

# Funktions-, gewichts- und kostenoptimierte Auslegung von materialhybriden Strukturen und Bauteilen

Marco Oxenbauer

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik der  
Universität der Bundeswehr München zur Erlangung des akademischen  
Grades eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Gutachter:

1. Prof. Dr.-Ing. Helmut Rapp
2. Prof. Dr.-Ing. Klemens Rother
3. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kristin Paetzold

Die Dissertation wurde am 22.09.2021 bei der Universität der Bundeswehr München  
eingereicht und durch die Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik am 06.04.2022  
angenommen. Die mündliche Prüfung fand am 06.05.2022 statt.



## Kurzfassung

In der vorliegenden Forschungsarbeit wird eine Berechnungsmethode vorgestellt, mit der bereits in der frühen Phase der Fahrzeugentwicklung materialhybride Bauteile hinsichtlich der Anforderungen optimal ausgelegt werden können. Der Kern dieser Arbeit befasst sich mit der universellen, analytischen Berechnung und Optimierung von frühen Bauteilentwürfen, sowie der Integration in den Entwicklungsablauf. Diese Methodik hat den Anspruch, den Entwicklungsprozess in der Automobilindustrie effizienter zu gestalten und gleichzeitig früh einen Fokus auf Leichtbau, Kosteneffizienz und Funktionserfüllung zu ermöglichen. Darüber hinaus sollen dem Konstrukteur auf dieser Arbeit basierenden Gestaltungsrichtlinien für Hybridbauweisen zur Verfügung gestellt werden.

Aufbauend auf den aktuellen Stand der Technik zum Thema Karosserieauslegungskonzepte, Leichtbau und Hybridbauweisen wird der Forschungsbedarf auf diesen Gebieten dargestellt und die Ziele, sowie das methodische Vorgehen zur Erreichung dieser erarbeitet. Dazu werden die zur Verfügung stehenden Grundlagen für die Berechnung und Optimierung von Hybridbauteilen zusammengetragen und auf ihre Eignung hin bewertet und ausgewählt. Vorteilhaft für die Profilberechnung stellt sich das Zerlegen des Querschnitts in Einzelflächen heraus, die wiederum als Laminat betrachtet werden. Dies ermöglicht die schichtweise Festigkeitsanalyse der Metall- oder Faserverbundkomponente, sowie lokale und globale Stabilitätsnachweise.

Anhand von experimentellen Voruntersuchungen an einfachen CFK-verstärkten Stahl- und Aluminiumprofilen, sowie aluminiumverstärkten CFK-Profilen werden die grundlegenden Verhaltens- und Versagensweisen von Hybridbauteilen untersucht.

Daraufhin wird ein Ansatz zur funktionalen Konzeptoptimierung beschrieben. Dieser setzt sich aus der Anforderungsbeschreibung, einer Abstraktion der Geometrie, die Bauteilberechnung und -Optimierung und der Überführung in den weiteren Entwicklungsablauf zusammen. Daneben können temperatur- und korrosionsinduzierte Materialrestriktionen berücksichtigt werden, sowie Fügeverfahren. Ein Vergleich von, mit der beschriebenen Berechnungsmethodik theoretisch vorhergesagten Bauteileigenschaften und den experimentell ermittelten Werten zeigt, dass eine solche Berechnung von geometrisch abstrahierten Bauteilen für die frühe Phase der Entwicklung genügend genaue Ergebnisse liefert.

Im letzten Teil der Arbeit wird der Fahrzeugschweller eines neuartigen BEV-Fahrzeugkonzepts, abspringend von der Vorgängergeneration berechnet und hinsichtlich Gewicht optimiert. In einem evolutionären Stahlkonzept können die deutlich gestiegenen Anforderungen mit einem Mehrgewicht von +27% dargestellt werden. Gleichzeitig wird die Festigkeit des Profils um +51,9% gesteigert. Bei einem zweiten, revolutionären Schwellerkonzept mit hybriden Stahl-CFK Aufbau gelingt es, das Gewicht um 33,3% zu reduzieren, wobei akzeptable Leichtbaukosten von 4,18€/kg anfallen. Neben der Optimierung des Fahrzeugschwellers werden noch direkt vom Entwickler anwendbare Konstruktions- und Gestaltungsrichtlinien beschrieben, die bei der optimalen Gestaltung von Hybridbauteilen angesetzt werden können.



## Abstract

This research paper proposes a structured analysis for the early phase of vehicle development, to optimize hybrid material components with regard to their requirements. The core of these research deals with a detailed, analytical calculation and optimization of the early component design and its integration into the development process. This methodology claims to increase efficiency of the developing processes and enables an early focus on weight reduction, cost-effectiveness and fulfillment of function. Furthermore, design guidelines based on this work will be provided to the designer.

Based on current state of the art of body-in-white construction, lightweight design und hybrid structures, the research demand in this fields and objectives as well as a methodical procedure to achieve them is presented. Therefore, the available base of calculation and optimization of hybrid structure parts is collected, and its suitability is rated for application. It is beneficial for calculation to split the beam cross section into single plates. Each is considered as a laminate. This enables a layerwise strength analysis of the used metals and CFRP materials as well as local and global stability analysis.

Pretests on CFRP reinforced steel and aluminium profiles as well as aluminium reinforced CFRP profiles are performed to study the base behavior of the failure of hybrid components.

Furthermore, the specific progress of the component analysis is described. This process consists of specification of requirements, simplification of geometry, the calculation and optimization of the component and the transfer into further development process. In addition, temperature and corrosion induced material restrictions are included as well as material joining. A comparison of the proposed design methodology and experimental results demonstrates that the calculation of simplified components provides sufficiently accurate results for the early phase of automotive development.

Finally, the proposed optimization strategy is demonstrated by optimizing a new BEV doorsill rocker with regards to weight, basing on a previous car generation. Despite increased specifications a steel rocker concept is developed with a weight growth of +27%, whereby the strength is increased by +51,9%. In a second rocker concept a hybrid design is optimized with a weight saving by -33,3% and additional lightweight cost of 4,18€/kg. Construction guidelines for the optimal design of hybrid structures are provided for direct use by design engineers.



## Formelzeichen

$A, A_m, A_s$	Fläche, Fläche innerhalb der Profilmittellinie, Schubfläche	$mm^2$
$E_1, E_2$	E-Modul im 1,2-Schichtkoordinatensystem	$N/mm^2$
$E_{F_p}, E_{F_{max}}, E_{25mm}$	Energieaufnahme bis $F_p, F_{max}, E_{25mm}$	$J$
$E_x, E_y$	E-Modul im x,y-Schichtkoordinatensystem	$N/mm^2$
$EI_{eff}$	Effektive Biegesteifigkeit (abgelesen aus dem Kraft-Weg-Diagramm, enthält Biege- und Schubverformung)	$Nmm^2$
$EI_y$	Biegesteifigkeit (um die y-Achse)	$Nmm^2$
$f(x)$	Zielfunktion	
$F$	Kraft	$N$
$G_{12}$	Schubmodul	$N/mm^2$
$GA_{(z)}$	Schubsteifigkeit (in z-Richtung)	$N$
$GI_T$	Torsionssteifigkeit	$Nmm^2$
$I_{(z)}$	Flächenträgheitsmoment (bzgl. z-Achse)	$N/mm^4$
$I_t$	Torsionsträgheitsmoment	$N/mm^4$
Index i	Einzelfläche im Profil	
Index k	Einzellage im Laminat	
$K$	Kosten	€
$L$	Profillänge	$mm$
$M_T$	Torsionsmoment	$Nm$

$m_{\sigma,f}$	Vergrößerungsfaktor (Puck)	[–]
$p_{\perp\parallel}^{(+)}, p_{\perp\parallel}^{(-)}$	weitere Puck-Parameter (Kurvenneigung, ...)	[–]
$P(x)$	Penalty-Funktion	
$Q_{(y)}$	Querkraft (in y-Richtung)	$N$
$r$	PEARSON-Korrelationskoeffizienten	[–]
$R_{p0,2}$	Dehngrenze bei 0,2% pl. Dehnung	$N/mm^2$
$R_m$	Zugfestigkeit	$N/mm^2$
$s$	Weg	$mm$
$S_y, S_z$	Statisches Moment	$mm^3$
$S, S_L, R_{\perp\parallel}$	longitudinale Schubfestigkeit im Laminat	$N/mm^2$
$S_T, R_{\perp\perp}$	transversale Schubfestigkeit im Laminat	$N/mm^2$
$u$	Verschiebung	$mm$
$X_t, R_{\parallel}^{(+)}$	Zugfestigkeit in Faserrichtung	$N/mm^2$
$X_c, R_{\parallel}^{(-)}$	Druckfestigkeit in Faserrichtung	$N/mm^2$
$Y_t, R_{\perp}^{(+)}$	Zugfestigkeit quer Faserrichtung	$N/mm^2$
$Y_c, R_{\perp}^{(-)}$	Druckfestigkeit quer Faserrichtung	$N/mm^2$
$\nu_{12}, \nu_{21}$	Querkontraktionszahl	[–]
$\vec{x}$	Vektor	
$\alpha$	(temporäre) Entwurfsvariable	
$\alpha$	Seitenverhältnis einer Beulplatte	[–]
$\varepsilon$	Dehnung	[–]

---

$\rho$	Dichte	g/cm <sup>3</sup>
$\sigma$	Normalspannung	N/mm <sup>2</sup>
$\tau$	Schubspannung	N/mm <sup>2</sup>
$\gamma$	Schubverformung	[–]
$\vartheta$	Verdrehwinkel	°
ARM	Adaptive Region Optimization Method	
BEV	Battery Electric Vehicle	
CFK	Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff	
FVK	Faserverstärkte Kunststoffe	
GFK	Glasfaserverstärkter Kunststoff	
HCT	Complexphasen-Stahl	
IF-Stahl	Interstitial Free (interstitiellfreier) Stahl	
LBK	Leichtbau-Kosten [€/kg]	
MnB	Mangan-Bor-Stahl	
NEV	New Energy Vehicle	
NLPQL	Non-Linear Programming by Quadratic Lagrangian	
PHEV	Plug-in Hybrid Electric Vehicle	
SEA	Specific Energy Absorption	
SMC	Sheet Molding Compound	
SOP	Start of Production	
SQP	Sequenzielle Quadratische Programmierung	

# Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1: CO <sub>2</sub> -Emissionen Deutschland 2017. Gesamt und Verkehrssektor [4].....	1
Abbildung 1-2: Entwicklung der CO <sub>2</sub> - und Emissionsregulierungen in verschiedenen Regionen. [9] .....	3
Abbildung 2-1: Phasen der Fahrzeugentwicklung.....	4
Abbildung 2-2: Anforderungen an eine moderne Fahrzeugkarosserie, nach [20, 26].....	5
Abbildung 2-3: Beeinflussbarkeit, Festlegung und Entstehung der Kosten im Fahrzeugprojekt, nach [27].....	6
Abbildung 2-4: Virtuelle Entwicklungsmethoden, nach [32] .....	8
Abbildung 2-5: Zerlegung einer Sedan-Karosserie in SSS und Kräftebilanzierung [33] .....	9
Abbildung 2-6: Kraftfluss in der Karosserie im Lastfall Frontcrash und Seitencrash [15].....	10
Abbildung 2-7: Beispielhafte Verteilung von akzeptierten Leichtbaukosten im Oberklassefahrzeug mit Heckantrieb (in € pro eingespartem kg Masse) (nach [44]).....	12
Abbildung 2-8: Materialmix in einer Oberklassekarosserie.....	14
Abbildung 2-9: Wirkweise hybrider Werkstoffe.....	19
Abbildung 2-10: Kraft-Dehnungskurve von reinem Stahl (HCT), CFK(CFRP) [0°/90°] und Hybridproben unter Zug, mit Detailansicht (rechts) [70] .....	20
Abbildung 2-11: Versagensarten der Hybridproben im 3-Punkt-Biegetest, abhängig von der Belastungsrichtung [70].....	21
Abbildung 2-12: Axiale Stauchkraft des Stahl-CFK-Profiles (Composite Steel-CFRP) liegen über der Summe der Einzelwerkstoffe (Steel+CFRP) [72] .....	22
Abbildung 2-13: Ergebnisse der axialen Stauchversuche mit unterschiedlichen GFK- Verstärkungen des Aluminiumprofils. (a) 0°, (b) 90°, (c) 0°/90°, (d) ±45° [76].....	23
Abbildung 2-14: Methodisches Vorgehen in dieser Arbeit.....	29
Abbildung 2-15: Thema der Arbeit, Beitragsleistung und angrenzende Forschungsfelder .....	30
Abbildung 2-16: Anstieg der freien Parameter mit zunehmender Modellkomplexität. Links: Querschnitt mit einem Material und einer Wandstärke. Mitte: ein Material und eine Wandstärke je Fläche. Rechts: Ein Lagenaufbau mit n Lagen je Fläche. ....	33
Abbildung 3-1: Schnittgrößen und Spannungen in Platten .....	35
Abbildung 3-2: Vollständiger Berechnungsablauf der klassischen Laminattheorie, nach [103] .....	36
Abbildung 3-3: $\sigma_2$ - $\tau_{21}$ -Bruchkurve nach Puck ( $\sigma_1 = 0$ ) [109] .....	40
Abbildung 3-4: Spannungs-Dehnungs-Diagramm einer Metall-FVK-Hybridzugprobe.....	42
Abbildung 3-5: Composite Rechteckplatten unter a) Druck; b) Schub [117] .....	46
Abbildung 3-6: Kritische Beullast einer CFK-Stahl-Hybridplatte in Anhängigkeit vom Seitenverhältnis im Vergleich mit einer reinen Stahlplatte $\varphi_{CFK} = 0$ und reinem CFK $\varphi_{CFK} = 1$ gleicher Stärke .....	46

Abbildung 3-7: Zugsteifigkeit einer Platte mit (ROM) und (CLT) bei variablen FVK- Querschnittsanteil ohne Berücksichtigung einer speziellen Neutralebene .....	51
Abbildung 3-8: Getroffene Annahmen und spannungskritische Punkte an Profilen .....	53
Abbildung 3-9: kritische Knicklast im EULER-Fall 1 .....	54
Abbildung 3-10: a) reine Biegung (Euler-Bernoulli-Theorie), b) Querschnittsverdrehung infolge reinem Schub, c) Überlagerung der Biegung mit Schub ergibt den schubweichen Balken nach Timoshenko, nach [130].....	55
Abbildung 3-11: Spannungsverteilung im dünnwandigen, geschlossenen Hybridprofil infolge Querkraft.....	56
Abbildung 3-12: Gewichteter Schwerpunkt einer Verbundquerschnitts.....	56
Abbildung 3-13: Spannungsüberlagerungen bei kombinierter Belastungen. a) Zug + Biegung b) Schub + Torsion .....	62
Abbildung 3-14: Kritische Kipplast des Biegebalkens.....	63
Abbildung 3-15 Kategorien der Strukturoptimierung am Beispiel eines Tragwerks, nach [141] .....	66
Abbildung 3-16: Ablauf eines simulationsgestützten Optimierungsprozesses .....	67
Abbildung 3-17: Zielfunktion mit zwei lokalen Minima und Restriktion, nach [139].....	69
Abbildung 3-18: Eindimensionale Optimierung auf einer Geraden mit der Suchrichtung $p(k)$ [139] .....	70
Abbildung 3-19: Lineare Optimierung mit Intervallreduktion im Verhältnis des Goldenen Schnitts .....	71
Abbildung 3-20: Einfluss der Materialanordnung innerhalb des Laminats am Beispiel des berechneten Biegemoduls einer Stahl-CFK-0° Hybridplatte.....	76
Abbildung 3-21: Wirksame Steifigkeiten an Platten gleicher Dicke mit verschiedenen Materialkombinationen und –abstufungen. ....	77
Abbildung 3-22: relative Steifigkeiten an Platten gleichen Gewichts mit verschiedenen Materialkombinationen und –abstufungen bezogen auf eine Stahlplatte. ....	78
Abbildung 3-23: Darstellung der ersten Versagensart über verschiedene Wandstärkenkombinationen im Aluminiumrechteckhohlprofil mit unidirektional verstärkten CFK-Gurten unter Querkraftbiegung.....	80
Abbildung 3-24: Versagen eines Aluminium-Rechteckhohlprofils unter Querkraft, abhängig von der Wandstärke. Schnitt aus Abbildung 3-23 für $t_{CFK_0^\circ} = 0$ .....	80
Abbildung 3-25: Korrelation der Einflussparameter nach Pearson in einem Stahlhohlprofil mit CFK-Verstärkung der Gurte und Schublaminatverstärkung in den Stegen (vgl. Probekörper SHS6, Tabelle 4-2). ....	82
Abbildung 4-1: Profilquerschnitte der experimentellen Untersuchung.....	86
Abbildung 4-2: Querschnitt und Probenplan der verstärkten CFK-Profile .....	88
Abbildung 4-3: Versuchsaufbau der quasistatischen Vier-Punkt-Biegeversuche .....	89
Abbildung 4-4: Auswertung der Versuchsergebnisse .....	90
Abbildung 4-5: Kraft-Weg-Kurven der Aluminium-CFK-Probekörper .....	91

Abbildung 4-6: Versagensbild SHS4. a) Versuchsbeginn b) Bruch CFK und Beginn Stegbeulen c) Ausgeprägtes Einknicken des Profils nach dem ersten Versagen. ....	92
Abbildung 4-7: Versagensbilder CFK-verstärkte Aluminiumprofile: a) SHS2 b) SHS7 c) SHS4 d) SHS6 e)SHS5 .....	93
Abbildung 4-8: Kraft-Weg-Kurven der Stahl-CFK-Probekörper .....	95
Abbildung 4-9: Versagensbilder CFK-verstärkter Stahlprofile: a) Mischversagensform b) Adhäsive Enthftung der CFK-Verstärkung c) Kollabierter Profilquerschnitt (Versagen im Flansch) d) lokale Deformation der unverstärkten Gurte e) uneinheitliches Versagen von gleichen Profilvarianten.....	95
Abbildung 4-10: Kraft-Weg-Diagramme CFK-Profil unter 4-Punkt-Biegung .....	98
Abbildung 4-11: Versagensarten der geprüften CFK-verstärkten Aluminiumprofile.....	99
Abbildung 4-12: Verformung des Profilquerschnitts a) ohne Last b) unverstärkt SHS1 c) druckverstärkt SHS2.....	101
Abbildung 4-13: Kraft-Weg-Verläufe und ausgewertete Energien bei den geprüften Aluminium- Varianten .....	102
Abbildung 4-14: Kraft-Weg-Verläufe und ausgewertete Energien bei den geprüften Stahl- Varianten .....	103
Abbildung 4-15: Qualitativer Vergleich von Stahl- und Aluminium-Profilen mit ähnlichem Aufbau .....	104
Abbildung 4-16: Spezifische Kräfte der Profilvarianten im Versuch .....	105
Abbildung 4-17: Spezifische Biegesteifigkeiten der Profilvarianten im Versuch.....	105
Abbildung 4-18: Spezifische Energieaufnahme der Profilvarianten im Versuch .....	106
Abbildung 4-19: spezifische Festigkeit bei erster Schädigung $F_p$ und spezifische Biegesteifigkeit der untersuchten Profile gegenüber deren absoluten Bauteilkosten für Profillänge 1m. ....	107
Abbildung 4-20: Verschiedene Modellierungsansätze in der FEM-Simulation zur Vorhersage von hybriden Proben.....	109
Abbildung 4-21: Simulativer Kraft-Weg-Verlauf einer hybriden Zugprobe verglichen mit den Einzelwerkstoffen.....	111
Abbildung 4-22: Vergleich Probe V14 Experiment und FEM mit unterschiedlichen Nachversagensverhalten .....	112
Abbildung 5-1: Ablaufdiagramm von der Aufgabenstellung zum optimierten Entwurf.....	114
Abbildung 5-2: Methodisches Vorgehen zum optimalen Bauteilentwurf.....	116
Abbildung 5-3: Typische Querschnitte in Karosserieprofilen.....	118
Abbildung 5-4: Geometrische Parameter des Grundquerschnitts und darstellbare Querschnitte .....	118
Abbildung 5-5: Input-File mit Aufteilung Input nach Strukturberechnung und Optimierung. ....	120
Abbildung 5-6: Ablaufdiagramm der Strukturanalyse .....	121
Abbildung 5-7: Dargestellter Optimierungsablauf in OPTIMUS .....	122

---

Abbildung 5-8: Beispielhafte Darstellung der Suche des globalen Minimums .....	123
Abbildung 5-9: Ersatzversuch für die Bestimmung der Eignung von Materialkombinationen hinsichtlich Wärmedehnung. ....	124
Abbildung 5-10: Analoge Profilverformung FEM und Realversuch .....	130
Abbildung 5-11: Beulverhalten am SHS5 Profil im oberen Gurt im Vergleich Experiment und FEM.....	130
Abbildung 5-12: Vergleich Probe V14 Experiment und FEM mit unterschiedlichen Nachversagensverhalten .....	131
Abbildung 5-13: Versagensverhalten im Experiment und FEM-Simulation .....	132
Abbildung 5-14: Versuchsergebnisse spezifische Biegesteifigkeit über Bauteilkosten.....	132
Abbildung 6-1: Optimierung am Beispiel eines Fahrzeugschwellers. a) Bauteilumgebung im Fahrzeug. b) Typischer, mehrschichtiger Aufbau eines Fahrzeugschwellers. c) Beispielmaße einer Schwellerverstärkung.....	135
Abbildung 6-2: Ersatzlastbild Fahrzeugschweller im seitlichen Pfahlaufprall .....	136
Abbildung 6-3: Geometrische Randbedingungen für zu optimierende BEV Schwellerstruktur.....	137
Abbildung 6-4: Ergebnis der Optimierung des unverstärkten Stahlschwellers hinsichtlich Gewicht.....	139
Abbildung 6-5: Ergebnis der Optimierung des hybriden BEV-Fahrzeugschwellers hinsichtlich Gewicht.....	140
Abbildung 6-6: Gegenüberstellung der Optimierungsergebnisse .....	141
Abbildung 7-1: Möglicher Input für die Bauteilberechnung.....	146
Abbildung 7-2: Erweiterung des Stand der Technik auf einen offenen Ansatz zur Bauteiloptimierung .....	150

# Tabellenverzeichnis

Tabelle 2-1: Leichtbaustrategien .....	11
Tabelle 2-2: mechanische Kennwerte typischer Karosseriewerkstoffe.....	14
Tabelle 2-3: Mechanische Kennwerte automobiler Faser-Kunststoff-Verbunde.....	15
Tabelle 2-4: Gütekennzahlen verschiedener Werkstoffe zur Beurteilung der Leichtbaueignung, normiert auf CR440 .....	16
Tabelle 3-1: Kritische Beullasten für verschiedene Belastungen und Lagerbedingungen [117] .....	48
Tabelle 3-2: Betrachtete Lastfälle und Einspannbedingungen. a) Zug/Druck b) Drei-Punkt- Biegung c) Vier-Punkt-Biegung [137] d) Torsionsbelastung.....	61
Tabelle 3-3: Übersicht über klassische Versuchspläne, nach [139] .....	73
Tabelle 4-1: Probenplan der verstärkten Metallprofile mit Faseranordnung ( $0^\circ$ bzw. $\pm 45^\circ$ ) der Verstärkung .....	87
Tabelle 4-2: Ergebnisse der Biegeproben mit metallischen Grundkörper.....	92
Tabelle 4-3: Energieaufnahme der Biegeproben .....	96
Tabelle 4-4: Leichtbaukennzahlen der Biegeprofile .....	97
Tabelle 4-5: Ergebnisse Biegeproben CFK.....	98
Tabelle 4-6: Energieaufnahme und Leichtbaukennzahlen der CFK-Biegeprofile .....	99
Tabelle 5-1: Vergleich der experimentellen und simulativen Versuchsergebnisse mit theoretischen Vorhersagen .....	128
Tabelle 6-1: Referenzwerte des zu optimierenden Referenzprofil .....	137
Tabelle 6-2: Randbedingungen für die Schwelloptimierung.....	138
Tabelle 6-3: Ergebnis der Optimierung des unverstärkten BEV-Stahlschwellers hinsichtlich Gewicht.....	139
Tabelle 6-4: Ergebnis der Optimierung des hybriden BEV-Fahrzeugschwellers hinsichtlich Gewicht.....	140

# Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung.....	III
Abstract .....	V
Formelzeichen .....	VII
Abbildungsverzeichnis .....	X
Tabellenverzeichnis.....	XIV
Inhaltsverzeichnis.....	XV
1. Einleitung.....	1
2. Stand der Forschung, Technik und Zielsetzung.....	4
2.1. Stand der Technik.....	4
2.1.1. Karosserieauslegungskonzepte in der frühen Phase .....	4
2.1.2. Leichtbau in der Fahrzeugentwicklung .....	10
2.1.3. Forschungsstand Hybridbauweisen .....	17
2.1.4. Forschungsbedarf.....	25
2.2. Zielsetzung und Vorgehensweise .....	26
2.2.1. Ziel der Arbeit .....	27
2.2.2. Methodisches Vorgehen .....	28
2.2.3. Anforderungen an den Entwicklungsablauf .....	31
3. Grundlagen der Berechnung und Optimierung.....	34
3.1. Theorie hybrider Platten .....	34
3.1.1. Steifigkeit.....	35
3.1.2. Festigkeit .....	37
3.1.3. Stabilität.....	45
3.1.4. Verhalten asymmetrischer Verbunde .....	49
3.2. Darstellung dünnwandiger Strukturen als Verbund von Platten .....	52
3.3. Theorie hybrider Balken.....	53
3.3.1. Zug/Druckbelastung .....	53
3.3.2. Biegebelastung.....	54
3.3.3. Torsion.....	59
3.3.4. Kombinierte Belastung .....	61
3.3.5. Stabilitätsnachweis .....	62
3.3.6. Kosten und Gewicht .....	63

---

3.4.	Annahmen für diese Arbeit .....	64
3.5.	Optimierung hybrider Strukturen .....	65
3.5.1.	Grundlagen der Optimierung .....	67
3.5.2.	Eigenschaftsoptimale Auslegung hybrider Platten .....	75
3.5.3.	Optimierung hybrider Profile .....	79
3.6.	Fazit .....	83
4.	Experimentelle Untersuchung von hybriden Strukturen .....	84
4.1.	Experimente an hybriden Prüfkörpern .....	84
4.1.1.	Probenplan .....	84
4.1.2.	Versuchsaufbau und Auswertung .....	88
4.1.3.	Versuchsergebnisse .....	90
4.1.4.	Interpretation der Versuchsergebnisse .....	99
4.2.	Finite Elemente Analysen an hybriden Strukturen .....	108
4.2.1.	FEM Berechnung von hybriden Flachproben .....	111
4.2.2.	FEM Berechnung von hybriden Profilen .....	112
4.3.	Fazit .....	113
5.	Ansatz zur funktionalen Konzeptoptimierung in der frühen Phase .....	114
5.1.	Beschreibung des Entwicklungsablaufs .....	114
5.1.1.	Beschreibung der Anforderungen an die Bauteilauslegung .....	114
5.1.2.	Abstraktion und Funktionsbeschreibung .....	116
5.1.3.	Berechnung eines optimierten Bauteilentwurfs .....	120
5.1.4.	Materialrestriktionen .....	124
5.1.5.	Überführung in den weiteren Entwicklungsprozess .....	126
5.2.	Vergleich Berechnungsergebnisse mit den Experimenten und FE-Simulationen .....	127
5.3.	Fazit .....	133
6.	Ergebnisse der Untersuchungen .....	135
6.1.	Anwendung der Methodik auf einen Fahrzeugschweller .....	135
6.2.	Ableitung von Konstruktions- und Gestaltungsrichtlinien .....	142
7.	Zusammenfassung und Ausblick .....	144
7.1.	Zusammenfassung .....	144
7.2.	Erreichte Ziele dieser Arbeit .....	147
7.3.	Darstellung der Innovation .....	149
7.4.	Ausblick .....	150

---

Literaturverzeichnis.....	152
Anhang .....	163
A1.1: Materialeignung bzgl. Wärmedehnung.....	163
A1.2: Materialeignung bzgl. Korrosion.....	164
A1.3: Materialeignung Verbindungstechnik.....	165
A2: Diagramme Biegeexperiment .....	167
A3: VDI-Richtlinie 2221 .....	169
A4: Quellen der Gestaltungs- und Konstruktionsrichtlinien .....	170
A5: Quellcode des Berechnungsablaufs in MATLAB .....	171

# 1. Einleitung

In dem 2018 vom IPCC veröffentlichten Sonderbericht zu den Folgen einer 1,5°C Klimaerwärmung im Vergleich zum vorindustriellen Zeitalter [1] wird deutlich, dass zur Erreichung des 2015 im Übereinkommen von Paris [2] festgelegten Zieles, die Erderwärmung auf 1,5°C zu begrenzen, deutliche Anstrengungen unternommen werden müssen. So ist es erforderlich, u.a. den globalen Ausstoß von CO<sub>2</sub> ab 2020 stetig zu senken, so dass dieser bis zum Jahr 2055 auf null zurückgeht. Dies erfordert „schnelle, weitreichende und beispiellose Änderungen in allen gesellschaftlichen Bereichen“. Auch aus diesem Grund hat die Europäische Kommission am 15.04.2019 strengere CO<sub>2</sub>-Grenzwerte für Neuwagen nach 2021 beschlossen [3]. So sollen neu zugelassenen PKWs bis 2030 gegenüber 2021 37,5% weniger CO<sub>2</sub> ausstoßen. Bis Mitte des Jahrhunderts soll so ein klimaneutraler Verkehrssektor erreicht werden. Der Verkehrssektor machte nach Schätzungen im Jahr 2017 mit 171 Mio. t CO<sub>2</sub> einen Anteil von 18,9% an den deutschen Gesamtemissionen, hinter der Energiewirtschaft (36,2%) und der Industrie (21,3%) aus. Die 171 Mio. t CO<sub>2</sub> aus dem Verkehrssektor wiederum entfallen zu 60,6% auf PKW-Nutzung, zu 35,3% auf Straßennutzfahrzeuge wie LKW, Busse, etc., und die restlichen 4,1% auf nationalen Luftverkehr, Binnenschifffahrt, Dieselloks und Sonstige. [4] (Vgl. Abbildung 1-1)

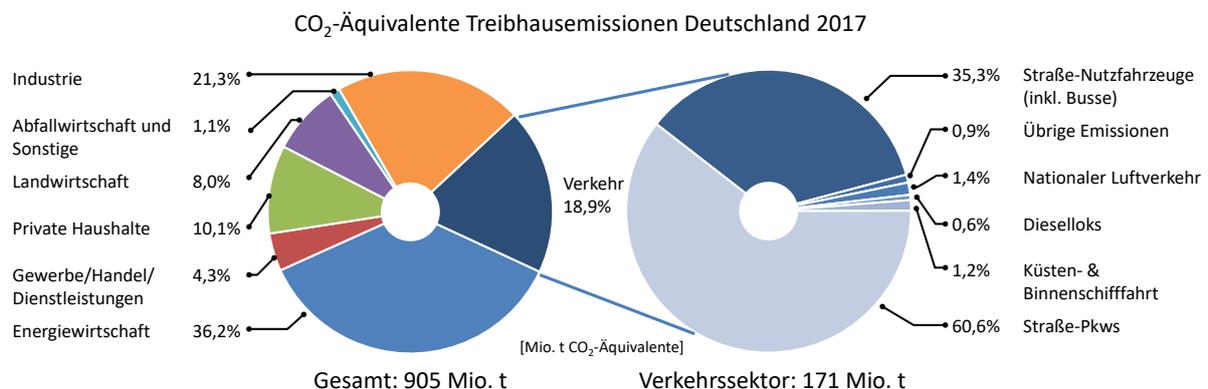


Abbildung 1-1: CO<sub>2</sub>-Emissionen Deutschland 2017. Gesamt und Verkehrssektor [4]

Um den hohen Anteil der Emissionen durch den Straßenverkehr zu reduzieren, sind deutliche Anstrengungen nötig. Dies kann von Seiten der Kunden z.B. über geändertes Nutzungsverhalten, Kauf von kraftstoffsparenden Fahrzeugen oder auch das Nutzen von Elektrofahrzeugen erreicht werden. Die Bereitschaft hierfür ist grundsätzlich in Deutschland vorhanden [5]. Aber auch von Seiten der Industrie muss hier ein großer Beitrag geleistet werden, um zusammen mit Politik und Nutzer einen gesamtheitlichen Ansatz zur CO<sub>2</sub>-Reduktion zu erreichen. Die lokale Emissionsfreiheit der Elektrofahrzeuge trifft dabei die Anforderungen von Umwelt, Gesetzen und Kundenwünschen. Kunden entwickeln ein immer stärkeres Bewusstsein für Nachhaltigkeit, Umweltverträglichkeit und den Wunsch nach einem urbanen Lifestyle.

Diesen Wertewandel belegt auch eine Studie des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt. Dort sehen die vorwiegend männlichen Kunden mittleren Alters das Elektroauto eher als reinen Gebrauchsgegenstand, mit dem sie täglich und damit deutlich häufiger als mit einem Verbrennungsmotor, umweltschonend unterwegs sind. 90% der Nutzer wohnen in städtischen Umfeld (40% Kleinstadt, 28% Mittelstädte, 22% Großstädte), haben die Möglichkeit zuhause zu laden und haben meist einen Zweitwagen mit einem Elektrofahrzeug der gleichen oder kleineren Fahrzeugklasse ersetzt.[6]

Aus Sicht der Automobilkonzerne sind steigende Absatzzahlen für E-Fahrzeuge ein entscheidendes Kriterium für die Erreichung des gesetzlich festgeschriebenen CO<sub>2</sub>-Flottenausstoßes und somit der Umgehung von Strafzahlungen, welche beim Verkauf von Fahrzeugen mit erhöhtem CO<sub>2</sub>-Ausstoß zu entrichten sind [7, 8]. Die immer strengeren Grenzwerte weltweit bis zum Jahr 2025 und darüber hinaus, wie sie in Abbildung 1-2 [9] für die wichtigsten Märkte dargestellt sind, erhöht den Druck auf die Industrie, attraktive Fahrzeugmodelle mit geringen oder ohne lokalen CO<sub>2</sub>-Ausstoß auf den Markt zu bringen, um ihre Flottenbilanz zu verbessern. Aufstrebende Märkte wie China [10] sind besonders an der Elektromobilität interessiert, um Probleme wie innerstädtische Luftverschmutzung in den Griff zu bekommen. So wird erwartet, dass China sich als Leitmarkt etablieren wird, welcher schon heute die größte Anzahl an Neuzulassungen von Elektrofahrzeugen aufweist. Eine geplante Zulassungsquote für E-Fahrzeuge trägt zudem zum weiteren Wachstum bei. Aber auch andere (Bundes-)Staaten wie Kalifornien, Norwegen, Deutschland oder Dänemark sind an nachhaltiger Mobilität interessiert und fördern Elektromobilität durch Subventionen und (Steuer-)Vergünstigungen. [11, 12]

Gerade bei elektrischen oder hybriden Fahrzeugen spielt für den Kunden neben Alltagstauglichkeit, Unterhaltskosten und Infrastruktur die rein elektrisch zurücklegbare Reichweite eine entscheidende Rolle [13]. Um die Entscheidung eines potenziellen Käufers zu Gunsten eines New Energy Vehicle (NEV) zu beeinflussen, welches sowohl ein rein elektrisches Fahrzeug (BEV = battery electric vehicles) als auch Hybridfahrzeug (PHEV = plug-in hybrid vehicle) sein kann, müssen die Reichweiten dieser Fahrzeuge den Kundenanforderungen entsprechen und in ähnlichen Bereichen wie von Fahrzeugen mit Verbrennungsmotoren liegen [14]. Die Reichweite von Elektrofahrzeugen kann durch eine Vergrößerung der Batteriekapazität, die Effizienzerhöhung der Antriebskomponenten oder die Reduzierung der Fahrwiderstände erhöht werden. Die auf dem ersten Blick einfachste Methode der Reichweitenerhöhung ist dabei die Kapazität der Batterie zu erhöhen. Ist es nicht möglich die verwendete Zellchemie durch eine, mit einer höheren gravimetrischen Energiedichte zu ersetzen, besteht nur die Möglichkeit eine größere Anzahl von Batteriezellen zu verbauen. Da nicht jedes batteriebetriebene Fahrzeug eigenständig entwickelt wird, sondern sich meist eine gemeinsame Architektur mit Verbrennungsmotoren teilt, besteht hinsichtlich des verfügbaren Bauraums häufig nur wenig Spielraum, um einen beliebig großen Energiespeicher in das Fahrzeug zu integrieren.

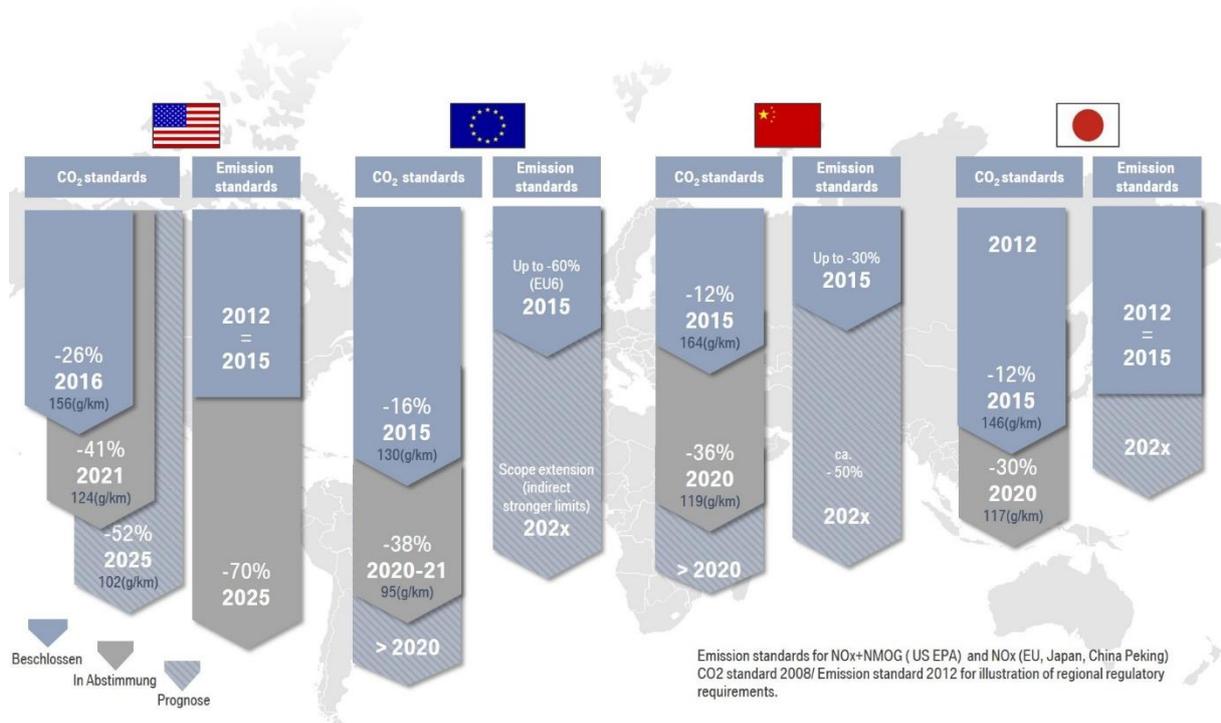


Abbildung 1-2: Entwicklung der CO<sub>2</sub>- und Emissionsregulierungen in verschiedenen Regionen. [9]

Durch das hohe Gewicht der Batterie, welches mehrere hundert Kilogramm betragen kann, ergibt sich bei den Fahrzeugen eine hohe Spreizung im Fahrzeuggewicht, zwischen einem leichten Verbrennungsmotor und einem BEV mit großem Speicher. Diese Spreizung ist besonders hinsichtlich der Auslegung von Crash und Fahrwerk problematisch. Um trotz eines kleinen und leichten Speichers eine genügend große Reichweite zu ermöglichen, ist es demnach notwendig, die Fahrwiderstände zu reduzieren. Hier spielen vor allem der Luftwiderstand und das zu bewegende und zu beschleunigende Fahrzeuggewicht eine entscheidende Rolle. Ein leichtes Fahrzeug hat dabei Vorteile sowohl für den Elektroantrieb, um eine höhere Reichweite zu erreichen, als auch für die Verbrenner, bei denen der Verbrauch und damit der Schadstoffausstoß reduziert werden. Eine Gewichtsreduzierung von 100kg reduziert den Verbrauch eines benzinbetriebenen Fahrzeugs um etwa 0,3l/100km bzw. 7,5g CO<sub>2</sub>/km und reduziert den Energieverbrauch eines Elektrofahrzeugs um etwa 3,6%. [15, 16] Leichtbau ist somit eine entscheidende Grundvoraussetzung für die Fahrzeughersteller, ihre vorgeschriebenen CO<sub>2</sub>-Grenzen zu erreichen, Strafzahlungen zu umgehen und somit die Profitabilität des Unternehmens zu steigern.

Diese Arbeit stellt einen Ansatz für Leichtbau in Fahrzeugkarosserien bereit, in dem sie einen Entwicklungsablauf beschreibt, mit welchem bereits in einer sehr frühen Phase der Fahrzeugentwicklung, in der prinzipielle Strukturentscheidungen hinsichtlich Geometrie und Material festgesetzt werden, eine optimierte Material- und Querschnittsauswahl, in Bezug auf die Anforderungen, getroffen werden kann. Die gewichts-, kosten- und eigenschaftsoptimierten Entwürfe ermöglichen dabei nicht nur die Betrachtung von solitären Werkstoffen, sondern auch von Werkstoffverbunden und eröffnen dadurch ein, um ein Vielfaches größeres Eigenschaftsspektrum.

## 2. Stand der Forschung, Technik und Zielsetzung

Im Folgenden sollen zunächst anhand von grundlegenden Veröffentlichungen zum Thema Karosserieauslegung und Leichtbau der aktuelle Forschungs- und Entwicklungsstand in der Fahrzeugentwicklung dargestellt werden. Anschließend soll der aktuelle Stand der Technik durch relevante Arbeiten auf dem Gebiet der Hybridbauweisen und struktureller Materialverbunde aufgezeigt werden. Daraus leiten sich die Ziele dieser Arbeit und das prinzipielle Vorgehen zur Zielerreichung ab.

### 2.1. Stand der Technik

Nachfolgend soll der aktuelle Forschungsstand aufgezeigt und die sich hieraus resultierenden zentralen Fragestellungen dargestellt werden.

#### 2.1.1. Karosserieauslegungskonzepte in der frühen Phase

Bis ein Fahrzeug am Ende seines Entwicklungsprozesses an den Kunden ausgeliefert werden kann, muss es von den Behörden der entsprechenden Verkaufsregion homologiert, d.h. die Bestätigung erteilt werden, dass dieses die regional geltenden Vorschriften und Gesetze einhält [17]. Diese Vorschriften beschreiben die Anforderungen an das Fahrzeug u.a. in Hinblick auf Crashesicherheit, Schadstoffausstoß, Beleuchtung, Sitze, etc. Neben dem Gesetzgeber stellen auch die Kunden und das Unternehmen selbst Ansprüche an das zu entwickelnde Fahrzeug. Die Kundenansprüche betreffen etwa die Bereiche Komfort, Kaufpreis, Verbrauch oder Alltagstauglichkeit. Für das Unternehmen ist es wichtig, mit dem angebotenen Produkt profitabel zu wirtschaften, dieses strategisch günstig im Wettbewerbsumfeld zu platzieren und neben der Erfüllung von Gesetzen und Kundenwünschen, das Produkt zum eigenen Markenimage zu gestalten [18]. Sämtliche Anforderungen werden im Lastenheft definiert und festgehalten. Die Fahrzeugentwicklung gestaltet sich dabei in verschiedene Phasen (Abbildung 2-1), wobei der Zeitraum bis zum Produktionsstart (SOP = Start of Production) in Monate vor SOP (MvS) angegeben werden.

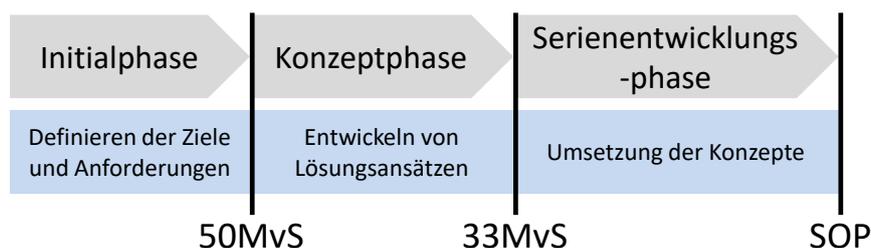


Abbildung 2-1: Phasen der Fahrzeugentwicklung

In der Initialphase werden die strategischen Ziele und die Anforderungen an das Fahrzeug festgelegt. Dies sind etwa der Terminplan, die Positionierung im Markt, erste grobe Designentwürfe, etc. Etwa 50 Monate vor dem Produktionsstart beginnt die Konzept- oder Frühe Phase. Hier werden Lösungsansätze für die zuvor definierten Anforderungen erarbeitet. Dies beinhaltet neben der Festlegung von Fahrzeuggröße und Antriebskonzept auch die Werkstoff- und Topologiegestaltung der Karosserie, sowie die Festlegung des letztendlichen Designs des Fahrzeugs. Am Ende der Konzeptphase sollen die entwickelten Konzepte allen zuvor gesetzten Prämissen und Anforderungen gerecht werden und etwa 33 Monate vor SOP an die Serienentwicklung übergeben werden. Dort werden die Konzepte für eine Serienproduktion umgesetzt, die ersten Prototypen gefertigt und erprobt, die Produktionsanlagen geplant, Werkzeuge gefertigt und die Funktion des Fahrzeugs durch Simulationen und Hardware bestätigt [17, 19]. Ein Überblick über die Anforderungen an eine Karosseriestruktur hat Kellner [20] aus [21 bis 25] in Abbildung 2-2 zusammengetragen.

