragung $h_{Kr}$ . . . . .	122
8.7	Druckverteilung im Querschnitt; oben: bei einseitiger Auskragung; mitte: bei beidseitiger Auskragung; unten: bei beidseitiger Auskragung mit geneigten Abdeckungen . . . . .	123
8.8	Druckverlauf über die Höhe auf der zugewandten Lärmschutzgalerie . . . . .	124
8.9	Druckverlauf über die Höhe auf der abgewandten Seite der Lärmschutzgalerie . . . . .	125
8.10	Druckverlauf entlang der Auskragung in Abhängigkeit der Länge der Auskragung $h_{Kr}$ . . . . .	126
8.11	Vergleich des Druckverlaufs entlang der Auskragung $h_{Kr}$ . . . . .	126

A.1	Vergrößerungsfunktion in Abhängigkeit des Dämpfungsgrads $\xi$ . . . . .	135
-----	--	-----

# Tabellenverzeichnis

2.1	Modellkoeffizienten . . . . .	20
4.1	Höhenbeiwert $\phi_H$ nach DB Richtlinie 804.5501 [86] . . . . .	42
4.2	Längenbeiwert $\phi_L$ nach DB Richtlinie 804.5501 [86] . . . . .	42
4.3	Horizontaler Abstand zwischen den Laststellungen maximaler Bauteilbeanspruchungen der Druck-Sog-Welle nach DB Richtlinie 804.5501 [86]	43
6.1	Zustandsgrößen der zwei Fluidräume zum Zeitpunkt $t = 0$ s . . . . .	78
6.2	Berechnete Werte in den Bereichen (1) und (2) zum Zeitpunkt $t \geq 0$ s .	78
7.1	Statische Endverformung am Pfostenkopf in Abhängigkeit der Anzahl der Feldanzahl . . . . .	108
7.2	Dynamische Endverformung am Pfostenkopf in Abhängigkeit der Anzahl der Feldanzahl . . . . .	110
7.3	Dynamische Verformung in Abhängigkeit des Dämpfungsgrads für die 1. Eigenfrequenz . . . . .	113
A.1	Statische Endverformung am Pfostenkopf in Abhängigkeit der Anzahl der Feldanzahl (mit Bohrpfahl) . . . . .	134
A.2	Dynamische Endverformung am Pfostenkopf in Abhängigkeit der Anzahl der Feldanzahl (mit Bohrpfahl) . . . . .	134
A.3	Vergrößerung in Abhängigkeit des Dämpfungsgrads für die 1. Eigenfrequenz (mit Bohrpfahl) . . . . .	134



# Literaturverzeichnis

- [1] ANSYS INC. <http://www.ansys.com/Products/Other+Products/ANSYS+ICEM+CFD/Features>, . – Accessed: 2013-08-06
- [2] ANSYS INC. (Hrsg.): *CFX Theory Guide*. ANSYS Inc., 2012
- [3] ANSYS INC. (Hrsg.): *Mechanical APDL Theory Reference*. ANSYS Inc., 2012
- [4] APEL, Thomas: *Mathematische Methoden in der Dynamik*. Vorlesungsskript, Universität der Bundeswehr München, 2013
- [5] BAKER, Chris: The flow around high speed trains. In: *School of Civil Engineering, University of Birmingham* (2008)
- [6] BARTH, T.J. ; JESPERSON, D.C.: The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes. In: *AIAA Journal* 27 (1989)
- [7] BATHE, Klaus J.: *Finite-Elemente-Methoden*. Springer-Verlag, 2002. – ISBN 3-540-66806-3
- [8] BAUMANN, Wolfgang W. ; BUNGE, Ulf ; FREDERICH, Octavian ; SCHATZ, Markus ; THIELE, Frank: *Finite-Volumen-Methode in der Numerischen Thermo-fluidodynamik*. Vorlesungsskript, TU Berlin, 2006
- [9] BREUER, Michael: *Direkte Numerische Simulation und Large-Eddy Simulation turbulenter Strömungen auf Hochleistungsrechnern*. Shaker, 2002. – ISBN 3-8265-9958-6
- [10] BUNGARTZ, Hans-Joachim ; MEHL, Miriam ; SCHÄFER, Michael: *Fluid-Structure-Interaction II*. Springer-Verlag, 2010. – ISBN 978-3-642-14205-5
- [11] BUNGARTZ, Hans-Joachim ; SCHÄFER, Michael: *Fluid-Structure-Interaction*. Springer-Verlag, 2006. – ISBN 3-540-34595-7
- [12] CHUNG, J. ; HULBERT, G.M.: A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics with Improved Numerical Dissipation: The Generalized- $\alpha$  Method. In: *Journal of Applied Mechanics* 60 (1993), S. 371-375
- [13] COUDRAY, T. ; LANDEL, E. ; KESSLER, A. ; GREGOIRE, R.: Unsteady Aerodynamic Effects on High-Speed Trains. In: *Proceedings of the WCRR '97 World Congress on Railway Research E* (1997), S. 515 – 521