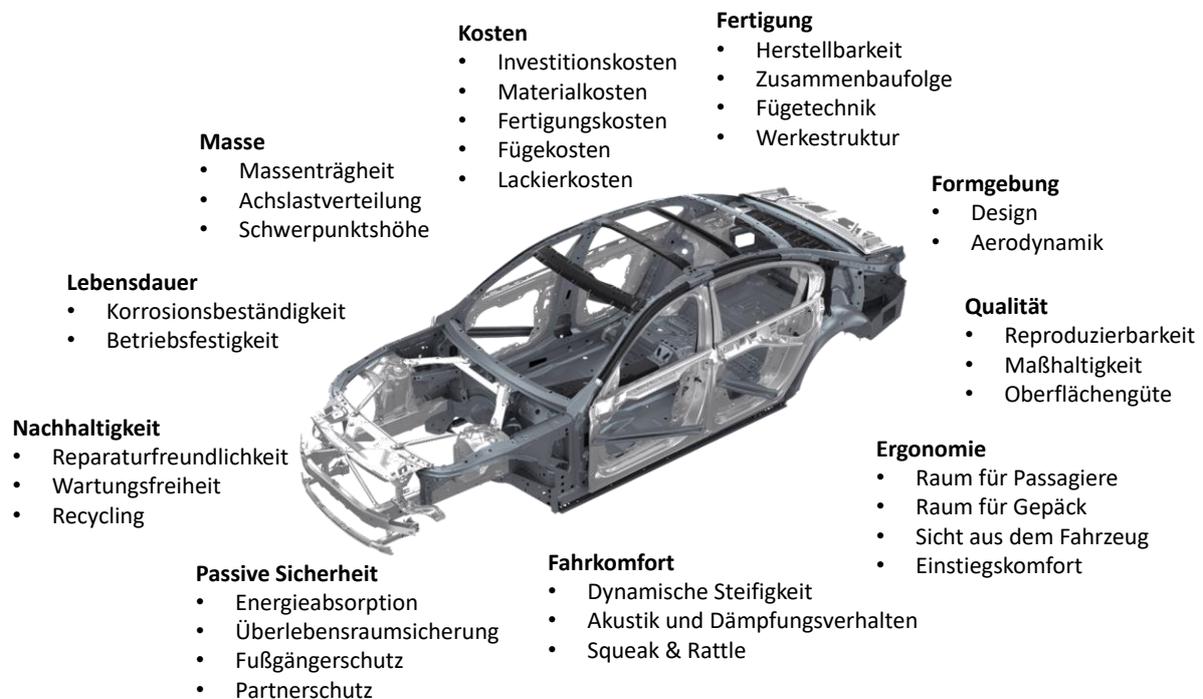


Abbildung 2-2: Anforderungen an eine moderne Fahrzeugkarosserie, nach [20, 26]

Abbildung 2-3 verdeutlicht die Notwendigkeit eines anforderungsgerechten Konzepts in der frühen Phase der Fahrzeugentwicklung. Sobald das Fahrzeugprojekt in die Serienentwicklung übergeht, sind Änderungen am Fahrzeug- und Materialkonzept meist nur noch mit großem finanziellen und kapazitätsintensiven Aufwand möglich [27].

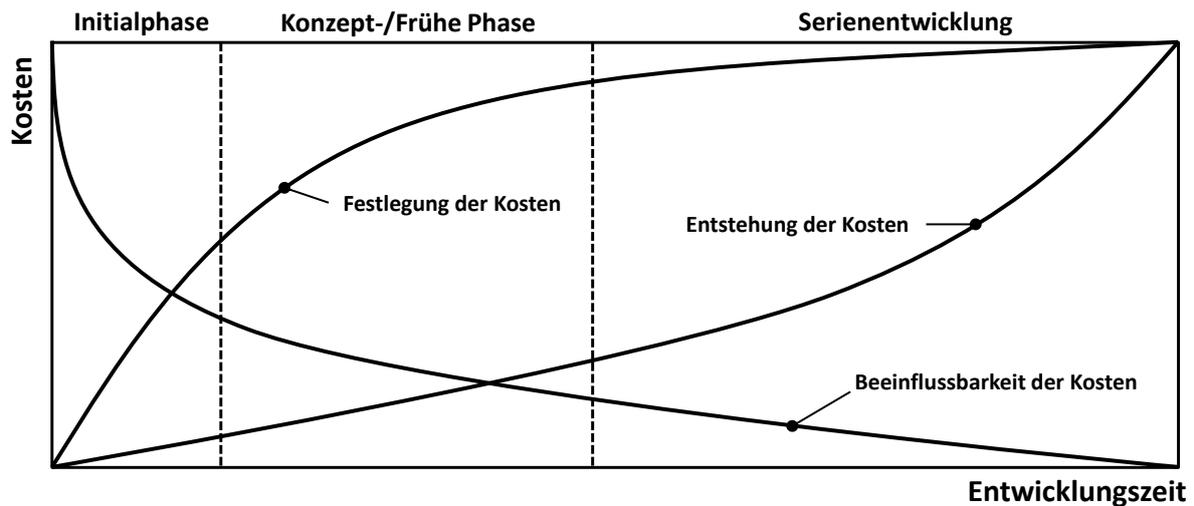


Abbildung 2-3: Beeinflussbarkeit, Festlegung und Entstehung der Kosten im Fahrzeugprojekt, nach [27]

Ein wichtiger Punkt in der Karosserieentwicklung ist die passive Sicherheit der Insassen bei einem Unfall. Diese setzt sich zusammen aus der Deformationscharakteristik der Karosserie, dem Verzögerungsverlauf, also den wirkenden Beschleunigungskräften und den Überlebensraum für die Passagiere [21]. Mit Optimierungen des Crashverhaltens in der frühen Entwicklungsphase befasst sich Volz [28]. Statt wie vorher üblich, eine Optimierung von Strukturen durch Variation der Blechdicken und Materialien erst in der Serienentwicklung zu betreiben, beginnt er mit Hilfe eines FEM-Ansatzes und einer Kombination aus Topologie- und Gestaltoptimierung bereits in der frühen Konzeptentwicklung. Er teilt frühe FE-Modelle einer Karosserie dazu in Bereiche hoher und geringer plastischer Deformation, sowie elastischer Deformation ein. Während die plastischen verformbaren Bereiche die Crashenergie aufnehmen sollen, sollen die elastischen Bereiche, wie die Fahrgastzelle, nicht dauerhaft verformt werden und den Kräften standhalten. Ergebnisse der linearen Topologieoptimierung werden mit der Gestaltoptimierung unter Einsatz eines geometriebasierten, automatischen Vernetzungstools (SFE Concept) hinsichtlich Crashverhalten verglichen. Durch die langen Rechenzeiten stellt er die Auswahl von effektiven Optimierungsalgorithmen als zentralen Punkt dar. Vorstudien haben gezeigt, dass sich sowohl gradientenbasierte Methoden als auch Response Surface Modelle dafür nicht eignen. Bei einem weniger gut definierten Ausgangsmodell sieht er genetische Algorithmen als ersten Schritt. Ist das Modell dann besser ausdefiniert liefern evolutionäre Algorithmen gute Ergebnisse. Bei der Optimierung einer Vorderwagenstruktur kann Volz die Anbindung des Federbeindomes an den Motorträger besser an den Kraftverlauf anpassen. Auch eine Optimierung von Sickentiefen am Motorträger führte zu einem besseren Deformationsverhalten und einer geringeren Intrusion an der Stirnwand, verglichen mit der Referenzstruktur. Hierbei zeigt sich, dass der zweistufige Ansatz aus Topologie- und Gestaltoptimierung zwingend notwendig ist. Denn die linear gerechneten Ergebnisse aus der optimierten Topologie führten zu einer deutlichen Verschlechterung der Intrusionswerte. Diese konnten erst durch die Feinoptimierung der Form ins Ziel geführt werden.

Neben diesen hochdynamischen Lastfällen finden sich viele Auslegungskriterien im (quasi-)statischen Bereich wieder. Die *Torsionssteifigkeit* beschreibt den Widerstand gegen die

Verwindung der Karosserie um eine definierte Achse, wenn ein Moment auf diese einwirkt. Durch zusätzliche Verstrebungen, optimierten Profilaufbau und verbesserten Bauteilanbindungen kann diese gesteigert werden. Dabei liegt der Fokus auf einer Erhöhung der lokalen Steifigkeit eines jeden Bauteiles. Die Torsionssteifigkeit ist vor allem für den Fahrkomfort und der Fahrquerdynamik relevant. Unter der *Biegesteifigkeit* versteht man die Kraft, die benötigt wird, um die Karosserie zwischen den Achsen um einen bestimmten Wert durchzubiegen. Begünstigt wird diese Steifigkeit durch hohe Profilquerschnitte im Schweller, Längsträger, Vorder- und Hinterrahmen [29, 30]. Die statische Festigkeit von Strukturbauteilen ist vor allem durch sogenannte Missbrauchslastfälle bestimmt. Dies sind Lasten, welche außerhalb der normalen Betriebslast vorkommen, jedoch nur eine geringe Auftrittswahrscheinlichkeit besitzen, z.B. Stoßbelastung durch Randsteinüberfahrt, etc. In der Regel wird die Festigkeit dadurch charakterisiert, dass bei einem Metallbauteil die Dehngrenze  $R_{p0,2}$  des Materials erreicht ist, bzw. ein nicht tolerierbarer Schaden an einem Faserverbundbauteil, wie großflächige Delaminationen oder Faserbruch auftritt. Bei Überlasten durch Fehlgebrauch können auch kleine plastische Dehnungen akzeptiert werden, wenn diese die Funktion des Bauteils oder des gesamten Fahrzeugs nicht beeinträchtigen. Bei einer solchen Lastfallauslegung wird darauf geachtet, dass der Schaden stets zuerst bei Komponenten auftritt und erkannt wird, die mit geringem Aufwand repariert oder ausgetauscht werden können [31]. Aus Kosten-, Zeit- und Kapazitätsgründen finden vor allem in der frühen Phase diese Konzeptauslegungen mit Hilfe von virtuellen Entwicklungsmethoden, wie der FEM-Berechnung statt [32]. Teurere und zeitintensive Versuche mit realen Bauteilen werden meist erst in der Serienentwicklung durchgeführt, wenn die Konzepte bereits weiter ausgearbeitet sind.

Abbildung 2-4 zeigt die beiden Phasen in der virtuellen Bauteil- und Systemauslegung. In der Konzept- und Entwurfsphase liegt der Schwerpunkt auf der virtuellen Auslegung von Bauteilen auf Basis von Konzeptgeometrien. Diese werden mit Hilfe von computergestützten Tools zur Auslegung definiert und optimiert, wobei auch Expertenwissen ein wichtiger Inputgeber ist. Diese Auslegungs-Tools eignen sich besonders dafür, zeit- und kostengünstig Ergebnisse in ausreichender Qualität zu generieren, um damit ein entwickeltes Konzept hinsichtlich mechanischer, geometrischer und fertigungstechnischer Anforderungen zu bewerten. Für diese Bewertung spielt häufig das Know-How von Experten eine große Rolle. Da Auslegungs-Tools meist auf einer begrenzten Modellgüte basieren, haben die Berechnungsergebnisse daher auch eine eingeschränkte Aussagekraft bezüglich der eingebrachten Parameter in der Auslegung und den tatsächlichen Bauteilverhalten später. Experten können durch ihre Wissenbasis die Ergebnisse dennoch einordnen und als plausibles Ergebnis freigeben.

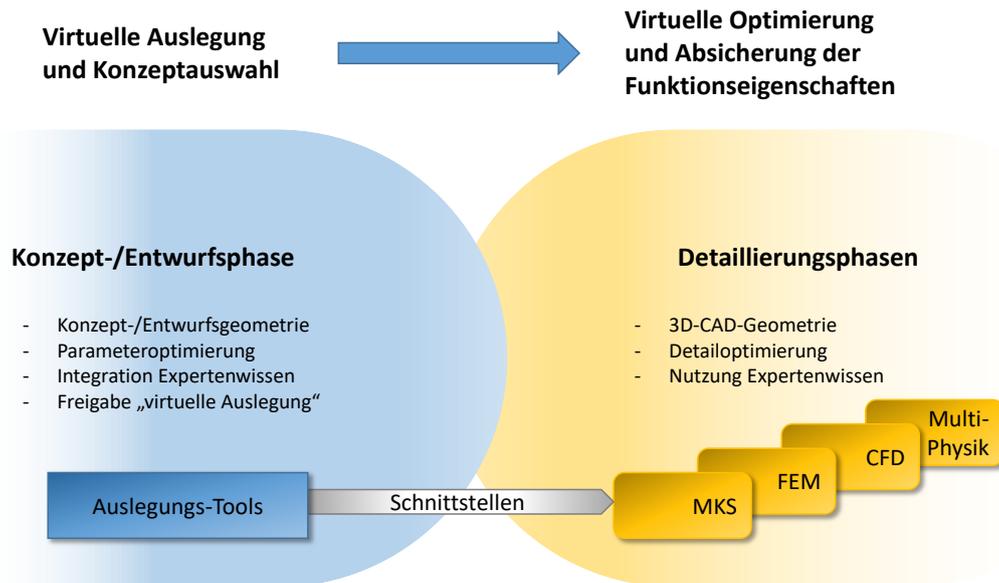


Abbildung 2-4: Virtuelle Entwicklungsmethoden, nach [32]

Nach dieser Freigabe werden in der Detaillierungsphase auf Basis des Konzeptentwurfes, detaillierte 3D-CAD-Geometrien erstellt und im Detail weiter optimiert. Hier findet auch eine Absicherung der Bauteil- oder Systemfunktionen statt. Häufig werden hier komplexere Berechnungsverfahren, wie die Mehr-Körper-Simulation (MKS), Finite Elemente Methoden oder CFD-Verfahren (Computational Fluid Dynamics), angewandt. Während in den Detaillierungsphasen die Simulationen meist von Berechnungsspezialisten durchgeführt werden, sind die Anwender der Auslegungs-Tools in der Konzeptphase immer häufiger der Konzeptingenieur oder der Konstrukteur. [32]

Bereits 1969 veröffentlichte Pawlowski [33] einen Ansatz, um Karosseriestrukturen überschlägig zu berechnen und Kräfte in den Strukturen zu veranschaulichen. In der **Simple Structure Surfaces Methode (SSS Methode)** wird die Struktur einer Karosserie in dünne rechteckige, ebene Elemente zerlegt. Jedes dieser Elemente kann in seiner eigenen Ebene als starr angesehen werden, während es in allen anderen Richtungen flexibel ist und mittels Zug-, Druck-, Schub- und Biegekräfte verformt werden kann. Mit Hilfe von Kräftebilanzen können Kraftpfade und Verformungen innerhalb der Karosserie, in Anhängigkeit der äußeren Kräfte identifiziert werden. Abbildung 2-5 zeigt eine in SSS zerlegte Sedan-Karosserie. Äußere Kräfte, wie die Motorabstützung  $F_{pt}$ , Passagier-  $F_{pf}/F_{pr}$  oder Gepäcklast  $F_l$  wirken den Reaktionskräften  $R$  der Räder entgegen. Mittels der SSS können die Kräfte zwischen den Einzelflächen  $P_i$  berechnet werden. Nachteilig ist bei dieser Methode, dass die einzelnen Flächen, keine Kräfte senkrecht zu ihrer Ebene übertragen können. Hier sind stets Hilfsflächen notwendig, welche die Kräfte oder Momente in die angrenzende Struktur leiten können.

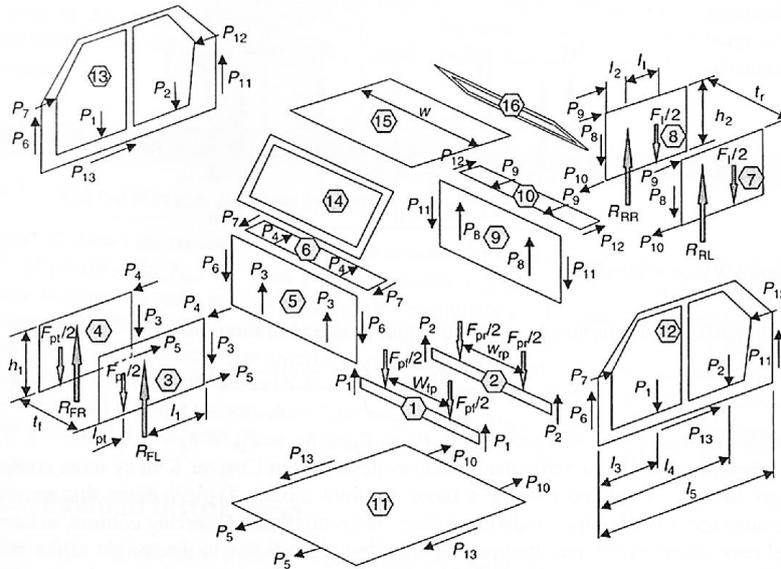


Abbildung 2-5: Zerlegung einer Sedan-Karosserie in SSS und Kräftebilanzierung [33]

Werden neue Fahrzeugkonzepte entwickelt, die nicht auf Vorgängerfahrzeuge aufbauen, so kommt der Konzeptphase eine noch größere Bedeutung zu. In der aktuellen Entwicklung der zunehmenden Vollelektrifizierung von Fahrzeugen sind bisherige, auf Verbrennungsmotoren ausgelegte Architekturen, nicht mehr sinnvoll auf die neuen Gegebenheiten anpassbar. Wird bei Fahrzeugen mit Verbrennungsmotor ein Mitteltunnel im Fahrzeugboden benötigt, um zum einen bei längsverbauten Motoren das Getriebe aufzunehmen, zum anderen die Kraftübertragung an die hinteren Räder zu ermöglichen, ist dies bei reinen Elektrofahrzeugen nicht nötig. Elektromotor und Getriebe sind häufig in einem zusammenhängenden Modul quer in der Front verbaut. Werden beide Achsen angetrieben, so wird eine zweite E-Maschine an der hinteren Achse platziert [34]. Der Hochvoltspeicher bei Elektrofahrzeugen wird bei neuen Architekturen flächig im Fahrzeugboden untergebracht. Durch das hohe Gewicht dieses Speichers sinkt der Schwerpunkt im Fahrzeug stark ab und wirkt sich positiv auf die Fahrdynamik aus. Gleichzeitig muss das Bodenblech im Fahrzeug angehoben werden, um den Speicher geometrisch im Fahrzeugboden zu integrieren. Durch die kleineren Abmessungen der Elektromotoren, lassen sich diese ebenfalls neu in das Fahrzeug integrieren. U.a. der schwere Hochvoltspeicher führt zu einem deutlich erhöhten Fahrzeuggewicht. Aus diesem Grund müssen die Front- und Heckstrukturen für diese höheren Lasten, v.a. im Crashfall, ausgelegt werden. Auch werden größere Raddurchmesser benötigt, damit diese das höhere Fahrzeuggewicht tragen können. [35 bis 37] All diese Änderungen in der Karosserie führen dazu, dass Karosseriekonzepte neu erdacht und optimal für den elektrischen Antrieb gestaltet werden können. Diese Flexibilität bringt aber auch neue Unsicherheiten mit sich, da Gestaltungsgrenzen zu Beginn nicht genau definiert werden können. Für ein gutes Ergebnis ist ein strukturiertes Vorgehen nötig, mit einem flexiblen Ansatz, um die Grenzen zu definieren. Häufig werden in der Konzeptphase Fahrzeugkarosserien, im Gegensatz zu Pawlowski [33], als Rahmenstrukturen angenommen. [32, 38] Abbildung 2-6 zeigt anhand von Lastpfaden im Crashfall, dass diese Annahme für eine erste Berechnung zutrifft. Die Lasten verteilen sich hauptsächlich über geschlossene Profilquerschnitte im Fahrzeug. Flächige Strukturen, wie

Blechfelder, haben nur einen geringen Anteil und diesen überwiegend der Aussteifung. Um die Kraftflüsse wie in Abbildung 2-6 abzuleiten, ist neben der Stabilität der Profile auch eine ausreichende Steifigkeit der Knoten zwischen den Profilen Voraussetzung.

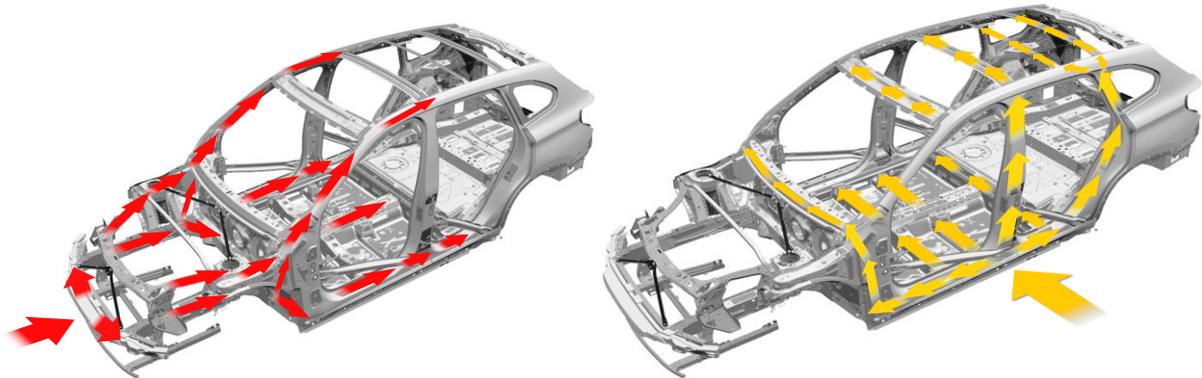


Abbildung 2-6: Kraftfluss in der Karosserie im Lastfall Frontrash und Seitencrash [15]

### 2.1.2. Leichtbau in der Fahrzeugentwicklung

Die Anforderungen von Kunden, Gesetzgeber und Unternehmen nach einem geringen Kraftstoffverbrauch und Schadstoffausstoß oder guten fahrdynamischen Eigenschaften lassen sich neben einer guten Aerodynamik und eines wirkungsgradoptimierten Antriebskonzepts, vor allem mit einer Reduzierung der Fahrzeugmasse erreichen. Durch gesteigerte Gesetzesanforderungen und Produktaufwertungen findet in der Regel eine Zunahme des Fahrzeuggewichts gegenüber dem Vorgängermodell statt. Durch den intensiven Einsatz von Leichtbau ist es möglich, dieses Mehrgewicht zu kompensieren und der sogenannten Gewichtsspirale entgegenzuwirken. Eine Gewichtsspirale zeichnet sich dadurch aus, dass z.B. durch eine Gewichtsmehrung ein leistungsstärkerer Motor notwendig wird, um die anvisierte Fahrleistung zu erreichen. Der dadurch entstandene Mehrverbrauch wird durch einen größeren Kraftstofftank kompensiert, um die notwendige Reichweite sicherzustellen. Das Fahrzeuggewicht ist dadurch so angestiegen, dass Bremsen und Fahrwerk robuster und damit auch schwerer ausgelegt werden müssen, usw. [39]. Gerade bei elektrifizierten Fahrzeugen spielt aktuell das Gewicht eine entscheidende Rolle, um eine möglichst große Reichweite mit einer Akkuladung zu erreichen [15]. Nach Dudenhöffer lohnt sich Leichtbau für Elektrofahrzeuge nicht [40], wie er in einer Auftragsstudie des CAR herausfand. Der Grund liege unter anderem an der Rückgewinnung der Bremsenergie. Dieser Aussage wird von vielen Seiten widersprochen [41, 42], da die Rekuperation von Bremsenergie zwar die Wichtung von Leichtbau im Fahrzeug reduzieren kann, jedoch für die Dynamik und Gesamtauslegung des Fahrzeugs das Gewicht weiterhin eine große Rolle spielt.

Nach Henning [43] lassen sich Leichtbaustrategien in fünf Clustern zusammenfassen:

Tabelle 2-1: Leichtbaustrategien

Bedingungsleichtbau	Kritisches Hinterfragen der Anforderungen und ggf. Reduzierung.
Formleichtbau	Anwendung von Leichtbau-Konstruktionsprinzipien, optimierten Kraftverläufen und Verbindungskonzepten.
Fertigungsleichtbau	Leichtbaupotenziale durch Fertigungs-, Herstellungs- und Montageprozesse.
Konzeptleichtbau	Optimierung von Strukturen unter Berücksichtigung des Gesamtumfelds aller Teile.
Stoffleichtbau	Anforderungserfüllung mit dem leichtesten, möglichen Werkstoff.

Die gewünschten Eigenschaften, wie Steifigkeit und Festigkeit haben in den unterschiedlichen Fahrzeugbereichen unterschiedliche Ausprägungen. So soll im Crashfall die Fahrgastzelle eine möglichst hohe Steifigkeit und Festigkeit besitzen. Im Front- und Heckbereich hingegen sind größere Deformationen zum Energieabbau erwünscht. Eine ähnliche Aufteilung gibt es im Fahrzeug, wenn es um die Akzeptanz von ggf. Mehrkosten durch den Einsatz von Leichtbau geht. Diese Leichtbaukosten sind die zusätzlich anfallenden Kosten gegenüber einer schwereren Referenzstruktur, wenn deren Gewicht durch Konstruktion, Material- oder Konzeptänderung reduziert wird. Jedoch können diese zusätzlich anfallenden Kosten auch negativ sein, d.h., dass durch ein geändertes Konzept oder eine optimierte Geometrie, zusätzlich zu einer Gewichts- auch eine Kostenreduzierung erreicht wird. Die Leichtbaukosten werden in €/kg angegeben. Dabei werden die Mehrkosten ins Verhältnis zur Gewichtsersparnis gesetzt. Die Leichtbaukosten sind ein wichtiger Indikator für die Wertigkeit und Umsetzungswahrscheinlichkeit einer Leichtbaulösung im Fahrzeug. Je nach Fahrzeugklasse können unterschiedliche Grenzwerte existieren, für die eine Umsetzung wahrscheinlich und lohnend ist. Zusätzlich zur betrachteten Fahrzeugklasse entscheidet auch die Verortung eines Leichtbaukonzepts im Fahrzeug über diesen Grenzwert. So werden Maßnahmen, welche die Vorderachse bei Frontantriebsfahrzeugen entlasten, weniger stark fokussiert als solche, die den Gesamtschwerpunkt im Fahrzeug absenken und somit einen wesentlichen Einfluss auf die Fahrdynamik haben. Abbildung 2-7 zeigt beispielhaft Grenzwerte innerhalb eines heckgetriebenen Oberklassefahrzeugs [44]. Es zeigt sich, dass im Bereich des Fahrzeugdachs und im Bereich des Vorderwagens höherer Leichtbaukosten akzeptiert werden als im Bereich des Unterbodens oder des Fahrzeughecks. Dies ist dadurch begründet, dass eine Gewichtsreduzierung in den Bereichen einen zusätzlichen positiven Effekt hat z.B. in der Fahrdynamik durch die Absenkung des Fahrzeugschwerpunkts oder einer guten Achslastverteilung. Die Leichtbaukosten sind ein wichtiger Input für die in Kapitel 3.5 und 6.1 durchgeführten Optimierungen, da hier die mögliche Materialauswahl wesentlich beeinflusst wird.

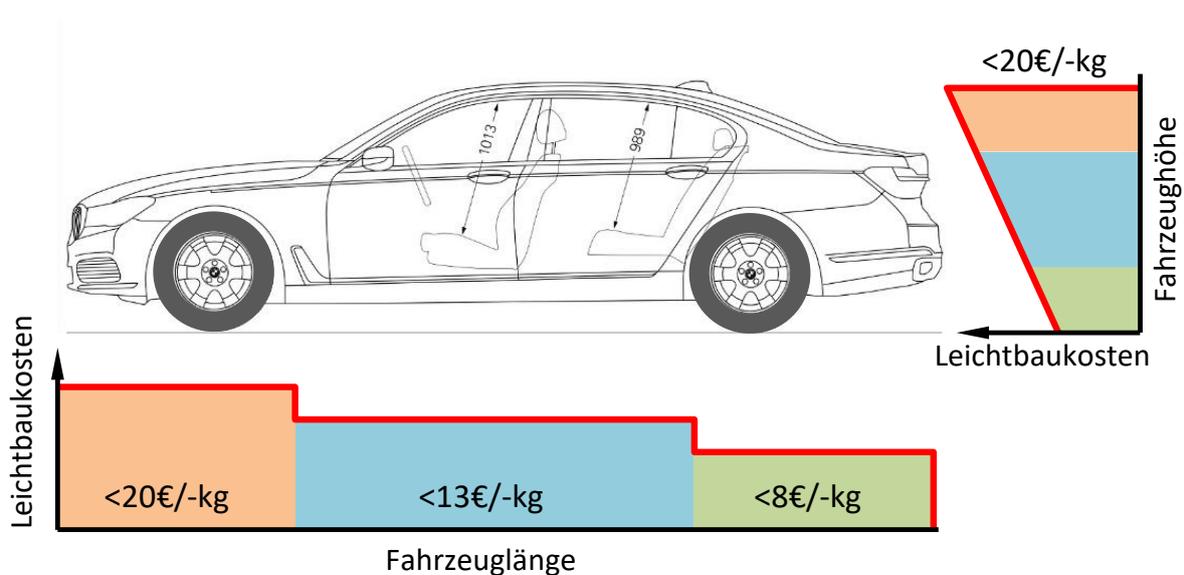


Abbildung 2-7: Beispielhafte Verteilung von akzeptierten Leichtbaukosten im Oberklassefahrzeug mit Heckantrieb (in € pro eingespartem kg Masse) (nach [44])

Einen entscheidenden Einfluss auf die Leichtbaukosten hat die Auswahl der verwendeten Materialien. In einer modernen Fahrzeugkarosserie finden sich eine Vielzahl an unterschiedlichsten Werkstoffen, welche aus Funktions-, Kosten-, Fertigungs-, Korrosions-, Recycling- oder Gewichtsgesichtspunkten für ein bestimmtes Strukturbauteil ausgewählt wurden. Die Bestrebungen der Fahrzeugentwickler das Gewicht der Karosserie zu reduzieren, führt zum vermehrten Einsatz von hoch- und höchstfesten Werkstoffen. [15, 45]

### Metalle

Fahrzeugkarosserien wurden in der Vergangenheit hauptsächlich aus metallischen Werkstoffen konstruiert. Dementsprechend hoch ist auch die Vielfalt an metallischen Legierungen, die in den letzten Jahrzehnten entwickelt wurden. Die Bestrebungen der Industrie gehen dahin, für jeden Anwendungsfall die passende Legierung zu entwickeln. Gerade in crashbelasteten Bauteilen ist der Anteil an höher- und höchstfesten Stählen, mit Streckgrenzen über 300MPa und warmumgeformten Stählen mit Streckgrenzen über 1000MPa in den letzten zwei Jahrzehnten deutlich gestiegen [46]. Die Entwicklung von Bake-Hardening-Stählen, Mehr- und Komplexphasenstählen und höherfeste IF-Stähle führte zu einer zusätzlichen Möglichkeit, die Masse im Fahrzeug zu verringern. Für den Einsatz im Automobilbau haben Stahlwerkstoffe folgende Vorteile:

- Hohe Festigkeit
- Duktilität
- Hohe Verfügbarkeit
- Günstige Herstellkosten
- Lange Erfahrung

Nachteilig dabei ist die hohe Dichte und die Anstrengungen, die unternommen werden müssen, um Korrosion zu verhindern.

Neben dem verstärkten Einsatz von Stählen mit hoher Festigkeit, nimmt auch der Volumenanteil von Leichtmetallen in der Karosserie zu. Dies sind in erster Linie leichte Aluminiumlegierungen. Aber auch die Verwendung von Magnesium erweitert durch das niedrige spezifische Gewicht die Möglichkeiten in Bezug auf Werkstoffleichtbau.[15]

Die hohe Anzahl an unterschiedlichen Metallwerkstoffen macht einen vollumfänglichen Vergleich untereinander schwierig. Oft werden Legierungen auf einen Einsatzbereich hin entwickelt und unterscheiden sich teilweise stark in ihrer Festigkeit, Duktilität, Umformbarkeit, etc. Repräsentativ sollen in dieser Arbeit einige für den Karosseriebau typische Werkstoffe mit ihrem bevorzugten Einsatzgebiet aufgeführt werden.[47]

Es sollen drei Stähle genauer betrachtet werden. Zum einen ist dies ein Standard-Tiefziehstahl CR3 (früher DX54) mit geringer Festigkeit. Dieser findet häufig im Bereich der Außenhaut Anwendung, wo ein hohes Maß an Umformvermögen notwendig ist. Der Dualphasen-Stahl CR440Y780-DP (ehem. HC450X) besitzt eine mittlere Festigkeit und Deformationsvermögen und wird in Strukturen mit erhöhter Lastaufnahme, wie in der A- und B-Säule, aber auch im Fersenblech der Rückbank eingesetzt. Bei höchsten Anforderungen an Festigkeit und Insassensicherheit werden warmumgeformte Stähle, wie der CR1000Y1300T-MB-UC (ehem. HC1000W) verwendet. Häufig werden in Bereichen direkter Crascheinwirkung, wie im Bereich der A- und B-Säule, im Schwellerbereich, im Dachrahmen oder Türquerträger, diese höchstfesten Stähle als zusätzliche Verstärkung eingebracht.

Typische Aluminiumwerkstoffe finden sich in den Legierungsgruppen 5xxx und 6xxx. Die Al-Mg-Knetlegierung EN AW-5182 (AL5-STD) zählt zu den Standardlegierungen im Karosseriebau und ist wegen ihrer höheren Festigkeit in Form von gewalzten Blechbauteile im Türrahmen im Einsatz, aber auch in leichtbaurelevanten Bereichen, wie in der Dachstruktur oder in der Heckklappe. Durch ihre gute Kaltumformbarkeit und hohe Festigkeit kommt die Al-Mg-Si-Knetlegierung AlSi0,6Mg0,5-Fo (AL6-OUT) im ausgehärteten Zustand vor allem im Außenhautbereich, wie Dach, Frontklappe, Türen oder Heckklappe zur Anwendung [48].

Als Potenzialwerkstoff soll darüber hinaus die Magnesiumlegierung AZ31 (Mg96AL3Zn1) betrachtet werden. Dieser eignet sich auf Grund der guten Schweißbarkeit und hoher Umformbarkeit für die Anwendung im Fahrzeugbau [49]. In Tabelle 2-2 sind die typischen Kennwerte und in Abbildung 2-8 die Einsatzorte für die oben genannten Karosseriewerkstoffe dargestellt.

Tabelle 2-2: mechanische Kennwerte typischer Karosseriewerkstoffe

	Dichte	E-Modul	Schubmodul	R <sub>p0,2</sub>	A <sub>80</sub>	Zugfestigkeit	Kosten
	[g/cm <sup>3</sup> ]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[%]	[MPa]	[€/kg]
<i>Stähle</i>							
CR1000Y1300T-MB-UC	7,80	210.000	79.300	1240	5	1560	3
CR440Y780T-DP	7,80	210.000	79.300	485	15	770	1,3
CR3	7,80	210.000	79.300	155	38	280	0,87
<i>Aluminiumlegierungen</i>							
AL5-STD	2,70	71.000	25.500	130	23	255	3,4
AL6-OUT-T64	2,70	70.000	25.500	200	14	260	3,6
<i>Magnesiumlegierung</i>							
AZ31	1,74	45.000	17.000	200	17	240	5,8

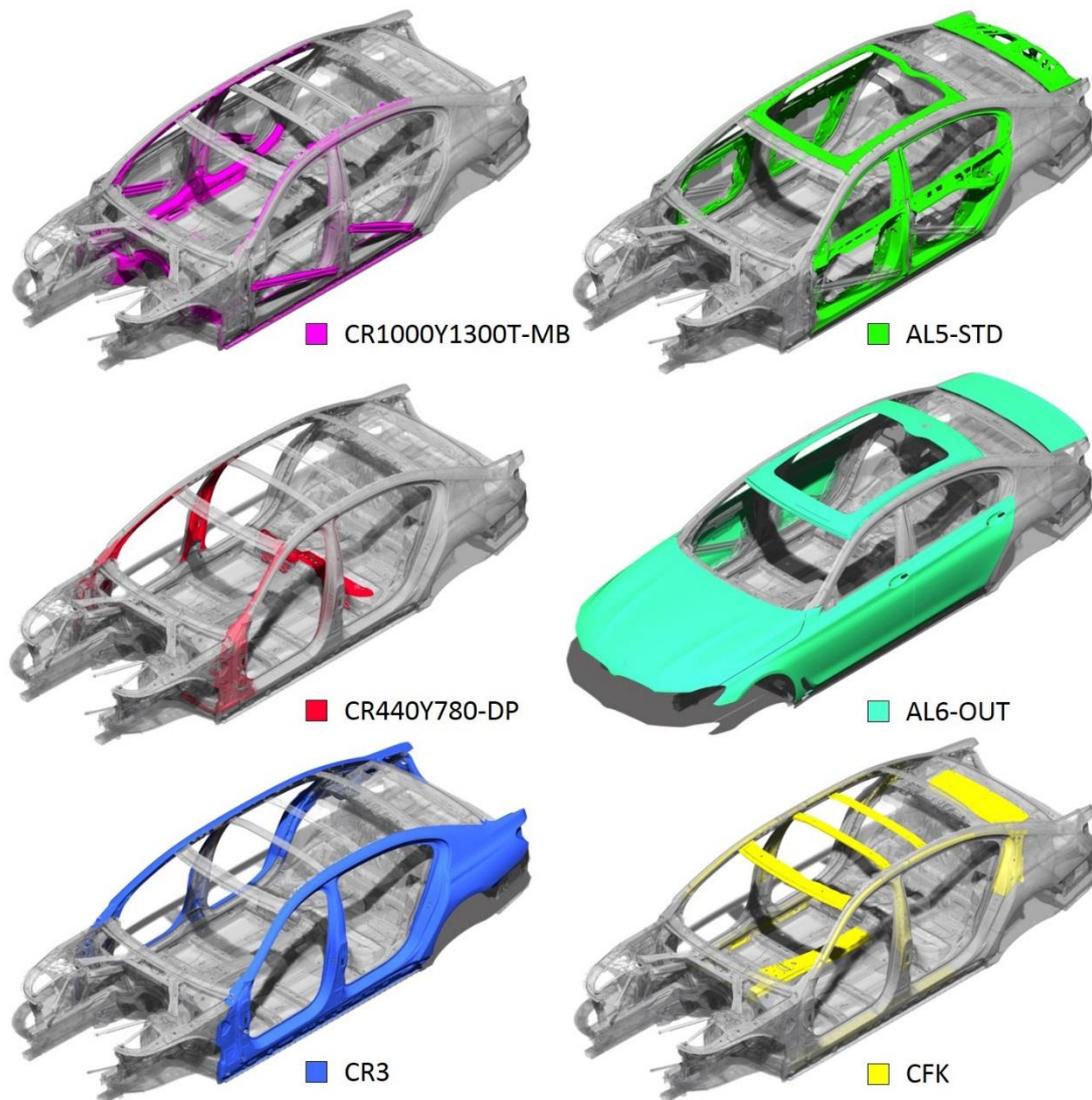


Abbildung 2-8: Materialmix in einer Oberklassekarosserie

### Faserverbundwerkstoffe

In der Luft- und Raumfahrt sind Faserverbundwerkstoffe seit vielen Jahrzehnten weit verbreitet. Durch sinkende Material-, Fertigungskosten und Zykluszeiten werden diese Werkstoffe zunehmend auch für den automobilen Sektor interessant [15]. Faserverbundwerkstoffe können an sich schon als Hybridwerkstoffe angesehen werden. Sie bestehen aus zwei Komponenten: der Matrix und den darin eingebetteten Fasern. Sowohl die Fasern als auch die Matrix können aus den unterschiedlichsten Werkstoffen bestehen. Die weitverbreitetsten Faserarten bestehen aus Kohlenstoff, Glas oder Aramid. Diese Fasern nehmen im Verbund die mechanischen Belastungen auf, während die umgebende Matrix die Fasern stabilisiert und fixiert. Die Matrix besteht dabei meist aus Duromer-Kunststoffen. Neuere Bestrebungen führen jedoch zur günstigeren und leichter umzuformenden thermoplastischen Matrix. Darüber hinaus sind auch Einbettungen der Fasern in Keramik, Glas, Metall oder Beton möglich [50]. Die Anordnung und Länge der Fasern innerhalb der Matrix kann dabei stark variieren. Bei der Faserlänge unterscheidet man zwischen Kurzfasern ( $l = 0,1 - 1,0\text{mm}$ ), Langfasern ( $l = 1 - 50\text{mm}$ ) und Endlosfasern ( $l > 50\text{mm}$ ). Die Fasern können sowohl in Gelegen, Geweben, Gestricke, Geflechte oder ungeordnet als Wirrfaser in der Matrix liegen [51]. Der Aufbau von Faser-Kunststoff-Verbunden erfolgt meist schichtweise, weshalb deren Struktur als zweidimensional beschrieben werden kann. Im Fahrzeugbau kommen neben CFK-Designelementen („Sichtcarbon“) aus Kostengründen häufig Heavy Tows, d.h. Rovings (Faserbündel) mit etwa 50.000 Kohlenstofffasernfilamenten, zum Einsatz, welche in einer Epoxid-Matrix eingebettet sind. Typische mechanische Kennwerte von Kohlestoff- und Glasfaserverbunden im Automobilbereich sind in Tabelle 2-3 zusammengefasst. [15, 51 bis 53]

Tabelle 2-3: Mechanische Kennwerte automobiler Faser-Kunststoff-Verbunde

	Dichte [g/cm <sup>3</sup> ]	E <sub>1</sub> [MPa]	E <sub>2</sub> [MPa]	$\nu_{12}$ [-]	G <sub>12</sub> [MPa]	G <sub>13</sub> /G <sub>23</sub> [MPa]	Kosten [€/kg]
<i>Kohlenstofffaserverbund</i>							
CFK-UD ( $\varphi = 52\%$ )	1,52	95300	8720	0,29	3800	2900	20
SMC ( $\varphi = 32\%$ )	1,31	21000	21000	0,38	2300	5800	14
<i>Glasfaserverbund</i>							
GFK-UD ( $\varphi = 43\%$ )	1,59	32700	11000	0,26	3100	2600	2
	X <sub>t</sub> [MPa]	X <sub>c</sub> [MPa]	Y <sub>t</sub> [MPa]	Y <sub>c</sub> [MPa]	S [MPa]	$\alpha_{\parallel}$ [10 <sup>-6</sup> ]	$\alpha_{\perp}$ [10 <sup>-6</sup> ]
<i>Kohlenstofffaserverbund</i>							
CFK-UD ( $\varphi = 52\%$ )	1200	760	50	170	62	0,1	30
SMC ( $\varphi = 32\%$ )	230	240	125	185	54	6	6
<i>Glasfaserverbund</i>							
GFK-UD ( $\varphi = 43\%$ )	810	700	55	160	60	7	27

### Leichtbaukriterien in der Werkstoffauswahl

Häufig findet die überschlägige Auswahl der Materialien mit Hilfe von Werkstoffkenngrößen, die meist auf die jeweilige Dichte normiert sind, sogenannte Gütekennzahlen, statt. Diese geben an, um welchen Faktor eine ähnliche Konstruktion aus einem Werkstoff gegenüber einem Bezugswerkstoff leichter oder schwerer wäre und ist somit ein Maß für die Eignung als

Leichtbauwerkstoff [54, 55]. Einen Überblick über die wichtigsten Gütekennzahlen und die damit bewerteten Konstruktionswerkstoffe gibt Tabelle 2-4. Die aufgezeigten Werkstoffe sind auf den Referenzwerkstoff CR440Y780T-DP normiert. Ein Wert größer 1 weist ein Leichtbaupotenzial aus, bei einem Wert kleiner 1 macht die Umstellung auch Leichtbaugesichtspunkten keinen Sinn. Für einen Vergleich von Werkstoffen hinsichtlich diesen Gütekennzahlen eignen sich in erster Linie nur Werkstoffe mit einer isotropen Eigenschaftsverteilung, wie bei Stahl oder Aluminium.

Tabelle 2-4: Gütekennzahlen verschiedener Werkstoffe zur Beurteilung der Leichtbaueignung, normiert auf CR440

Güte- kennzahl		CR3	CR440	CR1000	AL5- STD	AL6- Out	AZ31	CFK- UD	GFK- UD	CF- SMC
Stat. Festigkeit	$\frac{R_m}{\rho}$	0,36	1,00	2,03	0,96	0,98	1,17	8,05	3,05	1,78
Längs- steifigkeit	$E/\rho$	1,00	1,00	1,00	0,98	0,96	0,96	2,33	0,45	0,60
Schub- steifigkeit	$G/\rho$	1,00	1,00	1,00	0,93	0,93	0,96	0,25	0,11	0,17
Knick- steifigkeit	$\sqrt{E}/\rho$	1,00	1,00	1,00	1,68	1,67	2,08	3,46	1,14	1,88
Beul- /Biege- steifigkeit von Platten	$\sqrt[3]{E}/\rho$	1,00	1,00	1,00	2,01	2,00	2,68	3,94	1,55	2,76
El. Arbeits- aufnahme- vermögen	$R_{p0,2}^2/\rho$	0,10	1,00	6,61	0,21	0,51	0,80	13,66	17,99	2,26

Betrachtet man die spez. Längssteifigkeit  $E/\rho$ , so bieten Aluminium, Magnesium oder GFK-UD, bzw. CF-SMC kein Leichtbaupotenzial gegenüber Stahl. Lediglich CFK-UD kann hier einen größeren Gewichtsvorteil bieten. Bei der stat. Festigkeit lassen sich mit höherfesten Stahlgüten oder Faserverbundwerkstoffen leichtere Strukturen entwickelt. Aluminium kann vor allem in knick-, biege- und beulbeanspruchten Bauteilen einen Gewichtsvorteil erzielen. Das spezifische, elastische Arbeitsaufnahmevermögen ist vor allem bei den Faserverbundwerkstoffen durch die niedrige Dichte und gleichzeitig hohe Festigkeit stark ausgeprägt.

Mit der systematischen Werkstoffauswahl bei volatilen Anforderungsprofil in der frühen Phase der Fahrzeugentwicklung befasst sich Kaiser [56]. Er beschreibt, wie sich ein volatiles Entwicklungsumfeld auf die Bauteilanforderungen auswirken und darauf im frühen Entwicklungsablauf reagiert werden kann. Ändern sich Anforderungen an einen Bauteilentwurf so nutzt er Transferfunktionen, um zu beurteilen, ob das bisher vorgesehene Material noch die beste Lösung hinsichtlich Kosten, Gewicht und Funktion ist, oder ob sich ein anderes Material besser eignet. Die Transferfunktionen setzen Materialkennwerte, wie E-Modul und Dichte, sowie geometrische Abmessungen ins Verhältnis. So lässt sich beurteilen, wie sich der Bauteilentwurf durch z.B. einem größeren Bauraum im Vergleich zu anderen Materialien verhält. Dazu wird der reale Querschnitt vereinfacht, als Rechteckprofil dargestellt und

analytisch nachgerechnet. Der Ansatz ist interessant für den realen Entwicklungsprozess, der sich häufig als sehr volatil darstellt. Ein Vergleich unterschiedlicher Materialkonzepte erfolgt durch visuelles Vergleichen der Kennlinien. Eine numerische Optimierung findet nicht statt. Auch wird als Geometrie lediglich ein Rechteckprofil aus einem Material berechnet und kann immer nur gegenüber einer Eigenschaft gleichzeitig verglichen werden.

Einen sehr ähnlichen Ansatz verfolgen Revfi et al. [57]. Ausgehend von einer Referenzstruktur und gegebenen Projektzielen, wie Massenreduzierung, Leichtbaukosten, eingesparten CO<sub>2</sub>-Emissionen usw. werden z.B. Bauraum und Masse der hinsichtlich Leichtbau optimierten, neuen Bauteilentwürfe ins Verhältnis zur Referenz gesetzt. Dieses Verhältnis ermöglicht eine Vorauswahl von Materialien mit Hilfe von Ashby-Diagrammen. Diese Vorauswahl wird im Anschluss genauer untersucht und anhand eines Rankings untereinander hinsichtlich Gewicht, Kosten und CO<sub>2</sub> gegenübergestellt. Dabei wird beispielhaft ein Getriebegehäuse in seine Funktionsbereiche mit unterschiedlichen Anforderungen zerlegt und im Anschluss die jeweils das geeignetste Material ausgewählt. So ergeben sich verschiedene mögliche Materialkombinationen für die Getriebegehäuse, welche je nach akzeptierten zusätzlichen Kosten für Leichtbau ausgewählt werden können.

### 2.1.3. Forschungsstand Hybridbauweisen

Die Kombination der Leichtbaustrategien Stoff-, Form- und Konzeptleichtbau sind die Hybridbauweisen. Unter Hybridbauweisen versteht man die Verbindung von zwei oder mehreren Werkstoffen zu einem Gesamtverbund, mit dem Ziel vorteilhafte Verbundeigenschaften zu erzeugen, welche über die der Einzelwerkstoffe hinausgeht. Dabei können etwa sowohl verschiedenartige Fasermaterialien in einem Laminat als auch verschiedene Werkstoffgruppen, wie Faser-Kunststoff-Verbunde und Metalle miteinander verbunden werden, um so eine Struktur mit mindestens zwei Materialkomponenten zu erzeugen. [58 bis 60] Eine weitere Definition besagt, Hybridmaterialien sind

*„eine Kombination aus zwei oder mehreren Materialien in einer vordefinierten Geometrie und Größe“*

gemäß dem Ausdruck

*„A + B + Form + Größe“*. [61, 62]

Zur detaillierteren Differenzierung der Begrifflichkeiten unterscheidet Wiedemann [58] nach „Hybridverbund“ (auf Werkstoffebene), „Hybridbauteil“ und „Hybridkonstruktion“. Mit Hybridkonstruktion ist eine Struktur gemeint, welche sich aus mehreren Komponenten verschiedenen Werkstoffes zusammensetzt. Alternativ spricht man heute auch häufig von „Multi-Material-Bauweise“ oder „Mischbauweise“ [63]. Als Kriterium für den Vorzug einer komplexeren, hybriden Konstruktion, gegenüber eine Monolithischen führt Wiedemann auf, dass diese hinsichtlich Kosten und Gewicht eine bestimmte Aufgabe effektiver erfüllt, als eine einfache Bauweise. Dies kann dadurch begründet sein, dass bei der Verwendung von zwei

Materialien ein „Hybrideffekt“ auftritt, welcher, z.B. eine Erhöhung der Steifigkeit oder Zugfestigkeit gegenüber der einfachen Bauweise bewirkt, oder auch, dass die zweite Materialkomponente zwar keine funktionale, dafür aber eine fertigungsbedingt Notwendige ist. Des Weiteren sieht er es als vorteilhaft an, dass bei der Kombination unterschiedlicher Werkstoffe das Bruchverhalten gezielt beeinflusst werden kann.

Dieses Prinzip der Verbindung von verschiedenen Werkstoffen findet in dieser Form in der Technik schon seit den 70er Jahren in der Luftfahrt oder auch im Druckbehälterbau Anwendung. So wurden Composite-Materialien verwendet, um das Risiko von Ermüdungsschäden an metallischen Bauteilen, wie Flügelmittelkästen, deutlich zu reduzieren, in dem die Fasermaterialien die Spannungsspitzen aufnehmen. Dabei wurden Aluminium-Stringer mit Borfaser-Kunststoffen verstärkt. Zusätzlich konnte durch eine Absenkung der Stringer-Wandstärke das Gewicht der Struktur reduziert werden [64]. In den 70er und 80er Jahren wurden an der Delft University of Technology unter anderem die hybriden Werkstoffe ARALL (Aramid Reinforced Aluminium Laminate) und GLARE (Glass Reinforced Aluminium Laminate) entwickelt, welche für die Luftfahrt wichtige Eigenschaften, z.B. ein gutes Fatigue- und Impact-Verhalten, aber auch hohe Festigkeiten und Steifigkeiten besitzen. Die Materialien bestehen dabei aus einem alternierenden Lagenaufbau aus Glas- bzw. Aramidfaserlaminat und dünnen Aluminium-Schichten. [65, 66]

Auch im Druckbehälterbau findet die Kombination von Stahl und FVK seit Langem Anwendung [60]. So können in reiner Stahlbauweise nur kugelförmige Behälter gewichtsoptimal ausgelegt werden. Andere Formen, wie zylinderförmige Druckbehälter, besitzen unter Innendruck keine gleichmäßige Spannungsverteilung mehr und müssen daher dickwandiger ausgeführt werden. Behälter aus reinem Faserverbundwerkstoff lassen sich auf Grund ihrer anisotropen Eigenschaften in allen Formen beanspruchungsgerecht und daher gewichtsoptimal auslegen. Nachteilig sind dabei allerdings die hohen Material- und Fertigungskosten.

Hybride Konzepte vereinen die Vorteile beider Materialien. Damit lassen sich Druckbehälter aus CFK/Stahl zum einen leichter als reine Stahlbehälter und zum anderen kostengünstiger als reine CFK-Behälter gestalten [60]. Das Potenzial hinsichtlich Steifigkeit, Festigkeit und Gewicht von, in Scheibenebene belasteten Materialkombinationen, wurde unter analytischer Betrachtung von Mair und Wiedemann [67] aufgezeigt. Mit dem Ziel, die Wände eines Druckbehälters optimal zu gestalten wurden die Eignung von Glas-, Kohle- und Aramidfaserlaminat als Verstärkung für den Stahlgrundkörper untersucht. Für ebene Spannungszustände, wie sie sich unter Innendruck einstellen, ergaben sich dabei Gewichtseinsparungen durch die Hybridisierung mit CFK und AFK, wenn ausschließlich linear-elastisches Materialverhalten gefordert wurde. Für den Stahl in Verbindung mit GFK konnte aufgrund der ungünstigeren spezifischen Steifigkeit der Glasfasern keine Gewichtseinsparung erreicht werden. Wurde hingegen der (statische) Bruch als maximale Belastungsgrenze definiert, so war die Möglichkeit der Gewichtsreduktion deutlich höher. Anhand der Analysen konnten die maßgeblichen Materialparameter, wie z.B. das Verhältnis der Reißlängen im Hybrid, bestimmt werden, was die anschließende Optimierung der Druckbehälterwand wesentlich vereinfachte.

Die Wirkweise von FVK-Metall-Laminaten wird in Abbildung 2-9 dargestellt. Mair und Wiedemann [67] beschreiben diese so, dass für einen optimierten Materialeinsatz bei einem zweiachsigen Spannungszustand entsprechende richtungsabhängige Festigkeitseigenschaften einzusetzen sind. So wird der metallische und isotrope Grundkörper so weit reduziert, dass dieser noch die kleine Hauptspannung  $\sigma_2$  tragen kann. Anschließend wird in Richtung der großen Hauptspannung  $\sigma_1$  das Metall mit, in dieser Richtung orientierten, faserverstärkten Material aufgedickt, bis auch diese Last getragen werden kann.

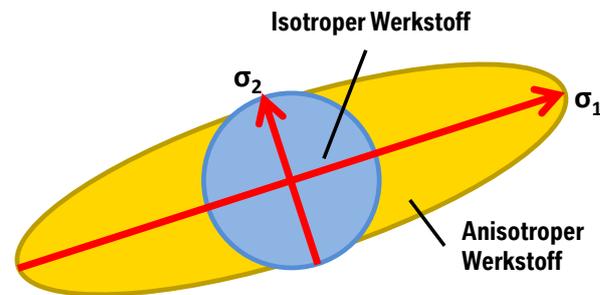


Abbildung 2-9: Wirkweise hybrider Werkstoffe

Technisch und fertigungsbedingt ist es nicht immer möglich, hybride Lamine mittensymmetrisch, z.B. als Sandwich aufzubauen. Diese asymmetrischen Verbunde sind in ihrer Berechnung schwieriger zu handhaben und die praktischen Konsequenzen im Umgang mit solchen sind zu berücksichtigen. Unter anderem beschreibt Tsai [68] den Unterschied zu einem symmetrischen Laminat, in den teils stark gekoppelten Ebenen- und Biegeeigenschaften. Dies bietet aber auch die Möglichkeit, einzigartige Platteneigenschaften zu generieren, welche mit konventionellen Bauweisen nicht realisierbar sind. Die Folgen dieser gekoppelten Eigenschaften untersucht Arndt [69] in seiner Arbeit. Er beschreibt dabei die thermisch induzierten Spannungen und Verformungen von unsymmetrischen Schichtplatten aus Faserverbunden, Metallen und Hybriden. Neben ganzheitlich, einseitig verstärkten Platten betrachtet er auch lokalverstärkte Proben und berechnet mittels der Laminatgruppentheorie bzw. der klassischen Laminattheorie (Classical Laminate Theory = CLT) die temperaturbedingten Verformungen und Spannungen, welche er mit Experimenten abgleicht. Unter Variation von Stahlgüte, Faserart, Laminatdicke und Lagenaufbau untersuchte Dlugosch et. al [70] das Verhalten von Stahl-Faserverbundlaminaten unter Zug- und 3-Punkt-Biegebelastung. Als Probekörper kommen Flachproben (190mm x 15mm) zum Einsatz. Dabei zeigt sich unter Zugbelastung ein bilineares Verhalten im Kraft-Dehnungs-Diagramm bis zur Dehngrenze des Stahlanteils und anschließend ein elastisch-plastisches Verhalten bis zum Versagen des CFK-Anteils. Nach dem Faserversagen folgt der Kraftverlauf dem des reinen Stahlanteils (Abbildung 2-10). In seinen Proben mit konstanter Stahllagendicke und unterschiedlicher FVK-Lagenanzahl zeigt sich, dass die Faserart (Kohle- oder Glasfaser) nur einen untergeordneten Einfluss auf die Zugsteifigkeit und -festigkeit der Probe hat. Dominierender war vor allem bei der Probenfestigkeit die verwendete Stahlgüte. Darüber hinaus zeigten seine hybriden Proben eine Erhöhung der Versagensdehnung um 23% (MnB) bis zu 48% (GFK) im Vergleich zur Einzelkomponente. Als ersten Erklärungsversuch gibt er die, durch das FVK behinderte Querkontraktion und die sich damit einstellenden Zug-

Spannungen, quer zur Zugrichtung an, welche die Umformbarkeit von Metallen erhöht. Im gleichen Moment werden im FVK Druckspannungen quer zur Zugrichtung erzeugt, welche den gleichen Effekt haben.

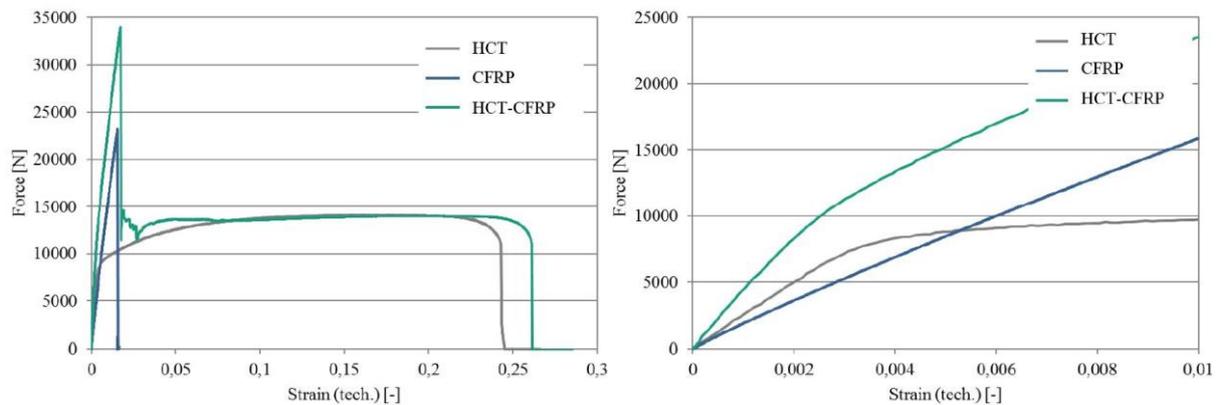


Abbildung 2-10: Kraft-Dehnungskurve von reinem Stahl (HCT), CFK(CFRP) [0°/90°] und Hybridproben unter Zug, mit Detailansicht (rechts) [70]

Bei den Biegeprüfungen zeigte sich ein schichtweises Versagen der FVK-Lagen, beginnend mit den Randschichten. Dabei wurden die Biegeproben mit dem FVK sowohl als Druck- als auch als Zuglage geprüft. Dies hatte keinen entscheidenden Einfluss auf die Biegesteifigkeit. Relativ zu den reinen Stahlproben hatten die Hybridbiegeproben eine geringere Biegesteifigkeit. Bei der Biegefestigkeit zeigte sich, dass Kohlefasern auf der Zugseite eine höhere Versagensspannung erzielten als unter Druck. Zusätzlich wertete Dlugosch et. al die spezifische Energieabsorption (SEA) für die Biegeprüfungen aus. Durch die höheren spezifischen Steifigkeiten und Festigkeiten der Hybridproben erreichten diese mit steigender Lagenanzahl eine höhere Energieaufnahme pro Masse. Höhere Werte erreichten dabei die Proben, die mit der CFK-Seite zur Druckfinne ausgerichtet waren, da hier im Gegensatz zum CFK auf der Zugseite, unterschiedliche Versagensmoden wie Faserbiegung, Faserbruch und Delamination auftreten. (Abbildung 2-11) Der Stahl nimmt im Vergleich zum CFK wenig Energie auf, unterstützt und stabilisiert jedoch das FVK-Versagen, was zu einem relativ homogenen Kraft-Durchbiegungs-Verlauf führt. Dlugosch zeigt in seiner Arbeit deutlich, wie sich das Verhalten von Hybridbauteilen durch den Aufbau beeinflussen lässt und welche Effekte bei hybriden Flachproben auftreten können, auch wenn er diese noch nicht genau erklären kann. Ein Vergleich der Versuchsergebnissen zu simulativen oder erwarteten Ergebnissen findet hier noch nicht statt.

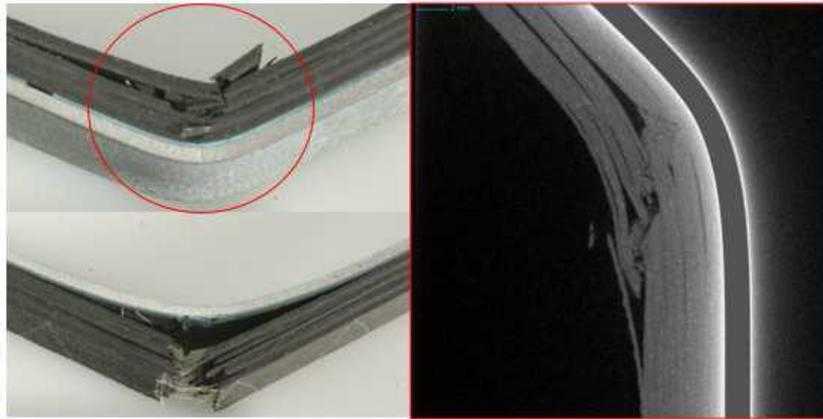


Abbildung 2-11: Versagensarten der Hybridproben im 3-Punkt-Biegetest, abhängig von der Belastungsrichtung [70]

Um die Wirkweisen von hybriden Werkstoffen in Bauteilen beurteilen zu können, werden häufig metallische Profile mit einfachen Querschnitten mit Hilfe von Faserverbundwerkstoffen verstärkt. Bambach et al. untersuchten in ihren Arbeiten das quasistatische und dynamische Verhalten von CFK-verstärkten Rechteckrohrprofilen aus Stahl unter axialer Belastung. Er umwickelt den Metallgrundkörper verschiedener Abmessungen dabei mit unidirektionalem Prepreg-Material, welches längs und quer zur Profilachse ausgerichtet ist. Die Haftung zwischen Metall und Prepreg wird durch das Epoxidharz sichergestellt [71]. Beim Vergleich der maximalen Festigkeit und Energieaufnahme gegenüber dem unverstärkten Metallgrundkörper stellt sich heraus, dass bei kleineren Querschnittsabmessungen der prozentuale Anstieg der Energieaufnahme durch die CFK-Verstärkung (54 – 113%) deutlich größer ist als bei großen Querschnitten (31 – 36%). Genau umgekehrt verhält es sich dabei bei der maximalen Festigkeit. Durch die CFK-Verstärkung erreichen große Querschnitte einen Anstieg von 41 – 102%, wohingegen bei kleinen Profilen diese nur 5 – 22% gesteigert werden kann. Beim Vergleich von monolithischen Stahl-, CFK- und Stahl-CFK-Hybridprofilen gleicher Abmessungen unter quasistatischer, axialer Belastung [72] zeigt sich, dass bei der Arbeitsaufnahme und maximaler Festigkeit das Hybridprofil (Composite Steel-CFRP) deutlich höhere Werte aufweist, als lediglich die rechnerische Summe der reinen CFK- und Stahl-Profile (Steel+CFRP). (Abbildung 2-12)

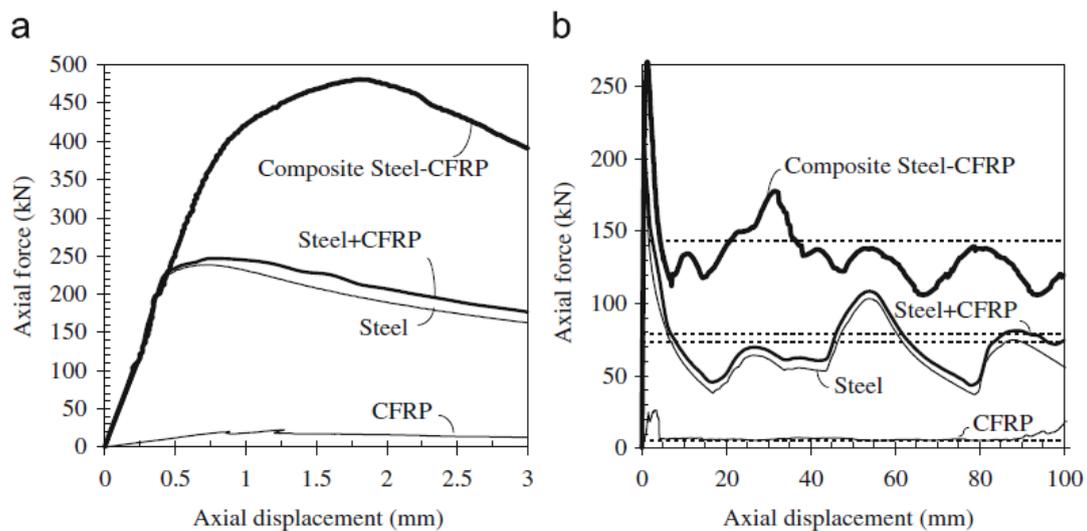


Abbildung 2-12: Axiale Stauchkraft des Stahl-CFK-Profiles (Composite Steel-CFRP) liegen über der Summe der Einzelwerkstoffe (Steel+CFRP) [72]

In seinen weiteren Arbeiten geht er auf den Einfluss verschiedener Metallwerkstoffe des Trägerprofils in verschiedenen Abmessungen, auf die Energieaufnahme, Festigkeit, sowie Beulverhalten ein [73]. Die experimentellen Ergebnisse werden mit einer entwickelten, analytischen Theorie hinsichtlich des Beulverhaltens, der axialen Energieaufnahme, des Versagens- und Crushingverhaltens im Stauchversuch verglichen und die Theorie validiert. Er untersucht auch im Flansch geschweißte Stahlprofile, welche auf der Außenseite mit CFK verstärkt sind, unter axialer, statischer und dynamischer Belastung [74]. Mit dem Ergebnis, dass unter Verwendung von hochfestem, niedrigduktilen Stahl die absorbierte Energie und die mittlere Crushingload um 235% bzw. 330% gegenüber dem unverstärkten Metall erhöht werden können. Jedoch tritt verstärkt ein Bruchversagen in den Schweißpunkten und im Material auf, was die Arbeitsaufnahme gegenüber den verwendeten Profilen in seinen vorangegangenen Arbeiten [71, 75] um bis zu 30% reduziert. In dynamischen Tests verschärft sich der Abfall der Energieaufnahme um weitere 28%, da hier zusätzlich verstärkt Delaminationen im CFK und ein Aufrollen des Stahls stattfinden. Bambach et al. untersucht in seinen Arbeiten ein breites Spektrum an faserverstärkten, dünnwandigen Hohlprofilen unter axialer Belastung. Auch er zeigt deutlich, dass ein hybrider Aufbau das Gesamtpotenzial einer Struktur positiv beeinflussen kann. Außerdem validiert er seine entwickelte Theorie des Beulverhaltens von axial gestauchten Profilen mit den Versuchsergebnissen.

Shin untersucht das axiale Crushing und das Versagensverhalten unter Biegebelastung von glasfaserverstärkten Aluminiumrechteckrohren mit kleinen Abmessungen [76].

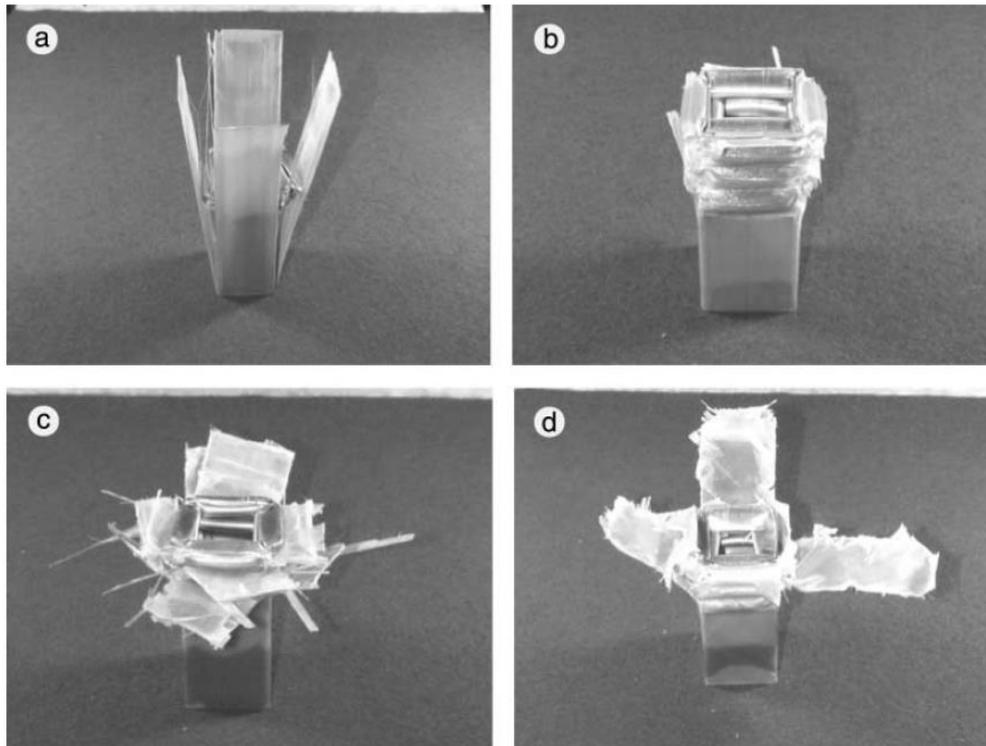


Abbildung 2-13: Ergebnisse der axialen Stauchversuche mit unterschiedlichen GFK-Verstärkungen des Aluminiumprofils. (a) 0°, (b) 90°, (c) 0°/90°, (d) ±45° [76]

Verschiedene Orientierungswinkel der Glasfasermaterialien zeigten dabei im Stauchversuch unterschiedliches Versagensverhalten. (Abbildung 2-13) Dabei ergab eine 90°-Ausrichtung der Fasern zur Belastungsrichtung den größten Verstärkungseffekt, da das Profil stabil und gleichmäßig faltet. Die 0°-Ausrichtung der Faser in Profilrichtung hatte dabei den geringsten Effekt, da es zur Separation und Abspaltung des GFKs gegenüber dem Aluminiumgrundkörper kam. Unter Biegung zeigten die mit einem 0°/90°-Laminat umwickelten Metallprofile die größte Energieaufnahme, wenngleich diese bei gleichem Profilgewicht nur geringfügig höher lag als bei unverstärkten Aluminium. Ein Vergleich der Ergebnisse mit analytischen Ansätzen zeigte eine gute Übereinstimmung.

Mit dem Fokus der Anwendung im Automobilbereich untersuchen Kim et al. Rechteckrohre aus Aluminium, welche, im Gegensatz zu Shin [76] mit CFK verstärkt wurden. Im axialen, low-impact Test [77] zeigen sich ähnliche Schadensbilder wie bei Shin. Trotz teilweiser Enthftung der 0°-CFK-Verstärkung vom Aluminiumgrundkörper, erweist sich diese Konfiguration, im Gegensatz zur 0°-GFK-Verstärkung von Shin, als sehr effektiv in der spezifischen Energieaufnahme. Dies ist, nach seiner Auffassung, wahrscheinlich auf die bessere Haftung zwischen dem CFK-Prepreg und der sandgestrahlten und gereinigten Aluminiumoberfläche zurückzuführen. Die höchste spezifische Energieaufnahme wird mit einem [0°/90°]<sub>2</sub> Laminat erreicht. Bei diesem Laminat sind die außenliegenden Fasern tangential um das Profil gerichtet sind, was eine Abspaltung der 0°-Lagen verhindert und damit die höchste „crush force efficiency“ erreicht. In der Biegebeanspruchung [78] von kurzen Aluminium-CFK-Hybridprofilen zeigte sich je nach Verstärkungslagenaufbau ein sehr

unterschiedliches Versagensverhalten, welches von CFK-Enthaftung über die Ausbildung eines Fließgelenks bis zum Faserbruch reichte. Jede Faserorientierung zeigte dabei einen charakteristischen Kraft-Wegverlauf, welcher durch die Kombination von mehreren Orientierungen beeinflusst werden konnte. Die größte Maximalkraft und die höchste spezifische Energieabsorption zeigte dabei eine Verstärkung mit  $[0^\circ/+45^\circ/90^\circ/-45^\circ]_3$ -Laminat. Hier erwies sich die Kombination der unterschiedlichen Faserwinkel als vorteilhaft.

Jung et al. [79] stellen in ihrer Arbeit über Aluminium-Rechteckprofile mit einer dünnen Verstärkung aus GFK im 3-Punkt-Biegeversuch einen ähnlichen Einfluss der Lagenorientierungen, wie bei Kim, fest. So stellte sich ein mit  $[0^\circ/90^\circ]_s$  verstärktes Profil hinsichtlich Maximalmoment und spezifischer Energieabsorption als Beste der untersuchten Varianten heraus. Durch das verwendete Glasfaser-Epoxid-Prepreg konnten auch Versagensmechanismen während der Biegebelastung vergleichsweise einfach beobachtet werden. Die 3-Punkt-Biegung bewirkt eine sehr lokalisierte Krafteinleitung in seinen Profilen, wodurch diese sehr lokal versagten.

Mit einem prinzipiellen, analytischen Vergleich von Aluminium-, CFK-, GFK- und Hybrid-Biegeträgern, hinsichtlich Steifigkeit, Festigkeit und Kosten beschäftigt sich Kim[80]. Er kommt zu dem Ergebnis, dass bei gleicher Steifigkeit GFK-Balken 13-14% schwerer, CFK-Balken, je nach Fasertyp aber 47-61% und Hybridbalken 29-43% leichter ausgeführt werden können als Aluminiumträger. Vorteil der Hybridträger sind die kleineren Querschnittsabmessungen bei gleicher Steifigkeit. Wird gleiche Festigkeit als Auslegungskriterium gewählt, kann mit dem Einsatz von Faserverbunden deutlich mehr Gewicht eingespart werden. So führt er bei GFK ein um 21%, CFK 66-69% und bei Aluminium-CFK-Hybrid 44-56% geringeres Gewicht als bei Aluminium an. Die reinen CFK-Profile sind zwar die leichteste Alternative, dafür aber auch teuerste. Hybride Aufbauten sieht Kim, vor allem bei fallenden Materialpreisen, als Ersatz für Aluminiumprofile.

Ben [81, 82] ersetzte einen Stahl-Seitenaufprallschutz in einer Fahrzeugtür durch einen Aluminiumträger mit CFK-Verstärkung auf der Zugseite. Unter hochdynamischer 3-Punkt-Biegung zeigt der Hybridaufbau dabei bei gleicher Energieaufnahme eine niedrigere Durchbiegung als die Stahlvariante.

Shin, Kim und Lee [83] untersuchen in ihrer simulativen Studie das Verhalten von Aluminium-CFK Rechteckprofilen unter 3-Punkt-Biegebelastung. Dabei ermitteln sie zuerst experimentell das Materialverhalten des Aluminiums, des CFKs und das Delaminationsverhalten zwischen Aluminium und CFK. Das unverstärkte Aluminiumprofil hatte einen Querschnitt von (45,0x45,0) mm und eine Wandstärke von 1,4mm. Die je 4 Lagen CFK hatten eine Gesamtstärke von 0,584mm. Als *damage initiation criteria* verwenden diese das Hashin Kriterium und ein energiebasiertes Schadensfortschrittsmodell. Zur Darstellung von Delamination und Enthaftung wird ein *cohesive zone model* mittels *traction separation law* definiert. Die Berechnungen zeigten eine Spannungskonzentration unter der Druckfinne, wobei diese eine Schädigung und Delamination des CFKs verursachte. Im weiteren Schadensverlauf kam es zu Enthaftungen zwischen Aluminium und CFK und plastischen Ausbeulen des Aluminiumkörpers. Diesen folgte das Biegeversagen des Hybridprofils. Die größte Maximalspannung trat dabei bei einem quasiisotropen  $[0^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ]$ -Laminataufbau auf,

gefolgt von einem  $[45^\circ/-45^\circ]_2$ -Laminat, welches im Experiment die höchste Steifigkeit aufwies. Im Allgemeinen konnten die experimentellen Versuche in der FEM gut abgebildet werden, jedoch traten im Experiment wahrscheinlich Wechselwirkungen zwischen den Materialien auf, die in der Simulation nicht abgebildet werden konnten. Auch verhielten sich die Profile bei kleinen Verformungen in der Simulation steifer als im Experiment.

Neben den Veröffentlichungen zu Untersuchungen an rechteckigen Profilen mit materialhybridem Aufbau, gibt es auch weitere, welche sich mit verstärkten Rundrohren beschäftigen. Song, Wan, Xie und Du [84] identifizieren verschiedene Einflüsse auf die Versagensmoden und -effekte, wie die Dehnrate, Composite-Wandstärke, Faserorientierungen und Metalleigenschaften, welche sich auf das Energieabsorptionsvermögen bei gestauchten Hybridrohren auswirken. Lima et al. [85] untersuchten die Energieaufnahme und das Versagen von Stahlrohren, welche mit Polyester getränkten Glasfasern in  $\pm 45^\circ$  und  $\pm 75^\circ$  Winkeln umwickelt wurden. Größere Faserwinkel zeigten dabei einen höheren Energieabbau, bedingt durch ein stabileres Versagen.

Precht bedient sich des Strukturindex  $K$ , um hybriden Strukturen zu optimieren. Dieser Strukturindex berechnet sich aus dem Quotienten der angreifenden Last und einer charakteristischen Länge einer Struktur. Für kleine Werte kommen dabei Stabilitätsprobleme zum Tragen, wohingegen für große Werte die Festigkeit der Struktur den limitierenden Faktor darstellt. Die charakteristische Länge lässt sich, je nach Geometrie auch aus den Abmessungen der Struktur und deren mechanischen Eigenschaften herleiten. Durch eine Optimierung lassen sich so einfache Strukturen überschlüssig hinsichtlich Gewicht optimieren. [86]

Triantafillou, Kim und Meier vergleichen in ihrer Arbeit die analytische Berechnung eines 3-Punkt-biegebelasteten Aluminiumrechteckholprofils, welches an den Zug- und Druckgurten mit unidirektionalen CFK verstärkt ist, mit experimentellen Messdaten. Dabei berechnen diese mit Formeln aus der klassischen Mechanik, die Steifigkeit und jeweils die Biegekraft, bei der das Material axial und unter Schub zu fließen beginnt und es zum Beulen in Steg und Gurt kommt. Für das CFK wurden keine Versagenskriterien angesetzt. Im Experiment zeigte sich, dass das jeweils erste Versagen am Profil das weitere Versagen initiierte. Beim Vergleich der Messwerte mit den berechneten Werten, zeigte sich, dass die reale Biegesteifigkeit je nach CFK-Dicke zwischen 25% und 36% überschätzt wurde, was auf die lokale Krafteinleitung zurückzuführen ist. Der erste Versagensmode und die dazugehörige Kraft wurden hingegen gut vorhergesagt. [87]

#### 2.1.4. Forschungsbedarf

Aus dem, in Kapitel 2.1.3 vorangegangenen Forschungsstand der Hybridbauweisen lässt sich zeigen, dass bisherige Forschungen stark phänomenologisch getrieben waren. Hier steht vor allem die Betrachtungsweise der Wirkung verschiedener Hybridisierungscharakteristika im Vordergrund. Die Anforderungen an eine Struktur als Ausgangspunkt für die Gestaltung eines Bauteils, unter Verwendung eines materialhybriden Aufbaus zu betrachten und auf dieser Basis

systematisch eine Optimierung der Grundstruktur durchzuführen, fehlen bislang oder sind nur im Ansatz vorhanden.

In der Literatur finden sich zahlreiche Untersuchungen mit FVK-Hybridstrukturen, welche überwiegend unter dynamischer Last und hohen Verformungen untersucht werden. Dabei wird meist eine möglichst hohe Energieaufnahme unter hochdynamischer Verformung gefordert. Der Fokus liegt dabei auf axialen Belastungsversuchen von Rund- und Rechteckrohren, welche durch lokale Instabilitäten und Beulen versagen. Eine genauere Betrachtungsweise von hybriden Profilen unter statischer Last und die genaue Wirkweise bzw. Beeinflussung der verschiedenen Materialien untereinander wird hingegen nur ansatzweise behandelt. Der Versuch die statische Steifigkeit und Festigkeit gezielt mit generischen Vorgehensweisen zu beeinflussen bzw. zu maximieren findet nicht statt. Die Untersuchungen sind meist zielorientiert und versuchen nicht den kausalen Zusammenhang zwischen Eingangsgrößen (Material, Profilaufbau, Geometrie) und Ergebnisgrößen (Steifigkeit, Festigkeit, etc.) zu erläutern. Gerade diese Kausalität, also die Beziehung zwischen Ursache und Wirkung, ist jedoch ein wichtiger Beitrag zum Wirkverhalten von Hybridbauteilen. In vielen der aufgeführten Arbeiten werden teils nicht verallgemeinerbare Aussagen über die Hybridbauweisen mit großem experimentellen und zeitlichen Aufwand generiert, sei es hinsichtlich Detaillierungsgrad der Simulationen oder im Experiment. Dies ist für die Grundlagenentwicklung wichtig, stellt für den zeitlich eng getakteten Entwicklungsprozess im Fahrzeug jedoch einen nicht sinnvollen Weg dar. Hier fehlt bislang eine Entscheidungshilfe über den Aufbau und Sinnhaftigkeit von hybriden Strukturen, welche dem Detaillierungsgrad der frühen Projektphase entspricht und vom jeweiligen Konstrukteur oder Konzeptauslegungsingenieur angewandt werden kann. Die überwiegende Anzahl der Veröffentlichungen zum Thema Hybridbauweisen zeigt jedoch auf, dass eine Kombination von zwei oder mehr Werkstoffen zum Teil deutliche mechanische Vorteile gegenüber den Einzelwerkstoff aufweist. Durch die große Komplexität eines Hybridsystems mit seinen vielen Einflussparametern ist es jedoch schwierig dessen mechanischen Eigenschaften und Verhaltensweisen vorab abzuschätzen. Da jedoch genau solche Bereiche, in denen die Kombination von Materialien deutliche Vorteile gegenüber den Einzelwerkstoffen ergibt, für die Auslegung und den Leichtbaugedanken besonders relevant sind, bietet ein systematischer Ansatz für das schnelle Bestimmen der Eigenschaften von hybriden Bauteilen und das Finden von Bereichen mit vorteilhaften Materialkombinationen einen deutlichen Kenntniskern hinsichtlich der Vorhersagegenauigkeit, eine Zeitersparnis und ermöglicht einen gezielteren Einsatz von Hybridbauteilen im Entwicklungsprozess. Hier soll die vorliegende Arbeit ansetzen.

## 2.2. Zielsetzung und Vorgehensweise

Da der Forschungsbedarf im vorherigen Kapitel beschrieben wurde, können im Folgenden die Ziele dieser Arbeit definiert werden und das methodische Vorgehen beschrieben werden, mit dem diese Ziele erreicht werden sollen.

### 2.2.1. Ziel der Arbeit

Aus dem Forschungsbedarf lassen sich Fragen ableiten, welche mit Hilfe dieser Arbeit beantwortet werden sollen:

- Welche Materialien müssen sinnvollerweise und in welchem Verhältnis miteinander kombiniert werden, um durch diesen Hybridbau einen Vorteil gegenüber den Einzelwerkstoffen zu generieren?
- Wie unterscheiden sich diese vorteilhaften Materialkombinationen in unterschiedlichen Lastfällen?
- Unter welchen Randbedingungen ist gegebenenfalls ein solitäres Bauteil aus nur einem Werkstoff hinsichtlich Steifigkeit, Festigkeit, Gewicht oder Kosten, gegenüber einem Hybridbauteil von Vorteil?
- Wie kann die hohe Zugfestigkeit von endlosfaserverstärkten Kunststoffen im Bauteil sinnvoll eingesetzt werden?
- Wie können Werkstoffe mit duktilen und spröden Verhalten gewinnbringend kombiniert werden?
- Wie lässt sich mit der Materialauswahl und der Materialverortung im Bauteil dessen Versagensverhalten beeinflussen?
- Welche Hybridkombinationen sind für kostengünstigen Leichtbau vorteilhaft?

Unter Berücksichtigung der Fragestellungen, werden die Ziele für diese Arbeit wie folgt festgelegt:

Ziel 1:	Definition eines analytischen, d.h. gleichungsbasierten Berechnungsansatzes, welcher es ermöglicht, von realen Bauteilen abgeleitete Geometrien hinsichtlich Steifigkeit, statische Festigkeit und Stabilität zu berechnen und gleichzeitig Aussagen zum Bauteilgewicht und den Bauteilkosten ermöglicht. →Methode zur schnellen Kosten-Gewicht Abschätzung neuer Strukturen
Ziel 2:	Der gleichungsbasierte Ansatz soll durch Parametrisierung der Eingangsparameter an eine Vielzahl von Prinzipgeometrien angepasst werden können, wobei grundsätzlich sämtliche fahrzeugaustypische Materialien, wie Metalle, Kunststoffe und Composite, berücksichtigt werden sollen.
Ziel 3:	Es soll möglich sein, Umgebungsbedingungen wie Temperatur oder eine korrosive Umgebung, sowie Fügeverfahren bei der Kombination von Materialien zu berücksichtigen und ggf. ungünstige Materialpaarungen auszuschließen.
Ziel 4:	Nachweis über die Anwendbarkeit der analytischen Berechnung in der frühen Phase der Fahrzeugentwicklung, d.h. dass eine ausreichende Genauigkeit entsprechend des phasentypischen Detaillierungsgrades erreicht wird.
Ziel 5:	Möglichkeit der Optimierung von Bauteilgeometrie und der Materialbelegung innerhalb des Bauteils.
Ziel 6:	Definition eines ganzheitlichen Berechnungsablaufs, mit welchem Konstrukteure und Konzeptausleger Bauteile einer Fahrzeugkarosserie hinsichtlich deren Anforderungen optimieren können.

Ziel 7:	Ausarbeitung von einfachen Konstruktions- und Gestaltungsprinzipien in Hinblick auf hybride Bauteilkonzepte und eine Bewertung dieser hinsichtlich ihrer Wirksamkeit auf auslegungsrelevante Kriterien.
---------	---

Nach Erreichung der beschriebenen Ziele, lässt sich der wissenschaftliche Gewinn aus dieser Arbeit wie folgt beschreiben:

- Die vorgestellte Berechnungsmethode ermöglicht eine schnelle, systematische, theoretische Untersuchung der Hybridbauweisen in den gesteckten Randbedingungen (vgl. frühe Phase der Produktentwicklung/Konzeptphase)
- Diese Berechnungsmethode kann als Grundlage für weitergehende Untersuchungen dienen. Diese kann auch partiell so modifiziert und ergänzt werden, dass die Vorhersageergebnisse für einen bestimmten Aspekt (z.B. ein bestimmtes Versagensverhalten) verbessert werden.
- Durch den Nachweis, dass mit dieser hier beschriebenen analytischen Herangehensweise in frühen Produktentwicklungsphase eine genügend genaue Berechnungsgüte erzielt wird, können Zeit und Kosten im Entwicklungsprozess eingespart werden.
- Die als Konstruktions- und Gestaltungsprinzipien für Hybridbauweisen umgesetzten Erkenntnisse dieser Arbeit können direkt in den Auslegungs- und Konstruktionsprozess übernommen werden.
- Durch den frühzeitigen Ausschluss von Materialpaarungen, hinsichtlich Fügeverfahren, Wärmeausdehnung oder Korrosion, lässt sich Entwicklungszeit einsparen.
- Der universelle Ansatz aus der Berechnung und Optimierung von Bauteilen, in Verbindung mit sinnvoller Materialauswahl und Kostenberechnung ermöglicht eine ganzheitliche Betrachtung der Problemstellung.

### 2.2.2. Methodisches Vorgehen

Basierend auf den in Kapitel 2.2.1 aufgezeigten Forschungsziele wird in Kapitel 5.1 ein, aus der technischen Mechanik abgeleiteter formelbasierter Berechnungsablauf definiert, mit welchem sich hybride Platten hinsichtlich Steifigkeit, Festigkeit und Versagensverhalten berechnen lassen. Dieser wird anschließend auf dreidimensionale Profilbauteile erweitert. Mit Hilfe der finiten Elemente und zuvor durchgeführten Experimenten mit Probekörpern soll dieser analytische Ansatz als zielführend bestätigt werden. Zuvor wird in Kapitel 3.5 ein Optimierungsablauf definiert, mit welchem Platten und Profile bzgl. ihrer Eigenschaften, Gewicht oder Kosten optimiert werden können. Ausgehend von den Ergebnissen dieser Optimierungen ist es das Ziel, konstruktive Prinzipien für die Auslegung und Gestaltung von materialhybriden Bauteilen abzuleiten. Das methodische Vorgehen ist in Abbildung 2-14 dargestellt.

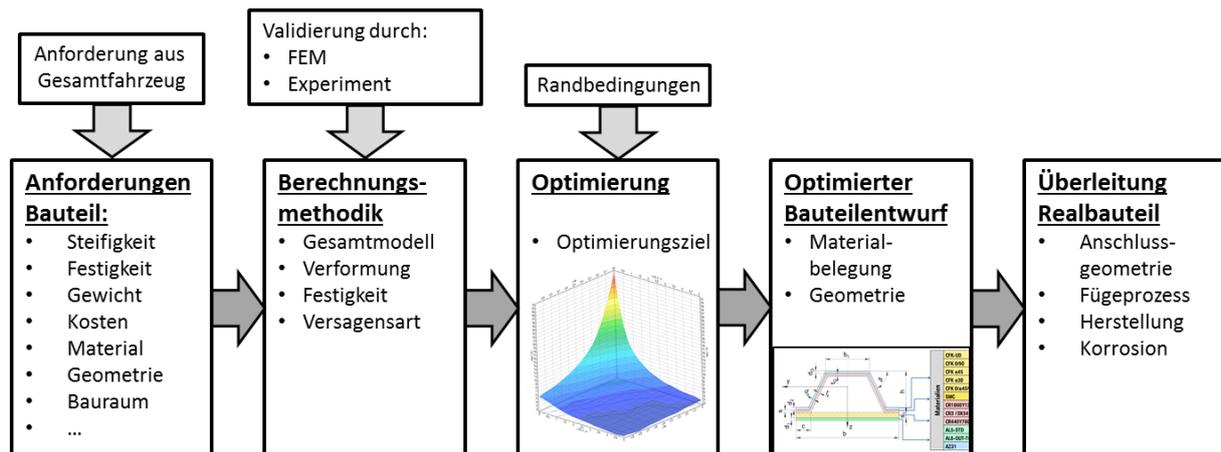


Abbildung 2-14: Methodisches Vorgehen in dieser Arbeit

Die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen werden durch einen klar definierten Systemrahmen eingegrenzt. So soll auf Grund der großen Variantenanzahl kein umfassender Vergleich verschiedener Geometrieformen (z.B. Hutprofil, Rohrprofil, etc.) untereinander stattfinden. In Bezug auf hybride Strukturen werden hochdynamische und Crashlasten u.a. von Dlugosch [88] untersucht und sollen daher nicht Bestandteil dieser Arbeit sein. Der Fokus liegt daher auf (quasi-)statische Lastfälle. Darüber hinaus zielen die Untersuchungen auf kontinuierlich und global verstärkte Platten und Profile ab. Lokale Verstärkungen, wie sie Tenhaeff [89] untersucht, sollen nicht thematisiert werden. Auch soll stets die Bauteilbetrachtung im Vordergrund stehen und keine detaillierte Analyse von Wirkmechanismen auf Werkstoffebene, wie sie Hummelsberger [90] betrachtet, durchgeführt werden.

Wie beschrieben ist das Ziel der Arbeit eine Berechnungsmethode und Gestaltungshinweise für Hybridbauteile bereitzustellen. Obwohl in geringem Umfang berücksichtigt, soll jedoch die Herstellung und die Integration solcher Bauteile in den Fertigungsprozess nicht betrachtet werden. Auf diesem Gebiet forscht Hofbauer [91, 92] in seiner Arbeit und untersucht dabei auch die Einflüsse der Fertigung auf die Bauteileigenschaften. Pernicka [93] untersucht, unter welchen Voraussetzungen sich hybride Strukturen in den Fertigungsprozess integrieren lassen. In Kapitel 4.2 ebenfalls angesprochen wird die Vorhersagegüte für aktuelle simulationsgestützten Berechnungsverfahren hinsichtlich Hybridmaterialien. Da der simulative Aspekt in dieser Arbeit nicht im Fokus steht, stellt dies nur eine grobe Abschätzung dar und soll weder tiefer untersucht noch fundierte Vorschläge zur Verbesserung der Simulationsgüte liefern. Das Thema der Arbeit, die Forschungsfelder, für die ein Beitrag geleistet werden soll, die essenziell für diese Arbeit relevanten und die hilfreichen Forschungsfelder, sowie solche, die hier nicht wesentlich betrachtet werden, sind in Abbildung 2-15 noch einmal zusammenfassend in Anlehnung an [94] dargestellt.