- [14] COURANT, Richard ; FRIEDRICHS, Kurt ; LEWY, Hans: Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik. In: *Mathematische Annalen* 100 (1928), S. 32–74
- [15] DAY, Michael A.: The no-slip condition of fluid dynamics. In: *Erkenntnis* 3 (1990), S. 285–296
- [16] DEUTSCHE BAHN AG: Messung der Drucklasten und der Auslenkungen an Schallschutzwänden der NBS Köln–Rhein/Main bei Zugvorbeifahrt / Deutsche Bahn AG. 2004. – Prüfbericht
- [17] *DIN–EN 14067–6 – Bahnanwendungen – Aerodynamik – Teil 6: Anforderungen und Prüfverfahren für die Bewertung von Seitenwind.* Mai 2010
- [18] *DIN–EN 1990-1 Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung.* Dezember 2010
- [19] *DIN–EN 1991-2:2010 – Verkehrslasten auf Brücken.* Dezember 2010
- [20] *DIN 1076 Ingenieurbauwerke im Zuge von Straßen und Wegen; Überwachung und Prüfung.* November 1999
- [21] DÖGE, Torsten: *Zur Reflexion von Luftstosswellen an nachgiebigen Materialien und Baustrukturen*, Universität der Bundeswehr München, Doktorarbeit, 2012
- [22] DONEA, J. ; A.HUERTA ; PONTHOT, J.-Ph. ; RODRIGUEZ-FERRAN, A.: Arbitrary Lagrangian-Eulerian Methods. In: *Encyclopedia of Computational Methods* (2004), S. 413–438
- [23] DONEA, Jean ; HUERTA, Antonio: *Finite Element Methods for Flow Problems.* Wiley & Sons, 2003. – ISBN 0–471–49666–9
- [24] DÖRKEN, Wolfram ; DEHNE, Erhard: *Grundbau in Beispielen Teil 1.* Werner Verlag, 1999. – ISBN 3–8041–5075–6
- [25] DUNNE, Th. ; RANNACHER, R. ; RICHTER, Th.: Numerical Simulation of Fluid-Structure Interaction Based on Monolithic Variational Formulations. In: *Contemporary Challenges in Mathematical Fluid Mechanics* (2010)
- [26] DURST, Franz: *Grundlagen der Strömungsmechanik.* Springer Verlag, 2006. – ISBN 978–3–540–31323–6
- [27] *European School of Computer Aided Engineering Technology.*  
<http://www.esocaet.com/wikiplus/index.php/Rayleigh-D%C3%A4mpfung>, .  
– Accessed: 2013-07-22
- [28] FELIPPA, Carlos A.: *Introduction to Finite Element Methods.* University of Colorado, 2004
- [29] FERZIGER, Joel H. ; PERIC, Milovan: *Numerische Strömungsmechanik.* Springer-Verlag, 2002. – ISBN 978–3–540–67586–0