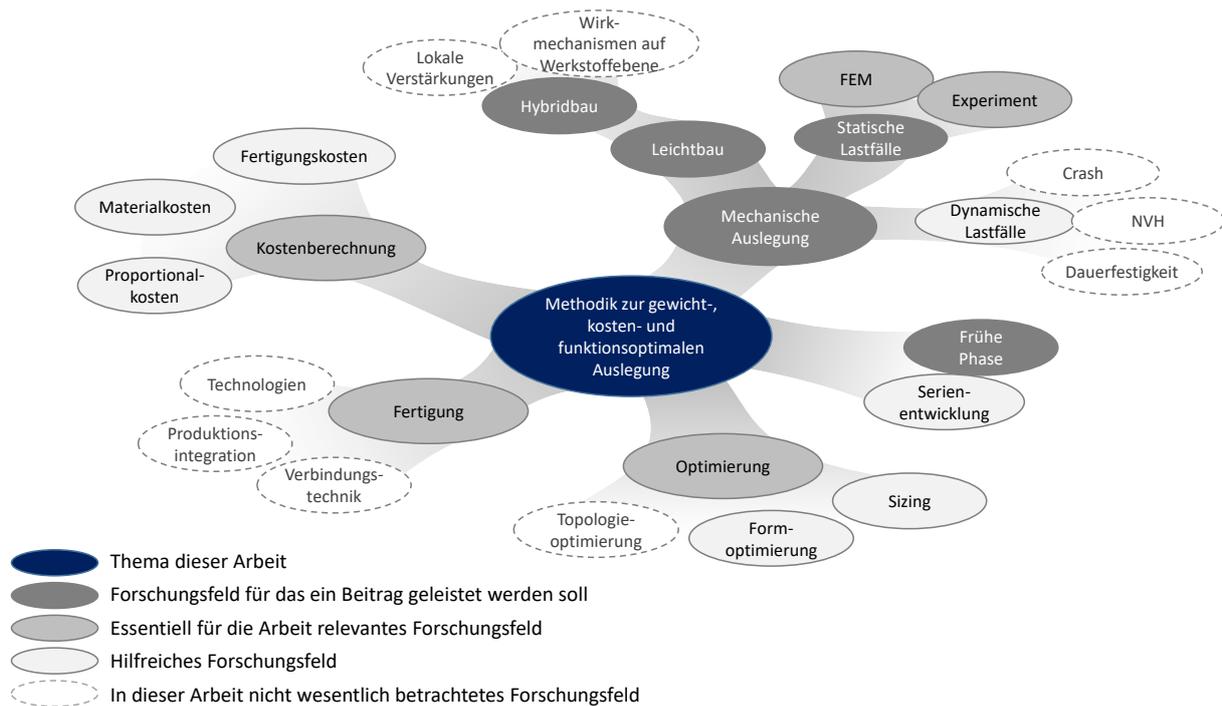


Abbildung 2-15: Thema der Arbeit, Beitragsleistung und angrenzende Forschungsfelder

Gerade im Hinblick auf die in Kapitel 4.1 vorangestellten Hardwareexperimente ist es notwendig, die zu untersuchende Variantenvielfalt einzuschränken. Daher wird vorab eine stichpunktartige Auswahl an relevanten Profilgeometrien, Materialien und Prüfverfahren definiert, mit welchen die simulativen und experimentellen Untersuchungen stellvertretend durchgeführt werden. Um die Materialauswahl einzugrenzen, werden stellvertretend für die unterschiedlichen Karosseriewerkstoffe die in Kapitel 2.1.2 aufgezeigten Werkstoffe betrachtet. Abweichend zur Tabelle 2-2 werden die verwendeten Hardwareprofile nicht aus AL6-OUT-T64, sondern aus der mechanisch ähnlichen und in als Strangpressprofil verfügbaren AW6060 Aluminium-Legierung hergestellt. Einflüsse von Temperatur, Zeitstandfestigkeit oder Dehnraten sollen dabei vermieden und in dieser Arbeit nicht behandelt werden. Geometrisch sollen sich die untersuchten Geometrien an solchen aus einer Fahrzeugkarosserie anlehnen und ohne größeren Aufwand möglichst allseitig verstärkt werden können. Diese Anforderungen erfüllen Rechteckhohlprofile. Als typischer Querschnitt wird für die Untersuchungen ein (60x60)mm Profil gewählt. Dies hat die Vorteile, dass Verstärkungen auf allen vier Profildseiten angebracht und verschiedene Materialien und Wandstärken dargestellt werden können. Ein umfangreicher Vergleich von verschiedenen Geometrien bzw. Querschnitten untereinander, soll, wie oben schon beschrieben, nicht stattfinden. Durch den Rechteckquerschnitt mit ebenen Flächen und der daraus resultierenden Eignung Verstärkungen aufzukleben, können Einflüsse von Fügeprozessen minimiert werden. Hauptbestandteil der Prüfungen sollen Biegebelastungen darstellen. Angelehnt etwa an eine Belastung eines Fahrzeugschwellers wird ein 4-Punkt-Biegeversuch als Prüfung herangezogen. Wie sich in Voruntersuchungen gezeigt hat, ist dadurch die Lastverteilung im Profil deutlich besser und das Risiko des lokalen Einknickens oder der Delamination unter der Lasteinleitung deutlich geringer. Durch diesen Aufbau kann der Einfluss von CFK-Zugbändern, welche vermeintlich

die Stärke von CFK sind und Verstärkungen des Druckgurtes herausgearbeitet werden. Gerade bei kleinen Wandstärken wird der Einfluss von Verstärkungen der schubbelasteten Stege aufgezeigt, da erwartet wird, dass die Schubverformung, wenn auch gering, nicht vernachlässigt werden kann. Als zusätzliches Probepprofil kann auf ein, durch Schäftung zweier U-Profilhälften hergestelltes CFK Hohlprofil mit den Außenmaßen (75x105)mm zurückgegriffen werden. Diese Geometrie stand aus den hochdynamischen Versuchen von Dlugosch [95] zur Verfügung und konnte daher mit angepassten Lagenaufbau unkompliziert übernommen werden. Nach dem Aufzeigen der Versuchsergebnisse in Kapitel 4.1.3 werden in den darauffolgenden Kapiteln 4.1.4 diese Ergebnisse im Hinblick auf die Fragestellung interpretiert, in Kapitel 5.2 mit den analytischen und simulativen Berechnungsergebnissen verglichen und die Schlussfolgerungen daraus aufgezeigt.

Im Kapitel 5 wird die erarbeitete und getestete Methode zur Berechnung und Optimierung von CFK-Metall-Hybridbauweisen im Detail dargestellt. Dies beinhaltet eine genaue Beschreibung der vom Konstrukteur zu unternehmenden Schritte und zu treffenden Entscheidungen und stellt diesen somit einen Ablaufplan zur Verfügung, anhand dessen er eine zu untersuchende Struktur auf eine Eignung von Hybridbauweisen untersuchen oder diese optimieren kann. Kapitel 6.1 wendet die Methode, an einem Beispiel aus einer realen Fahrzeugkarosserie an. Dies geschieht anhand einer biegebelasteten Schwellerverstärkung. An diesem Beispiels werden die Vorteile der Berechnungsmethode aufgezeigt und eine praxisnahe Anwendung demonstriert. Im Anschluss werden in Kapitel 6.2 prinzipielle Gestaltungsrichtlinien in Bezug auf Hybridbauweisen beschrieben, welche sich aus den Ergebnissen dieser Arbeit ableiten lassen.

### 2.2.3. Anforderungen an den Entwicklungsablauf

Im Nachfolgenden soll geklärt werden, welche Anforderungen aus Sicht des Anwenders, des wissenschaftlichen Anspruchs und aus Unternehmenssicht an die zu definierende Berechnungs- und Optimierungsmethode gestellt werden. Da diese auf eine Anwendung in der Praxis abzielt, muss diese bestimmte Voraussetzungen erfüllen.

Wie der Begriff Methode schon sagt, soll die oben definierte Aufgabenstellung strukturiert und zielgerichtet angegangen werden. Ziel ist es dabei, wissenschaftlich nachvollziehbare Aussagen zu generieren, welche den Anspruch auf Richtigkeit haben. Um dies sicherzustellen soll die analytische Berechnungsmethode mit FEM-Simulationen und Experimenten ergänzt und gleichzeitig validiert werden. Des Weiteren soll der definierte Berechnungsablauf für jeden Anwender nachvollziehbar gestaltet sein. Als Anforderungen an die Methode und deren Anwendung werden folgende vorab festgelegt:

- Bei bekannten Randbedingungen soll ein (möglichst) automatisierter Prozessablauf einen optimierten Bauteilentwurf generieren, welcher sowohl einen hybriden als auch einen solitären Aufbau haben kann.

- Die Anforderungen an das Bauteil sollen vom Anwender vorgegeben werden können: z.B. Gewichts-, Kosten- und Eigenschaftsgrenzen, sowie vorliegende und bekannte Fertigungsrestriktionen
- Aus Effektivitätsgründen soll auch bei einer großen Anzahl an Freiheitsgraden in möglichst kurzer Zeit ein Ergebnis generiert werden.

Gerade die Effektivität, in kürzester Zeit in Ergebnis zu generieren, ist bei einer hohen Zahl an frei wählbaren Parametern ein entscheidendes Kriterium für die Anwendung. Abbildung 2-16 verdeutlicht den Anstieg der freien Parameter einer Rechteckrohrprobe mit zunehmender Detaillierung. Bei einer festgelegten Profillänge werden lediglich vier Parameter benötigt, um dieses Profil zu definieren. Dies sind die Abmessungen Höhe  $h$ , Breite  $b$ , die Wandstärke  $t$  und das eingesetzte Material  $M$ , wobei die Auswahl des Materials gleichzeitig die Materialeigenschaften festlegt. Bei einem anforderungsoptimierten Materialeinsatz, bei dem sich die vier Seiten des Profils im Material und der Wandstärke unterscheiden, steigt die Anzahl der notwendigen Parameter auf 10. Sollen die Einzelflächen, wie in dieser Arbeit, aus Faserverbund- oder Hybridlaminaten aufgebaut werden, so ergeben sich pro Lage  $n$  im Laminat drei weitere Freiheitsgrade: Material  $M_n$ , Orientierung  $\theta_n$ , Lagendicke  $t_n$ . Sind 4 Lagen pro Laminat vorgesehen, ergeben sich 50 frei wählbare Parameter. Bei 8 Laminatlagen 98. Mit zunehmender Komplexität des Profilquerschnitts nimmt diese Zahl stark zu. Möchte man eine solche Struktur mit allen Freiheitsgraden optimieren, so ist eine sehr hohe Zahl an Einzelberechnungen nötig, bis die, auf die Zielgröße relevanten Parameter, identifiziert sind. Hier steigt die Anzahl der notwendigen Berechnungen exponentiell zur Anzahl der freien Parameter an. Daher ist eine kurze Rechenzeit entscheidend, damit die Methodik Anwendung findet. Diese kurze Rechenzeit ist auch ein Faktor, wenn von einem volatilen Anforderungsumfeld ausgegangen wird. Geänderte Anforderungen an das Bauteil können so schnell nachgerechnet werden, in dem lediglich die wenigen relevanten Parameter angepasst werden. Unter Umständen können vorangegangene Berechnungsergebnisse und Designentwürfe direkt in der neuen Optimierung angewandt werden.

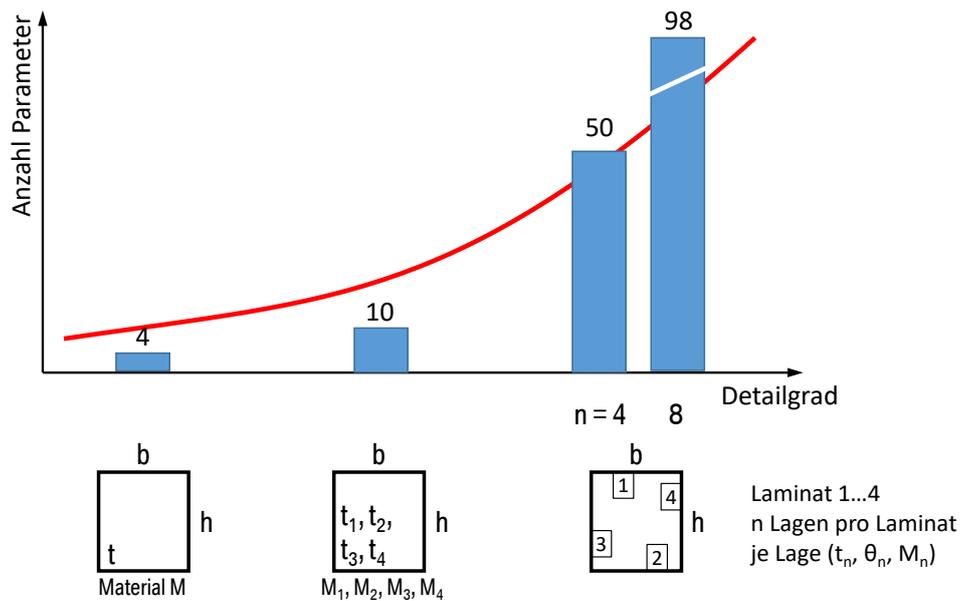


Abbildung 2-16: Anstieg der freien Parameter mit zunehmender Modellkomplexität. Links: Querschnitt mit einem Material und einer Wandstärke. Mitte: ein Material und eine Wandstärke je Fläche. Rechts: Ein Lagenaufbau mit  $n$  Lagen je Fläche.

Um aus unternehmerischer Sicht die notwendige Qualität des Ablauf zu gewährleisten, soll sich dieser an den generellen Herangehensweisen der Produktentwicklung, wie sie in der VDI-Richtlinie 2221: „Generelles Vorgehen beim Entwickeln und Konstruieren“ (Anhang A3) beschrieben sind, orientieren [96]. Um die Umsetzung des Prozesses für den Anwender zu erleichtern, soll dieser Ablaufplan in einem Tool mit benutzerfreundlicher Oberfläche umgesetzt werden. Dieses soll den Benutzer, mittels verständlicher Anleitung durch den Ablauf führen und somit die Anwendungswahrscheinlichkeit und somit die Hebung von Leichtbaupotenzialen in der Entwicklung erhöhen. Dabei soll der Berechnungsablauf nicht als Blackbox enthalten sein, sondern vom Anwender nachvollzogen werden können und damit sein Verständnis für die Eigenschaften und Einflussparameter der Hybridbauweisen fördern. Ein formelbasierter Berechnungsweg ermöglicht diese Nachvollziehbarkeit.

## 3. Grundlagen der Berechnung und Optimierung

In Kapitel 2.2 wurden die Ziele, die Vorgehensweise und die Anforderungen an diese Arbeit definiert. Ein wichtiger Teil ist dabei die Berechnung einer hybriden Struktur. Die Ergebnisse dieser Berechnung müssen eine genügend genaue Vorhersagegüte in Bezug auf das mechanische Verhalten der betrachteten hybriden Strukturen liefern. Um dies zu erreichen ist ein detaillierter Blick auf die theoretischen Grundlagen der Berechnung von Platten und Balken notwendig. Anhand dessen lassen sich die passenden Theorien für den Auslegungs-Work-Flow in dieser Arbeit definieren. Diese müssen, entsprechend den Anforderungen gute Ergebnisse liefern, möglichst viele in der Realität auftretende Effekte abbilden können und gleichzeitig mathematisch gut handhabbar sein, um die Rechenzeit gering zu halten. Anders ausgedrückt gilt der Grundsatz, so genau wie nötig und so einfach wie möglich. Im ersten Teil wird die Berechnung von hybriden Platten genauer betrachtet. Hierbei werden Möglichkeiten der Vorhersage von Steifigkeit, Festigkeit und Stabilität, ebenso wie das Verhalten von asymmetrischen Verbunden aufgezeigt. Im zweiten Teil wird im Detail auf die Balkentheorie, mit Fokus auf hybride Balken, eingegangen. Es werden Theorien zur Zug- und Druckbelastung, zur Biegebelastung und Torsionsbelastung dargestellt, die sowohl offene als auch geschlossene Profile einschließen. Die Überlagerung von Spannungen und Dehnungen bei kombinierten Belastungen, sowie Stabilitätsnachweise für Balkenstrukturen folgen im Anschluss. Zum Ende des zweiten Teils wird auf die möglichen Ansätze zur Kosten-, sowie der Gewichtsberechnung eingegangen.

### 3.1. Theorie hybrider Platten

Platten sind Strukturen, deren Dicke deutlich geringer ist, als die übrigen Abmessungen (Länge und Breite) und die, im Gegensatz zur Scheibe, Belastungen senkrecht zur Scheibenebene aufnehmen können. Mittelstedt et al. [97] zeigen, dass es bei der Betrachtung von ebenen Laminaten keinen Sinn macht zwischen Scheiben und Platten zu unterscheiden, da durch Koppeleffekte auch Kräfte in der Scheibenebene zu Plattenwirkungen führen können, ebenso wie Schnittmomente zu Wirkungen in der Scheibenebene. Abbildung 3-1 zeigt die prinzipiellen Schnittgrößen und die Spannungen in Platten [98]. Die im Folgenden beschriebenen Platten besitzen über die gesamte Fläche homogene Eigenschaften. Diese können sich aber innerhalb im Querschnitt in Dickenrichtung ändern. Die Darstellung von hybriden Platten ist dadurch gegeben, dass diese sich über die Dicke aus  $k$  Einzelschichten zu einem Laminat zusammensetzen. Die Charakterisierung dieser Laminare hinsichtlich Steifigkeit, Festigkeit und Stabilität ist die Grundvoraussetzung für die spätere Bestimmung der Eigenschaften in dreidimensionalen Profilen.

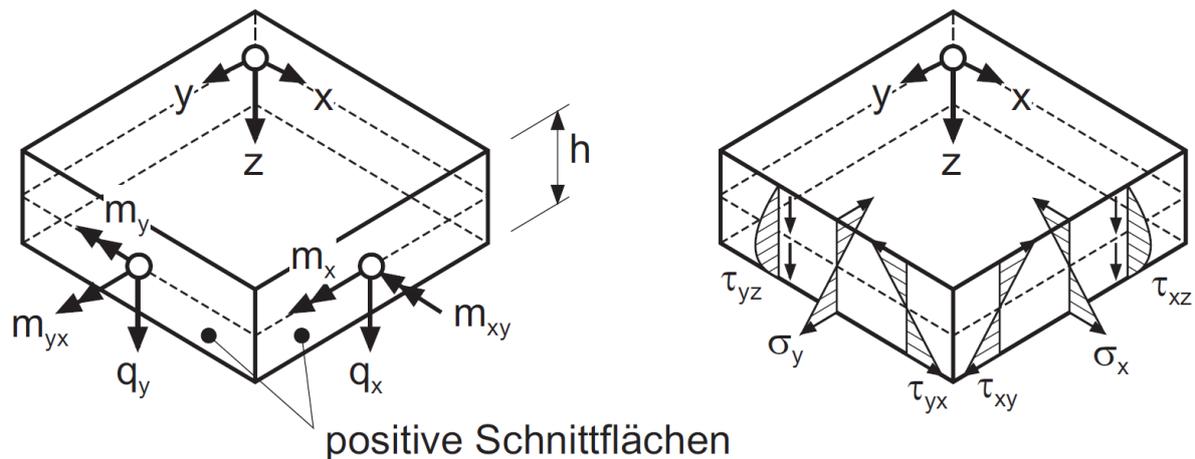


Abbildung 3-1: Schnittgrößen und Spannungen in Platten

### 3.1.1. Steifigkeit

Die Steifigkeit einer Platte oder Struktur wird definiert als Widerstand dieser gegen die elastische Verformung, hervorgerufen durch eine wirkende Kraft oder ein wirkendes Moment [99]. Ausgangspunkt für die Berechnung der Lamineigenschaften sind stets die Kennwerte einer Einzelschicht, welche im weiteren Berechnungsablauf zu einem Gesamtlaminat gestapelt werden. Um das Verhalten einer einzelnen Lage zu charakterisieren, gibt es im Allgemeinen zwei Möglichkeiten: durch ein Experiment oder unter Betrachtung der Mikromechanik. Während das Experiment aufwändig die realen Schichtkennwerte ermittelt, werden in der Mikromechanik die Eigenschaften einer FVK-Einzelschicht als Funktion der verwendeten Faser- und Matrixkennwerte und deren entsprechenden Volumengehalt  $\varphi_F$  zu einem homogenen Verbund approximiert. Die Gesetzmäßigkeiten der Mikromechanik zur Kennwertbestimmung in einer Einzelschicht werden in der Literatur ausgiebig beschrieben. [51, 100 bis 102]

Mit Hilfe der klassischen Laminattheorie (CLT, Classical Laminate Theory) lassen sich aus den zusammengesetzten Einzelschichten Laminat berechnen. Diese gilt als eines der wichtigsten Verfahren zu Bestimmung der Steifigkeiten und Spannungen von ebenen, anisotropen Mehrschichtverbunden und gründet in großen Teilen nach der Kirchhoff'schen Plattentheorie. Mit Hilfe der CLT sind ausführliche Steifigkeits-, Verformungs- und Spannungsanalysen möglich. Auf Basis dieser Spannungsanalysen können im Anschluss Versagenshypothesen angewandt werden. Im Koordinatensystem der Einzellagen werden die Indizes 1 und 2 verwendet. Im globalen Laminatkoordinatensystem werden die Richtungen mit x, y und z angegeben. Berechnungsgrundlage sind die vier Grundelastizitätsgrößen einer makroskopischen Einzellage: dem Längsmodul  $E_1$ , dem Quermodul  $E_2$ , der Querkontraktion  $\nu_{12}$  und der Schubmodul  $G_{12}$ . Der Berechnungsablauf der CLT gliedert sich in 7 Schritte, wie in Abbildung 3-2 dargestellt [103]. Die in dieser Arbeit verwendete Notation orientiert sich an der von Schürmann [51].

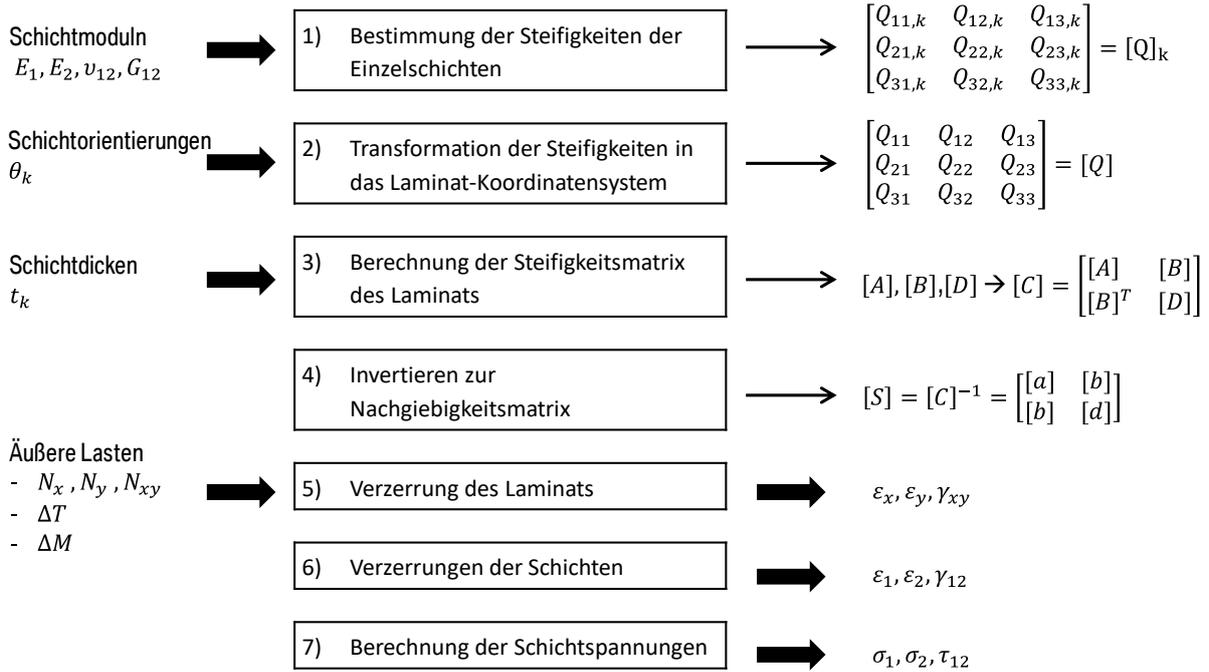


Abbildung 3-2: Vollständiger Berechnungsablauf der klassischen Laminattheorie, nach [103]

Auf die ausführliche Herleitung und Transformation der jeweiligen Matrizen soll hier, mit Verweis auf die Literatur, verzichtet werden. Für die Kennwertermittlung des Laminats ist die Gesamtsteifigkeitsmatrix  $[C]$  relevant:

$$[C] = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B]^T & [D] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} & B_{61} & B_{62} & B_{66} \\ B_{11} & B_{21} & B_{61} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{62} & D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Diese setzt sich aus der Scheibensteifigkeitsmatrix  $[A]$ , der Plattensteifigkeitsmatrix  $[D]$  und der Scheiben-Platten-Koppelmatrix  $[B]$  zusammen. Mit dieser und des Verzerrungszustands des Laminats lassen sich die resultierenden Spannungen im Gesamtverbund und in den Einzellagen bestimmen.

Im weiteren Vorgehen findet üblicherweise aus den ermittelten Spannungen eine schichtweise Festigkeitsanalyse statt, um Schädigungen im Verbund bestimmen zu können.

### 3.1.2. Festigkeit

Für das Leichtbaupotenzial einer Struktur ist nicht nur die elastische Verformung unter Last entscheidend, sondern auch wie viel Last aufgenommen bzw. welche Verformung toleriert werden kann, ohne dass ein bestimmtes Schädigungskriterium verletzt wird. Gerade Faserverbunde besitzen ein grundlegend anderes Versagensverhalten als Metalle. FVK weisen durch ihren speziellen Aufbau eine sehr hohe Festigkeit in Faserrichtung auf und versagen anschließend, durch das Fehlen eines plastischen Bereichs, sehr spröde. Duktile Metalle hingegen haben meist einen ausgeprägten Bereich plastischer Verformung. Bis zur Streckgrenze  $\sigma_p$  verhält sich ein Metall linear-elastisch ohne bleibende Verformung. Bei Werkstoffen, bei denen sich die Streckgrenze im Zugversuch nicht eindeutig bestimmen lässt, wird die 0,2%-Dehngrenze  $R_{p0,2}$  angegeben. Anschließend plastifiziert das Metall bis zum Erreichen der maximalen Spannung, der Zugfestigkeit  $R_m$ , bevor der Querschnitt beginnt sich einzuschnüren.

#### *Faserverbunde*

Faserverbunde besitzen im Gegensatz zu metallischen Werkstoffen ein sprödes Versagensverhalten. Entsprechend ihres Aufbaus aus Fasern und Matrix finden sich dort verschiedene Versagensarten und -formen. Für die Beschreibung wurden Versagenskriterien definiert, welche einen Hinweis auf die Art und Form der Festigkeitsüberschreitung geben [51]. Die meisten davon basieren auf spannungsbasierten Ansätzen und kennzeichnen den zulässigen Spannungszustand in einem Material, ab dem eine irreversible Schädigung auftritt. Bei der Schädigung von Faserverbunden unterscheiden die Kriterien Faserversagen, Zwischenfaser- oder Matrixversagen, Delamination zwischen den Einzellagen und Beulen [104]. Gerade die Unterscheidung zwischen Faser- und Zwischenfaserbruch ist entscheidend, da unter gewissen Voraussetzungen eine erkannte Schädigung der Matrix toleriert werden kann, wohingegen ein Bruch der Fasern zu einem Tragfähigkeitsverlust führt [101]. Beispielhaft sind hier, neben vielen anderen, die Theorien von Hashin [105, 106], Cuntze [107] oder Puck [108 bis 110] zu nennen. In dieser Arbeit soll die Versagensberechnung nach Puck verwendet werden. Dieses ist physikalisch begründet und lässt die genauesten Vorhersagen erwarten [51]. Ergänzend wird auch kurz auf die Theorie von Hashin eingegangen, da diese, wie in Kapitel 4.2 beschrieben, als Schadenseintrittskriterium in der verwendeten FEM-Simulationssoftware ABAQUS herangezogen wird.

#### ***Versagensberechnung nach Hashin***

Der simple und oft benutzte Ansatz zur Beschreibung der Faserfestigkeit von Faserverbunden ist der der Maximalspannung bzw. -dehnung (*Maximum-Strength oder Maximum-Strain*) nach Hashin [105, 106]. Dieser vergleicht die Spannungen in jeder Schicht mit experimentell ermittelten Festigkeitswerten  $X_t$  in Faserrichtung. Hashin leitet seine Festigkeitshypothese aus

der physikalisch Begründeten von Mohr ab. Er bezieht, als quadratische Interaktion mit der (Zug)Normalspannung, auch die Schubspannung in Laminebene mit ein und setzt diese ins Verhältnis zur Zugfestigkeit  $X_t$  bzw. zur longitudinalen Laminatschubfestigkeit  $S_L$ :

$$\left(\frac{\sigma_1}{X_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_L}\right)^2 = 1 \quad \text{für } \sigma_1 \geq 0 \quad (2)$$

Für Druckbelastung gilt:

$$\left(\frac{\sigma_1}{X_c}\right)^2 = 1 \quad \text{für } \sigma_1 < 0 \quad (3)$$

Beim Matrixversagen unter Zugbelastung wird, analog zur Gleichung (3), eine quadratische Wechselwirkung zwischen Normalspannung quer zur Faserrichtung  $\sigma_2$ , der Schubspannung  $\tau_{12}$  und deren Festigkeiten  $Y_t$  und  $S_L$  hergestellt.

$$\left(\frac{\sigma_2}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_L}\right)^2 = 1 \quad \sigma_2 \geq 0 \quad (4)$$

Das Matrixversagen unter Druckbelastung wird bei Hashin folgendermaßen definiert:

$$\left(\frac{\sigma_2}{S_T}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_c}{2S_T}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_2}{Y_c} + \left(\frac{\tau_{12}}{S_L}\right)^2 = 1 \quad \sigma_2 < 0 \quad (5)$$

Dabei werden neben der Druckfestigkeit  $Y_c$  auch die longitudinalen  $S_L$  und transversalen Schubfestigkeiten  $S_T$  herangezogen. [105, 106]

### ***Versagensberechnung nach Puck***

Die Bruchbedingungen für Faserverbunde nach Puck [109], gehören, wie die von Hashin, zu den wirkebenenbasierten Verfahren, die sich aus physikalischen Überlegungen aus der Mohr'schen Festigkeitshypothese begründen und auf unidirektionale Faserverbunde übertragen wurden. Im Gegensatz zu den vorher gebräuchlichen globalen Bruchbedingungen in Kombination mit dem *First Ply Failure* Konzept, unterscheidet Puck zwischen Faserversagen durch Zug und Druck und drei verschiedene Arten des Zwischenfaserbruchs. Nach eigenen Angaben „liefern [diese] nicht nur physikalisch plausible Spannungen beim Bruch, sondern zusätzlich auch noch die Informationen „Bruch-Modus“ und „Bruchwinkel““. Abweichend von den sonst in der Arbeit verwendeten Notationen der Festigkeiten ( $X_t, X_c, Y_t, Y_c, S$ ), werden hier die von Puck ( $R_{\parallel}^{(+)}, R_{\parallel}^{(-)}, R_{\perp}^{(+)}, R_{\perp}^{(-)}, R_{\perp\parallel}$ ) verwendeten beibehalten, im späteren Berechnungsablauf aber in die Standardnotation überführt.

*Zwischenfaserbruch*

Ein Zwischenfaserbruch kennzeichnet ein Versagen der Matrix. Die Zwischenfaserbruchbedingung nach Puck ermöglicht es einen Bruch vorherzusagen, dessen Modus zu bestimmen und gegebenenfalls den resultierenden Bruchwinkel anzugeben. Abbildung 3-3 zeigt die  $\sigma_2$ - $\tau_{21}$ -Bruchkurve nach Puck, für Spannungen ausschließlich senkrecht zur Faserrichtung  $\sigma_2$  und Schubbelastung  $\tau_{21}$ . Zu erkennen sind dabei die Kurven der drei Bruchmoden, welche unterschieden werden. Modus A und C folgen einem elliptischen Verlauf, während Modus B parabelförmig verläuft. Die Schnittpunkte der Kurven mit den Achsen kennzeichnen dabei die Quer-Zugfestigkeit  $R_{\perp}^{(+)}$ , die Quer-Druckfestigkeit  $R_{\perp}^{(-)}$  und Quer/Längs-Schubfestigkeit  $R_{\perp\parallel}$ . Die Gleichungen (6), (7) und (8) zeigen die eigenständigen Bruchkriterien für die Moden A bis C, gültig im, in Abbildung 3-3 abgebildeten Bereich.

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{R_{\perp\parallel}}\right)^2 + \left(1 - p_{\perp\parallel}^{(+)} \frac{R_{\perp}^{(+)}}{R_{\perp\parallel}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_2}{R_{\perp}^{(+)}}\right)^2} + p_{\perp\parallel}^{(+)} \frac{\sigma_2}{R_{\perp\parallel}} = 1 \quad \text{für Modus A} \quad (6)$$

$$\frac{1}{R_{\perp\parallel}} \left( \sqrt{\tau_{21}^2 + (p_{\perp\parallel}^{(-)} \sigma_2)^2} + p_{\perp\parallel}^{(-)} \sigma_2 \right) = 1 \quad \text{für Modus B} \quad (7)$$

$$\left[ \left( \frac{\tau_{21}}{2(1 + p_{\perp\perp}^{(-)})R_{\perp\parallel}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_2}{R_{\perp}^{(-)}} \right)^2 \right] \frac{R_{\perp}^{(-)}}{(-\sigma_2)} = 1 \quad \text{für Modus C} \quad (8)$$

Die Parameter bei der Berechnung sind neben den Festigkeiten  $R_{\perp}^{(+)}$ ,  $R_{\perp}^{(-)}$  und  $R_{\perp\parallel}$ , die Neigungen der Bruchkurve  $p_{\perp\parallel}^{(+)}$  und  $p_{\perp\parallel}^{(-)}$  an der Stelle  $\sigma_2 = 0$ . Zusätzlich werden die weiteren Parameter wie folgt definiert:

$$p_{\perp\perp}^{(-)} = p_{\perp\parallel}^{(-)} \frac{R_{\perp\perp}^A}{R_{\perp\parallel}} \quad (9)$$

$$R_{\perp\perp}^A = \frac{R_{\perp\parallel}}{2p_{\perp\parallel}^{(-)}} \left( \sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^{(-)} \frac{R_{\perp}^{(-)}}{R_{\perp\parallel}}} - 1 \right) \quad (10)$$

$$\tau_{21c} = R_{\perp\parallel} \sqrt{1 + 2p_{\perp\perp}^{(-)}} \quad (11)$$



Der mittlere Vergrößerungsfaktor  $m_{\sigma,f}$  der Faser trägt dabei der ungleichmäßig verteilten Querspannung  $\sigma_2$  Rechnung, welche sich auf Grund der unterschiedlichen Steifigkeiten von Fasern und Matrix einstellt. Laut Puck [109] nimmt dieser Faktor für GFK den Wert  $m_{\sigma,f} = 1,3$  und für CFK den Wert  $m_{\sigma,f} = 1,1$  an. Für den Anstrengungsfaktor unter Druckbelastung  $f_{ff,c}$  gilt Gleichung (14):

$$f_{ff,c} = \frac{1}{2} \left( \sum L + \sqrt{\left( \sum L \right)^2 + \left( 20 \frac{\tau_{21}}{G_{\perp\parallel}} \right)^2} \right) \quad \text{für } \sigma_1 < 0 \quad (14)$$

mit dem linearen Term,

$$\sum L = \frac{\sigma_1}{R_{\parallel}^{(-)}} - \left( \nu_{\perp\parallel} - \nu_{21,f} \frac{E_{\parallel}}{E_{1,f}} m_{\sigma,f} \right) \frac{\sigma_2}{R_{\parallel}^{(-)}} \quad (15)$$

### Metalle

Neben der Zugfestigkeit  $R_m$ , welche die maximal ertragbare Zugspannung in Bezug auf den Ausgangsquerschnitt eines metallischen Werkstoffes beschreibt, ist vor allem die Streck- oder Dehngrenze  $R_{p0,2}$  interessant, da diese meist als Festigkeitswert für einen Werkstoff festgelegt ist. Höhere auftretende Spannungen führen zu einer plastischen, irreversiblen Verformung im Metall, welche unter Betriebslast in einem Fahrzeug nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen und dann auch nur in sehr geringen Umfang zulässig sind, insofern diese nicht sicherheitsrelevant sind. Da in belasteten Bauteilen meist kein einachsiger Spannungszustand vorliegt, können die experimentell ermittelten Festigkeitswerte nicht ohne weiteres direkt mit den auftretenden Spannungen verglichen werden. Dazu wird der mehrachsige Spannungszustand auf einen einachsigen, zu einer Vergleichsspannung  $\sigma_v$  umgerechnet, welche dann mit der zulässigen Normalspannung  $\sigma_{zul}$  verglichen werden kann:

$$\sigma_v \leq \sigma_{zul} \quad (16)$$

Diese Umrechnung erfolgt über theoretisch hergeleitete Festigkeitshypothesen. Je nach Anwendungsfall sind die verschiedenen Hypothesen unterschiedlich gut geeignet. Die drei wichtigsten sind dabei die Normalspannungshypothese (NH), welche vor allem bei spröden Material, Schweißnähten oder stoßartiger Belastung Anwendung findet, die Schubspannungshypothese (SH) nach Tresca, bei der die größte auftretende Schubspannung für ein Fließversagen verantwortlich ist und die Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) oder auch VON MISES-Hypothese, in welcher die elastische Energie, die zur Gestaltänderung notwendig ist, maßgebend für die Materialbeanspruchung ist. Die GEH stimmt bei zähen Werkstoffen gut mit den Experimenten überein, weshalb diese benutzt werden soll, um die

metallischen Komponenten im Hybridverbund zu charakterisieren [111, 112]. Mathematisch lässt sich die Vergleichsspannung nach der GEH im ebenen Spannungszustand beschreiben zu:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (17)$$

$\sigma_x$  und  $\sigma_y$  beschreiben dabei die Spannungen in den jeweiligen Koordinatenrichtungen,  $\tau_{xy}$  entspricht der, in der x-y-Ebene wirkenden Schubspannung.

### Hybride Materialverbunde

FVK-Metall-Hybrid-Zugproben weisen eine Kombination von metallisch-duktilen und composite-spröden Spannungs-Dehnungs-Verläufen auf. Die analytische Beschreibung dieses Verhaltens ist Bestandteil einiger Veröffentlichungen und deckt sich mit den Ergebnissen von realen Zugprobenexperimenten. Zu nennen sind hier unter anderem Wu, et al. [113], Liedtke [114], Uriayer [115], Dlugosch [70] und Yunyu [116].

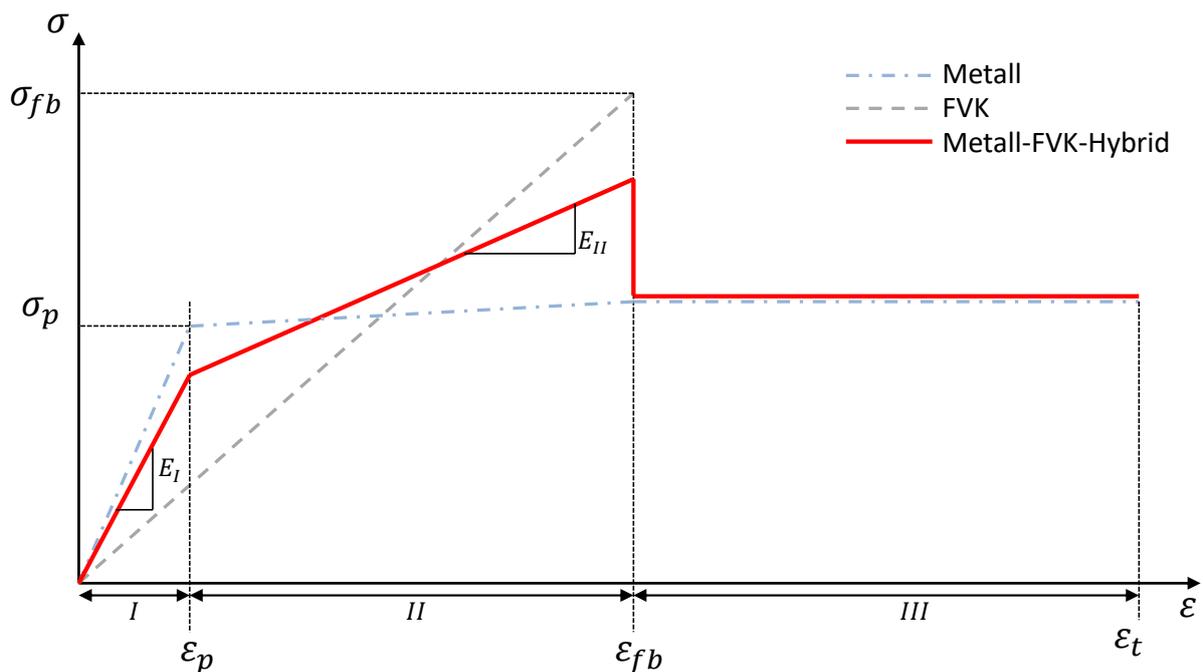


Abbildung 3-4: Spannungs-Dehnungs-Diagramm einer Metall-FVK-Hybridzugprobe

Der Spannungs-Dehnungsverlauf in einem Zugversuch lässt sich, wie in Abbildung 3-4 dargestellt, in drei charakteristische Bereiche einteilen:

- Linear-elastischer Bereich (Bereich I)
- Elastisch-plastischer Bereich (Bereich II)
- Plastisch-reduzierter Bereich (Bereich III)

Im linear-elastischen Bereich *I* befinden sich sowohl die metallische als auch die Faserverbundkomponente im Bereich der Elastizität. Das Verformungsverhalten wird durch eine Hook'sche Gerade repräsentiert. Begrenzt ist dieser Bereich durch das Erreichen der Fließgrenze  $\sigma_p$  des Metalls, häufig auch ersatzweise durch die Elastizitätsgrenze  $R_{p0,2}$  repräsentiert. Bei Annahme einer homogenen Spannungsverteilung innerhalb jeder Materialkomponente liegt der linear-elastische Bereich zwischen den Grenzen:

$$0 \leq \varepsilon \leq \frac{\sigma_p}{E_{Met}} \quad (18)$$

Der hier wirksame Elastizitätsmodul lässt sich näherungsweise durch Anwendung der Mischungsregel (Gleichung (15)) bestimmen.  $\varphi_{FVK}$  beschreibt dabei den Anteil an Faserverbundmaterial am Gesamtquerschnitt. Für Platten der Dicke  $h$  gilt dabei  $\varphi_{FVK} = \frac{h_{FVK}}{h}$ .

$$E_I = E_{FVK} \cdot \varphi_{FVK} + E_{Met} \cdot (1 - \varphi_{FVK}) \quad (19)$$

Der Kraftverlauf bis zum Erreichen von  $\varepsilon_p$  lässt sich durch die Funktion  $F_I(\varepsilon)$  darstellen.

$$F_I(\varepsilon) = b \cdot h \cdot (E_{FVK} \cdot \varphi_{FVK} + E_{Met} \cdot (1 - \varphi_{FVK})) \cdot \varepsilon \quad (20)$$

Der Bereich *II* ist dadurch gekennzeichnet, dass das Metall seine Dehngrenze erreicht hat und sich nun plastisch verformt, während sich die FVK-Komponente noch im Bereich der rein elastischen Dehnung befindet. Die obere Grenze ist dadurch gekennzeichnet, dass die Bruchdehnung des Faserverbundes erreicht wird.

$$\frac{\sigma_p}{E_{Met}} \leq \varepsilon \leq \frac{\sigma_{fb}}{E_{FVK}} \quad (21)$$

Das Ersatzmodell der Steifigkeit in diesem Bereich unterscheidet sich in den oben genannten Literaturquellen. Während bei Wu, et al. [113], Uriayer [115] und Yunyu [116] die Spannung im Metall nach Erreichen der Fließgrenze als konstant angesehen wird, bestimmt Liedtke [114] innerhalb der in Formel (22) definierten Dehngrenzen des Bereichs *II* einen Sekantenmodul  $E'_{Met}$  aus der Fließkurve des Metalls. Realistischer Weise nimmt die Metallkomponente also im geringen Maß somit weiter Kräfte auf. Der Zug-Modul berechnet sich dabei aus:

$$E_{II} = E_{FVK} \cdot \varphi_{FVK} + E'_{Met} \cdot (1 - \varphi_{FVK}) \quad (22)$$

Der Kraftverlauf lässt sich im Bereich *II* darstellen als

$$F_{II}(\varepsilon) = b \cdot h \cdot (E_{FVK} \cdot \varphi_{FVK} + \sigma_{Met}(\varepsilon) \cdot (1 - \varphi_{FVK})) \quad (23)$$

mit

$$\sigma_{Met}(\varepsilon) = \sigma_p + E'_{Met} \left( \varepsilon - \frac{\sigma_p}{E_{Met}} \right) \quad (24)$$

Im anschließenden Bereich *III* trägt die Faserverbundkomponente nach Erreichung der Bruchgrenze nicht mehr zum Verbund bei. Lediglich die Metallkomponente befindet sich im plastischen Zustand und wird, unter Annahme einer konstanten Fließspannung  $\sigma_{III}$  weiter gedehnt. Der Probenquerschnitt ist auf die Dicke des Metalls  $h_{Met}$  reduziert, der Zug-Modul  $E_{III} = 0$ .

$$F_{III} = b \cdot h_{Met} \cdot \sigma_{III} = const. \quad (25)$$

Die Fließspannung  $\sigma_{III}$  wird als arithmetisches Mittel zwischen Dehngrenze und Zugfestigkeit  $R_m$  gebildet:

$$\sigma_{III} = \frac{R_{p0,2} + R_m}{2} \quad (26)$$

Dieses analytische Ersatzmodell berücksichtigt jedoch keine Effekte wie die Querkontraktionsbehinderung, wie in Kapitel 3.1.4 beschrieben und ist genau genommen nur für symmetrisch, ausgeglichene Lamine, bzw. Sandwichaufbauten gültig, bei denen es im Gegensatz zu unsymmetrischen Laminen zu keinen Out-of-Plane-Verformungen in Folge von In-Plane-Dehnung kommt, sich die Probe also unter Zug nicht verkrümmt. Für die prinzipielle Abschätzung des Potenzials von hybriden Platten liefert der Ansatz jedoch genügend genaue Ergebnisse, wie Liedtke [114] in seinen durchgeführten Versuchen zeigt. Sollen der Einfluss der Querkontraktionsbehinderung und der damit resultierenden Spannungen quer zur Zugrichtung berücksichtigt werden, kann dieser zwei-dimensionale Spannungszustand mit Hilfe der klassischen Laminattheorie bestimmt werden. Liedtke verwendet im Bereich II einen Sekantenmodul für das Metall. Vor allem der in dieser Arbeit wichtige Bereich I, II und Anfang Bereich III wird dabei gut abgebildet. Dabei wird der Bereich I für die quasistatische Berechnung der Anfangssteifigkeit ohne Teilversagen herangezogen. Auch die Stabilität wird zum Teil aus diesem Bereich berechnet. Der Bereich II und der Übergang von Bereich I zu II definiert dabei das erste Versagen im Bauteil. Dies tritt auf, wenn z.B. die metallische Komponente die Fließgrenze erreicht hat, die Faserverbundkomponente jedoch noch im elastischen Bereich sich befindet. Die Grenze zwischen Bereich II und III stellt, wie schon oben beschrieben, das Versagen der Faserverbundkomponente dar. Dies kann zwar mit Hilfe des Berechnungsablaufs bestimmt werden, für die Auslegung bis zum ersten Versagen, ist dies allerdings nicht von Bedeutung.