- [30] GALLINGER, Thomas G.: *Effiziente Algorithmen zur partitionierten Lösung stark gekoppelter Probleme der Fluid-Struktur-Wechselwirkung*, Doktorarbeit, 2010
- [31] GEBBEKEN, Norbert ; DÖGE, Torsten: Der Reflexionsfaktor bei der senkrechten Reflexion von Luftstoßwellen an starren und an nachgiebigen Materialien. In: *Bauingenieur* 81 (2006), S. 496–503
- [32] GEBHARDT, Christoph: *Praxisbuch FEM mit ANSYS Workbench*. Carl Hanser Verlag, 2011. – ISBN 978-3-446-42517-0
- [33] *Google Sketchup*. <http://sketchup.google.com/3dwarehouse/details?mid=e6593c7243820ab45bef0d098ed74c1d&ct=mdrm>, . – Accessed: 2013-06-20
- [34] GORIS, Alfons (Hrsg.): *Bautabellen für Ingenieure*. Werner Verlag, 2012. – ISBN 978-3-8041-5251-9
- [35] GREER, Evan: *Simulation of the rotating blades of a wind turbine using a sliding mesh*. <http://http://reu.eng.hawaii.edu/harp/sites/reu.eng.hawaii.edu/harp/files/Final%20Report%20Evan%20Greer.pdf>, 2012. – Accessed: 2013-07-20
- [36] GRIMM, R. ; LIMPER, P. ; SEILER, C.: Quasi-statische und dynamische Berechnungen zum Tragverhalten von Lärmschutzwänden der Deutschen Bahn AG. In: *Bauingenieur* 87 (2012), S. 237–243
- [37] HERTLE, Robert ; NÄSSL, Andreas: Aerodynamische Anregung von Schutzwandkonstruktionen an schienengebundenen Hochgeschwindigkeitsstrecken. In: *Bauingenieur* 80 (2005), S. 151–161
- [38] HILBER, H.M. ; HUGHES, T.J.R. ; TAYLOR, R.L.: Improved Numerical Dissipation for Time Integration Algorithm in Structural Dynamics. 5 (1977), S. 283–292
- [39] HIRSCH, Charles: *Numerical Computation of Internal and External Flows*. Bd. 2. John Wiley & Sons, 1990. – ISBN 978-0471924524
- [40] HOFFMEISTER, Benno: Lärmschutzwände an Hochgeschwindigkeitsstrecken der Bahn - eine Herausforderung für den Leichtbau. (2007)
- [41] HUCHO, Wolf-Heinrich: *Aerodynamik der stumpfen Körper*. Vieweg + Teubner, 2011. – ISBN 978-3-8348-1462-3
- [42] HUGHES, Thomas J.: *The Finite Element Method Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Prentice-Hall, Inc., 1987
- [43] HUGHES, Thomas J.: *The Finite Element Method*. Dover Publications, 2000. – ISBN 978-0-486-41171-1

- [44] Intel GmbH. [http://ark.intel.com/de/products/46497/Intel-Xeon-Processor-X7542-18M-Cache-2\\_66-GHz-5\\_86-GTs-Intel-QPI](http://ark.intel.com/de/products/46497/Intel-Xeon-Processor-X7542-18M-Cache-2_66-GHz-5_86-GTs-Intel-QPI), 2013. – Accessed: 2013-08-07
- [45] JUNGE, Gerd: *Einführung in die Technische Strömungslehre*. Carl Hanser Verlag, 2011. – ISBN 978-3-446-42300-8
- [46] KNOTHE, Klaus ; WESSELS, Heribert: *Finite Elemente*. Springer Verlag, 1999. – ISBN 3-540-64491-1
- [47] KRÄTZIG, Wilfried ; BASAR, Yavuz: *Tragwerke 3*. Springer Verlag, 1997. – ISBN 3-540-62440-6
- [48] KRONSCHNABL, Florian J.: *Numerische Strömungssimulation von Horizontalachsen-Windturbinen*, Doktorarbeit, 2008
- [49] *Lärmschutzeinhausung A1 Köln-Lövenich* .  
<http://www.schuessler-plan.de/de/referenzen/strasse/autobahnen/laermschutzeinhausung-a1-koeln-loevenich.html>, 2012. – Accessed: 2014-10-07
- [50] LANG, Hans-Jürgen ; HUDER, Jachen ; AMANN, Peter ; PUZRIN, Alexander M.: *Bodenmechanik und Grundbau*. Springer-Verlag, 2011. – ISBN 978-3-642-14687-9
- [51] LAUNDER, B.E. ; SPALDING, D.B.: The numerical computation of turbulent flows. In: *Computer Methods in applied mechanics and engineering* (1974), S. 269–289
- [52] LAURIEN, Eckart ; JR., Herbert O.: *Numerische Strömungsmechanik*. Springer Verlag, 2009. – ISBN 978-3-8348-0533-1
- [53] LECHELER, Stefan: *Numerische Strömungsberechnung*. Vieweg+Teubner Verlag, 2009. – ISBN 978-3-8348-0439-6
- [54] MALCHAREK, Andreas: *Numerische Methoden der Strömungsmechanik*. Bundesanstalt für Wasserbau, 2005
- [55] MANG, Herbert ; HOFSTETTER, Günter: *Festigkeitslehre*. Springer Verlag, 2008. – ISBN 978-3-211-72453-8
- [56] MANGERIG, Ingbert: Abschlussbericht: Entwicklung von Simulations- und Belastungsnachweisverfahren / Institut für Konstruktiven Ingenieurbau – Universität der Bundeswehr München. 2008. – Forschungsbericht
- [57] MANGERIG, Ingbert ; AMPUNANT, Paschrachon ; BUCAK, Ömer ; EHARD, Heinrich ; FELDMANN, Markus ; HOFFMEISTER, Benno ; LANGOSCH, Katharina ; KEMPER, Frank: Schallschutzelemente aus Glas an Eisenbahnstrecken,. In: *Sonderausgabe 2012: Entwurf einer Lärmschutzwand* (2012), S. 16–21