### 3.1.3. Stabilität

Scheibenelemente können unter Druck oder Schubbelastung instabil werden und durch ein Ausbeulen der Mittelfläche wieder in einen stabilen Gleichgewichtszustand übergehen. Dieses Beulen, hervorgerufen durch in Scheibenebene wirkende Kräfte, bewirkt ein Auftreten von Querkräften und Momenten, welche aus der Ebene herauswirken [54]. Ausgangsbasis für die Berechnung von Plattenbeulen ist die erste von-Kármán Gleichung (Gleichung (27)) für anisotrope Platten mit großer Deformation. Diese Differenzialgleichung beschreibt links des Gleichheitszeichens das Biegeverhalten der Platte und auf der rechten Seite dessen Dehnungskopplung. [117 bis 119]

$$\begin{aligned} D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \\ = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - p_x \frac{\partial w}{\partial x} - p_y \frac{\partial w}{\partial y} + p_z \end{aligned} \quad (27)$$

Daraus leitete Whitney [120] die Beulgleichung für anisotrope Werkstoffe ab, in dem, je nach Lastfall, einzelne Terme der rechten Seite gleich null gesetzt werden. So ergibt sich für  $N_{xy} = p_x = p_y = p_z = 0$  der Zustand einer ebenen, biaxialen Belastung über  $N_x$  und  $N_y$  (Abbildung 3-5 a):

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (28)$$

wohingegen durch  $N_x = N_y = p_x = p_y = p_z = 0$  die Belastung unter Schub  $N_{xy}$  (Abbildung 3-5 b) beschrieben wird:

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (29)$$

Die Differenzialgleichungen (28) und (29) können mit Hilfe von gesetzten Randbedingungen, in diesem Fall die Lagerungen der Plattenränder, aufgelöst werden. Näherungslösungen für in dieser Arbeit in Kapitel 3.2 relevante Lagerbedingungen sind in Tabelle 3-1 zusammengestellt. Die Parameter  $m$  und  $n$  sind dabei die Anzahl der Halbwellen in  $x$ , bzw.  $y$ -Richtung,  $\alpha$  steht für das Seitenverhältnis mit  $\alpha = \frac{a}{b}$  der Plattenabmessungen. Bei der Berechnung der kritischen Beullast  $N_{xkrit}$  bzw.  $N_{xykrit}$  ist zu beachten, dass sich abhängig vom Seitenverhältnis  $\alpha$  auch die Anzahl der Halbwellen, welche die Terme (31) bis (33) minimal werden lassen, ändern. In den dargestellten Gleichungen wurde  $n = 1$  für die Breite  $b$  gesetzt. Mit steigenden  $\alpha$  wird  $N_0$  und  $N_{xykrit}$  für  $m > 1$  minimal. Abbildung 3-6 zeigt den Einfluss des Seitenverhältnis auf die kritische Beullast anhand einer  $CFK(0/90)_s - CR1000$ -Hybridplatte der Stärke  $t = 2mm$

und des CFK-Querschnittanteils von  $\varphi_{CFK} = 0,5$ . Ersichtlich dabei die Änderung von  $m$ . Als Referenz sind zusätzlich die Beullasten für eine reine Stahlplatte  $\varphi_{CFK} = 0$  und einem reinen CFK mit  $\varphi_{CFK} = 1$  aufgetragen.

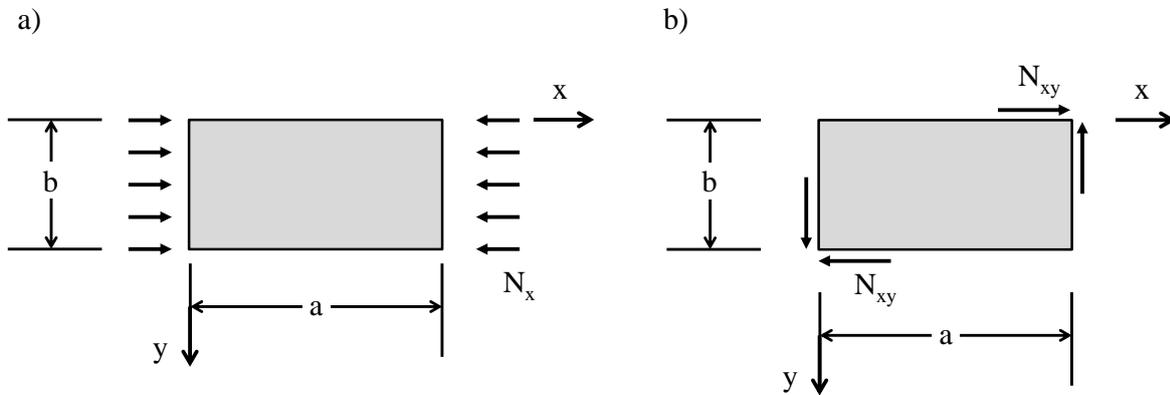


Abbildung 3-5: Composite Rechteckplatten unter a) Druck; b) Schub [117]

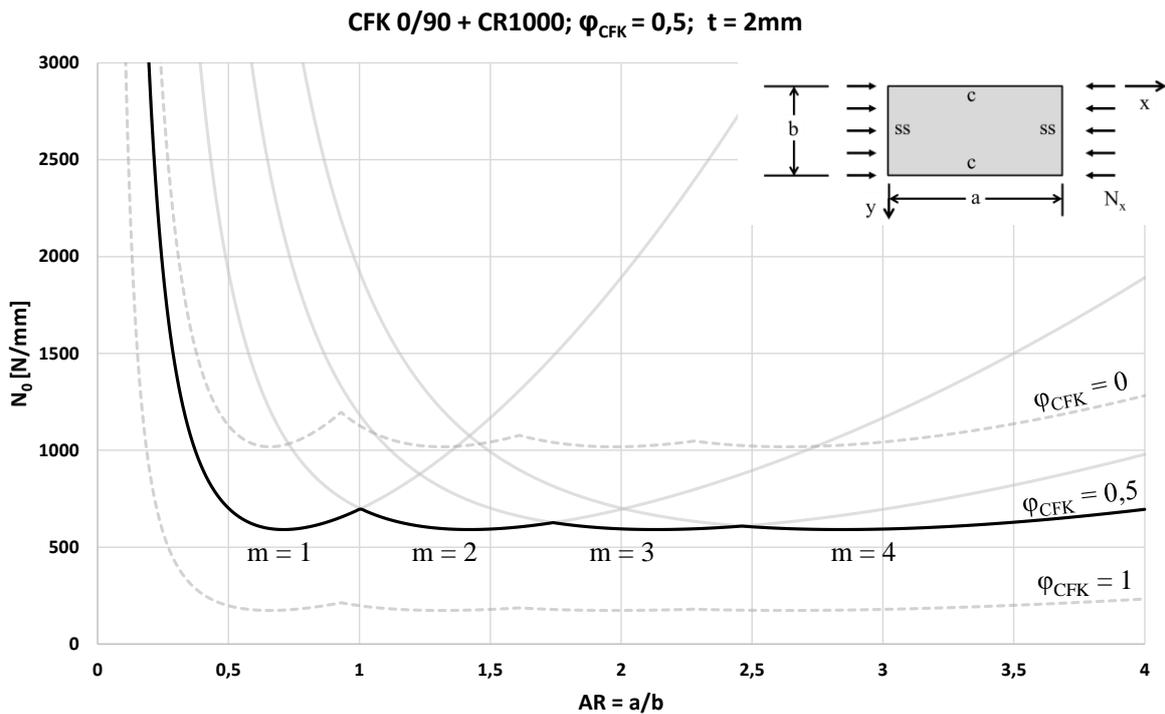


Abbildung 3-6: Kritische Beullast einer CFK-Stahl-Hybridplatte in Anhängigkeit vom Seitenverhältnis im Vergleich mit einer reinen Stahlplatte  $\varphi_{CFK} = 0$  und reinem CFK  $\varphi_{CFK} = 1$  gleicher Stärke

Weitere Lösungen der Differenzialgleichungen für unterschiedliche Lager- und Lastbedingungen sind in [117] zusammengestellt. Die Beulgefährdung bei kombinierten Belastungen aus Druck und Schub lassen sich mit Hilfe von Gleichung (30) berechnen.

$$\frac{N_x}{N_{xkrit}} + \left( \frac{N_{xy}}{N_{xykrit}} \right)^2 = 1 \quad (30)$$

Diese Gleichung beschreibt die Wechselwirkung zwischen Druck- und Schubbelastung sehr gut, weshalb diese eine höhere Genauigkeit aufweist, als die Näherungslösungen für reinen Druck oder Schub [117].

Tabelle 3-1: Kritische Beullasten für verschiedene Belastungen und Lagerbedingungen [117]

$$N_0 = \frac{\pi^2 [D_{11}m^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})m^2\alpha^2 + D_{22}\alpha^2]}{\alpha^2m^2} \quad (31)$$

$$N_0 = \frac{\pi^2}{b^2} \sqrt{D_{11}D_{22}} K \quad (32)$$

$$K = \frac{m^2}{\lambda^2} + \frac{2(D_{12} + 2D_{66})}{\sqrt{D_{11}D_{22}}} + \frac{16}{3} \frac{\lambda^2}{m^2}$$

$$\lambda = \frac{a}{b} \left( \frac{D_{22}}{D_{11}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

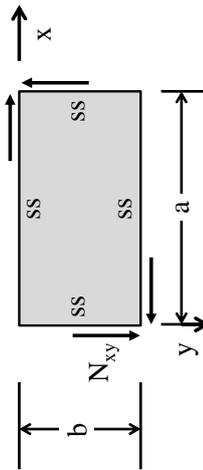
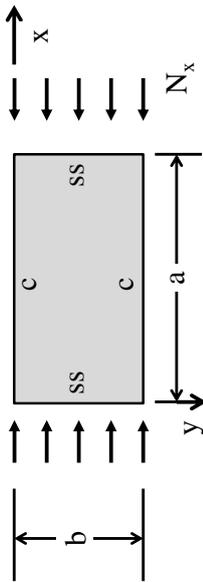
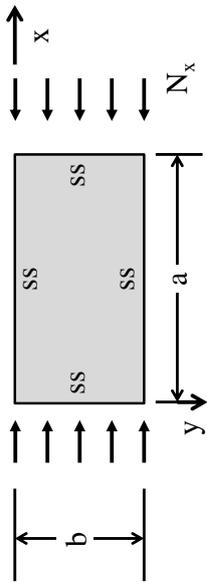
$$N_{xykrit} = \frac{4}{b^2} (D_{11}D_{32}^3)^{\frac{1}{4}} K \quad (33)$$

$$K = 8,2 + 5 \frac{(D_{12} + 2D_{66})}{\sqrt{D_{11}D_{22}}} \frac{1}{10(\beta+B\beta)}$$

$$\beta = \left( \frac{D_{11}}{D_{22}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$A = -0,27 + 0,185 \frac{(D_{12} + 2D_{66})}{\sqrt{D_{11}D_{22}}}$$

$$B = -0,82 + 0,46 \frac{(D_{12} + 2D_{66})}{\sqrt{D_{11}D_{22}}} - 0,2 \left( \frac{(D_{12} + 2D_{66})}{\sqrt{D_{11}D_{22}}} \right)^2$$



$$\lambda = \frac{a}{b} \left( \frac{D_{22}}{D_{11}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

### 3.1.4. Verhalten asymmetrischer Verbunde

Bei der einseitigen Verstärkung eines Materials mit einem Zweiten entsteht in der Regel ein asymmetrischer Hybridverbund. Gerade bei der Kombination von ungleichen Werkstoffen, wie isotrope Metalle mit anisotropen Faserverbunden, ergeben sich Laminats, deren Eigenschaften nicht gleichmäßig über den Querschnitt verteilt sind. Hier ergeben sich zusätzliche Effekte, die bei der Auslegung von Bauteilen, v.a. bei Beulbelastung, berücksichtigt werden müssen.

#### *Querkontraktionseffekt*

Die Kombination von zwei Materialien mit unterschiedlichen, richtungsabhängigen Steifigkeiten führt unter Zugbelastung zu einer Wölbung der ursprünglich ebenen Platte. Durch die Längung der Probe in Längsrichtung erfährt diese in Querrichtung eine Kontraktion. Die Querkontraktions- oder Poissonzahl beschreibt dabei dieses Verhältnis aus erfahrender Längs- und resultierender Querdehnung. Haben nun beide miteinander verbundenen Materialien unterschiedliche Querkontraktionszahlen (z.B.  $\nu_{\text{Stahl}} = 0,32$ ,  $\nu_{\text{CFK}} = 0,29$ ,  $\nu_{\text{Aluminium}} = 0,34$ ) so würden sich bei freier Querkontraktion, beide Materialien in verschiedenen Maße quer zur Zugrichtung zusammenziehen. Durch die geometrische Kopplung beider Lagen ist dies jedoch nicht möglich, wodurch es zu Querspannungen in den Materialien kommt. Dabei stellt sich ein Gleichgewicht ein, welcher sich in Form einer gekrümmten Platte zeigt. Mit der Beschreibung dieses Gleichgewichts beschäftigten sich u.a. Daynes und Weaver in ihrer Arbeit [121]. Der Effekt der Plattenkrümmung erscheint vor allem bei ungehinderter Deformation, wie sie etwa an freien Enden von Platten und offenen Profilen vorkommt. Bei entsprechender Einspannung und Lagerung zeigt sich die Krümmung weniger ausgeprägt, allerdings führt diese verhinderte Auslenkung zu Spannungen innerhalb des Laminats.

Neben dem Querkontraktionseffekt durch mechanische Last, führen auch thermische oder hygrostatische Belastungen zu Verzugseffekten bei hybriden Verbunden. Dies ist auf unterschiedliche thermische Ausdehnungskoeffizienten bzw. Quellkoeffizienten der Materialien zurückzuführen. Gerade der thermische Verzug und die dadurch induzierten Wärmespannungen innerhalb des Verbundes sind in der Realität ein Problem bei der Fertigung solcher Komponenten. Die genaue Ausführung der Berechnung soll hier nicht genauer erläutert werden. Es sei dabei auf die Herleitung und Beschreibung von Schürmann [51] verwiesen.

#### *Scheiben-Platten-Koppelung*

Nicht nur unsymmetrisch zur Mittelebene gestapelte Faserverbunde haben die Eigenschaft, dass ihre Platten und Scheibencharakteristika nicht mehr getrennt voneinander behandelt werden können. Denselben Effekt hat auch die unsymmetrische Verbindung von isotropen und anisotropen Materialien. Diese Scheiben-Platten-Kopplung lässt sich daran erkennen, dass bei der Berechnung des Verbundes mittels der klassischen Laminattheorie (Kapitel 3.1.1), die Koppelmatrix  $[B]$  in Gleichung (1) nicht mehr ausschließlich mit Nullen besetzt ist. Die Folge

davon ist, dass Kräfte in Scheibenebene zu Verformungen führen, die aus der Plattenebene hinaus führen [68]. Dies kann einen Einfluss auf die Stabilität der Platte haben, da bei Druckbelastung Momente entstehen können, die das Plattenbeulen unterstützen und damit die Tragfähigkeit herabsetzen. Durch die Kopplung von Scheiben- und Platteneigenschaften macht es laut Mittelstedt et al. [97] keinen Sinn bei Laminaten zwischen Scheiben und Platten zu unterscheiden. Wiedemann [122 bis 124] beschäftigt sich genauer mit der Besetzung der Steifigkeitsmatrix, Bestimmung der Elastizitätskonstanten und dem Beulverhalten unsymmetrischer Verbunde. Um dieser Kopplung entgegen zu wirken, wird die Bezugsebene durch spezielle Neutralebenen ersetzt [51]. Die Wahl dieser Neutralebenen als Bezugsebene führt dazu, dass die angreifende Kraft nicht mehr exzentrisch am Laminat angreift und einzelne Koeffizienten der Koppelmatrix  $[B]$  zu null werden. Der Abstand  $z_i$  der speziellen Neutral- zur ursprünglichen Bezugsebene lässt sich aus den Elementen der Nachgiebigkeitsmatrix für alle Belastungsrichtungen wie folgt berechnen.

$$\begin{aligned} z_x &= -\frac{b_{11}}{d_{11}} \\ z_y &= -\frac{b_{22}}{d_{22}} \\ z_{xy} &= -\frac{b_{66}}{d_{66}} \end{aligned} \tag{34}$$

Dabei wird deutlich, dass für jede Belastungsrichtung eine eigene, spezielle Neutralebene existiert, welche mit den anderen nicht identisch sein muss.

Es zeigt sich bei der Berechnung von unsymmetrischen, hybriden Platten, dass es, wenn keine Anpassung der Bezugsebene vorgenommen wird, zu einem rechnerischen Abfall der Plattensteifigkeit kommt. Vergleicht man die Zugsteifigkeit einer Stahl-CFK-Platte über einen veränderlichen FVK-Querschnittsanteil  $\varphi_{FVK}$ , so ist ein deutlicher Unterschied erkennbar, wenn die Bezugsebene nicht angepasst wird. Abbildung 3-7 zeigt den Verlauf der Zugsteifigkeit  $E_{1m}$  von reinem Stahl ( $\varphi_{FVK} = 0$ ) bis hin zu reinem, unidirektional verstärkten CFK ( $\varphi_{FVK} = 1$ ) bei Wahl der Mittelebene als Bezugspunkt (CLT). Wird hingegen für jedes Mischungsverhältnis von Stahl und CFK die spezielle Neutralebene bestimmt, so ergibt sich ein linearer Verlauf der Zugsteifigkeit, welcher deckungsgleich der Steifigkeitsberechnung mit Hilfe einer einfachen Mischungsregel (ROM) ist.

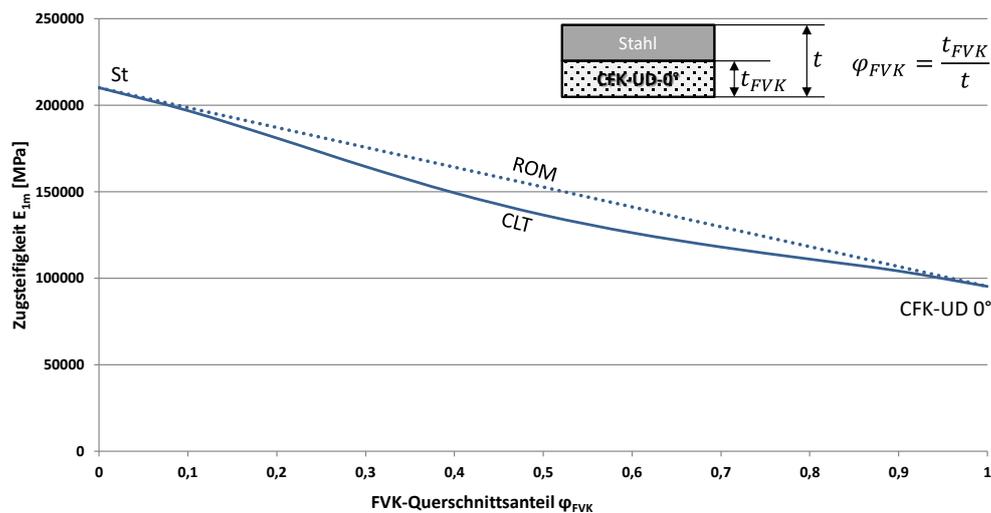


Abbildung 3-7: Zugsteifigkeit einer Platte mit (ROM) und (CLT) bei variablen FVK-Querschnittsanteil ohne Berücksichtigung einer speziellen Neutralebene

Je stärker ausgeprägt die asymmetrische Materialbelegung des Querschnitts, desto kleiner ist auch die Differenz von  $E_{1m}$ . Vergleicht man die Ergebnisse der analytischen Berechnung der Zugsteifigkeit mit dem Ergebnis von simulierten FEM-Zugproben und mit der von Dlugosch [70] experimentell bestimmten Eigenschaften, so zeigt sich, dass sich in der Realität der in Abbildung 3-7 abgebildete, linearer Verlauf der Zugsteifigkeit (ROM) einstellt. Dies zeigt, dass in der analytischen Berechnung eine Anpassung der Bezugsebene zwingend erforderlich ist, um die realen Einspannbedingungen abbilden zu können und konsistente Ergebnisse zu generieren.

Ein hier nicht abgebildetes Phänomen, welches in einer späteren, detaillierteren Entwicklungsphase jedoch relevant wird, ist der sogenannte „Free-edge effect“ oder Freier-Rand-Effekt. Aus den unterschiedlichen anisotropen Eigenschaften der Einzelschichten im Laminat, treten an den freien Rändern lokalisiert-interlaminare, dreidimensionale Spannungen auf, die unter anderem zu Delaminationen und Laminatversagen an diesen Rändern führen können. Dieser Effekt tritt an den Rändern von kontinuierlich verstärkten genauso wie bei lokal verstärkten Platten und Profilen auf und wird von der klassischen Laminattheorie, wie in Kapitel 3.1.1 dargestellt, nicht abgebildet. Jedoch finden sich in der Literatur zahlreiche Ansätze, diese Randbereiche der Laminat in geschlossen-analytischer Form zu beschreiben. [125, 126]

## 3.2. Darstellung dünnwandiger Strukturen als Verbund von Platten

Die Berechnung hybrider Bauteile soll im Folgenden von Platten auf Profilstrukturen erweitert werden. Um auch Profile mit komplexeren Aufbau mit möglichst großer Variabilität berechnen zu können, wird ein Ansatz gewählt, welcher auch schon in Zusammenhang mit der lokalen Stabilitätsbeurteilung von dünnwandigen Profilen von Wiedemann [127] und Duntheil [128] beschrieben wird. Dabei wird ein Profil mit konstantem Querschnitt in seine Einzelflächen zerlegt, welche geometrisch miteinander gekoppelt bleiben. Dies ist in Abbildung 3-8 angedeutet. Jede Einzelfläche kann wiederum für sich genauer definiert werden. Einen ähnlichen Grundgedanken verfolgt die SSS Methode von Pawlowski [33], wie sie in Kapitel 2.1.1 beschrieben wird, jedoch mit dem Unterschied, dass die Zerlegung in Einzelflächen nicht global, sondern auf Bauteilebene erfolgt und die Einzelflächen nun deutlich komplexer, hier als Laminat, definiert werden können. Der Vorteil liegt darin, dass die Beschreibung des Gesamtprofils unabhängig vom Aufbau der Einzelflächen stattfindet. Andererseits kann jede Fläche in der Festigkeitsanalyse eigenständig für sich betrachtet werden. Diese unabhängige Betrachtungsweise ermöglicht schnelle Anpassungen im Platten- oder auch Profilaufbau, ohne Programmieraufwand für die Berechnung. Eine genaue Beschreibung des Berechnungsablauf wird in Kapitel 5.1 dargestellt. Ein zu berechnendes Profil wird dabei als Balken angenommen, welcher durch Zug/Druck, Biegung oder Torsion belastet wird. Zuvor werden folgende Annahmen, welche auch in Abbildung 3-8 dargestellt sind, getroffen:

- Die Profile sind dünnwandig
- Es gelten lineare Werkstoffgesetze
- Kompatibilitätsbedingungen zwischen den Platten
- Kompatibilitätsbedingungen zwischen den Einzellagen
- Die Querschnittsgestalt bleibt erhalten
- Eigenschaften der Einzelplatten beeinflussen sich nicht gegenseitig
- Stoßkanten der Profilplatten stellen eine gestützte Lagerung dar [54, 129]
- Randeffekte an den Platten werden nicht berücksichtigt

Die Kompatibilitätsbedingungen sagen aus, dass die Flächen an den Stoßkanten gleiche Verformungen erfahren, sich nicht voneinander lösen und der Stoßwinkel konstant bleibt. Ebenso sind die Einzellagen des Laminats gekoppelt, so dass diese im Koordinatensystem des Verbundes stets gleiche Verformungen an den Kontaktflächen der Lagen erfahren. Eine Delamination zwischen den Lagen wird hier nicht betrachtet. Die in Abbildung 3-8 dargestellten Punkte sind die Stellen im Profil, an denen die maximal auftretenden Spannungen erwartet werden. Verformungen der Stoßkanten werden auf die beiden angrenzenden Flächen übertragen und die Spannungen in jeweils in der Platte ausgewertet.

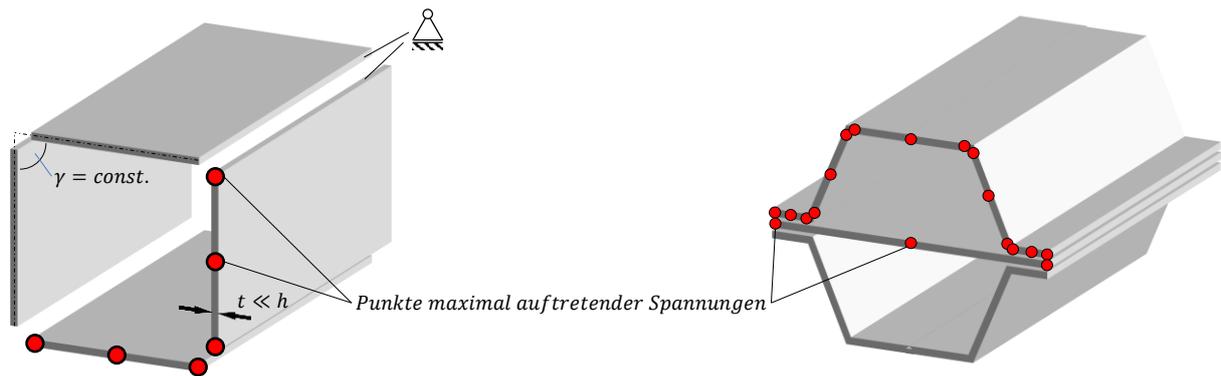


Abbildung 3-8: Getroffene Annahmen und spannungskritische Punkte an Profilen

### 3.3. Theorie hybrider Balken

In Kapitel 2.1.1 wurde aufgezeigt, dass sich die Karosserie eines Fahrzeugs als Rahmenstruktur darstellen lässt und diese den Großteil der Kraftverläufe im Fahrzeug definiert. Eine solche Rahmenstruktur setzt sich aus den biege-, zug- und druckbeanspruchten Balken und den biegesteifen Knoten zusammen, an denen die Balken angebunden sind. Sind bei kleinen Deformationen am Balken für die Berechnung der Festigkeiten Theorien I. Ordnung oft genügend genau, so werden bei Stabilitätsproblemen Theorien II. Ordnung notwendig, welche eine Kräftebilanzierung am verformten Balken aufstellt. [130]

Um das Berechnungsmodell für hybride Profile genauer beschreiben zu können, werden im Folgenden die jeweils möglichen Lastfälle beschrieben und dabei auf die theoretischen, mechanischen Ansätze, auf die Berechnung Steifigkeit des Profils, auf das Beschreiben der Materialfestigkeit und die Analyse der Profilstabilität eingegangen.

#### 3.3.1. Zug/Druckbelastung

Wird ein Stab in seiner Achse mit dem Zug oder Druck  $F$  beaufschlagt (Tabelle 3-2 a)), so längt oder kürzt er sich gemäß der Werkstoffgesetz der verwendeten Materialien. Die Dehnung des Stabs ergibt sich aus der Änderung der Stablänge  $\Delta l$  und ist definiert als,

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad \text{mit} \quad \Delta l = \frac{F}{EA} l \quad (35)$$

$l$  ist dabei die Ausgangslänge und  $EA$  die Zug- oder Dehnsteifigkeit, bestehend aus der Querschnittsfläche  $A$  und dem Elastizitätsmodul  $E$ . Bei inhomogenen Querschnitten ist der E-Modul  $E$  dabei über den Querschnitt nicht konstant. Daher wird in Gleichung (35) die

Zugsteifigkeit  $EA$  durch eine Ersatzzugsteifigkeit  $(EA)_{ges}$  ersetzt, die sich aus den Einzelquerschnitten der Materialien  $A_i$  und deren E-Modul  $E_i$  zusammensetzt:

$$(EA)_{ges} = \sum (E_i A_i) \quad (36)$$

Der in Stabachse gerichtete Elastizitätsmodul jeder Einzelflächen lässt sich bei anisotropen Eigenschaften mit Hilfe der in Kapitel 3.1.1 beschriebenen Klassischen Laminattheorie (CLT) berechnen. Aufgrund der Kompatibilitätsbedingung erfährt unter Zug oder Druckbelastung jeder Einzelquerschnitt die gleiche Dehnung  $\varepsilon$ .

Durch das Einsetzen der Dehnung in das Elastizitätsgesetz jeder Platte des Gesamtprofils kann der daraus resultierende Spannungszustand der jeweiligen Platte bestimmt werden. Wird dieser Spannungszustand in das Koordinatensystem der Einzellagen einer jeder Platte transformiert, so ergeben sich die Spannungen in den Lagen, welche nun mittels der in Kapitel 3.1.2 beschriebenen Festigkeitskriterien auf Schädigung hin überprüft werden können. Die wirkende Kraft, bei der die erste Einzellage eine nicht tolerierbare Schädigung erfährt, wird als Festigkeitsgrenze für die gesamte Struktur definiert. Darüber hinaus müssen bei druckbeanspruchten Strukturen zusätzlich Stabilitätskriterien berücksichtigt werden, um zu prüfen, ob einzelne Bereiche zum Beulen neigen. Diese Überprüfung muss für jede Einzelfläche eines Profils, wie in Kapitel 3.1.3 beschrieben, durchgeführt werden. Neben diesen lokalen Stabilitätskriterien kommen auch globale Instabilitäten zum Tragen, welche ein Versagen des gesamten Balken zur Folge hat. Gerade bei schlanken Balken, welche unter axialen Druck belastet werden, besteht die Gefahr des klassischen EULER-Knickens. In Abbildung 3-9 ist beispielhaft der EULER-Fall 1 mit der kritischen Knicklast dargestellt [54]. Zu beachten ist dass  $EI$  stets bezüglich der Achse angegeben wird, für die die Biegesteifigkeit und damit die Knicklast minimal wird.

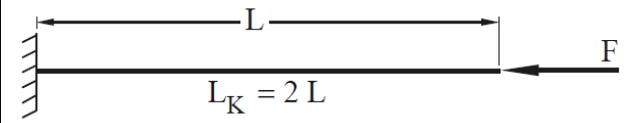
EULER-Fall	Randbedingungen	Kritische Last
1		$F_{krit} = \frac{\pi^2 EI}{4 L^2}$

Abbildung 3-9: kritische Knicklast im EULER-Fall 1

### 3.3.2. Biegebelastung

Gerade bei den hier betrachteten dünnwandigen Profilen treten bei einer Querkraftbelastung neben einer Biegeverformung auch eine überlagerte Schubverformung ein. Um dies zu berücksichtigen, reicht die Balkentheorie nach BERNOULLI, welche die schubstarre Verformung eines Balkens, hervorgerufen durch ein Biegemoment berücksichtigt nicht aus. Es ist notwendig die Balkentheorie nach TIMOSHENKO heranzuziehen, welche zusätzlich den schubweichen Balken beinhaltet. Beide Fälle sind in Abbildung 3-10 dargestellt. In der Realität

verwölbt sich der Balkenquerschnitt infolge einer nicht konstanten Schubspannung über dem Querschnitt. Im Ersatzmodell nach TIMOSHENKO wird die tatsächliche Verwölbung durch einen energetisch äquivalenten Schubwinkel ersetzt. (vgl. Abbildung 3-10c))

Bei der schubstarrten Biegeverformung (Abbildung 3-10a)) steht der Querschnitt auch nach der Verformung senkrecht und unverwölbt auf der Balkenachse (BERNOULLI-Hypothese). Berücksichtigt man eine, durch die Querkraft bedingte, vereinfachte Schubverformung des Balkens (Abbildung 3-10c)), so verdrehen sich die Querschnitte um den Winkel  $\gamma_m$  gegenüber der Balkenachse (TIMOSHENKO-Balken). Durch diese Schubverformung resultiert eine Schubspannung im Querschnitt. Zur genauen mathematischen Beschreibung des Timoshenko-Balkens sei hier auf Merkel und Öchsner [131, 132] verwiesen, welcher auch die Auswirkungen der Schub- auf die Gesamtverformung für solide Balken mit unterschiedlichen Schlankheitsgrad aufzeigt. Je gedrungener ein Balken, desto größer ist der Anteil der Schubverformung an der Gesamtverformung. Darüber hinaus beschäftigt sich Hayes [133] tiefgreifend mit der Bestimmung der Schubsteifigkeit von Composite Balken. Durch die Annahme der Dünnwandigkeit resultiert eine konstante Schubspannung über die Plattendicke. Eine umfassende Übersicht über weitere Theorien für eine realistischere Bestimmung der Schubspannungsverteilung ist bei GHUGAL und SHIMPI [134] zu finden. Für diese Arbeit ist die Annahme der Balkentheorie nach TIMOSHENKO jedoch genügend genau.

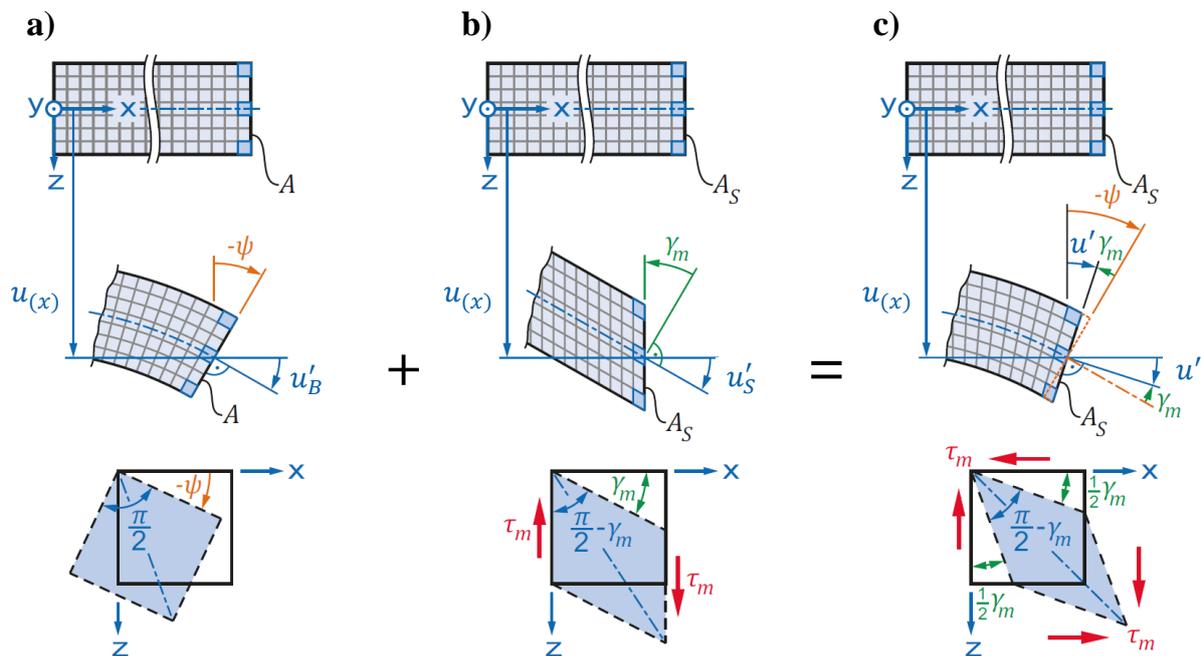


Abbildung 3-10: a) reine Biegung (Euler-Bernoulli-Theorie), b) Querschnittsverdrehung infolge reinem Schub, c) Überlagerung der Biegung mit Schub ergibt den schubweichen Balken nach Timoshenko, nach [130]

In Folge einer Querkraft auf einen dünnwandigen Balken tritt eine Schubspannung auf, die sich über den Querschnitt verteilt (Abbildung 3-11). Bei einem offenen Querschnitt sind die jeweiligen Enden stets spannungsfrei ( $\tau = 0$ ). Geschlossene Profile können als zusammengesetzte offene Profile berechnet werden. Greift die Querkraft im Schubmittelpunkt

(SM) des Querschnitts an, so tritt keine Verdrillung des Querschnitts auf. Durch diese Annahme können Biegung und Torsion getrennt voneinander betrachtet werden. [54]

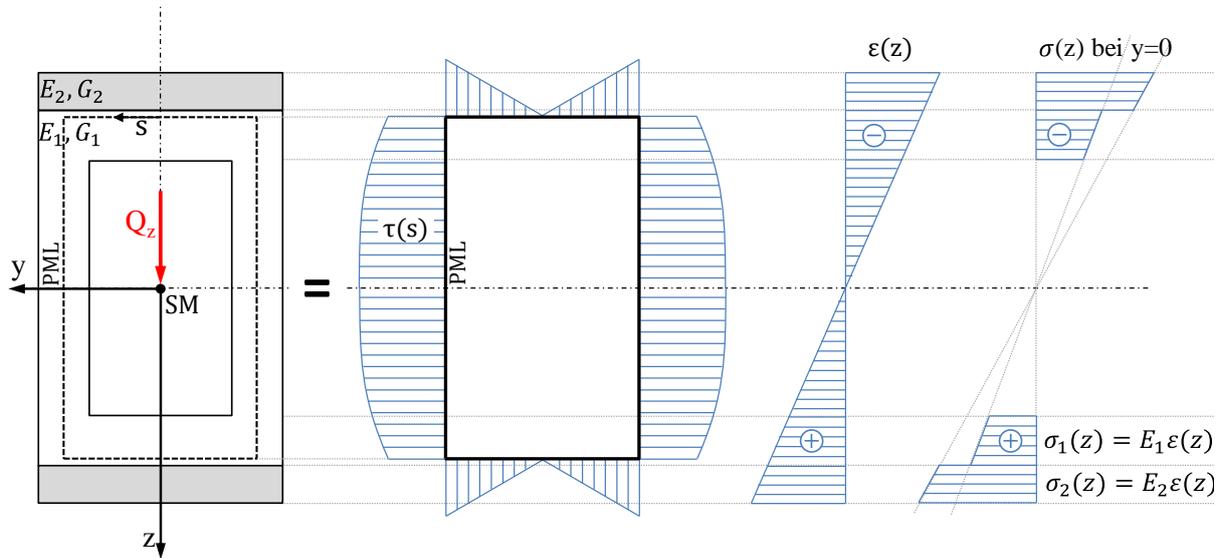


Abbildung 3-11: Spannungsverteilung im dünnwandigen, geschlossenen Hybridprofil infolge Querkraft

Durch die Überlagerung von reiner Biege- und reiner Schubverformung,  $u_B$  und  $u_T$ , ergibt sich die Gesamtverformung  $u_{ges}$  zu:

$$u_{ges} = u_B + u_T \tag{37}$$

Für den Bernoulli-Balken ergibt sich die Gesamtbiegesteifigkeit aus der Summe Steifigkeiten der Einzelplatten gegenüber dem nach den E-Modul gewichteten Flächenschwerpunkt, sprich der Biegeachse, welche zuvor bestimmt werden muss. Dieser gewichtete Schwerpunkt bezieht neben den geometrisch definierten Schwerpunkt einer Fläche auch die zugehörige Steifigkeit, sprich den zugehörigen Elastizitätsmodul mit ein (Abbildung 3-12).

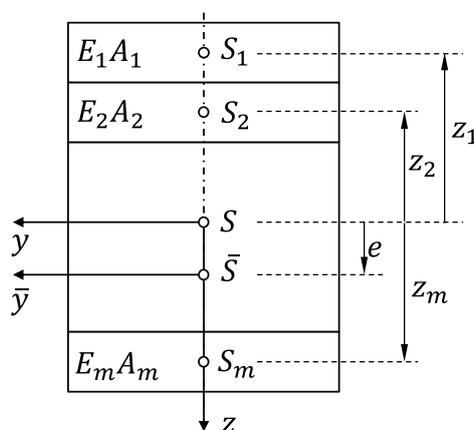


Abbildung 3-12: Gewichteter Schwerpunkt einer Verbundquerschnitts

Der Abstand  $e$  des gewichteten Schwerpunkts des Verbundquerschnitts  $\bar{S}$  gegenüber dem Flächenschwerpunkt  $S$  setzt sich aus der gewichteten Querschnittsfläche  $\bar{A}$ , den E-Modul-Verhältnis  $n_i$  und der Querschnittsfläche  $A_i$  der Einzelfläche  $i$ , sowie den senkrechten Abstand  $z_i$  zwischen den Flächenschwerpunkt der Einzelfläche  $S_i$  und des Gesamtquerschnitts  $S$ :

$$e = \frac{1}{\bar{A}} \sum_{i=1}^m (z_i n_i A_i) \quad \text{mit} \quad \bar{A} = \sum_{i=1}^m (n_i A_i) \quad \text{und} \quad n_i = \frac{E_i}{E_1} \quad (38)$$

Die Gesamtbiegesteifigkeit des Balkens setzt sich wie folgt zusammen:

$$(EI_y)_{ges} = \sum (EI_{y,i}) \quad (39)$$

Dabei kann für jede Platte bzw. Laminat  $i$ , der zuvor berechnete Zugmodul  $E_i$  und das Flächenträgheitsmoment  $I_i$  inklusive Steiner-Anteil herangezogen werden. So ergibt sich bei Biegung um die  $y$ -Achse folgende Gleichung:

$$(EI_y)_i = E_i \cdot (I_{y,i} + z_i^2 \cdot A_i) \quad (40)$$

Wobei  $z_i$  der Abstand des E-Modul-gewichteten Flächenschwerpunktes der Einzelfläche zum Flächenschwerpunkt des gesamten Querschnitts und  $A_i$  die Querschnittsfläche der Einzelfläche darstellt. Nach der Summierung der Einzelbiegesteifigkeiten  $(EI)_i$  kann die Durchbiegung  $u_B$  des schubstarrten Balkens, aus der Biegelinie bestimmt werden. Im folgenden Fall ist die maximale Durchbiegung für einen beidseitig gelenkig gelagerten Balken, wie er als Referenzversuch in dieser Arbeit nach Tabelle 3-2 b) verwendet wird angegeben:

$$u_B = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot (EI_y)_{ges}} \quad (41)$$

$F$  ist dabei die äußere Kraft, welche mittig an einem Balken der Länge  $L$  angreift. Weitere Lösungen für andere Lagerzustände finden sich unter anderem bei Merkel [131].

Im Folgenden soll nun die Verschiebung  $u_T$  des schubweichen Balkens betrachtet werden, welche sich für homogene Querschnitte wie folgt ergibt:

$$u_T = \frac{F \cdot L}{4k_s GA} = \frac{F \cdot L}{4GA_s} \quad (42)$$

$k_s$  ist dabei ein Schubfaktor, welcher das Verhältnis aus schubübertragender Fläche und wirklicher Fläche im homogenen Querschnitt darstellt. Um diesen zu berechnen, muss die allgemeine Form der Schubsteifigkeit  $GA$  gewählt werden, hier am Beispiel einer Querkraft in  $z$ -Richtung:

$$\frac{1}{GA_{s,z}} = \frac{1}{(EI_y)^2} \int_A \frac{(ES_y)^2}{Gt} ds \quad (43)$$

Die ausführliche Herleitung hierzu kann bei Kossira [135] eingesehen werden.  $EI_z$  ist die Biegesteifigkeit des inhomogenen Querschnitts,  $S_y$  das statische Moment bzgl. der y-Achse,  $G$  der Schubmodul,  $E$  der E-Modul und  $t$  die Wandstärke des dünnwandigen Profils. Die Integration findet dabei über den Profilquerschnitt entlang der Laufkoordinate  $s$  der Profilmittellinie (PML) statt. Die mittlere Schubverzerrung  $\gamma_m$  ergibt sich aus der Querkraft und der in Gleichung (43) ermittelten Schubsteifigkeit  $GA_{s,z}$  [131]:

$$\gamma_m = \frac{Q_z}{GA_{s,z}} \quad (44)$$

Neben der Theorie nach TIMOSHENKO gibt es noch zahlreiche weitere Theorien höherer Ordnung. Diese bilden Schubverformung zwar besser ab, sind aber analytisch schwer zu handhaben, weshalb diese hier nicht behandelt werden sollen, da dieser Detaillierungsgrad in der frühen Phase der Entwicklung in aller Regel nicht notwendig ist. [136]

Die gesamte, maximale Verschiebung des Querschnitts beim beidseitig gelenkig gelagerten Balken ergibt sich damit zu:

$$u_{ges} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot (EI_y)_{ges}} + \frac{F \cdot L}{4GA_{s,z}} \quad (45)$$

Um die Biegesteifigkeit von hybriden Profilen beurteilen und vergleichen zu können, wird in dieser Arbeit die Gesamtverschiebung  $u_{ges}$  in Folge der äußeren Kraft  $F$  verwendet. Diese setzt sich aus den schubstarrten und schubweichen Verschiebungen des zusammen. Die Kennwerte  $(EI)_{ges}$  und  $(GA_s)_{ges}$  sind für sich alleine nicht aussagekräftig. Darüber hinaus kann das Verhältnis von Biege- und Schubverformung je nach Profilabmessungen, Materialbelegung, etc. stark variieren. Dies setzt allerdings gleichbleibende Randbedingungen, wie die Einspannbedingungen und Profillänge voraus. In Tabelle 3-2 b) und c) sind die Gleichungen für die Berechnung der Durchbiegung für Drei- und Vier-Punkt-Biegungen beschrieben. Gerade für die Herleitung der Gleichungen der Vier-Punkt-Biegungen sei auf Pronk [137] verwiesen. Zu unterscheiden ist hier die maximale Durchbiegung in der Balkenmitte  $u_{max}$  und die Durchbiegung  $u(x_f)$  am Kraftangriffspunkt  $x_f$ , welche sich beide aus einem schubweichen und schubstarrten Anteil zusammensetzen.

Um von der Balkendurchbiegung auf die Dehnungen schließen zu können, ist es sinnvoll diese über den minimalen Biegeradius zu bestimmen. Der Krümmungsradius  $\rho$  der Biegelinie ist definiert als:

$$\rho = \frac{(EI)_{ges}}{M(x)} \quad (46)$$

Die Dehnung  $\varepsilon$  im Profil im Abstand  $z$  zur Biegelinie ist dann:

$$\varepsilon = \frac{1}{\rho} \cdot z \quad (47)$$

Wird der Abstand  $z$  negativ, so ergibt sich eine negative Dehnung im Profil. Somit lassen sich die Dehnungen in den Einzelplatten des Profils bestimmen und im weiteren Verlauf der Berechnung auf Schädigung überprüfen.

### 3.3.3. Torsion

Torsion ist die Verdrillung eines Körpers oder Balken infolge eines Torsionsmoments. Ein solches Torsionsmoment kann etwa dadurch aufgebracht werden, dass eine Querkraft außermittig zum Schubmittelpunkt eines Querschnitts wirkt. Der lotrechte Abstand der Querkraft zum Schubmittelpunkt erzeugt einen Hebelarm zur wirkenden Kraft. Balkenquerschnitte können sich unter Torsion verwölben. Unter Verwölbung versteht man die Verformung von Querschnitten in Richtung deren Längsachse. Wird diese Verwölbung z.B. durch eine Einspannung verhindert, so entstehen Wölbspannungen im Profil. Bei geschlossene Polygonquerschnitten mit seitenweiser konstanter Wanddicke kann die Verwölbung unberücksichtigt bleiben. Geschlossene Profile besitzen eine vielfach höhere Torsionsteifigkeit als offene oder geschlitzte Profile. Aus diesem Grund werden im Automobilbau ausschließlich geschlossene Profilformen verwendet, wenn Torsionslasten auftreten. Bei dünnwandigen, geschlossenen Profilen ergibt sich ein umlaufender Schubfluss  $T$ , der sich aus dem Produkt der, über die Wanddicke gemittelte Schubspannung  $\tau$  und der Wandstärke  $t$  zusammensetzt. Bei offenen Profilen ergibt sich über die Wandstärke eine linear verteilte Schubspannung mit gegenläufigen Maxima an den Oberflächen. Das Torsionsmoment ergibt sich lediglich aus der Schubverteilung über die Wandstärke, die äußere Form des Profils hat dabei keinen Einfluss auf Schubspannung oder Drillsteifigkeit. Daher kann ein offenes Profil auch als ebene Platte betrachtet werden. [127]

Auf die Herleitung der Gleichungen für offene Torsionsquerschnitte soll im Folgenden verzichtet werden, da diese Geometrien in den Untersuchungen dieser Arbeit keine Anwendung finden. Prinzipiell ist es jedoch möglich, mit den hier vorgestellten Ansätzen auch offene Profile unter Torsionsbelastung zu berechnen.

Für die komplexe Berechnung der Torsionsbeanspruchung in hybriden, dünnwandigen Profilen, müssen einige Annahmen getroffen werden. Es wird von einer klassischen Torsion nach SAINT VENANTs ausgegangen. Dabei wird die Verwölbung der Querschnitte in Profilrichtung nicht behindert und entsteht somit keine Normalspannung. Eine Wölbkrafttorsion soll nicht betrachtet werden, da hauptsächlich geschlossene, dünnwandige Profile betrachtet werden. Hier ist die Wölbspannung meist vernachlässigbar klein gegenüber der Torsionsschubspannung. Die Schubspannung  $\tau$  ist gleichzeitig der Quotient aus Schubfluss  $T$  und Profilwandstärke  $t$  und bei dünnwandigen Profilen über die Wandstärke konstant. Die erste BRETD'sche Formel beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Torsionsmoment  $M_T$

und der von der Profilmittellinie (s. Abbildung 3-11) eingeschlossenen Fläche  $A_m$ . Für homogene Querschnitte erhält man die Formel:

$$\tau = \frac{T}{t} = \frac{M_t}{2A_m t} \quad (48)$$

Wird  $\tau$  durch das Produkt aus Schubsteifigkeit  $G$  und Schubverformung  $\gamma$ , so erhält man die Schubverformung  $\gamma$  für homogene Querschnitte:

$$G \cdot \gamma = \frac{M_t}{2A_m t} \Rightarrow \gamma = \frac{M_t}{G \cdot 2A_m t} \quad (49)$$

Für inhomogene Querschnitte, bei denen sich der Schubmodul, sowie die Wandstärke ändern können, ergibt sich der Ausdruck  $Gt$  durch die Summe  $\sum(G_i t_i)$  der  $i$  Einzelflächen und wird mittels der klassischen Laminattheorie berechnet. Dies führt zur Schubverformung:

$$\gamma = \frac{M_t}{2 \cdot A_m \sum(G_i t_i)} \quad (50)$$

Um ein Maß für den Torsionswiderstand bei einem Torsionsmoment für die hier betrachteten, inhomogenen, dünnwandig-geschlossenen Profilen bestimmen, bietet sich der Verdrehwinkel  $\vartheta$  an.

$$\vartheta = \frac{M_t}{GI_t} \cdot x \quad (51)$$

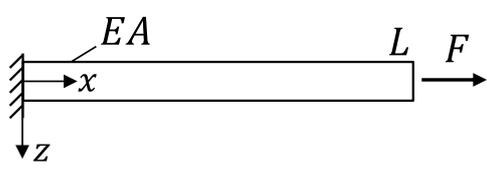
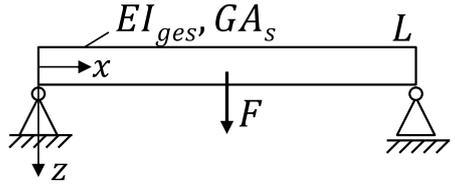
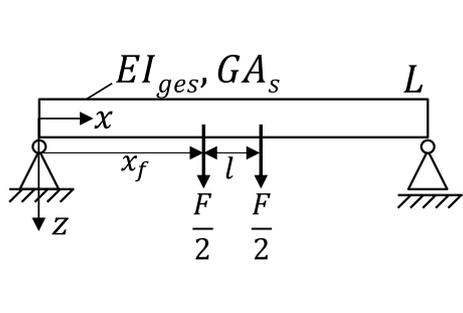
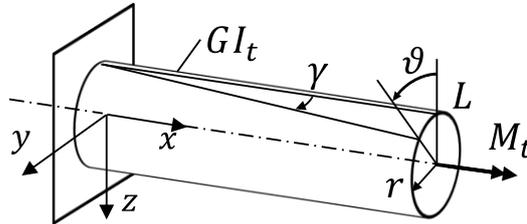
Dieser hängt vom Torsionsmoment  $M_t$ , von der Entfernung zur Einspannung  $x$  und der Torsionssteifigkeit  $GI_t$  ab. Die Torsionssteifigkeit  $GI_t$  ergibt sich aus dem Torsionsträgheitsmoment und der Schubsteifigkeit  $G_i$  der Einzelflächen i:

$$GI_t = \frac{4 \cdot A_m^2}{\oint \frac{ds}{G(s)t(s)}} = \frac{4 \cdot A_m^2}{\sum \frac{s_i}{G_i t_i}} \quad (52)$$

Analog zu Gleichung (50) lässt sich das Kurvenintegral im Nenner in diskrete Längenabschnitte  $s_i$  der Laufvariablen  $s$  aufteilen. Diese Gleichung eignet sich besonders gut für hybride Profile, da diese sowohl Änderungen der Wandstärke als auch der Materialeigenschaften über den Profilquerschnitt erfasst. Die so ermittelten Torsionswinkel stimmen sehr gut mit den Ergebnissen der FEM in Kapitel 4.2.2 überein.

Eine Zusammenfassung der in den Kapiteln 3.3.1, 3.3.2 und 3.3.3 beschriebenen Lastfällen und Einspannbedingungen sind in Tabelle 3-2 zusammengestellt.

Tabelle 3-2: Betrachtete Lastfälle und Einspannbedingungen. a) Zug/Druck b) Drei-Punkt-Biegung c) Vier-Punkt-Biegung [137] d) Torsionsbelastung

	Lastfall	Maximale Verschiebung
a)		$\Delta L = \frac{F}{EA} \cdot L$
b)		$u_{max} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot EI_{ges}} + \frac{F \cdot L}{4GA_s}$
c)		$u_{max} = \frac{2 \cdot F \cdot x_f}{96 \cdot EI_{ges}} [3L^2 - 4x_f^2] + \frac{F \cdot x_f}{2GA_s}$ $x_f = \frac{L-l}{2}$ $u(x_f) = \frac{8 \cdot F \cdot L}{96 \cdot EI_{ges}} \left[ 3x_f^2 - 4 \frac{x_f^3}{L} \right] + \frac{F \cdot x_f}{2GA_s}$
d)		$\vartheta = \frac{M_t}{GI_t} \cdot L$

### 3.3.4. Kombinierte Belastung

Neben reinen Zug/Druck-, Biege- oder Torsionslasten können auch kombinierte Belastungen im betrachteten Profil auftreten. Hierbei werden die Spannungen in den einzelnen Platten des Profils überlagert und die resultierenden Spannungen berechnet. Somit können in den Einzelflächen des Profils auch gleichzeitig Schub- und Zug-/Druckspannungen auftreten, welche in den späteren Festigkeits- und Stabilitätsuntersuchungen berücksichtigt werden müssen.

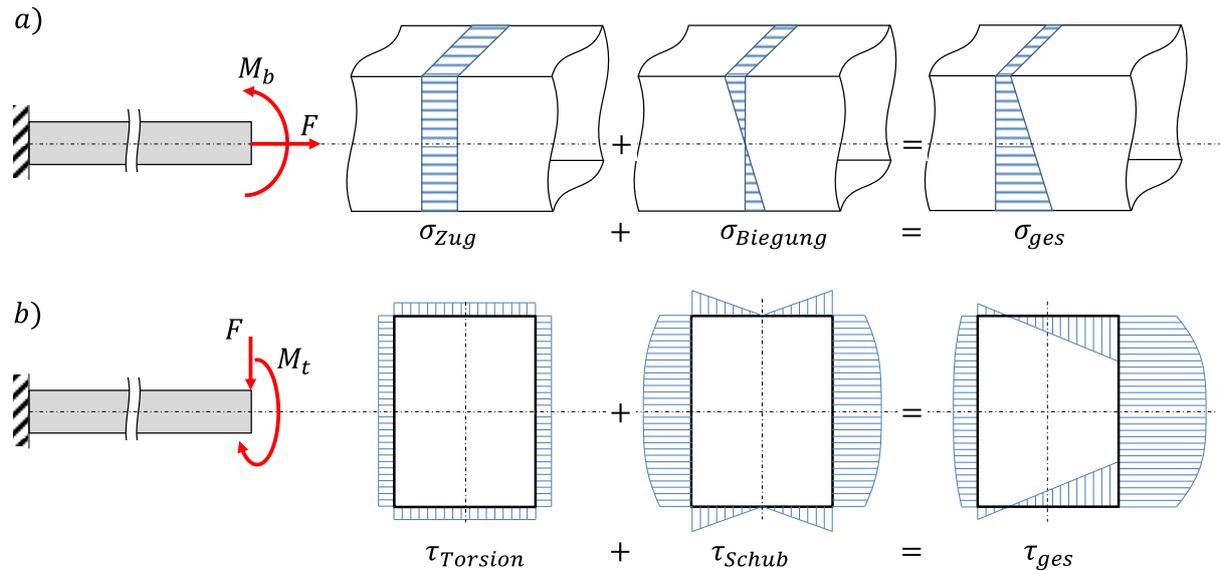


Abbildung 3-13: Spannungsüberlagerungen bei kombinierter Belastungen. a) Zug + Biegung b) Schub + Torsion

In Abbildung 3-13 sind beispielhaft zwei Überlagerungen von Spannungen in einem dünnwandigen Rechteckprofil dargestellt, wie sie bei einer Kombination von Zug und Biegebelastung, bzw. Schub und Torsion auftreten können. Abbildung 3-13 b) zeigt die Überlagerung der durch Querkraft hervorgerufenen Schubspannung aus Abbildung 3-11 mit einer durch Torsion induzierten, umlaufenden Schubspannung. Dadurch sind beide Stege unterschiedlich stark belastet. Durch die Summe der Einzelspannungen ist der Ort, an dem die Maximalspannungen auftreten nur mit vergrößertem Aufwand zu bestimmen. Bei nur einer Belastung treten die Spannungsmaxima in der Regel entweder an den äußeren Rändern (z.B. bei Biegung oder Torsion) oder in der Profilmittte (z.B. bei Querkraftschub) auf. Bei kombinierter Last kann sich dieser Ort der Maximalspannung, dargestellt in Abbildung 3-13 an einer anderen Stelle ergeben. Für die hier betrachteten Last- und Anwendungsfälle fällt diese eventuelle Abweichung zum Ort der Maximalspannungen und die daraus als zu niedrig angesetzte Maximalspannung in den Rahmen der angestrebten Prognosegüte gering aus und kann daher im ersten Ansatz vernachlässigt werden. Die resultierenden Spannungen werden jeweils an den Plattenrändern und der Plattenmitte bestimmt. Für in dieser Arbeit betrachtete Rechteckhol- und Doppelhutprofile sind die spannungskritischen Bereiche in Abbildung 3-8 dargestellt.

### 3.3.5. Stabilitätsnachweis

Der Nachweis, dass eine Struktur auch unter Last stabil ist und weder lokal in den Einzelplatten (Plattenbeulen) noch global als Ganzes versagt (z.B. Knicken) ist jeweils für entsprechende Belastung durchzuführen. Die notwendigen Grundlagen werden in Kapitel 3.1.3 erläutert und der entsprechende Stabilitätsnachweis ist stets durchzuführen.

Bei schlanken und gleichzeitig hohen Biegeträgern, welche um die Hochachse in Folge einer Biegemoments oder einer äußeren Kraft gebogen werden, kann es zum Kippen des Profils

kommen. Dabei kippt der Querschnitt zu einer Seite hin weg, wodurch der Träger einer Verdrehung erfährt. Da dieses Stabilitätsversagen stark von Profilform, Lagerbedingungen und Belastungsart abhängt, soll hier nur der für diese Arbeit relevante Fall eines, unter mittig angreifender Kraft belasteten Balkens aufgeführt werden (Abbildung 3-14). Für weitere Lastfälle und Querschnittsformen sei hier auf etwa auf Klein [54] verwiesen. Die in dieser Arbeit hauptsächlich betrachteten Hohlprofile sind in der Regel sehr widerstandsfähig gegen das Kippen, wodurch dieses Stabilitätsversagen nur in Ausnahmefällen eine Rolle spielt.

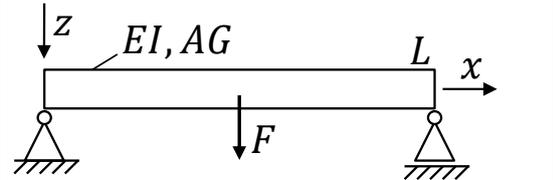
Randbedingungen	Kritische Last
	$F_{krit} \approx \frac{16,93}{L^2} \sqrt{(EI)_{ges} \cdot (GI_t)_{ges}}$

Abbildung 3-14: Kritische Kipplast des Biegebalkens

### 3.3.6. Kosten und Gewicht

Die Wirtschaftlichkeit und den Leichtbauaspekt eines Hybridprofils lässt sich über dessen Gewicht, bzw. Gewichtseinsparung, und dessen Kosten zur Herstellung bewerten. Das Bauteilgewicht  $G_{ges}$  eines Balkens mit konstantem Querschnitt wird dabei aus der Summe der Einzelelemente  $j$ , mit deren Dichte  $\rho_j$  Querschnittsfläche  $A_j$  und der Profillänge  $l$  berechnet:

$$G_{ges} = \sum G_j = L \cdot \sum \rho_j \cdot A_j \quad (53)$$

Die Bestimmung der Bauteilkosten kann sehr komplex sein [127, 138]. Zum einen besteht die Möglichkeit unter Einbeziehung der fixen Kostenanteile, wie Entwicklungs- und Investitionskosten und der variablen Herstellkosten pro Bauteil (bestehend aus Fertigungs- und Werkstoffkosten) die Gesamtkosten in Abhängigkeit der Bauteilanzahl zu berechnen. Stehen zwei Bauteilkonzepte zur Auswahl, kann über eine **Break-Even-Analyse** entschieden werden, für welche Stückzahlen welche Variante einen Kostenvorteil besitzt. Die Herstellkosten können auch über eine sogenannte **Materialkostenmethode** berechnet werden. Diese ist vor allem bei materialkostendominierten Kalkulationen von Vorteil, in dem den reinen Materialpreis ein Faktor aufgeschlagen wird, welcher den, aus Erfahrung resultierenden Anteil der Material- an den Gesamtherstellkosten, angibt.

Da es sich bei den hier untersuchten Hybridbauteilen um eine eher neue Komponentenvarianten handelt, bei der noch relativ wenige Erfahrungswerte vorhanden sind und sich durch die große Gestaltungsfreiheit eine sehr große Anzahl an möglichen Herstellungsverfahren ergibt, ist es schwer sowohl die Fixkosten bei der Herstellung abzuschätzen als auch den Anteil der Material- an den Gesamtkosten festzulegen. Da in dieser Arbeit eine große Zahl an hybriden Varianten

miteinander verglichen werden, müssten für jede Variante eine eigene Kalkulation unter Kenntnis des Herstellverfahrens angefertigt werden, wobei sich bei verändernden Materialverhältnis oder Materialkombinationen ein gänzlich abgeändertes Herstellverfahren einstellen könnte. Aus diesen genannten Gründen ist es mit dem aktuellen Stand der Erfahrungen im Umgang mit Hybridstrukturen, gerade in der frühen Phase der Fahrzeugentwicklung, nicht praktikabel, die Herstellung in die Kostenberechnung mit einzubeziehen. Die Bauteilkosten werden in dieser Arbeit daher über die reinen Materialkosten  $K_j$  angenähert, welcher sich aus den Einzelmassen  $m_j = \rho_j \cdot A_j \cdot L$  der unterschiedlichen Materialien und deren Materialpreis  $K_j$  ergibt.

$$K_{ges} = m_j \cdot K_j = L \cdot \sum \rho_j \cdot A_j \cdot K_j \quad (54)$$

Durch den modularen Aufbau der in dieser Arbeit beschriebenen Berechnungsmethode von Hybridstrukturen ist es jedoch möglich, bei vorher genau definierten Anforderungen an Stückzahlen, Werkestrukturen, etc., die hier vereinfachte Kostenberechnung über die Materialkosten durch einen detaillierteren Ansatz zu ersetzen. Im Rahmen dieser Arbeit soll die Betrachtung frei von Bauteilstückzahlen und Werketrachtung passieren, weshalb für die weitere Berechnung der vereinfachte Ansatz verwendet wird.

### 3.4. Annahmen für diese Arbeit

Unter Berücksichtigung der in Kapitel 2.2 beschriebenen Anforderungen an den Berechnungsablauf und die dargestellten theoretischen Grundlagen in den Kapiteln 3.1 und 3.2, lassen sich die getroffenen Annahmen für die Berechnung wie folgt zusammenfassen:

- Die betrachteten Profile setzen sich aus **einzelnen Platten** zusammen, welche jede für sich definiert wird.
- Betrachtete **Platten bestehen aus Laminaten** mit  $k$  Einzelschichten. Somit sind hybride Materialien, wie die Kombination aus FVK und Metallen gut darstellbar.
- Die Eigenschaften der Einzelplatten werden mit Hilfe der **Klassischen Laminattheorie** bestimmt.
- Zwischen den einzelnen Platten besteht eine **Kompatibilitätsbedingung**, so dass die Stoßkanten benachbarter Platten die gleiche Verformung erfahren und sich nicht voneinander trennen.
- Zwischen den einzelnen Lagen des Laminats besteht eine **Kompatibilitätsbedingung**, so dass diese nicht delaminieren und die benachbarten Grenzschichten zwischen den Lagen die gleiche Verformung erfahren.
- Die **Eigenschaften der Einzelplatten** beeinflussen sich nicht gegenseitig.
- **Randeffekte** der Einzelplatten werden nicht berücksichtigt.
- Für Faserverbunde findet der **Festigkeitsnachweis nach PUCK** Anwendung. Dieser hat sich in der Praxis bewährt und liefert Informationen zum Bruchmodus im FVK.

- Festigkeitsnachweise in Metallen werden mit Hilfe der **Gestaltänderungsenergiehypothese** durchgeführt, da diese eine gute Vorhersagegüte für die hier betrachteten, zähen Werkstoffe bietet.
- Es werden nur **dünnwandige und geschlossene** Profile betrachtet, da diese im Umfeld des automobilen Leichtbaus vorwiegend anzutreffen sind.
- Da keine Crashauslegung der Strukturen stattfindet, beschränkt sich die Betrachtung auf das Verhalten bis zum **ersten Versagen**. In diesem Bereich werden **lineare Werkstoffgesetze** angenommen, welche mathematisch einfach handhabbar sind.
- Eine Querkraft greift stets im **Schubmittelpunkt** eines Querschnitts an, um Biegung und Torsion separat betrachten zu können.
- Es wird ein **schubweicher Balken nach TIMOSHENKO** angenommen, um den Einfluss der Schubverformung abbilden zu können.
- Da ausschließlich dünnwandige, geschlossene Querschnitte betrachtet werden, wird eine **wölbkraftfreie Torsion** nach SAINT-VENANT angenommen.
- Profilkosten werden auf Basis der **Materialkostenanalyse** berechnet
- Die **Auswertung der auftretenden Spannungen** im Profil findet in jeder Lage einer Einzelplatte an zuvor definierten Standardpunkten statt. Diese sind an den Rändern und in der Mitte einer Platte. Dadurch werden die Berechnung und Auswertung vereinfacht und beschleunigt.

### 3.5. Optimierung hybrider Strukturen

Ein wesentlicher Bestandteil des in dieser Arbeit vorgestellten Vorgehens zur Auslegung von Hybridbauteilen ist neben der Berechnung eines Bauteilentwurfs auch dessen Optimierung. So wird ein optimal an die Kriterien angepasstes Bauteil entwickelt. Daher ist es notwendig, im ersten Teil die Grundlagen der Optimierung aufzuzeigen und anhand derer im Weiteren erste Optimierungen an hybriden Platten und Profilen durchzuführen. Dadurch können bereits erste methodische Erkenntnisse im Umgang mit der Optimierung von hybriden Strukturen gewonnen werden, welche im späteren Verlauf in die Arbeit mit einfließen können.

Die Optimierung ist eine strategische Herangehensweise, um eine technische Lösung mit möglichst hoher Effizienz zu generieren. Dabei geht es häufig darum, den optimalen Auslegungspunkt zu finden, in dem ein System mit dem geringsten Einsatz, das beste Ergebnis erzielt. Dieses Prinzip kann man so direkt auf das Entwerfen von Leichtbaustrukturen, z.B. in Fahrzeugkarosserien übertragen. Auch hier versucht man, mit möglichst geringen Materialeinsatz, eine vorgegebene Funktion zu erfüllen. An Stellen der Struktur, an denen Material nicht effizient platziert ist, wird versucht, dieses dort zu entfernen, um es sinnvoller an einem anderen Ort einzusetzen. Auch ein Material, dessen Eigenschaften sich nicht mit den lokalen Anforderungen decken, kann durch ein besser Passendes ersetzt werden. Für die Annäherung an eine solche Lösungsfindung gibt es unterschiedliche Möglichkeiten. Häufig, so auch in dieser Arbeit, wird bei technischen Problemen auf die simulationsgestützte

Optimierung zurückgegriffen, mit dessen Hilfe man ein mathematisches Modell mit Hilfe von unterschiedlichen Verfahren optimiert. Im Nachfolgenden sollen verschiedene Optimierungsstrategien betrachtet werden. Der generelle Ablauf einer simulationsgestützten Optimierung ist in Abbildung 3-18 dargestellt. Dabei geht es prinzipiell um eine iterative Näherung an ein Optimum, welche sich nach Schuhmacher [139] in vier Schritten einteilen lässt:

1. Festlegen eines Startentwurfs
2. Der Startentwurf wird gemäß eines festgelegten Kriteriums geändert
3. Überprüfung ob relevante Abbruchkriterien erfüllt sind. Wenn nicht, wird mit Schritt zwei fortgefahren
4. Optimale Lösung

Grundsätzlich kann man die Optimierung von mechanischen Strukturen in drei Kategorien unterscheiden [140, 141]:

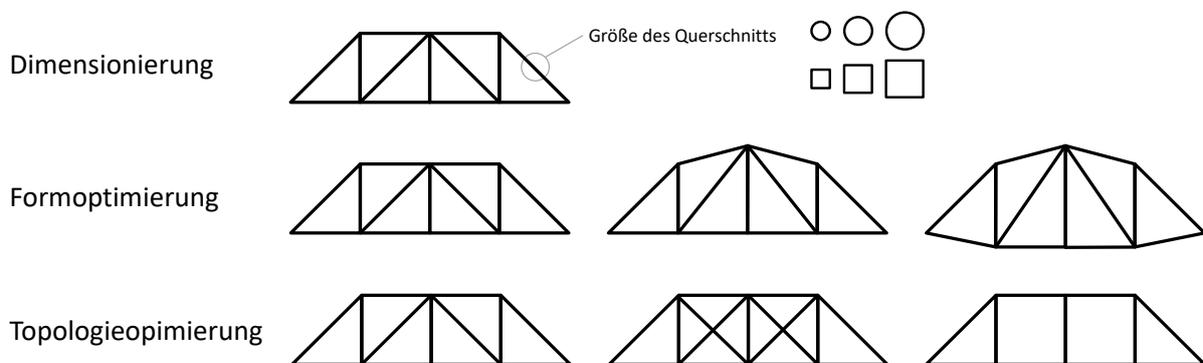


Abbildung 3-15 Kategorien der Strukturoptimierung am Beispiel eines Tragwerks, nach [141]

1. *Dimensionierung oder Sizing*: Hier findet eine Anpassung einer Struktur über die Variation von Parametern, wie Wandstärke, Querschnitte, etc. statt. Die Topologie und Form der Struktur an sich bleibt dabei konstant. Diese Parameter sind meistens der Input für die Simulation.
2. *Formoptimierung*: Dabei wird auch die (äußere) geometrische Form einer Struktur angepasst. Etwa der Querschnittsverlauf einer Struktur über die Länge oder die Form von Verrippungen.
3. *Topologieoptimierung*: Im Gegensatz zur Formoptimierung ermöglicht die Topologieoptimierung die Entstehung von Löchern oder Anpassung des prinzipiellen Strukturverlaufs. So können etwa zusätzliche Rippen oder Trägerverläufe entstehen.

In dieser Arbeit liegt der Fokus auf dem Sizing und der Formoptimierung einer Struktur, für welche sich der analytische Berechnungsablauf aus Kapitel 5 besonders gut eignet. Ziel ist dabei die Lösung restringenter Optimierungsprobleme mit gegebenen Randbedingungen. Auf eine genaue mathematische Beschreibung der hier verwendeten Optimierungsverfahren soll hier verzichtet werden und ist in den Kapitel 3.5.1 nur in den Grundzügen wiedergegeben. Diese werden ausführlich in der Literatur behandelt [140, 142 bis 145].

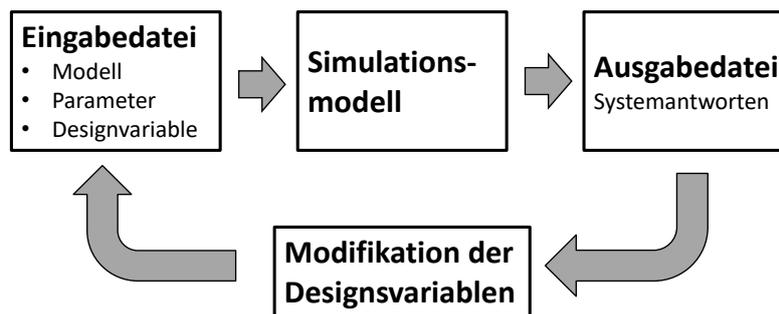


Abbildung 3-16: Ablauf eines simulationsgestützten Optimierungsprozesses

### 3.5.1. Grundlagen der Optimierung

Wie erwähnt werden zu Beginn knapp die relevanten, mathematischen Grundlagen dargestellt und auf die wesentlichen Optimierungsverfahren eingegangen.

#### 3.5.1.1. Mathematische Grundlagen der Optimierung

In diesem Kapitel sollen knapp die der Optimierung zu Grunde liegenden mathematischen Grundlagen dargestellt werden. Die Herleitungen dieser können etwa in [139, 140, 146] nachgelesen werden und sollen hier nicht weiter vertieft werden.

Einen Überblick über das zu untersuchende Parameterfeld verschafft die statistische Versuchsplanung (DoE = Design of Experiments). Dabei handelt es sich um eine systematische Herangehensweise, um Produkte zu entwickeln, den Einfluss von Parameter auf das Gesamtsystem zu untersuchen und mögliche Wechselwirkungen zwischen den Parametern aufzudecken [147]. Mittels statistischer Methoden wird das Verhalten des Systems untersucht. Je veränderlichen Parameter werden zwei (oder mehr) Werte-Stufen definiert und ergibt sich ein Versuchsplan an möglichen Input-Parameterkombinationen, für welche die Systemantwort berechnet wird. Der Aufbau des Versuchsplans ist dabei entscheidend für den Berechnungsaufwand, um das gesamte Parameterspektrum abzudecken. Der vollfaktorielle Versuchsplan ist dabei der Aufwendigste und Genaueste. Die Anzahl der notwendigen Experimente, die berechnet werden müssen, ergibt sich zu  $n^k$ , mit  $n$  Stufen pro Anzahl an Parametern  $k$ . Hier wird schnell deutlich, dass mit einer zunehmenden Anzahl an wählbaren Parametern, die Anzahl an notwendigen Experimenten rapide steigen lässt. Aus diesem Grund werden häufig teilfaktorielle Versuchspläne oder statistische Methoden angewandt, um den Berechnungsaufwand zu reduzieren. Um Nichtlinearitäten in den Systemen zu erfassen sollte dabei immer ein Zentralpunkt, sprich ein Punkt zwischen den zwei Stufen berechnet werden. Wie in Abbildung 2-16 am Beispiel einer Rechteckprofils dargestellt ist, nimmt die

Komplexität des Systems und damit die Anzahl an zu definierenden Parametern mit der Betrachtung von Laminaten sprunghaft zu, weshalb eine sinnvolle Versuchsplanung unerlässlich ist.

Ganz allgemein besteht eine Optimierungsaufgabe darin, eine Zielfunktion  $f(x)$  abhängig von ihren Entwurfsvariablen  $x$  zu minimieren,

$$\min f(\vec{x}) \quad (55)$$

und gleichzeitig folgende Restriktionen einzuhalten:

$$g_j(\vec{x}) \leq 0 \quad j = 1, m_g \quad \text{Ungleichheitsrestriktionen}$$

$$h_k(\vec{x}) = 0 \quad k = 1, m_h \quad \text{Gleichheitsrestriktionen}$$

$$x_i^u \leq x_i \leq x_i^o \quad i = 1, n \quad \text{Explizite Restriktionen (Ober-/Untergrenzen)}$$

Wird ein Maximum einer Zielfunktion gesucht, so lautet der Ansatz entsprechend  $\min - f(\vec{x})$ . Optimierungsalgorithmen versuchen die Zielfunktion innerhalb der geltenden Restriktionen zu minimieren. Je nach gewählten Optimierungsverfahren und der Beschaffenheit der Zielfunktion und der Restriktionen wird schneller oder langsamer ein Optimum gefunden. Gerade komplexere, hochgradig nicht-lineare Funktionen besitzen häufig mehr als ein Minimum. So existieren mehrere lokale Extremwerte, wie in Abbildung 3-17 dargestellt. Besitzt die Zielfunktion mehrere lokale Minima, besteht bei vielen Algorithmen die Gefahr, dass diese sich in Richtung eines lokalen Minimums bewegen und nicht das Globale finden. Solche Optimierungsalgorithmen sind vor allem für konvexe Funktionen geeignet, d.h. dass nur ein Minimum innerhalb der definierten Grenzen  $x \in [x^u, x^o]$  vorhanden ist. Lokale und globale Extrema können sich auf an den definierten Grenzen befinden. Da bei vielen realen Optimierungsaufgaben die Zielfunktion nicht im Ganzen, sondern nur an vereinzelt Stellen bekannt ist, ist hier eine Aussage über die Konvexität oft nicht möglich. Um in diesen Fällen Wahrscheinlichkeit zu erhöhen ein globales Minimum zu finden, definiert man mehrere Startpunkte für die Optimierung [148]. Besitzt eine Funktion innerhalb der gesetzten Restriktionen kein globales oder lokales Minimum, so wird der Optimierungsalgorithmus sich in Richtung dieser Grenzen bewegen und gefundene Minimum fällt mit der Grenzfunktion zusammen. In einem solchen Fall wird ersichtlich, dass ein Optimum der Zielfunktion nicht innerhalb der Systemgrenzen darstellen lässt und durch eine Aufweitung der Restriktionen ein besseres Ergebnis erzielen lassen würde.

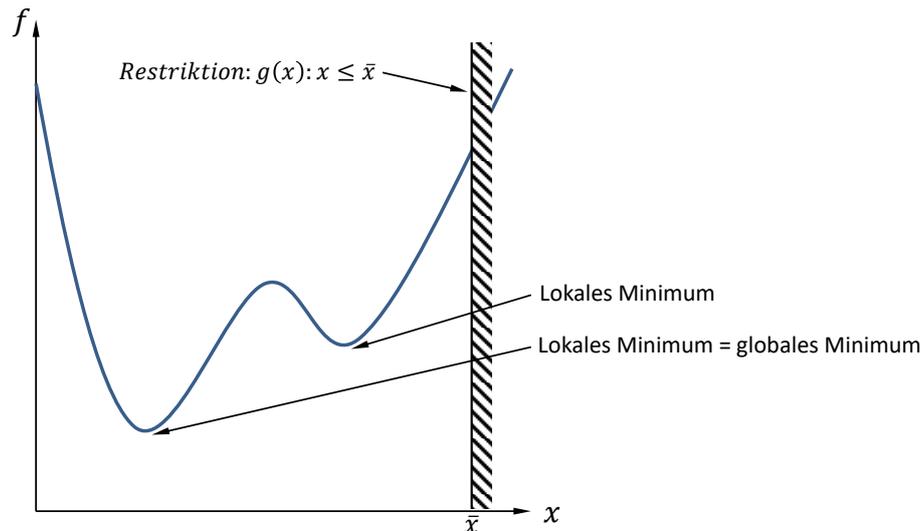


Abbildung 3-17: Zielfunktion mit zwei lokalen Minima und Restriktion, nach [139]

### 3.5.1.2. Optimierungsverfahren

Mit Blick auf die Optimierung von mechanischen Strukturen werden in diesem Kapitel die allgemein verfügbaren Verfahren zur Optimierung beschrieben. Ein Algorithmus mit dem ein Optimum bestimmt werden soll, folgt dabei einen bestimmten Ablauf [139]:

1. Festlegung des Startentwurfs  $\vec{x}^{(k)}$  mit  $k = 0$
2. Änderung des Entwurfs nach einem bestimmten Kriterium  $\vec{x}^{(k+1)} = \vec{x}^{(k)} + \Delta\vec{x}^{(k)}$
3. Überprüfung der Abbruchkriterien, falls nicht erfüllt, gehe zu Schritt 2 mit  $k = k + 1$
4. Optimale Lösung  $\vec{x}^* = \vec{x}^{(k+1)}$

Dabei nähert sich der Algorithmus in  $k$  Iterationen dem Optimum an. Nach jeder Berechnung wird entschieden, ob ein festgelegtes Abbruchkriterium erfüllt ist oder nicht. Dieses kann z.B. sein, dass sich der neu berechnete Wert  $f(\vec{x}^{(k+1)})$  nicht stark genug vom Vorherigen  $f(\vec{x}^{(k)})$  unterscheidet. Dies wäre in der Nähe eines lokalen Optimums der Fall, wenn er Funktionsverlauf von  $f(\vec{x})$  sehr flach ist. Führt die Berechnungsschleife nicht zum Abbruch, dann wird anhand eines bestimmten Kriteriums der Berechnungspunkt um  $\Delta\vec{x}^{(k)}$  so lange geändert, bis eine optimale Lösung gefunden wurde.

Die verschiedenen Optimierungsverfahren haben jeweils unterschiedliche Robustheiten bei der Durchführung, bzw. eine unterschiedliche Effizienz. Robustere Verfahren können mit Unstetigkeiten und Schwankungen besser umgehen und brechen die Optimierung seltener ab. Effiziente Verfahren können schnell, aber vor allem mit größerer Genauigkeit ein Optimum identifizieren. Gerade für stark idealisierte Modelle, wie das in dieser Arbeit, aber auch für eine erste Optimierung werden in der Regel zuerst Algorithmen verwendet, welche schnell und robust Ergebnisse liefern. Dies trifft vor allem auf die SQP-Verfahren zu. [139]

## 3.5.1.2.1. Optimierung ohne Restriktionen

## Direktes Verfahren

Bei einer Optimierung ohne Restriktionen handelt es sich um ein direktes Verfahren zur Bestimmung eines Optimums. Hier wird direkt mit Hilfe der Zielfunktion dessen Extremwert gesucht, ohne dass der Suchbereich weiter eingeschränkt ist. Ein Teil der Suche ist dabei die eindimensionale Optimierung oder Line Search. Dabei wird eine Suchrichtung  $p^{(k)}$  festgelegt und beibehalten. Die Optimierungsaufgabe lautet dann wie folgt:

$$\min_{\alpha} f(\vec{x}^{(k)} + \alpha \vec{p}^{(k)}) \quad (56)$$

$\vec{x}^{(k)}$  definiert dabei wieder den Entwurfsvariablenvektor und  $\alpha$  entspricht einer temporären Entwurfsvariablen. (Abbildung 3-18)

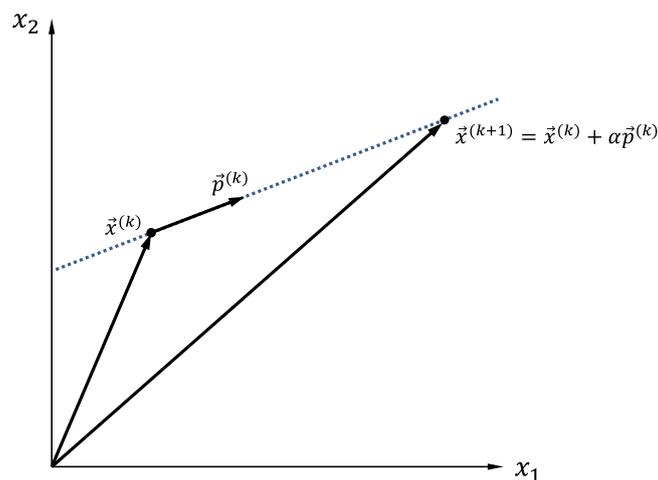


Abbildung 3-18: Eindimensionale Optimierung auf einer Geraden mit der Suchrichtung  $\vec{p}^{(k)}$  [139]

Ziel ist eine möglichst effiziente Erreichung des Optimums, d.h. eine möglichst geringe Zahl an Einzelberechnungen  $k$ . Dafür ist es notwendig, das Intervall, in dem das Optimum liegt, schnell zu reduzieren. Sehr effizient ist dabei die Intervallreduktion mit Hilfe des Goldenen Schnitts [139]. Dabei werden Funktionswerte an verschiedenen Stellen miteinander verglichen. Innerhalb eines Startintervalls werden zwei Punkte gewählt, die dieses im Verhältnis des Goldenen Schnitts (0,618) teilen. In Abbildung 3-19 wird das Intervall  $a^{(k)} < \alpha < b^{(k)}$  in dem sich das Minimum befindet jeweils im Verhältnis 0,618 geteilt und man erhält die Punkte  $c^{(k)}$  und  $d^{(k)}$ . Da  $f(d^{(k)}) < f(c^{(k)})$  wird im nächsten Iterationsschritt das Intervall  $k + 1$  ( $c^{(k)} < \alpha < b^{(k)}$ ) als Ausgangsintervall genommen. Mit dieser Hilfe nähert man sich schnell dem Optimum an.

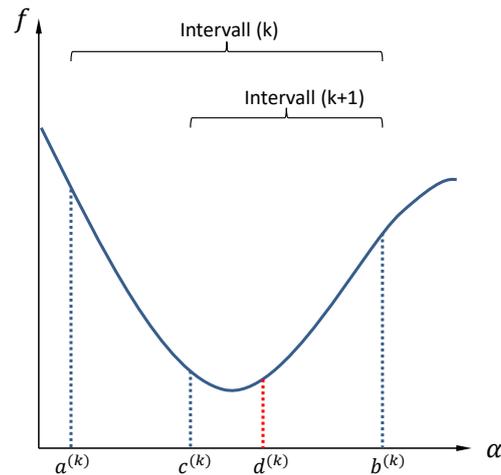


Abbildung 3-19: Lineare Optimierung mit Intervallreduktion im Verhältnis des Goldenen Schnitts

Ein weiterer Ansatz bei der eindimensionalen Optimierung ist die Polynominterpolation. Dabei wird die Zielfunktion mit Hilfe eines Polynoms  $\tilde{f}$  (im einfachsten Fall ein Polynom zweiten Grades) angenähert:

$$\tilde{f}(\alpha) = c_0 + c_1\alpha + c_2\alpha^2 \quad (57)$$

Mit Hilfe der punktuellen Auswertung der Zielfunktion bzw. deren Ableitung lassen sich die Koeffizienten  $c_x$  bestimmen. Damit lässt sich das Optimum der genäherten Funktion  $\tilde{f}$  bestimmen. Im nächsten Schritt werden die Grenzen der Interpolation um den Extremwert enger gesetzt und die Zielfunktion in diesem Bereich wieder angenähert und der neue Extremwert bestimmt.

Bei einer mehrdimensionalen Optimierung wird nach der Festlegung des Startentwurfs  $\vec{x}^{(k)}$  die Suchrichtung  $\vec{p}^{(k)}$  bestimmt und eine eindimensionale Optimierung durchgeführt, bevor der Startentwurf für die nächste Berechnung geändert wird. Fokus liegt hierbei auf der Bestimmung der Suchrichtung, in der ausgehend vom Startentwurf  $\vec{x}^{(k)}$  nach dem Optimum gesucht wird. In den *Verfahren 0-ter Ordnung* wird für jede Variable eine Suchrichtung bestimmt und eine eindimensionale Optimierung durchgeführt. Der neudefinierte Vektor  $\vec{x}^{(k+1)}$  dient nun als neuer Ausgangspunkt. Bei den *Verfahren 1-ter Ordnung* [149] wird hingegen mit Gradienten gearbeitet. Hier wird die Suchrichtung in der Richtung festgelegt, in der der Gradient der Funktion am größten ist. Eine Verfeinerung der Bestimmung der Suchrichtung versprechen die Methoden von FLETCHER und REEVES [150] und das Quasi-NEWTON-Verfahren, welches mit einer angenäherten HESSE-Matrix die Suchrichtung bestimmt.

## 3.5.1.2.2. Optimierung mit Restriktionen

Wird eine mit Restriktionen behaftete Zielfunktion optimiert, so gibt es verschiedene Methoden mit diesen Einschränkungen umzugehen. Eine davon ist die Einführung von Straffunktionen (Penalty-Funktionen)  $P(x)$ . Diese wird der Zielfunktion  $f(\vec{x})$  beigestellt und anschließend wie in Kapitel 3.5.1.2.1 verfahren. Der Ansatz lautet dann:

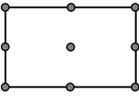
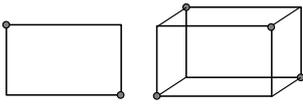
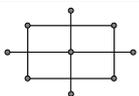
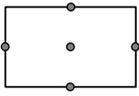
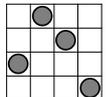
$$\min \tilde{f}(\vec{x}) = f(\vec{x}) + rP(\vec{x}) \quad (58)$$

$r$  ist dabei ein Faktor, der vom Anwender zu definieren ist und die Stärke der Straffunktion bestimmt. Die Straffunktionen können so gewählt werden, dass diese erst beim Überschreiten der Definitionsgrenze wirksam werden, oder ab schon bei Annäherung an diese [139]. Zusätzlich existieren auch direkte Methoden, um mit Restriktionen umzugehen. Bei diesen werden keine zusätzlichen Funktionen zur Zielfunktion benötigt, bzw. findet auch keine Approximation statt. Wichtig bei diesen Methoden ist die Wahl und Bestimmung des Startpunkts, welcher im definierten Bereich liegen muss. Hierbei sei beispielhaft auf Vanderplaats und Garret [151] oder Kuhn und Tucker [152] verwiesen.

## 3.5.1.2.3. Approximationsbasierte Optimierung

Häufig werden reale Optimierungsprobleme dadurch schneller gelöst, dass die Ziel- oder auch die Restriktionsfunktionen approximiert werden. Die Approximation ist umso besser, umso mehr Stützstellen der realen Funktion herangezogen werden. Je höher die Güte der Annäherungen, d.h. je mehr Stützstellen vorhanden sind, desto größer ist jedoch auch der Berechnungsaufwand. Lokal kann eine Zielfunktion z.B. über eine entwickelte TAYLOR-Reihe angenähert werden. Die größte Genauigkeit erreicht man dabei um den festgelegten Entwicklungspunkt herum. Je weiter man sich entfernt, desto ungenauer kann diese Annäherung werden. Um eine globale Gültigkeit der Annäherung zu erreichen ist es notwendig die Zielfunktion im gesamten Entwurfsraum zu erfassen. Dafür findet eine Abtastung mit Hilfe von Versuchsplänen (Design of Experiments = DoE) statt. Eine Übersicht über mögliche Versuchspläne ist in Tabelle 3-3: Übersicht über klassische Versuchspläne, nach [139] dargestellt. Anhand von diesen Versuchsplänen lassen sich Ersatzmodelle oder Response-Surface-Modelle (RSM) erstellen, die das reale Optimierungsmodell oft erst mathematisch greifbar machen. Diese mathematischen Ansätze können unter anderem aus Polynomen  $n$ -ten Grades zusammengesetzt werden oder aber auch über das Kriging. [153]

Tabelle 3-3: Übersicht über klassische Versuchspläne, nach [139]

Bezeichnung	Beschreibung	Anzahl Stützstellen	n=2	n=4	n=10
Full Factorial		$2^n$	4	16	1024
3-level Full Factorial		$3^n$	9	81	59049
Fractional Full Factorial		$2^{n-p}$ (p=1 bei halber Belegung)	2	8	512
Adjustable Full Factorial	selbst definiertes Raster		beliebig	beliebig	beliebig
Central Composite Design		$2^n + 2n + 1$	9	25	1045
Box-Behnken-Design		$3^n - 2^n - 2n$	1	57	58005
Latin Hypercube	Zufallsgenerator mit einer Stützstelle pro Zeile und Spalte 	beliebig			
Monte-Carlo / Random Design	Zufallsgenerator	Beliebig			

Die Suche nach dem Optimum innerhalb der angenäherten, mathematisch beschriebenen Probleme kann z.B. mit Hilfe der LAGRANGE-Funktion oder der sequentiellen Quadratischen Programmierung (SQP) erfolgen [154]. Das leistungsfähige SQP-Verfahren nutzt eine quadratische angenäherte Zielfunktion und linear angenäherte Restriktionen, welches wiederum über den Ansatz der LAGRANGE-Funktion optimiert wird. Eine vielverwendete Möglichkeit beim Umgang mit Nichtlinearen Problemen ermöglicht die NLPQL Methode nach SCHITTKOWSKI. [155] Ein hybrider Ansatz stellt das „Adaptive Region Optimization Method“ (ARM) Verfahren da. Hierbei wird in einem ersten Schritt ein sich schrittweise verkleinerndes Suchfenster mittels eines Latin-Hypercubes abgesucht und ein kontinuierliches Model der Region mittels linearer oder quadratischer Methode der kleinsten Fehlerquadrate gebildet. Im zweiten Schritt wird das Minimum im Suchfenster mittels der NLPQL-Methode von zufälligen Startpunkten aus gesucht. Das beste Ergebnis definiert den neuen Zentralpunkt des nächsten Latin-Hypercubes. Gleichzeitig wird das neue Suchfenster durch Zoomen oder Verschieben angepasst. [145, 156, 157]

## 3.5.1.2.4. Stochastische Suchstrategien

Im Gegensatz zu den vorher beschriebenen analytischen Optimierungsmethoden, kommen die stochastischen Suchstrategien ohne eine mathematische Beschreibung des Optimierungsproblems aus. Die in vorherigen Kapiteln beschriebenen Ansätze eignen sich sehr gut, um effizient lokale Optima zu finden. Stochastische Ansätze kommen hingegen ohne Definition von Suchrichtung oder eindimensionaler Optimierung aus. Sie sind besser in der Lage das globale Optimum zu finden, benötigen jedoch dazu deutlich mehr Rechenzeit. Durch den entfallenen mathematisch beschriebenen Ansatz können Restriktionen nicht mehr direkt, sondern mit Hilfe von Straffunktionen berücksichtigt werden.