- [58] MANGERIG, Ingbert ; AMPUNANT, Paschraphon ; NOTHAFT, Robert: Bericht zu Messungen an einer Lärmschutzwand an der DB-Bahnstrecke zwischen München und Augsburg bei Mering / Institut für Konstruktiven Ingenieurbau – Universität der Bundeswehr München. 2012. – Forschungsbericht. – nicht veröffentlicht
- [59] MANGERIG, Ingbert ; ZAPFE, Oliver: Ermüdungsbeanspruchung von Lärmschutzwänden infolge Druck-Sog-Einwirkungen. In: *Der Eisenbahningenieur* 5 (2012), S. 38–41
- [60] MANI, M.: Versuchs- und Messanordnung für die experimentelle Bestimmung der Druckwelle beim Kreuzen verschiedener Lokomotiven mit einer stillstehenden Wagengruppe sowie Messresultate. In: *ZEV-Glaser's Annalen* 93, S. 371–375
- [61] MARSDEN, Jerrold E. ; HUGHES, Thomas J.: *Mathematical Foundation of Elasticity*. Dover Publications, 1994. – ISBN 978-0-486-67865-8
- [62] MARTIN, Helmut: *Numerische Strömungssimulation in der Hydrodynamik*. Springer Verlag, 2011. – ISBN 978-3-642-17207-6
- [63] MARTY, P. ; AUTRUFFE, H.: Etude aerodynamique instationnaires lies a la circulation des trains a grande vitesse. In: *Revue General Chemins de Fer* 92, S. 372–381
- [64] MENTER, F. R. ; KUNTZ, M. ; LANGTRY, R.: *Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model*. [http://cfd.mace.manchester.ac.uk/flomania/pds\\_papers/file\\_pds-1068134610Menter-SST-paper.pdf](http://cfd.mace.manchester.ac.uk/flomania/pds_papers/file_pds-1068134610Menter-SST-paper.pdf), 2003. – Accessed: 2013-08-05
- [65] MENTER, Florian R.: Zonal Two Equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamics flows. In: *AIAA Paper 93-2906* (1993)
- [66] MENTER, Florian R.: Review of the shear–stress transport turbulence model experience from an industrial perspective. In: *International Journal of Computational Fluid Dynamics* 23 (2009), Nr. 2, S. 305–316
- [67] MEYERS, Marc A.: *Dynamic Behavior of Materials*. John Wiley & Sons, 1994. – ISBN 0-471-58262-X
- [68] MOK, Daniel P.: *Partitionierte Lösungsansätze in der Strukturdynamik und der Fluid-Struktur-Interaktion*, Universität Stuttgart, Doktorarbeit, 2001
- [69] MÜLLER, Peter ; HEINEMANN, Hilmar ; KRÄMER, Heinz ; ZIMMER, Hellmut: *Übungsbuch PHYSIK*. Fachbuchverlag Leipzig, 2009. – ISBN 978-3-446-41785-4
- [70] NIEMANN, Hans-Jürgen ; OLSCHER, Norbert H.: Eigendynamik unerwünscht. In: *RUBIN Sonderheft* (2009), S. 34–41

- [71] NIKURADSE, J.: Gesetzmäßigkeit der turbulenten Strömung in glatten Röhren. In: *VDI-Forschungsheft* 356 (1932)
- [72] N.M.NEWMARK: Method of Computation for Structural Dynamics. In: *ASCE Journal of Engineering Mechanics Division* 85 (1959), S. 67–94
- [73] OGAWA, Takanobu ; FUJII, Kozo: Numerical investigation of three-dimensional compressible flows induced by a train moving into a tunnel. In: *Computers & Fluids* 26 (1997), S. 565–585
- [74] PETERS, J.-L.: How to Reduce the Cross Wind Sensitivity of Trains. In: MCCALLEN, R. (Hrsg.) ; BROWAND, F. (Hrsg.) ; ROSS, J. (Hrsg.): *The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses, and Trains. Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics* Bd. 19. Springer, 2004, S. 451–467
- [75] PETERSEN, Christian: *Dynamik der Baukonstruktionen*. Vieweg Verlag, 2000. – ISBN 3–528–08123–6
- [76] *Potentialstudie Einhausung BAB A661*.  
[https://www.frankfurt.de/sixcms/media.php/738/praes\\_studie.pdf](https://www.frankfurt.de/sixcms/media.php/738/praes_studie.pdf),  
2012. – Accessed: 2014-10-07
- [77] POZRIKIDIS, C.: *Introduction to theoretical and computational fluid dynamics*. Oxford University Press, 2011. – ISBN 978–0–19–975207–2
- [78] PRAGER, William: *Einführung in die Kontinuumsmechanik*. Birkhäuser Verlag, 1961
- [79] PRANDTL, Ludwig: *Führer durch die Strömungslehre*. Vieweg Verlag, 1993. – ISBN 3–528–28209–6
- [80] ALLIANZ INDUSTRIE FORSCHUNG (AIF) (Hrsg.): Projekt SEGES – Schallschutz-Elemente aus Glas an Eisenbahn-Strecken. 2012. – Abschlussbericht
- [81] RAGHUNATHAN, Raghu S. ; KIM, H.-D. ; SETOGUCHI, T.: Aerodynamics of high-speed railway train. In: *Progress in Aerospace Sciences* 38 (2002), S. 469–514
- [82] RANNACHER, Rolf: *Numerische Mathematik 3 (Numerik von Problemen der Kontinuumsmechanik)*. Vorlesungsskript, Universität Heidelberg, 2008
- [83] REBMANN, Markus: Hochgeschwindigkeit und Klimaschutz. In: *BAHN Politik* 2 (2011), S. 74–79
- [84] RÉTY, J.-M. ; GRÉGOIRE, R.: Numerical Investigation of Tunnel Extensions Attenuating the Pressure Gradient Generated by a Train Entering a Tunnel. In: *TRANSAERO – A European Initiative on Transient Aerodynamics for Railway System Optimisation* (2002), S. 238–248