Eine einfache stochastische Strategie ist die *Monte-Carlo-Methode*. Hier wird ein Satz von  $L$  Vektoren der  $n$  Entwurfvariablen zufällig ausgewählt und ausgewertet. Der Beste der ausgewerteten Entwürfe wird ausgewählt. Für den weiteren Iterationsverlauf ist die Güte der ausgewerteten Vektoren wichtig. Um zu verhindern, dass eine große Anzahl dieser Vektoren außerhalb des Entwurfsraums liegen, können Straffunktionen hinzugezogen werden. Um den besten Entwurf herum, wird im nächsten Iterationsschritt ein weiterer Satz von zufällig definierten Vektoren gebildet. Um gute Ergebnisse zu erhalten, ist eine genügend hohe Anzahl an Vektoren ( $L > 15$ ) notwendig, was allerdings die Rechenzeit steigert. [158]

*Evolutionsalgorithmen* oder *Genetische Algorithmen* sind biologischen Abläufen der Evolution nachempfunden. Der Ablauf von beiden Algorithmen ist sehr ähnlich, lediglich die Zustandsbeschreibung der Entwürfe unterscheidet sich. Es wird eine vorher festgelegt Anzahl  $\mu$  an Entwürfen (Elternentwürfen) berechnet. Anschließend wird für jeden Elternentwurf eine bestimmte Anzahl  $\gamma$  an Nachkommen generiert, welche sich durch Mutationen von einzelnen Parametern von den Elternentwürfen unterscheiden und berechnet. Durch Selektion und Rekombination werden wiederum die  $\mu$  besten Entwürfe übernommen. Wenn noch kein Abbruchkriterium erfüllt ist, so wird eine neue Generation von Nachkommen generiert, ansonsten wird der beste Entwurf als optimale Lösung gesetzt. Wie häufig und wie groß die Änderungen (Mutationen) zwischen den jeweiligen Eltern- und Nachkommengeneration sind wird mittels einer GAUSS-Verteilung gewichtet. Bei der hohen Zahl an unterschiedlichen Evolutions und Genetischen Algorithmen [159, 160] sind wesentliche Einstellparameter für die Optimierung u.a. die Anzahl der Eltern und der Nachkommen, die maximale Anzahl der Generationen, die Schrittweitenänderung und die anfängliche Schrittweite [139].

FAZIT: Die in dieser Arbeit hauptsächlich untersuchten Probleme sind, wie Kapitel 5 zeigen wird, meistens nichtlinear und durch bestimmte Grenzen genau definiert. Dabei wurde der NLPQL (Nonlinear Programming Quadratic Lagrangian) Optimierungsalgorithmus auf die Eignung hin getestet. Dabei handelt es sich um eine ursprünglich von Schittkowski [155] eingeführte Gradientenmethode. Genauer gesagt ist dies ein sequenziell programmierter, quadratischer Algorithmus mit verteiltem und nicht-monotonem Liniensuchverfahren (line search). SQP (Sequential Quadratic Programming) Methoden reagieren in der Regel sehr sensitiv auf Rundungen oder anderen Fehlern in den Funktions- und insbesondere Gradientenwerten. Kann die Ziel- oder Randbedingungsfunktion nicht innerhalb der Maschinengenauigkeit berechnet werden oder liegt die Genauigkeit der Gradientennäherung

über der Abbruchtoleranz, so können SQP Methoden abbrechen. Der NLPQL Algorithmus nutzt in solchen Fehlersituationen eine nicht monotone Liniensuche. Dies bedeutet, dass, kann mittels Liniensuchverfahren in der gegebenen Anzahl an Suchen z.B. kein Zielwert gefunden werden, der kleiner ist als die Referenz, so erlaubt der Algorithmus auch größere Werte, um von dieser neuen Referenz erneut nach kleineren Werten zu suchen. Dies erhöht die Chance ein globales Optimum zu finden und kann die Konvergenz beschleunigen. Zudem ist die NLPQL Methode sehr robust in der Anwendung. Dies ist ein sehr wichtiger Aspekt in dieser Arbeit. Da Startentwürfe für eine weitere Entwicklung der Komponenten generiert werden, ist eine sehr große Genauigkeit in der Berechnung und Optimierung nicht ausschlaggebend. Vielmehr wird ein Algorithmus benötigt, welcher auch bei unstetigen Variablen zuverlässig funktioniert. Konnte mit der NLPQL Methode keine Konvergenz erreicht werden, so wurde die *Adaptive Region Optimization Method* (ARM) verwendet. Der Vorteil hierbei liegt bei dem größeren und sich anpassenden Suchgebiet, in dem das Optimum gesucht wird [145].

### 3.5.2. Eigenschaftsoptimale Auslegung hybrider Platten

Die Eigenschaften einer zusammengesetzten Struktur ergeben sich aus den Eigenschaften der Einzelkomponenten und deren Anordnung zueinander. Für aus Platten aufgebaute Profile ist daher der Aufbau dieser Einzelplatten entscheidend. Um den richtigen Aufbau für die jeweilige Platte zu finden, müssen die Einflüsse aus den Plattenparametern, wie Material, Materialorientierung oder Laminataufbau untersucht werden. Für eine solche Einflussanalyse eignet sich, wie schon oben beschrieben, die statistische Versuchsplanung. Dabei sollen die Eigenschaften verschiedener Platten bei veränderlichen Materialkombinationen untersucht werden. Als Berechnungsgrundlage dient die CLT, wie sie in 3.1.1 beschrieben ist. Untersucht werden beispielhaft Hybridkombinationen aus einem Stahl, Aluminium oder Magnesium in Verbindung unidirektional verstärkten CFK, bzw. einem 0/90°-Kreuzlaminat. Zuvor soll der Einfluss der Anordnung der Materialien im Laminat veranschaulicht werden. Dazu wird der Biegemodul  $E_{1b} = 1/(h^3 d_{11})$ , wie er mit der Laminatdicke  $h^3$  und  $d_{11}$  aus der Gesamtnachgiebigkeitsmatrix  $[S]$  berechnet werden kann, für eine Stahl – CFK-0° Platte berechnet. Verglichen wird dabei zum einen ein Sandwichaufbau, bei dem sich einmal der Stahl und einmal das CFK im Kern befinden und sich die Deckschichten aus dem entsprechend anderen Material, gleichmäßig auf beiden Seiten verteilen. Dem gegenüber steht ein einseitiger Aufbau, in dem der obere Teil des Laminats aus Stahl und der untere aus CFK besteht. Dabei wird bei gleichbleibender Laminatdicke jeweils der Biegemodul für verschiedene CFK-Querschnittsanteile  $\varphi_{FVK}$  berechnet, dargestellt in Abbildung 3-20.

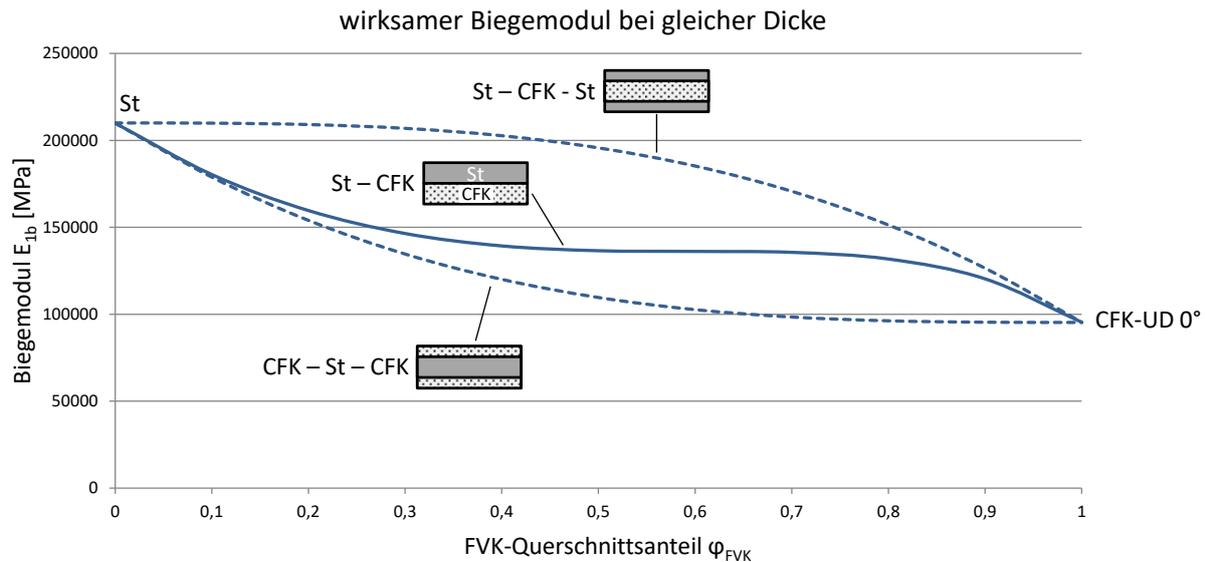
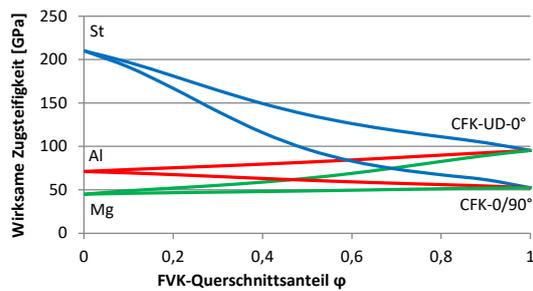


Abbildung 3-20: Einfluss der Materialanordnung innerhalb des Laminats am Beispiel des berechneten Biegemoduls einer Stahl-CFK-0° Hybridplatte.

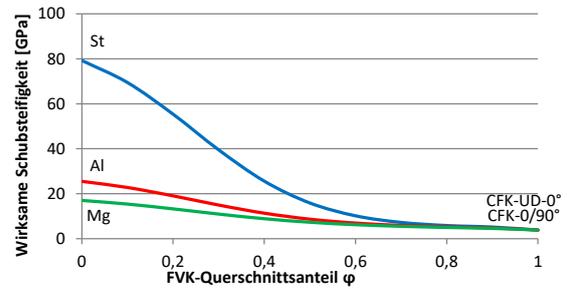
Bei den Sandwichtaufbauten ergeben sich erwartungsgemäß die höheren Biegemodule, wenn der Stahl mit der höheren Steifigkeit, weiter von der neutralen Biegefasern entfernt im Laminat platziert ist. Bei einem einseitigen Hybridbau ist es bei einer Steifigkeitsbetrachtung, näherungsweise nicht relevant, welches Material sich auf der Zug- und Druckseite befindet. Hier stellt sich ein Mischzustand zwischen den beiden Sandwichtaufbauten ein. Abbildung 3-20 zeigt deutlich, dass hinsichtlich Biegesteifigkeit ein symmetrischer Sandwichtaufbau, mit dem steifen Material als Decklage, zu bevorzugen ist.

Da ein solcher Sandwichtaufbau in der Fahrzeugtechnik fertigungstechnisch häufig nicht realisiert werden kann, werden die weiteren Untersuchungen an praxisrelevanteren, einseitigen Hybridverbunden durchgeführt. Zunächst wird analysiert, wie sich bei gleichbleibender Plattendicke die Platteneigenschaften ändern, wenn Materialkombination und Materialverhältnis variieren. Dies ist in Abbildung 3-21 dargestellt. Abbildung 3-21a) zeigt die wirksame Zugsteifigkeit. Es zeigt sich deutlich, dass sich bei konstanter Wandstärke die Zugsteifigkeit durch Hybridisierung gegenüber einer reinen Stahlplatte nicht steigern lässt. Die wirksame Zugsteifigkeit nähert sich mit zunehmenden FVK-Anteil der von unidirektionalem CFK an, jedoch bei gleichzeitiger Abnahme des Plattengewichts. Anders verhält es sich, wenn eine Aluminiumplatte als Referenz herangezogen wird. Hier lässt sich die wirksame Zugsteifigkeit durch eine Kombination mit, in Belastungsrichtung orientiertem CFK-UD steigern (bei gleichzeitiger Reduzierung des Gewichts). Bei einer Hybridisierung mit CFK-0/90° steigert sich die Zugsteifigkeit hingegen nicht. Für eine Magnesiumplatte lässt sich für beide CFK-Varianten eine gesteigerte Zugsteifigkeit erreichen. Da das CFK-0/90° nicht in Schubrichtung orientiert ist, zeigt sich, durch die allgemein niedrige Schubsteifigkeit von FVK-Verbunden, in Abbildung 3-21b) eine deutlich reduzierte Schubsteifigkeit der Hybridlaminat gegenüber den Metallplatten. Abbildung 3-21c) zeigt, dass bereits ein Stahlquerschnittsanteil von etwa 20% gegenüber des reinen CFK-UD-Laminats eine deutliche Steigerung der wirksamen Biegesteifigkeit um ca. 35% mit sich bringt. Gegenüber des reinen 0/90°-

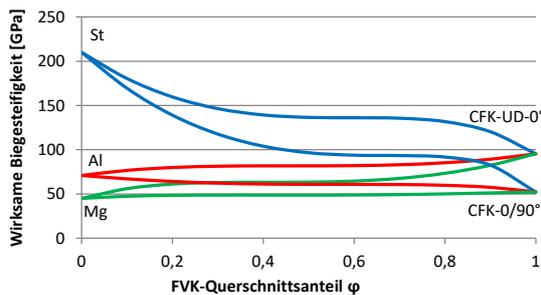
Kreuzlaminats bewirken 20% Stahl sogar einen Steifigkeitsanstieg um 75%. Da beim einseitigen Aufbau mit zunehmenden Stahlanteil mehr Stahl in der Nähe der neutralen Faser wandert, bildet sich ein Bereich zwischen  $0,4 < \varphi_{FVK} < 0,8$  aus, in dem sich die Biegesteifigkeit des Laminats nur geringfügig ändert. Eine Stahl-CFK-UD-Kombination in diesem Bereich ist weder aus Gewichts- noch aus Kostensicht sinnvoll. Für beulkritische Bereiche zeigt Abbildung 3-21d), dass ein hoher FVK-Anteil die kritische Beullast gegenüber Metall stark reduziert.



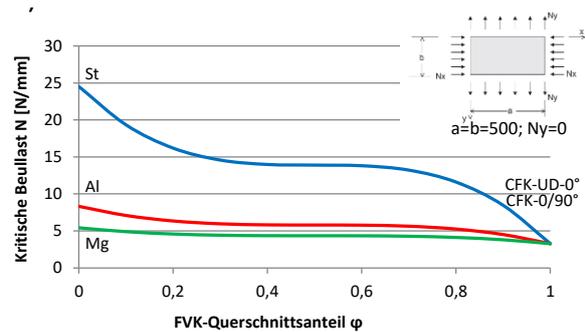
a) wirksame Zugsteifigkeit



b) wirksame Schubsteifigkeit



c) wirksame Biegesteifigkeit

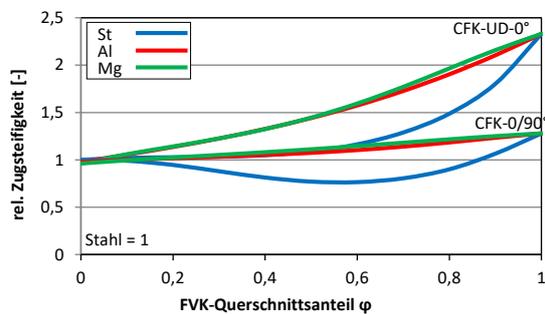


d) kritische Beullast

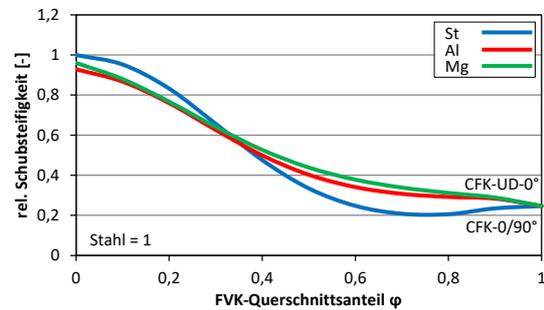
Abbildung 3-21: Wirksame Steifigkeiten an Platten gleicher Dicke mit verschiedenen Materialkombinationen und –abstufungen.

Abbildung 3-22 zeigt Platteneigenschaften, welche mit Hybridlaminaten darstellbar sind, die die gleiche Masse wie eine Stahlplatte besitzen. Abbildung 3-22a) veranschaulicht auf der linken Seite die vergleichbare spez. Zugsteifigkeit von Stahl, Aluminium und Magnesium. Mit zunehmenden FVK-Querschnittsanteil lässt sich bei konstanten Gewicht die Zugsteifigkeit bei Aluminium und Magnesium steigern. Da beim 0/90°-Laminat nur die Hälfte der Fasern in Belastungsrichtung liegt, ist hier die Zunahme entsprechend geringer. Bei den Stahl-CFK-0/90°-Laminaten kommt es dabei bei größer werdenden  $\varphi_{FVK}$  hingegen zuerst zu einem Abfall der Zugsteifigkeit. Dies ist dadurch zu erklären, dass Nahe  $\varphi_{FVK} = 0$  die Plattendicke gering ist. Durch die anfangs geringe absolute CFK-Lagendicke und der deutlich geringeren Steifigkeit des CFKs gegenüber Stahl wird der Verbund hier geschwächt und die Zugsteifigkeit erreicht erst ab  $\varphi_{FVK} > 0,85$  vergleichbare Werte wie der reine Stahl. Dieser Effekt zeigt sich

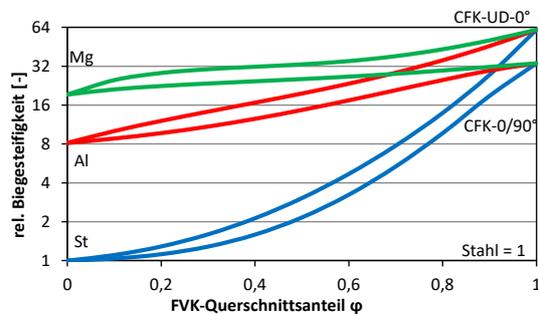
auch bei den Stahl-CFK-UD-Laminaten, in dem die Zugsteifigkeit erst ab  $\varphi_{FVK} > 0,5$  spürbar ansteigt. Wie schon in Abbildung 3-21 dargestellt, zeigt sich auch in Abbildung 3-22b) kein positiver Effekt der Hybridisierung bei der Schubsteifigkeit.



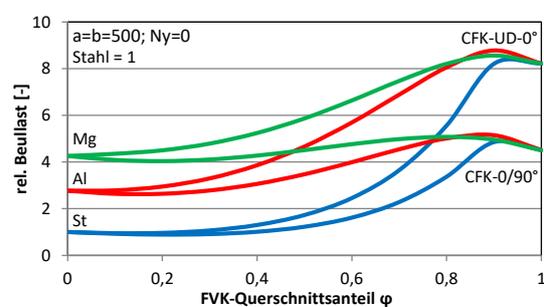
a) rel. Zugsteifigkeit bei gleichem Plattengewicht



b) rel. Schubsteifigkeit bei gleichem Plattengewicht



c) rel. Biegesteifigkeit bei gleichem Plattengewicht



d) rel. krit. Beullast bei gleichem Plattengewicht

Abbildung 3-22: relative Steifigkeiten an Platten gleichen Gewichts mit verschiedenen Materialkombinationen und –abstufungen bezogen auf eine Stahlplatte.

Die Biegesteifigkeit lässt sich durch Einsatz von hybriden Laminaten gegenüber Metall, vor allem Stahl, bei gleichem Gewicht deutlich steigern. Dies zeigt Abbildung 3-22c) deutlich. Allein durch die Substitution von Stahl durch Aluminium oder Magnesium gleichen Gewichts, lässt sich die Biegesteifigkeit des Laminats um den Faktor 8 bzw. 19 steigern. Durch die zusätzliche Zunahme an CFK im Laminat, der damit verbundene Dickenzuwachs und das daraus resultierende, überproportional gesteigerte Flächenträgheitsmoment, zeigen Hybridlaminat deutlich gesteigerte Biegesteifigkeiten. Die, mit zunehmender CFK-Hybridisierung steigenden Wandstärken zeigen auch eine höhere Beulstabilität, gegenüber den Metallplatten, wie in Abbildung 3-22d) dargestellt ist.

### 3.5.3. Optimierung hybrider Profile

Häufiger als reine Plattenmaterialien kommen profilmäßige Bauteile in Fahrzeugen zum Einsatz. In diesem Kapitel soll ein prinzipieller Weg der Optimierung solcher Profile dargestellt werden und gleichzeitig an einfachen Beispielen die Anwendung dargestellt werden. Der Fokus liegt auf materialhybriden Profilaufbauten, wobei im Allgemeinen auch Profile aus nur einem Material betrachtet werden können. Anders als bei den Plattenmaterialien besitzen dreidimensionale Bauteile eine deutlich größere Anzahl an Gestaltungsparametern. Je nachdem aus wie viel „Einzelplatten“ ein solches Profil besteht ist eine händische Optimierung nicht mehr handhabbar. Dies wurde schon in Abbildung 2-16 dargestellt. Es wird klar, dass bei einer solch hohen Parameterzahl eine DoE-Analyse über alle Parameter nicht zielführend ist. Daher wird auf eine systemunterstützte Optimierung mittels verschiedener Optimierungsalgorithmen zurückgegriffen.

Im Gegensatz zu den flachen Platten ergibt sich bei dreidimensionalen Profilen eine deutlich höhere Anzahl an Freiheitsgraden, welche optimiert werden können. So setzen diese sich aus einzelnen Platten und damit einzelnen Lagenaufbauten zusammen. Die Gesamtabmessungen der Einzelplatten kann im Profil jedoch variabel gestaltet werden und ergeben somit die Abmessungen des Profils. Bei einer Optimierung bei der eine hohe Festigkeit das Ziel, bzw. eine Randbedingung ist, müssen die einzelnen Platten und die ggf. darin verwendeten Einzellagen jeweils hinsichtlich deren Festigkeit bewertet werden. Sobald eine erste Schädigung in einer Lage oder eine kritische Beul- oder Knicklast überschritten wird, gilt das Profil als beschädigt und die Tragfähigkeit des Profils ist ausgeschöpft. Dies zeigt Abbildung 3-23. Die Optimierung findet immer im Spannungsdreieck von Kosten, Gewicht und Funktion (Steifigkeit, Festigkeit, Stabilität...) statt, wobei jedes Kriterium Einfluss auf das andere hat. Um sich einen Überblick über die Einflussparameter auf die Eigenschaften einer Struktur zu verschaffen, empfiehlt sich ein Blick auf die Korrelationsmatrix, wie in Abbildung 3-25 dargestellt.

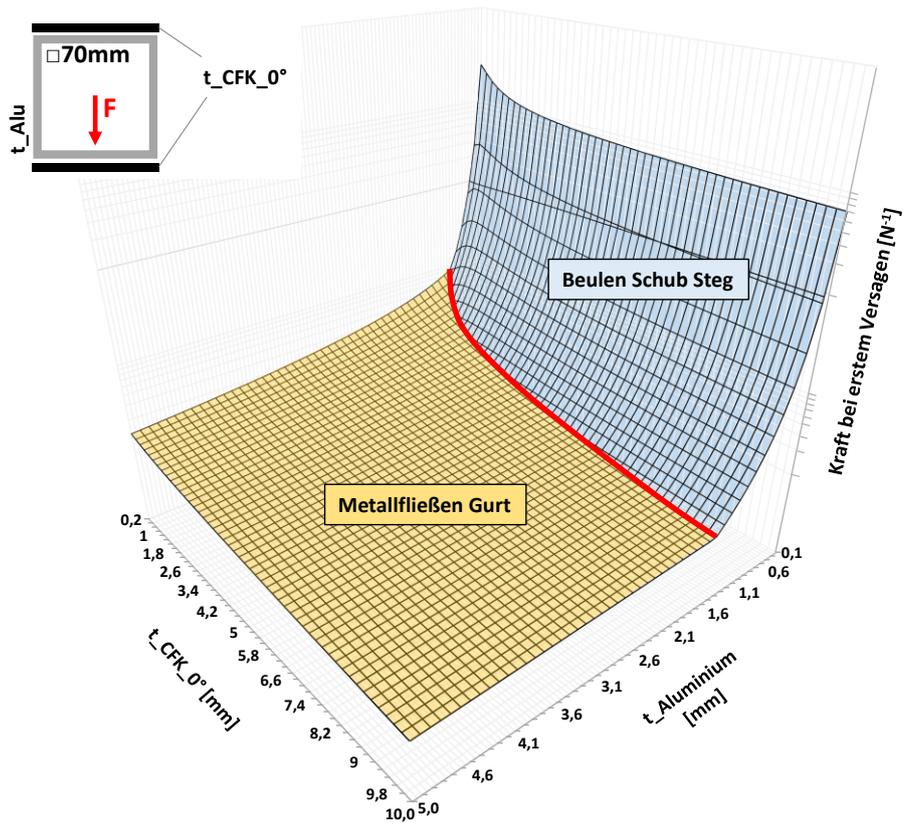


Abbildung 3-23: Darstellung der ersten Versagensart über verschiedene Wandstärkenkombinationen im Aluminiumrechteckhohlprofil mit unidirektional verstärkten CFK-Gurten unter Querkraftbiegung

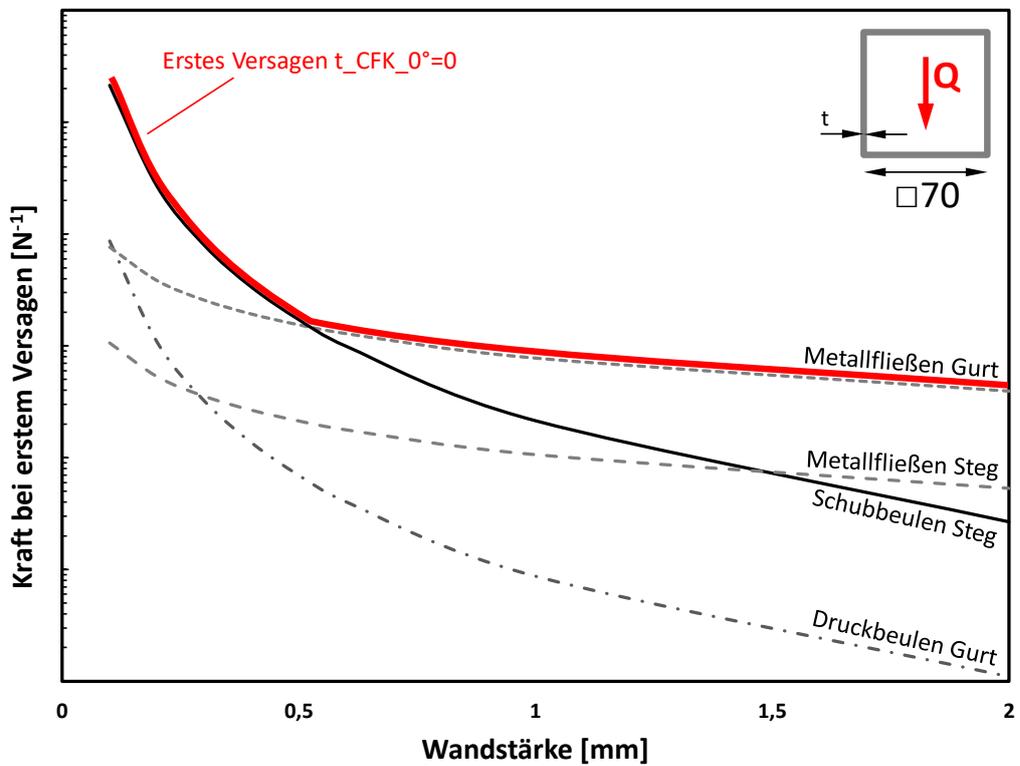


Abbildung 3-24: Versagen eines Aluminium-Rechteckhohlprofils unter Querkraft, abhängig von der Wandstärke. Schnitt aus Abbildung 3-23 für t<sub>CFK\_0°</sub> = 0

Eine Optimierung eines Hybridprofils kann auch hinsichtlich des zu erreichenden Versagensmodus sinnvoll sein. Abbildung 3-23 zeigt am Beispiel eines Aluminiumrechteckholprofils mit unidirektional Kohlefaserverstärkten Gurten, wie sich der Modus des ersten Versagens im Profil mit dem Wandstärkenverhältnis von CFK zu Aluminium ändert. Das Aluminiumprofil besitzt dabei auf allen Seiten die gleiche Wandstärke, ebenso sind die CFK-Verstärkungen im Druck- und Zuggurt gleich stark. Wird das Profil einer Biegebelastung ausgesetzt, so zeigt sich, dass für kleine Wandstärken im Aluminium ein ungünstiges Schubbeulen der Stege auftritt. In diesem Bereich wird der Querschnitt des Profils zuerst anfangen zu kollabieren, was sich negativ auf Biegesteifigkeit und Festigkeit auswirkt. Die Festigkeit ist im Diagramm in der Hochachse als „Kraft beim ersten Versagen [ $N^{-1}$ ]“ dargestellt. Dies stellt den Kehrwert der äußeren Last im Profil dar, bei welcher das erste Versagen auftritt. Das Schubbeulen im Steg findet also bei deutlich geringerer Last statt, als das Metallfließen im Gurt. Zur besseren Darstellung ist der Kehrwert dargestellt. Bei der Darstellung der direkten Versagenskraft, würde die resultierende Fläche von späteren Versagensmoden überdeckt werden. Mit Hilfe der in Kapitel 5.1 vorgestellten Berechnungs- und Optimierungsmethodik können mittels DoE Versagenslandkarten wie in Abbildung 3-23 erstellt werden. Anhand dieser können Parameter so gewählt werden, dass sich gewünschte Versagensformen einstellen. Um die CFK-Verstärkung zur Wirkung zu bringen, sollte das Wandstärkenverhältnis so gewählt werden, dass nicht der Steg des Profils durch den Querkraftschub zuerst anfängt auszubeulen, sondern die Dehngrenze  $R_{p0,2}$  des Aluminium in den Gurten zuerst erreicht wird. Für ein einfaches Aluminium-Rechteckprofil mit ist dies in Abbildung 3-24 dargestellt. Dies stellt einen Schnitt durch das Diagramm in Abbildung 3-23 bei  $t_{CFK_0^\circ} = 0mm$  dar. Es ist erkennbar, dass bis zu einer Wandstärke von ca.  $t=0,5mm$  ein Beulversagen im Steg, bedingt durch die Querkraft auftritt. Bei größerer Wandstärke setzt zuerst Metallfließen im Gurt ein. Dies allerdings erst bei einer höheren Querkraft. Man erkennt außerdem, dass für diese Profilabmessungen und Last ein Druckbeulen im Gurt oder ein Erreichen der Fließgrenze im Steg nie das erste Versagen darstellt. Soll die Tragfähigkeit des Profils erhöht werden, so muss in erster Linie entweder das Schubbeulen im Steg, etwa durch eine höhere Stegwandstärke oder das Metallfließen im Gurt, z.B. durch eine höherfeste Legierung, verhindert werden.

Mit Hilfe der DoE kann untersucht werden, welche Eingangs-Parameter welchen Einfluss auf die Ausgabegrößen haben. Abbildung 3-25 zeigt eine solche Untersuchung mit einem 60x60mm Stahlrechteckholprofil, welches an den Gurten mit  $0^\circ$ -CFK und an den Stegen mit  $\pm 45^\circ$ -Schublaminat verstärkt und unter Querkraftbiegung in z-Richtung belastet wurde. Dabei wurden sowohl die Wandstärken der CFK-Lamine  $t_{CFK_0^\circ}$  und  $t_{CFK_45^\circ}$ , als auch die des Stahlprofils variiert und der Einfluss auf die Profileigenschaften wie Biegesteifigkeiten  $EI_z$  und  $EI_y$ , die Torsionssteifigkeit  $GI_t$ , Schubsteifigkeiten  $GA_z$  und  $GA_y$ , die mittige z-Verschiebung des Profils  $uz_{max}$ , sowie den Einfluss der Eingangsparameter auf Beul- und

Festigkeitsversagen, Bauteilkosten und Gewicht. Abbildung 3-25 zeigt die Korrelationsmatrix der Parameter, ausgedrückt durch den PEARSON-Korrelationskoeffizient  $r$ :

$$r(X, Y) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}} \quad (59)$$

Pearson (Spearman)	$t_{Met}$	$t_{CFK_0^\circ_{12}}$	$t_{CFK_{45^\circ}_{34}}$	Elz	El <sub>y</sub>	Gl <sub>t</sub>	GA <sub>z</sub>	GA <sub>y</sub>	uz <sub>B</sub>	uz <sub>T</sub>	uz <sub>max</sub>	Beulversagen	Festigkeitsversagen	Gewicht	Kosten	t1	phi_t1	t2	phi_t2	t3	phi_t3	t4	phi_t4	phi_pes	phi_fa	firstfailure	FailureRate	Europ60			
$t_{Met}$	1.000 (1.000)	-0.017 (-0.017)	-0.018 (-0.018)	0.415 (0.289)	0.302 (0.289)	0.447 (0.245)	0.194 (0.245)	0.379 (0.551)	-0.243 (-0.289)	-0.309 (-0.351)	-0.325 (-0.359)	-0.124 (-0.124)	-0.247 (-0.247)	0.571 (0.597)	0.083 (0.079)	0.082 (0.077)	-0.252 (-0.633)	0.082 (0.077)	-0.252 (-0.633)	0.081 (0.076)	-0.252 (-0.654)	0.081 (0.076)	-0.252 (-0.654)	-0.496 (-0.797)	-0.238 (-0.223)	-0.132 (-0.262)	-0.074 (-0.263)				
$t_{CFK_0^\circ_{12}}$	-0.017 (-0.017)	1.000 (1.000)	0.001 (0.001)	0.817 (0.825)	0.942 (0.945)	0.525 (0.506)	0.441 (0.717)	-0.105 (-0.239)	-0.609 (-0.945)	-0.074 (-0.239)	-0.567 (-0.854)	-0.103 (-0.103)	-0.379 (-0.378)	0.570 (0.545)	0.703 (0.696)	0.995 (0.995)	0.656 (0.669)	0.995 (0.995)	0.656 (0.669)	-0.001 (-0.001)	0.005 (0.018)	-0.001 (-0.001)	0.005 (0.018)	-0.001 (-0.001)	0.005 (0.018)	0.145 (0.147)	0.009 (-0.734)	-0.157 (-0.219)			
$t_{CFK_{45^\circ}_{34}}$	-0.018 (-0.018)	0.001 (0.001)	1.000 (1.000)	0.300 (0.286)	0.082 (0.077)	0.255 (0.250)	-0.594 (-0.549)	0.313 (0.362)	-0.111 (-0.077)	-0.340 (-0.216)	-0.219 (-0.496)	-0.499 (-0.496)	-0.206 (-0.205)	0.570 (0.544)	0.703 (0.696)	-0.001 (-0.001)	0.005 (0.018)	-0.001 (-0.001)	0.005 (0.018)	0.995 (0.998)	0.656 (0.669)	0.995 (0.996)	0.656 (0.669)	0.656 (0.669)	0.412 (0.385)	0.278 (0.384)	-0.172 (-0.397)	-0.157 (-0.221)			
Elz	0.415 (0.398)	0.817 (0.825)	0.300 (0.286)	1.000 (1.000)	0.935 (0.937)	0.685 (0.739)	0.379 (0.577)	0.142 (0.499)	-0.641 (-0.937)	-0.263 (-0.499)	-0.662 (-0.160)	-0.172 (-0.467)	0.894 (0.832)	0.832 (0.856)	0.856 (0.860)	0.428 (0.269)	0.856 (0.860)	0.428 (0.269)	0.340 (0.322)	-0.014 (-0.076)	0.340 (0.322)	-0.014 (-0.076)	0.340 (0.322)	-0.014 (-0.076)	0.230 (0.192)	0.166 (0.187)	-0.092 (-0.786)	-0.209 (-0.138)			
El <sub>y</sub>	0.302 (0.289)	0.942 (0.945)	0.082 (0.077)	0.935 (0.937)	1.000 (1.000)	0.651 (0.719)	0.429 (0.713)	0.041 (0.428)	-0.658 (-1.000)	-0.196 (-0.428)	-0.653 (-0.947)	-0.176 (-0.168)	-0.448 (-0.440)	0.773 (0.751)	0.754 (0.746)	0.969 (0.969)	0.553 (0.431)	0.969 (0.969)	0.553 (0.431)	0.112 (0.104)	-0.021 (-0.135)	0.112 (0.104)	-0.021 (-0.135)	0.112 (0.104)	-0.021 (-0.135)	0.277 (0.150)	0.081 (0.095)	-0.050 (-0.815)	-0.184 (-0.144)		
Gl <sub>t</sub>	0.447 (0.425)	0.525 (0.506)	0.255 (0.250)	0.685 (0.739)	0.651 (0.719)	1.000 (1.000)	0.085 (0.408)	0.683 (0.824)	-0.387 (-0.824)	-0.461 (-0.824)	-0.507 (-0.785)	-0.359 (-0.373)	-0.303 (-0.290)	0.718 (0.743)	0.598 (0.650)	0.568 (0.643)	-0.128 (0.094)	-0.128 (0.643)	0.568 (0.643)	0.299 (0.289)	0.175 (0.172)	0.299 (0.289)	0.175 (0.172)	0.299 (0.289)	0.175 (0.172)	-0.005 (-0.042)	-0.182 (-0.751)	-0.161 (-0.689)			
GA <sub>z</sub>	0.194 (0.245)	0.441 (0.717)	-0.594 (-0.549)	0.379 (0.577)	0.429 (0.713)	0.085 (0.408)	1.000 (1.000)	-0.211 (0.086)	-0.250 (-0.713)	0.270 (-0.086)	-0.126 (-0.086)	0.582 (0.299)	-0.012 (-0.198)	0.026 (0.241)	-0.087 (0.150)	0.459 (0.738)	0.197 (0.308)	0.459 (0.738)	0.197 (0.308)	-0.573 (-0.525)	-0.813 (-0.567)	-0.573 (-0.525)	-0.813 (-0.567)	-0.216 (-0.143)	0.123 (0.064)	0.146 (-0.333)	-0.002 (0.016)				
GA <sub>y</sub>	0.379 (0.551)	-0.105 (-0.239)	0.313 (0.362)	0.142 (0.428)	0.041 (0.428)	0.683 (0.824)	-0.211 (0.086)	1.000 (1.000)	0.094 (-0.428)	-0.420 (-1.000)	-0.065 (-0.571)	-0.248 (-0.417)	0.077 (0.074)	0.345 (0.683)	0.188 (0.483)	-0.067 (-0.289)	-0.671 (-0.296)	-0.067 (-0.289)	-0.671 (-0.296)	0.350 (0.414)	0.247 (0.092)	0.350 (0.414)	0.247 (0.092)	0.350 (0.414)	0.247 (0.092)	-0.109 (-0.222)	-0.291 (-0.268)	-0.144 (0.593)	-0.057 (-0.038)		
uz <sub>B</sub>	-0.243 (-0.289)	-0.609 (-0.945)	-0.111 (-0.077)	-0.641 (-0.937)	-0.658 (-1.000)	-0.387 (-0.719)	-0.250 (-0.713)	0.094 (0.428)	1.000 (1.000)	0.936 (0.428)	0.305 (0.188)	0.643 (0.440)	-0.562 (-0.751)	-0.534 (-0.746)	-0.631 (-0.969)	-0.620 (-0.431)	-0.631 (-0.431)	-0.620 (-0.431)	-0.631 (-0.431)	-0.135 (-0.104)	-0.026 (0.135)	-0.135 (-0.104)	-0.026 (0.135)	-0.135 (-0.104)	-0.026 (0.135)	-0.026 (-0.150)	-0.111 (-0.095)	0.072 (0.815)	0.116 (0.144)		
uz <sub>T</sub>	-0.309 (-0.551)	-0.074 (-0.239)	-0.340 (-0.499)	-0.263 (-0.428)	-0.196 (-0.428)	-0.461 (-0.824)	0.270 (-0.086)	-0.420 (-1.000)	0.140 (0.428)	1.000 (1.000)	0.479 (0.571)	0.518 (0.417)	0.435 (0.683)	-0.424 (-0.883)	-0.486 (-0.835)	-0.394 (0.600)	-0.424 (-0.114)	-0.486 (-0.835)	-0.394 (0.600)	-0.424 (-0.114)	-0.105 (-0.039)	-0.172 (-0.039)	-0.105 (-0.039)	-0.172 (-0.039)	-0.370 (-0.343)	-0.504 (-0.508)	-0.370 (-0.343)	0.035 (0.208)	0.204 (0.570)	0.847 (0.593)	0.101 (-0.038)
uz <sub>max</sub>	-0.325 (-0.359)	-0.567 (-0.854)	-0.219 (-0.214)	-0.662 (-0.906)	-0.653 (-0.947)	-0.507 (-0.794)	-0.126 (-0.577)	-0.065 (-0.571)	0.936 (0.947)	0.479 (0.571)	1.000 (1.000)	0.454 (0.374)	0.724 (0.818)	-0.648 (-0.823)	-0.589 (-0.792)	-0.492 (-0.885)	-0.402 (-0.330)	-0.492 (-0.885)	-0.402 (-0.330)	-0.597 (-0.330)	-0.489 (-0.248)	-0.597 (-0.330)	-0.489 (-0.248)	-0.251 (0.054)	-0.251 (-0.348)	-0.202 (-0.110)	-0.269 (-0.110)	-0.026 (0.924)	0.364 (0.924)	0.139 (0.142)	
Beulversagen	-0.124 (-0.124)	-0.103 (-0.103)	-0.499 (-0.496)	-0.172 (-0.168)	-0.176 (-0.373)	-0.359 (0.299)	0.582 (0.299)	-0.248 (-0.417)	0.305 (0.168)	0.518 (0.374)	1.000 (1.000)	0.403 (0.403)	-0.422 (-0.394)	-0.437 (-0.424)	-0.115 (-0.114)	-0.103 (-0.039)	-0.115 (-0.039)	-0.103 (-0.039)	-0.115 (-0.039)	-0.509 (-0.508)	-0.713 (-0.343)	-0.509 (-0.508)	-0.713 (-0.343)	-0.255 (-0.138)	0.199 (0.080)	0.283 (0.570)	0.102 (0.242)				
Festigkeitsversagen	-0.247 (-0.247)	-0.379 (-0.378)	-0.208 (-0.205)	-0.467 (-0.440)	-0.448 (-0.440)	-0.303 (-0.290)	-0.012 (-0.198)	0.077 (0.074)	0.643 (0.440)	0.435 (0.074)	0.403 (0.403)	1.000 (1.000)	-0.486 (-0.458)	-0.439 (-0.415)	-0.402 (-0.401)	-0.470 (-0.201)	-0.402 (-0.401)	-0.470 (-0.201)	-0.402 (-0.401)	-0.230 (-0.228)	-0.231 (-0.063)	-0.230 (-0.228)	-0.231 (-0.063)	-0.231 (-0.063)	-0.211 (-0.050)	-0.057 (-0.102)	0.310 (0.478)	0.128 (0.272)			
Gewicht	0.571 (0.597)	0.570 (0.545)	0.570 (0.544)	0.894 (0.876)	0.773 (0.751)	0.718 (0.743)	0.026 (0.241)	0.345 (0.683)	-0.562 (-0.751)	-0.424 (-0.683)	-0.648 (-0.825)	-0.422 (-0.394)	-0.486 (-0.458)	1.000 (1.000)	0.865 (0.835)	0.625 (0.600)	0.235 (0.024)	0.625 (0.600)	0.235 (0.024)	0.625 (0.599)	0.235 (-0.025)	0.625 (0.599)	0.235 (-0.025)	0.625 (0.607)	0.235 (0.702)	0.184 (-0.071)	0.104 (-0.801)	-0.173 (-0.801)	-0.226 (-0.666)		
Kosten	0.083 (0.079)	0.703 (0.696)	0.703 (0.696)	0.832 (0.828)	0.754 (0.746)	0.598 (0.650)	-0.087 (0.150)	0.188 (0.405)	-0.534 (-0.746)	-0.325 (-0.465)	-0.589 (-0.792)	-0.437 (-0.424)	-0.439 (-0.415)	0.865 (0.835)	1.000 (1.000)	0.709 (0.702)	0.439 (0.408)	0.709 (0.702)	0.439 (0.408)	0.709 (0.702)	0.439 (0.407)	0.709 (0.702)	0.439 (0.407)	0.709 (0.702)	0.439 (0.407)	0.527 (0.547)	0.272 (0.347)	-0.129 (-0.831)	-0.229 (-0.233)		

Abbildung 3-25: Korrelation der Einflussparameter nach Pearson in einem Stahlhohlprofil mit CFK-Verstärkung der Gurte und Schublaminateverstärkung in den Stegen (vgl. Probekörper SHS6, Tabelle 4-2).

Für  $r \approx 0$  besteht kein Zusammenhang zwischen den Parametern.  $r > 0$  deutet auf eine positive Korrelation hin und  $r < 0$  auf eine negative Korrelation. [161] Für Werte nahe  $\pm 1$  spricht man von einer starken Korrelation, die verglichenen Parameter stehen also im direkten Zusammenhang. Hierbei zeigt sich, dass die Stärke der CFK Verstärkung  $t_{CFK_0^\circ}$  in den Gurten mit  $r = -0,567$  einen deutlich stärkeren Einfluss auf die Gesamtdurchbiegung  $uz_{max}$  hat, als die Metallwandstärke  $t_{Met}$  mit  $r = -0,325$ . Eine Erhöhung der CFK-Wandstärke ist hier einer im Metallgrundkörper vorzuziehen. Erwartungsgemäß haben die CFK-Verstärkungen einen großen Einfluss auf die *Kosten*. Ein hoher CFK-Anteil  $phi_{t3}$  und  $phi_{t4}$  an der Gesamtwandstärke der Stege wirkt sich positiv auf die Schubsteifigkeit in z-Richtung  $GA_z$  und das *Beulversagen* aus. Auch wenn sich anhand einer solchen Korrelationsmatrix keine Optimierung durchführen lässt, so zeigt sich doch, welche Parameter

welchen Einfluss auf das gesuchte Optimierungsziel haben. Diese können dann in der Optimierung stärker fokussiert werden.

### 3.6. Fazit

Zusammenfassend lassen sich die wesentlichen Erkenntnisse aus diesem Kapitel 3 wie folgt darstellen:

- Die Klassische Laminattheorie ermöglicht eine schnelle und parametrisierbare Berechnung von den hier dargestellten Plattenmaterialien.
- Für die Festigkeitsberechnung werden mit dem PUCK-Kriterium für Faserverbunde und der Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) für die hier relevanten Metalle die besten Ergebnisse erwartet.
- Für die lokale Stabilitätsanalyse der Platten müssen sowohl Normal- als auch Schubspannungen berücksichtigt werden, da ein schubweicher Balken angenommen wird.
- Für die universelle Berechnung der Profile soll die Balkenberechnung nach TIMOSHENKO herangezogen werden. Somit wird neben der reinen Biegung auch eine Schubverformung berücksichtigt.
- Die Bauteilkosten werden nach der Materialkostenmethode berechnet.
- Für die flexible Bauteilberechnung ist es notwendig, das Bauteil in Einzelplatten zu zerlegen und diese jeweils für sich zu berechnen. Die Festigkeit ist an definierten, spannungskritischen Bereichen im Querschnitt zu bestimmen.
- Mit Hilfe von Schadenslandkarten (vgl. Abbildung 3-23) lassen sich Parameter im Bauteil so einstellen, dass ein gewünschtes Versagen eintritt.
- Besonders zuverlässig hat sich der NLPQL-Algorithmus in der Optimierung der Problemstellungen dieser Arbeit herausgestellt.