- [85] RÉTY, J.-M. ; GRÉGOIRE, R.: Numerical Simulation of the Pressure Wave Generated when a Train Enters a Tunnel. In: *TRANSAERO – A European Initiative on Transient Aerodynamics for Railway System Optimisation* (2002), S. 225–238
- [86] *Richtlinie 804.5501 – Eisenbahnbrücken und sonstige Bauwerke*. 2010
- [87] ROTTA, Julius C.: *Turbulente Strömungen: Eine Einführung in die Theorie und ihre Anwendungen*. Univ.-Verl. Göttingen, 2010. – ISBN 978–3–941875–74–6
- [88] SALIM, Salim M. ; CHEAH, S.C.: Wall  $y^+$  Strategy for Dealing with Wall-bounded Turbulent Flows. In: *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists* Bd. II, 2009
- [89] SCHICHTLING, Hermann ; GERSTEN, Klaus: *Grenzschicht-Theorie*. Springer-Verlag, 2006. – ISBN 978–3–540–23004–5
- [90] SCHMITT, Martin: *CargoCap Einfluss der Aerodynamik auf den Energiebedarf eines unterirdischen Transportsystems*, Ruhr-Universität Bochum, Doktorarbeit, 2011
- [91] SIPPEL, Michael ; ORSDORFER, Klaus W.: Einsatz von CFD- und FEM-Methoden in der Sicherheitstechnik. In: *TÜ* 47 (2006), März, S. 18–23
- [92] SOULI, Mhamed ; BENSON, David J.: *Arbitrary Lagrangian-Eulerian and Fluid-Structure Interaction*. ISTE Ltd, 2010. – ISBN 978–1–84821–131–5
- [93] SPURK, Josef H. ; AKSEL, Nuri: *Strömungslehre*. Springer Verlag, 2010. – ISBN 978–3–642–13142–4
- [94] STANGENBERG, Friedhelm (Hrsg.) ; BREITENBÜCHER, Rolf (Hrsg.) ; BRUHNS, Otto T. (Hrsg.) ; HARTMANN, Dietrich (Hrsg.) ; HÖFFER, Rüdiger (Hrsg.) ; KUHL, Detlef (Hrsg.) ; MESCHKE, Günther (Hrsg.): *Lifetime-Oriented Structural Design Concepts*. Springer Verlag, 2009. – ISBN 978–3–642–01461–1
- [95] STEINHEUER, J.: Zur Aerodynamik der Zugbegnungen. In: *Kolloquium über aeroelastische Probleme außerhalb der Luft- und Raumfahrt* (1978)
- [96] STEINHEUER, J.: Aerodynamische Wirkungen von schnellfahrenden Schienenfahrzeugen auf die Umgebung. In: *DFVLR-Bericht* IB 129 - 81/11 (1981)
- [97] SUREK, Dominik ; STEMPIN, Silke: *Angewandte Strömungsmechanik*. Teubner Verlag, 2007. – ISBN 978–3–8351–0118–0
- [98] SZABO, Istvan: *Einführung in die Technische Mechanik*. Springer Verlag, 1966
- [99] THOMSEN, Christian ; GÜMLICH, H.-E.: *Ein Jahr für die Physik*. Wissenschaft & Technik Verlag, 1995. – ISBN 3–928943–94–4

- [100] UYSTEPRUYST, David ; WILLIAM-LOUIS, Mame ; CREUSE, Emmanuel ; NICAISE, Serge ; MONNOYER, Francois: Efficient 3D numerical prediction of the pressure wave generated by high-speed trains entering tunnels. In: *Computers and Fluids* 47 (2010), August, Nr. 1, S. 165–177
- [101] BUNDESMINISTERIUM FÜR VERKEHR, BAU UND STADTENTWICKLUNG: Verkehrsinvestitionsbericht für das Berichtsjahr 2010. 2012 (17/8700). – Veröffentlichung
- [102] VISMANN, Ulrich (Hrsg.): *Wendehorst Bautechnische Zahlentafeln*. Vieweg + Teubner Verlag, 2012. – ISBN 978–3–8348–0960–5
- [103] WALLIN, Stefan ; JOHANNSON, A. v.: An explicit algebraic Reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows. In: *Journal of Fluid Mechanics* (2000), S. 89–132
- [104] EUROPÄISCHE KOMMISSION: Weißbuch Fahrplan zu einem einheitlichen europäischen Verkehrsraum - Hin zu einem wettbewerbsorientierten und ressourcenschonenden Verkehrssystem. 2011. – Veröffentlichung
- [105] WENDT, John F. (Hrsg.): *Computational Fluid Dynamics*. Springer Verlag, 2010. – ISBN 978–3–642–09873–4
- [106] WILCOX, David C.: Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. In: *AIAA Journal* 26 (1988), Nr. 2, S. 1299–1310
- [107] WOOD, W.L. ; M-BOSAK ; ZIENKIEWICZ, O.C.: An Alpha Modification of Newmark Method. In: *International Journal of Numerical Method in Engineering* 15 (1981), S. 1562–1566
- [108] YIH, Chia-Shun: *Fluid Mechanics*. West River Press, 1979
- [109] YOO, T.S. ; LEE, S. ; HWANG, J.H. ; LEE, D.H.: Prediction and validation on the sonic boom by a high speed train entering a tunnel. In: *Journal of Sound and Vibration* 247 (2001), S. 195–211
- [110] YOUNG, Donald F. ; MUNSON, Bruce R. ; OKIISHI, Theodore H. ; HUEBSCH, Wade W.: *A Brief Introduction to Fluid Mechanics*. Wiley & Sons, 2007. – ISBN 978–0–470–03962–5