## 4. Experimentelle Untersuchung von hybriden Strukturen

Der im Kapitel 2.1 dargestellte Stand der Technik zeigt ein breites Spektrum an durchgeführten Experimenten mit Hybridprofilen. Zum besseren Verständnis des Verhaltens von Hybridbauweisen und im Hinblick auf das Ziel der Arbeit, einen methodischen Berechnungs- und Optimierungsablauf zu erarbeiten, sollen in diesem Kapitel hybride Bauteile im Experiment und in der FEM-Simulation analysiert und deren Verhalten nachvollzogen werden. Dies soll zum einen für einen späteren Abgleich der Ergebnisse mit analytisch bestimmten Eigenschaften dienen, aber auch mögliche Schadens- und Versagensbilder generieren, mit deren Hilfe die Eignung eines bestimmten Profilquerschnittes für eine spezifische Anwendung geprüft werden kann. Die Ergebnisse der Versuche sollen auch dazu dienen zu untersuchen, welche Versagen und Effekte auftreten, die im späteren Verlauf analytisch beschrieben und in die Berechnung aufgenommen werden müssen. Zur Aufwandsreduzierung werden in diesem Kapitel nur Rechteck- und Doppelhutprofile mit unterschiedlichen Aufbauten betrachtet und hinsichtlich ihrer Eigenschaften in Biegeversuchen getestet.

### 4.1. Experimente an hybriden Prüfkörpern

Zu Beginn werden die Experimente an hybriden Prüfkörpern dargestellt. Dazu sollen die Auswahl der Probengeometrien, der Versuchsaufbau und die Versuchsauswertung, sowie die Versuchsergebnisse und deren Interpretation beschrieben werden.

#### 4.1.1. Probenplan

Mit den zu prüfenden Proben sollen verschiedenartige Verstärkungskonzepte dargestellt werden. So sollen Zugbänder aus Kohlenstofffasermaterialien realisiert werden und schubbelastete Bereiche gezielt mit Schublaminat verstärkt werden. Als Grundlage für die Vorbereitung für die Experimente dient ein zweistufiger  $2^k$ -Versuchsplan aus der statistischen Versuchsplanung [162]. Ausgangsbasis ist ein metallischer Grundkörper mit quadratischem Querschnitt und den Außenmaßen 60mm x 60mm, Länge 1000mm. Dieser wird mit CFK-Laminaten in unterschiedlicher Weise verstärkt. Das metallische Profil besteht in einer Variante aus dem Dualphasenstahl CR440Y780-DP (vgl. Kapitel 2.1.2) und in der anderen aus der Aluminiumlegierung AW6060 (AlMgSi0,5). Die Wandstärke ist dabei so gewählt, dass das Produkt aus Elastizitätsmodul und Wandstärke  $E_{St} \cdot t_{St} \approx E_{Al} \cdot t_{Al}$  für beide Materialvarianten in etwa gleich ist. Dabei ergibt sich eine Stahlwandstärke von  $t_{St} = 0,7mm$  und eine Aluminiumwandstärke von  $t_{Al} = 2,0mm$ . In der Aluminiumvariante kann dabei auf

Strangpressprofile mit Standardabmessungen zurückgegriffen werden. Das Stahlprofil besteht aus zwei punktgeschweißten Hutprofilen. Dessen Flansche befinden sich (bei symmetrischen Profilaufbau) unter Biegebelastung in der neutralen Faser und haben dadurch einen eher geringen Einfluss auf das Gesamtverhalten. So wird ein Vergleich beider Materialien, trotz unterschiedlicher Querschnitte ermöglicht. Rechnerisch verursachen die Flansche je Profil ein Mehrgewicht von etwa 328g. Da ein Einfluss der Flansche und deren Schweißung auf das Profilverhalten jedoch nicht ausgeschlossen werden kann, wird für die Stahlvarianten das Profilgewicht nicht um die Flansche bereinigt. Die Verstärkungen bestehen aus CFK-Platten, welche auf das Metallprofil geklebt werden. Wie in Abbildung 4-1 dargestellt, kann das Aluminiumrechteckprofil (SHS = square hollow section) auf allen vier Seiten (Flächen 1 bis 4) verstärkt werden, während das Stahldoppelhutprofil (DP) auf Grund der geschweißten Flansche lediglich die Flächen 1 und 2 mit CFK-Streifen beklebt werden kann. Durch die Anbringung der Verstärkungen auf den Zug- und Druckseiten der Biegeträger soll der grundlegende Versagensverlauf geklärt werden. Hierbei ist wichtig, welche Variante sich, bei rechnerisch gleicher Steifigkeit, besser in hochbelasteten Strukturen eignet.

Prinzipiell wird eine Stabilisierung der Gurte erwartet, wodurch diese erst bei höheren Kräften versagen, weil etwa ein frühes Beulen verhindert wird. Interessant ist die Frage, ob die Verstärkung auf der Druckseite etwa durch Crushing mehr Energie abbauen kann, bzw. die Lastkurve auf einem hohen Niveau hält. Auf der Zugseite wird die Verstärkung unter Zugbelastung versagen. Es bleibt zu untersuchen, ob dies auf dem theoretisch vorhersagbaren Kraftniveau passiert oder früher, bzw. später. Ein späteres Versagen würde auf einen Hybridisierungseffekt hindeuten, Voraussetzung dafür ist allerdings kein Versagen im Klebstoff welcher sämtliche Schubkräfte zwischen Metall und CFK aufnehmen muss. Daher wird auf eine saubere Verklebung der Bauteile geachtet. Die Verstärkungen in den Stegen des Aluminiumprofils aus  $\pm 45^\circ$ -Schublaminat zielen ebenfalls auf eine Stabilisierung der Stege und damit des Querschnitts ab. Durch die erhöhte Wandstärke soll ein Ausbeulen und damit ein Kollabieren des Profilquerschnitts hinausgezögert werden. Zusätzlich soll die Schubsteifigkeit erhöht werden, was vor allem bei kurzen Trägern relevant ist. Ein Abplatzen der Verstärkung wird, eine gute Verklebung vorausgesetzt, nicht erwartet, da der Klebstoff gute Schubeigenschaften besitzt. Bei gleichzeitig unverstärkten Gurten ist der Schadenseintritt am Profil relevant. Bei unversehrten Querschnitt ist von einem beginnenden Beulen am Obergurt auszugehen. Der Versagenseintritt bei gleichzeitig verstärkten Gurten und Stegen ist nicht so ohne weiteres vorherzusehen. Durch die hohe Steifigkeit der einzelnen Flächen ist etwa ein sehr punktuell Versagen möglich, etwa durch kleine Fehlstellen im Laminat, im Kleber oder etwa im Bereich der Krafteinleitung.

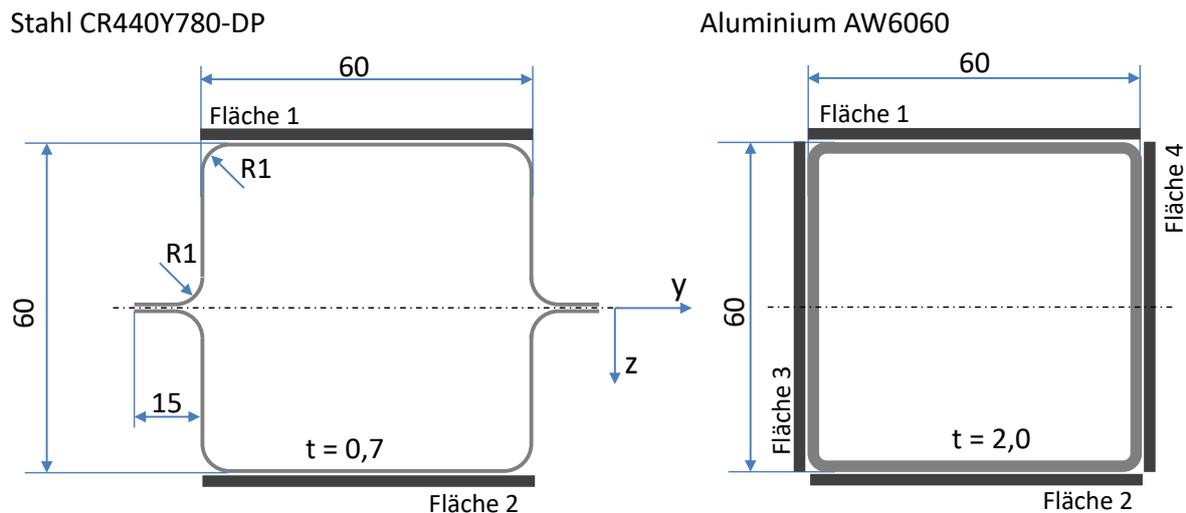


Abbildung 4-1: Profilquerschnitte der experimentellen Untersuchung

Die CFK-Platten bestehen aus dem unidirektionalen Prepregmaterial PR-UD CS 300/600 FT102 38 der Firma SGL Carbon mit 50k Carbonfaserrovings und Epoxidmatrix [163]. Im Autoclav werden daraus Platten hergestellt, aus welchen die zu verklebenden Streifen mittels Wasserstrahl ausgeschnitten wurden. Die Laminatdicke beträgt dabei 2 bzw. 4mm, bestehend aus 7 Einzlagen pro mm Dicke. Die Streifen bestehen aus unidirektionalen  $0^\circ$  und  $\pm 45^\circ$ -Gelege. Auf  $90^\circ$ -Lagen wird dabei verzichtet, da hier nur ein kleiner Steifigkeitsgewinn zu erwarten ist. Durch die unterschiedliche Plattendicke ergeben sich unterschiedliche CFK-Querschnittsanteile  $\varphi_{CFK}$ , die es ermöglichen sollen, in den Abstufungen „unverstärkt“, „2mm“ und „4mm“ gegebenenfalls nichtlineare Effekt abzubilden. Für die Verklebung der CFK-Streifen auf den Metallprofilen wird bei den Aluminium-CFK-Verbindungen der 2K-Epoxidklebstoff TEROSON EP 5065 der Firma Henkel verwendet. Für die Stahl-CFK-Verbindungen wird der 2K-Expodidklebstoff BETAMATE 2098 der Firma DOW Automotive verwendet. Beide Klebstoffe sind Strukturklebstoffe, welche im Karosseriebau eingesetzt werden. Um den Einfluss des Klebstoffes auf das Gesamtverhalten so niedrig wie möglich zu halten, werden dünne Klebspalte von 0,1 – 0,25mm realisiert. Die Art der CFK-Verstärkung stellt zum einen den Stand der Technik aus der Literatur dar. So sollen die vorteilhaften  $0^\circ$ -Lamine in Zug/Druck-Bereichen und  $\pm 45^\circ$ -Lamine in Schubereichen auf, im Automobilbereich relevanten Profilabmessungen und Materialkombinationen angepasst werden.

In Tabelle 4-1 ist der Probenplan für die verstärkten Metallprofile dargestellt. Pro Variante wurden dabei 5 Probekörper getestet. Mit den einseitig auf der Zug- oder Druckseite verstärkten Varianten soll qualitativ geklärt werden, wie eine Verstärkungen mit Faserverbundmaterialien hinsichtlich Steifigkeit, Festigkeit und Energieabbau optimal gestaltet werden muss. Eine Verstärkung der Fläche 1 wird im weiteren Verlauf mit „d“ für Druck und der Fläche 2 mit „z“ für Zug indiziert. Dies ergibt sich aus den Spannungszustand im Biegeversuch. Verstärkungen an den Flächen 3 und 4 wird mit „seitlich“ gekennzeichnet.

Tabelle 4-1: Probenplan der verstärkten Metallprofile mit Faseranordnung ( $0^\circ$  bzw.  $\pm 45^\circ$ ) der Verstärkung

Variante	Grundkörper	Fläche 1 ( $0^\circ$ )	Fläche 2 ( $0^\circ$ )	Fläche 3 ( $\pm 45^\circ$ )	Fläche 4 ( $\pm 45^\circ$ )
SHS1	AW6060 (2mm)				
SHS2	AW6060 (2mm)	2mm			
SHS3	AW6060 (2mm)		2mm		
SHS4	AW6060 (2mm)	2mm	2mm		
SHS5	AW6060 (2mm)			2mm	2mm
SHS6	AW6060 (2mm)	2mm	2mm	2mm	2mm
SHS7	AW6060 (2mm)	4mm	4mm		
HP1	CR440 (0,7mm)				
HP2	CR440 (0,7mm)	2mm			
HP3	CR440 (0,7mm)		2mm		
HP4	CR440 (0,7mm)	4mm			
HP5	CR440 (0,7mm)		4mm		
HP6	CR440 (0,7mm)	2mm	2mm		

Neben den Metallprofilen wurde auch ein kleiner Umfang an CFK-Rechteckholprofilen definiert, welche mit Aluminiumplatten verstärkt werden. Dabei geht es um die Frage, in welcher Weise CFK-Strukturen mit metallischen Elementen verstärkt werden können. Die Abmessungen mit einer Höhe von  $h = 105\text{mm}$ , einer Breite von  $b = 75\text{mm}$  und einer Länge  $L = 700\text{mm}$  sind dabei an realistische Querschnitte aus dem Fahrzeug, etwa im Schwellerbereich oder als Motorträger, angelehnt. Herstellt wurden diese Hohlprofile aus zwei geschäfteten U-Profilen, welche im Autoclaven zu einem Bauteil ausgehärtet und die äußeren Profilränder auf Maß zugeschnitten wurden. Unter der Schäftung der U-Profile versteht sich eine stufenweise Überlappung der Einzellagen im Verbindungsbereich der beiden U-Profile. Das Laminat besteht aus dem unidirektionalen Prepregmaterial PR-UD CS 300/600 FT102 38 der Firma SGL Carbon [163], welche zu einem quasiisotropen Aufbau ( $0/+45/-45/90/-45/+45/0$ ) zu einer Nennwandstärke von  $t_{CFK} = 2,45\text{mm}$  gestapelt wurde. Auf das Profil werden auf den Flächen 1 und 2 Aluminiumstreifen (AW6060) aufgeklebt. Als Klebstoff wird wieder der 2K-Epoxidklebstoff TEROSON EP 5065 verwendet. Durch die fertigungsbedingt größeren Radien des CFK-Profiles, werden diese bei der Beklebung mit dem Aluminium ausgespart, weshalb dieses eine Breite von ca. 60mm hat. In Abbildung 4-2 ist der Profilquerschnitt und der Probenplan dargestellt. Pro Variante wurden dabei drei Probekörper geprüft.

Durch die, im Vergleich zu den Metallprofilen geänderte Außenkontur, ist es nicht möglich einen quantitativen Vergleich mit diesen herzustellen. Diese Versuche dienen zur Validierung des Simulationsmodells und erlauben nur innerhalb der CFK-Konfigurationen quantitative Aussagen zueinander. Dennoch können damit Aussagen abgeleitet werden, wie reine CFK-Strukturen im Fahrzeug vorteilhaft mit metallischen Komponenten verstärkt werden können.

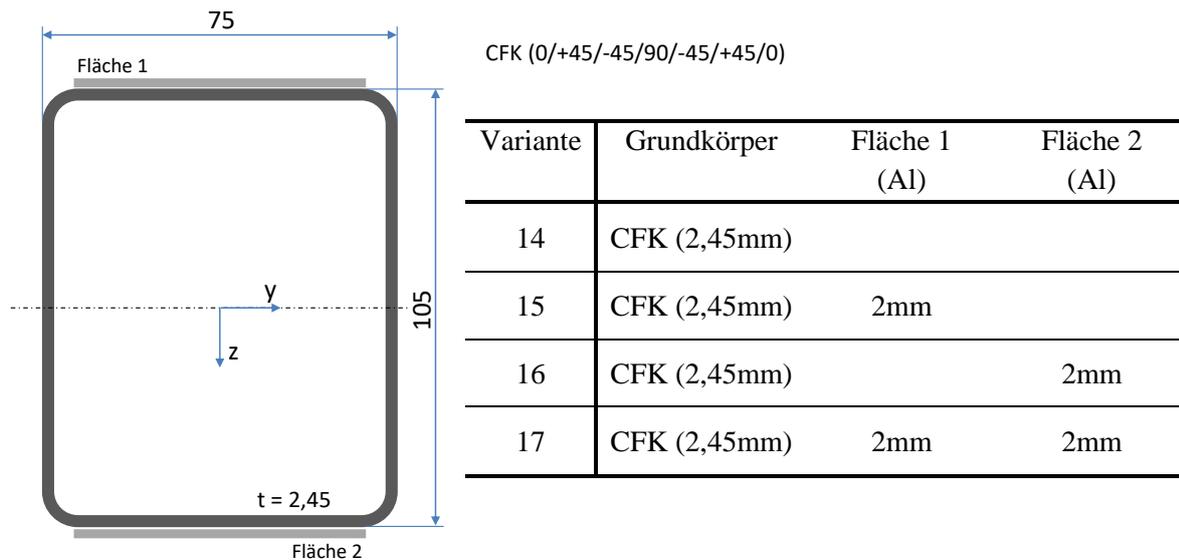


Abbildung 4-2: Querschnitt und Probenplan der verstärkten CFK-Profile

#### 4.1.2. Versuchsaufbau und Auswertung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 4-3 dargestellt. Die Wahl eines Vier-Punkt-Biegeverfahrens, statt einer Drei-Punkt-Biegung kann mit Vorsimulationen und Erkenntnissen aus der Literatur begründet werden, in denen eine zu konzentrierte Lasteinleitung zu starken lokalen Schädigungen am Bauteile, insbesondere an den CFK-Verstärkungen führte. Eine fokussierte Krafteinleitung kann im realen Bauteil zwar durchaus vorkommen, um die Eigenschaften der Versuchsbauteile jedoch beurteilen zu können, wird versucht lokale Krafteinleitungseffekte, ebenso wie kraftverteilende Aufleimer o.ä. möglichst zu vermeiden. Die Profilprobekörper wurden auf einer Schenk/Trebel 100kN Universalprüfmaschine der Genauigkeitsklasse 0.5 getestet. Die Prüfmaschine ist mit einem internen Piezokraftsensor und einem internen Seilwegmesser ausgerüstet. Auf Grund der höheren Genauigkeit wurde zusätzlich ein externer, hochauflösender Induktionswegmesser angebracht, welcher den Weg am Druckstempel aufnimmt. Sämtliche Messgrößen wurden mit 10Hz von der Messsoftware aufgezeichnet. Zur besseren Nachauswertung der Versuche wurden diese mit externer Beleuchtung von einer HD-Videokamera aufgezeichnet. Die äußeren Auflager hatten einen Abstand von  $L = 900\text{mm}$ . Der gelenkig gelagerte Druckstempel hatte einen Lagerabstand von  $l = 200\text{mm}$ . Für die CFK-Profile wurde der Abstand der äußeren Auflager auf  $L = 600\text{mm}$  verkürzt und für den Druckstempel wurde der minimal darstellbare Lagerabstand  $l = 150\text{mm}$  eingestellt. Die vier drehbaren Auflagerzylinder hatten jeweils einen Durchmesser von  $R = 60\text{mm}$ . Während der quasistatischen Prüfung wurde der Stempel mit einer Geschwindigkeit von  $5\text{ mm/min}$  nach unten verfahren. Platzbedingt war der maximale Verfahrensweg auf  $s = 85\text{ mm}$  begrenzt. Das Kraftsignal wurde mit einem Tiefpassfilter ( $f=0,5\text{Hz}$ ) gefiltert, um systembedingtes hochfrequentes Rauschen zu unterdrücken.

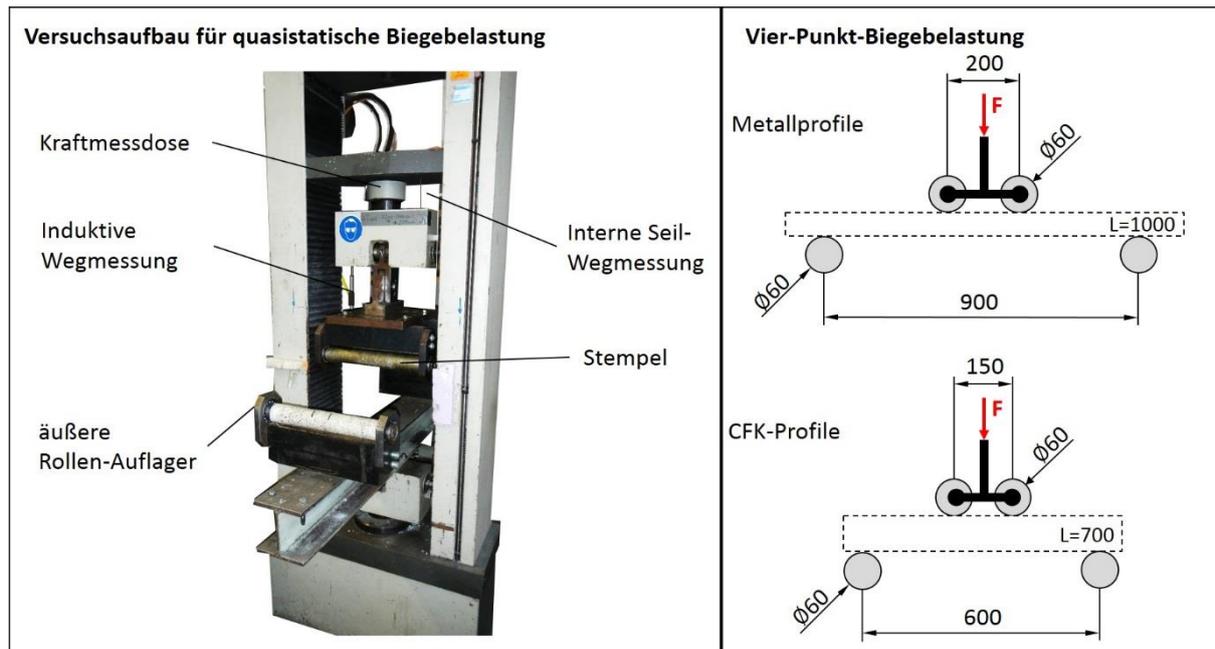


Abbildung 4-3: Versuchsaufbau der quasistatischen Vier-Punkt-Biegeversuche

Bei beiden Arten der Wegmessung (intern + extern) wird nicht direkt an der Probe gemessen. Dadurch wird die eigentliche Verschiebung der Probe mehr oder weniger stark durch andere Effekte überlagert (z. B. Einfluss der Probenhalter, Maschinensteifigkeit etc.). Durch die Pendellagerung des Stempels sind außerdem leichte Ungleichheiten beim Drücken der Proben möglich. Dies wurde durch ein Festsetzen des Stempels versucht zu verhindern. Bei manchen Proben konnte jedoch eine minimale Kippung des Druckstempels um wenige Grad, vor allem nach dem ersten Versagen der Probe, beobachtet werden.

Aus den Messrohdaten wurden Kraft-Weg-Kurven der Versuche erzeugt und typische Kenngrößen, wie in Abbildung 4-4 aufgezeigt, ausgewertet.  $F_p$  beschreibt dabei die „Proportionalgrenze“ der Profile, ab der sich ein Abflachen der Kurven beobachten lässt und auf ein erstes Material- oder Stabilitätsversagen hindeutet. Dieser Kennwert ist für die Auslegung von Fahrzeugen besonders wichtig in Bereichen und Lastfällen, in denen keinerlei Schädigungen am Bauteil auftreten dürfen. In den Versuchen soll außerdem ermittelt werden, ob sich dieser Kennwert für einen Vergleich der Probenvarianten eignet und wie gut er sich aus den Kurven bestimmen lässt.  $F_{max}$  beschreibt die maximal erreichte Kraft im Versuch und findet in Crashauslegungen Anwendung in denen Energie auf einem hohen Kraftniveau abgebaut werden muss, bzw. auch als limitierende Grenze für die Insassensicherheit. Die Biegesteifigkeit  $EI$  des geprüften Profils wird indirekt über den linearen Anstieg ( $\Delta F / \Delta s$ ) der Kraft-Weg-Kurve in der ersten Prüfphase vor dem Erreichen von  $F_p$  und Gleichung (45) bestimmt. Zusätzlich werden drei Energien ermittelt. Die Energie  $E_{F_p}$  beschreibt die elastische Energie, welche das Profil aufnehmen kann, ohne dass ein Versagen eintritt. Diese ist reversibel und ist im Bereich  $0 \leq s \leq s(F_p)$  definiert. Relevant ist dieser Bereich vor allem im Bereich der Versicherungseinstufung von Fahrzeugen, da dieser das evtl. Ausmaß des zu reparierenden Schadens im Fahrzeug kennzeichnet [164].  $E_{F_{max}}$  beschreibt die Energie, die der Prüfkörper bis

zum Erreichen der Maximalkraft  $F_{max}$ , im Bereich  $0 \leq s \leq s(F_{max})$ , teilweise plastisch, aufnimmt. Um ein Maß für das Nachversagensverhalten nach der Maximalkraft zu bekommen, wird zusätzlich die Energie  $E_{25mm}$  ausgewertet, die das Profil gesamthaft bis zum definierten Verfahrweg von  $s = 25mm$  aufnimmt. Diese wegabhängige Energieaufnahme wird auch in der Praxis, etwa beim Dachdrucktest angewandt und ist auch bei hochdynamischen Lasten mit großen Deformationen von Bedeutung.

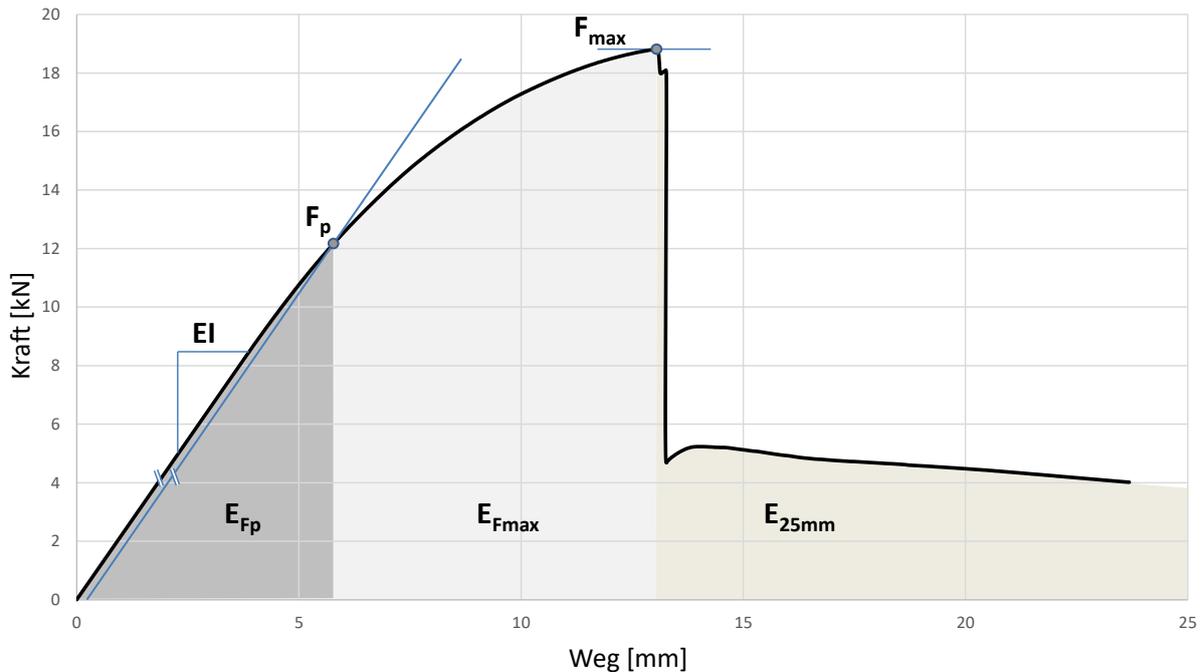


Abbildung 4-4: Auswertung der Versuchsergebnisse

Neben den, aus den Kraftverläufen ermittelten Werten, wird auch das Gewicht der Probekörper gemessen, auf eine Probenlänge von  $1000mm$  skaliert und über alle Bauteile gemittelt. Die errechneten Bauteilkosten aus den anteiligen Materialgewichten ergeben sich nach Kapitel 3.3.6. Mit Hilfe einer zusätzlichen hochauflösenden Videoaufnahme der Probekörper während der Versuche können die Versuche im Nachhinein noch optisch ausgewertet und eventuelle Auffälligkeiten in den Diagrammen nachvollzogen werden. Zur genauen Untersuchung des Schadensbildes wurden einige Profilproben im Anschluss an die Prüfung zusätzlich aufgeschnitten.

### 4.1.3. Versuchsergebnisse

Zu Beginn der Versuchsreihe wurden die Aluminium-Rechteckhohlprofile (SHS) mittels der beschriebenen Vierpunktbiegung quasistatisch getestet. Exemplarisch sind in Abbildung 4-5 ausgewählte, charakteristische Kraft-Weg-Verläufe für jede Probekörperkonfiguration dargestellt. Der Kraftabfall bei den Proben SHS4, SHS6 und SHS7, der bei einem Stempelweg von etwa  $s = 7,5mm$  auftritt, ist auf ein Druckversagen der oberen, unidirektionalen CFK-

Verstärkung des Gurtes zurückzuführen (Vgl. Abbildung 4-7 b) und c) ). Bis zum Bruch der Verstärkung nimmt die Reaktionskraft beinahe linear zu. Anders verhält sich der Probekörper SHS2, welcher im Gegensatz zur Variante SHS4 nur auf der Druck-, jedoch nicht auf der Zugseite verstärkt ist. Hier findet ab  $s = 5\text{mm}$  ein Abflachen der Kurve statt. Dies ist dadurch zu erklären, dass sich der unverstärkte Aluminium-Zug-Gurt nach innen wölbt und das Material dabei plastisch verformt wird. (Abbildung 4-7 a)) Erst bei einer sehr großen Deformation ( $s > 35\text{mm}$ ) versagt das CFK auf der Druckseite analog.

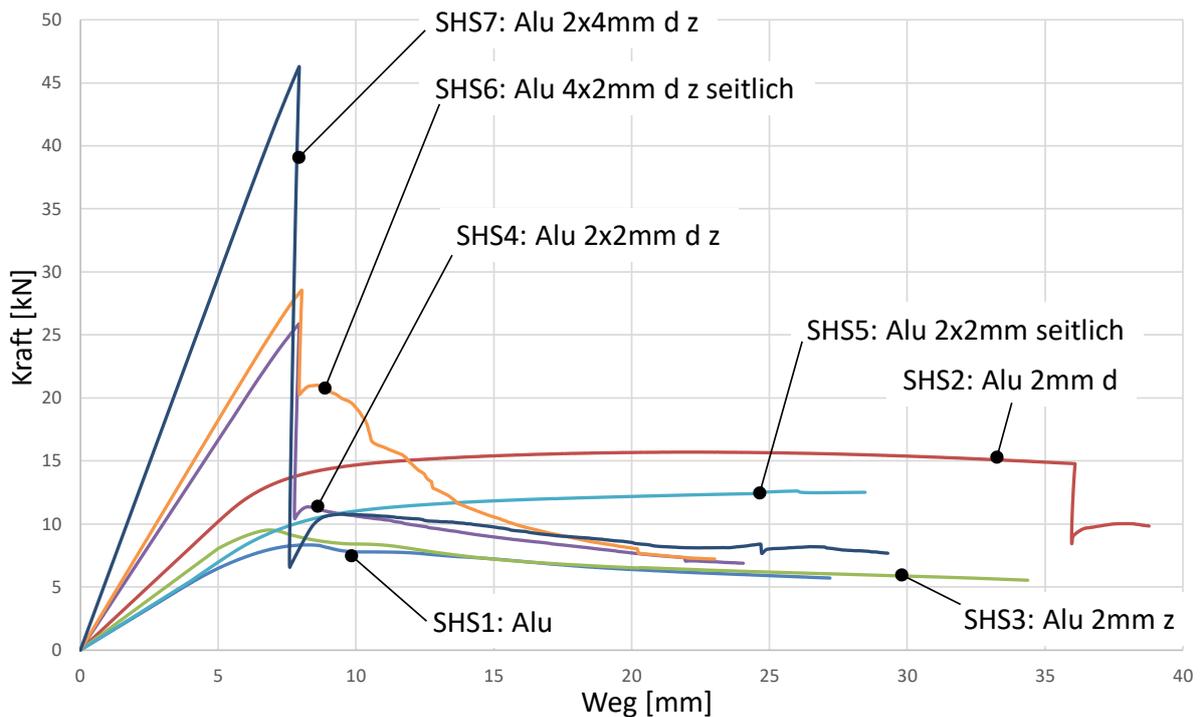


Abbildung 4-5: Kraft-Weg-Kurven der Aluminium-CFK-Probekörper

In der folgenden Tabelle 4-2 sind die gemittelten, quantitativen Ergebnisse der 4-Punkt-Biegeversuche dargestellt. Im Anhang A2 sind diese auch graphisch mit den Streuungen dargestellt. Die Biegesteifigkeit  $EI$  wurde aus dem Kraft-Weg-Diagramm nach [137] ermittelt.

Es zeigt sich, dass durch eine Verstärkung des Druckgurtes die Kraft beim ersten Versagen  $F_p$  gegenüber der unverstärkten Variante SHS1 von +91% (SHS2) bis zu +572% (SHS7) steigern lässt. Ebenso wird eine Steigerung der Maximalkraft um +85% (SHS2) bis zu +450% (SHS7) erreicht. Nach dem Druckversagen der CFK-Verstärkung (Abbildung 4-6 c)) schieben sich bei fortschreitender Profilbiegung, durch das Einknicken des Profils, die Bruchkanten des CFKs ineinander und es kommt zu Delaminationen, wie in Abbildung 4-7 b) zu sehen ist. Der Widerstand, der dabei überwunden wird, führt im weiteren Kraftverlauf zu einem Kraftniveau, welches deutlich oberhalb des reinen Aluminiumprofils liegt. Ein wirkliches Crushing findet hier, entgegen den Erwartungen allerdings nicht statt, da sich die delaminierten Bruchkanten lediglich ineinanderschieben.

Tabelle 4-2: Ergebnisse der Biegeproben mit metallischen Grundkörper

<i>Probekörper</i>	Kürzel	<i>Gewicht</i> [g]	$F_p$ [kN]	$F_{max}$ [kN]	$EI$ [ $\times 10^{10}$ Nmm <sup>2</sup> ]
Alu	SHS1	1253	6,82	8,45	1,7305
Alu 2mm d	SHS2	1478	13,04	15,69	2,6212
Alu 2mm z	SHS3	1478	7,79	9,35	2,3373
Alu 2x2mm d z	SHS4	1661	24,03	24,32	3,8532
Alu 2x2mm seitlich	SHS5	1661	9,28	12,47	1,774
Alu 4x2mm d z seitlich	SHS6	2026	26,20	26,50	4,6464
Alu 2x4mm d z	SHS7	2026	45,84	46,51	7,4792
St HP	HP1	1638	4,20	4,95	1,0113
St HP 2mm d	HP2	1820	11,42	13,48	2,2191
St HP 2mm z	HP3	1820	4,57	5,89	1,3667
St HP 4mm d	HP4	2003	12,37	18,15	2,7451
St HP 4mm z	HP5	2003	4,75	6,16	1,5920
St HP 2x2mm d z	HP6	2003	13,26	13,43	3,1888

Nur einen geringen Einfluss, sowohl bei der Kraftzunahme (+10%) als auch bei Biegesteifigkeit (+35%) hat eine Verstärkung der Zugseite mit unidirektionalem Laminat (SHS3). Bei keinem der getesteten Prüfkörper konnte ein Versagen der Verstärkung unter Zugbelastung erreicht werden. Dies ist darauf zurückzuführen, dass, neben der hohen Zugfestigkeit des Laminats die Kraftübertragung von der oberen Krafteinleitung über die Stege des Profils auf die Zugseite nicht optimal gestaltet ist. Höhere Wandstärken könnten die Kraft besser übertragen. Nach dem Druckversagen der oberen Verstärkungen (Abbildung 4-6 b) fängt das Profil an, an dieser Bruchstelle einzuknicken und die Stege beginnen zu beulen. (Abbildung 4-6c)



Abbildung 4-6: Versagensbild SHS4. a) Versuchsbeginn b) Bruch CFK und Beginn Stegbeulen c) Ausgeprägtes Einknicken des Profils nach dem ersten Versagen.

Positiv lässt sich dieses Versagen dadurch beeinflussen, dass die Stege mit  $\pm 45^\circ$  Schublaminat verstärkt werden. Durch diese Stabilisierung wird das Ausbeulen der Stege hinausgezögert (SHS6), bzw. wie bei SHS5 gänzlich verhindert. Bei dieser Prüfvariante sind lediglich die Stege durch 2mm Schublaminat verstärkt. Bei fortschreitender Profilbiegung bildet sich hier, in

Abbildung 4-7 e) zu sehen, ein Beulmuster auf dem Druckgurt aus. Bis auf vereinzelt akustisch wahrnehmbare Zwischenfaserbrüche bleibt das Laminat auch bei großen Deformationen intakt. Diese Wirkung wird teilweise aufgehoben, wenn bei der Probe SHS6 neben den Stegen auch die Gurte verstärkt werden. Nach dem Druckversagen der UD-Gurtverstärkung stabilisiert das seitliche Schublaminat die Stege noch kurzzeitig, bis das Aluminiumprofil an der Stelle des CFK-Versagens anfängt einzuknicken. Über die Profilkante wird dieses Einknicken auf die Stege übertragen, die sich daraufhin nach außen verformen und die seitlichen Verstärkungen zum Versagen bringen. Dieser Mechanismus ist in Abbildung 4-7 d) deutlich zu sehen. Die  $\pm 45^\circ$ -Lamine an den Stegen erhöhen die Schubsteifigkeit des Profils und gleichzeitig die Stabilität der Stege, weshalb auch  $F_p$  und  $F_{max}$  um jeweils etwa 2,2 kN höher liegen, als bei der gleichen Probenvariante ohne Stegverstärkung (SHS4). Wie erwartet findet dieses Versagen sehr punktuell statt.

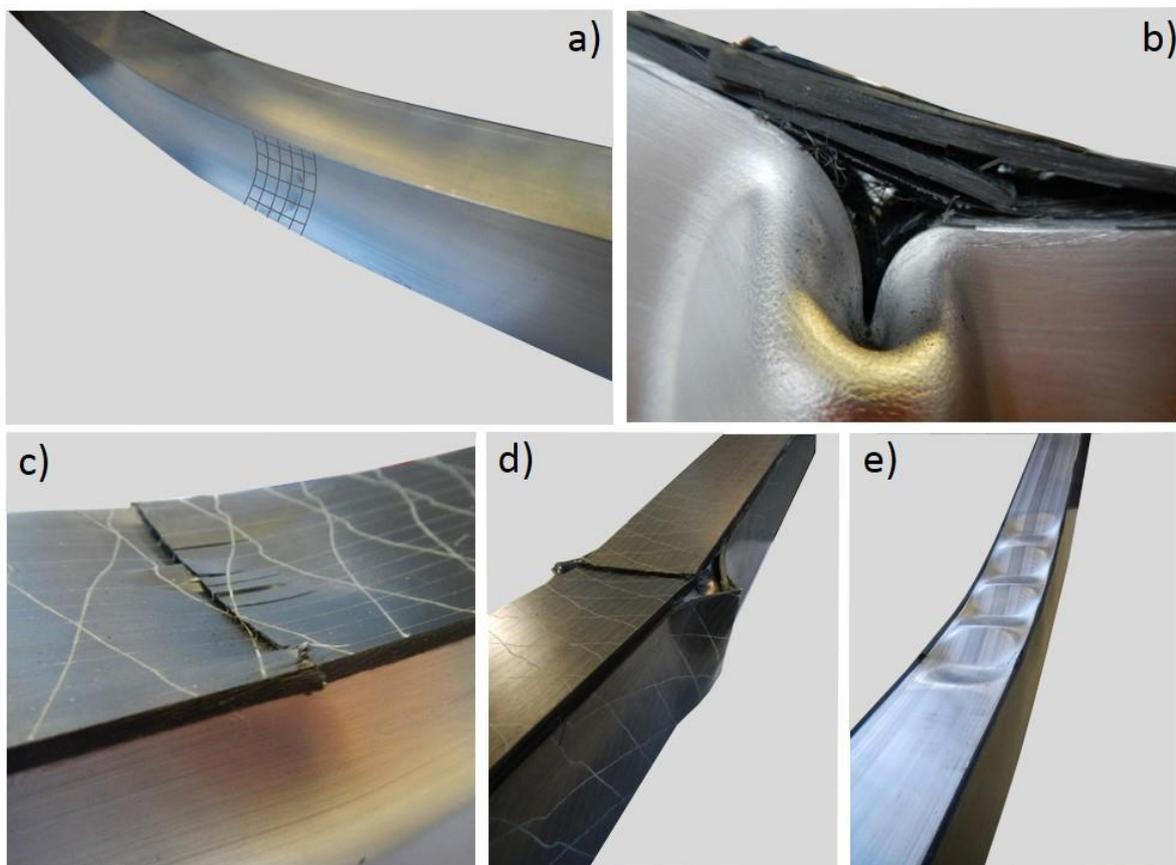


Abbildung 4-7: Versagensbilder CFK-verstärkte Aluminiumprofile: a) SHS2 b) SHS7 c) SHS4 d) SHS6 e) SHS5

Bei den Stahlprofilen wird in Abbildung 4-8 deutlich, dass diese, anders als die Aluminiumvarianten, nicht bei annähernd gleicher Durchbiegung versagen, sondern deutlich differenzierter. Des Weiteren fällt beim Vergleich auf, dass die Kraft-Weg-Kurven der Profile vor dem Versagen beginnen stark abzuflachen. Durch ein Verstärken der Druckgurte mit unidirektionalen Laminat lässt sich  $F_p$  um +170% (HP2), +195% (HP4) bzw. +216% (HP6) und die Maximalkraft  $F_{max}$  um +172% (HP2), +267% (HP4) bzw. +172% (HP6) steigern.

Da das unverstärkte Stahl-Doppelhutprofil, bedingt durch die geringere Wandstärke, bei einem deutlich geringeren Kraftniveau als die Aluminiumvarianten einknickt, lässt sich bereits durch geringe Aufdickungen prozentual ein hoher Verstärkungseffekt beobachten. Analog zu den Aluminiumproben wirkt sich eine CFK-Verstärkung auf der Zugseite nur sehr gering auf die Proportionalkraft  $F_p$  (+0,5kN bei HP5) und Maximalkraft  $F_{max}$  aus, bei der eine Steigerung von +1,2kN (+24%) bei HP5 erreicht wird.

Durch das schlagartige Versagen der CFK-Platten der Varianten HP2 und HP4 kommt es zu teilweise großflächigen Adhäsionsversagen zwischen Klebstoff und CFK (Abbildung 4-9 b). Im Kurvenverlauf fällt die Kraft daraufhin unter das Niveau des unverstärkten Profils ab. In Abbildung 4-9 a) zeigt sich der Einfluss von lokalen Adhäsionsversagen. Durch eine sehr lokale Enthaftung tritt ein über die Breite der Verstärkung geändertes Versagensverhalten im CFK auf. An Stellen mit intakter Klebung kommt es zu einem Bruch des CFKs, im angrenzenden Nachbarbereich löst sich das CFK vom Stahl und bricht dadurch nicht. Bei unverstärkter Druckseite versagten die Stahlprofile meist lokal, symmetrisch unter beiden Krafteinleitungen (Abbildung 4-9 d). Wurden die Gurte des Profils, wie bei HP4, HP5, HP6, mit dicken CFK-Streifen verstärkt, so kam es durch die hohen Steifigkeiten in den Gurten zu einem Zusammendrücken des Profilquerschnitts, bei dem die Stege an den Flanschen, wie in Abbildung 4-9 c) dargestellt, nach außen knickten. Dieses Verhalten begann an den äußeren Profildenden. Um dies zu verhindern, wurde der Querschnitt außerhalb der äußeren Krafteinleitungsstellen mit einem Abstandhalter stabilisiert.

Ein weiteres Phänomen, welches vor allem bei der HP6 Variante (St HP 2x2mm d z) auftrat war ein Versagen der Profile in verschiedenen Moden. Dies ist in Abbildung 4-9 e) dargestellt. In der Analyse der Videoaufzeichnung zeigte sich, dass nach dem ersten Versagen im CFK-Druckgurt das Nachversagen der Profile deutlich unterschied. Einen signifikanten Einfluss auf den Kraft-Weg-Verlauf kann daraus allerdings nicht abgeleitet werden. Dies ist auch in Anhang A2 ersichtlich, in dem die Streuungen der fünf gleichartigen Probekörper dargestellt sind.

Durch die höhere Wandstärke besitzt das reine Aluminium-Profil (SHS1) gegenüber Stahl (HP1), bei vergleichbarem Gewicht eine um +71,1% höhere Biegesteifigkeit. Wird der Druckgurt der Stahlvariante mit 2mm CFK verstärkt (HP2) so steigt die Biegesteifigkeit, auf Grund der geringen Grundsteifigkeit, um +119,4%, wohingegen die Aluminiumvariante (SHS2) nur um +35,1% steifer wird. Werden Zug- und Druckseite symmetrisch mit 2mm CFK aufgedickt, so lässt sich die Biegesteifigkeit um bei Aluminium um +122,6% (ggü. SHS1) bzw. bei Stahl um +215,3% (ggü. HP1) erhöhen.

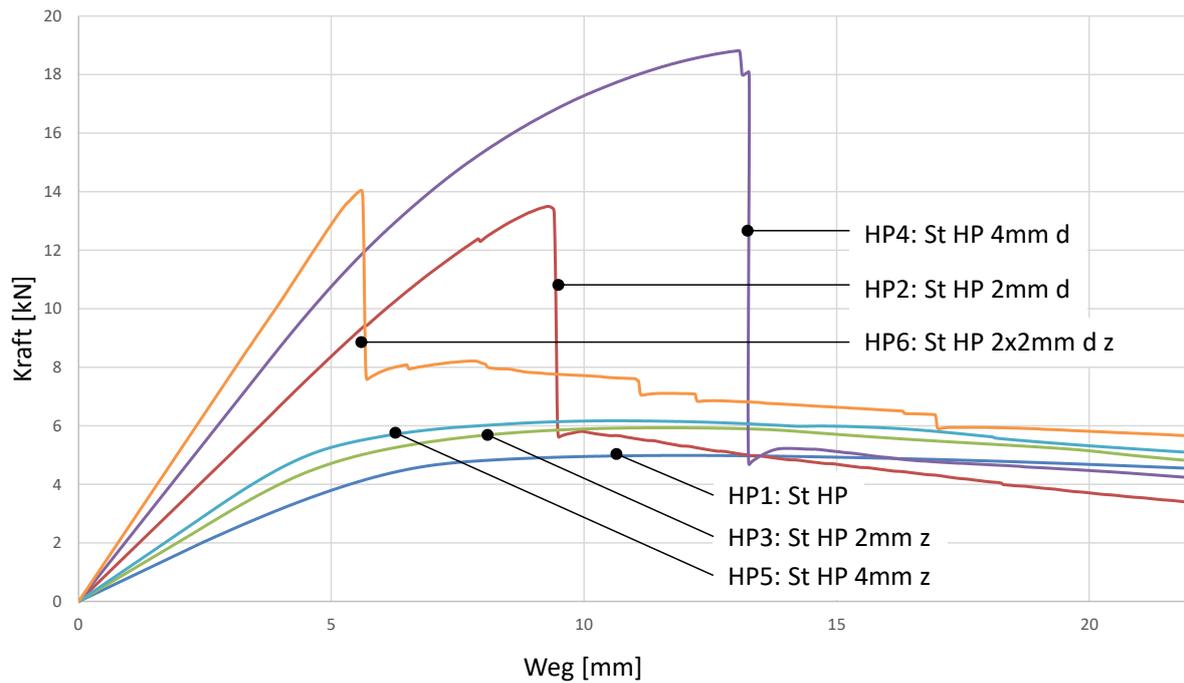


Abbildung 4-8: Kraft-Weg-Kurven der Stahl-CFK-Probekörper

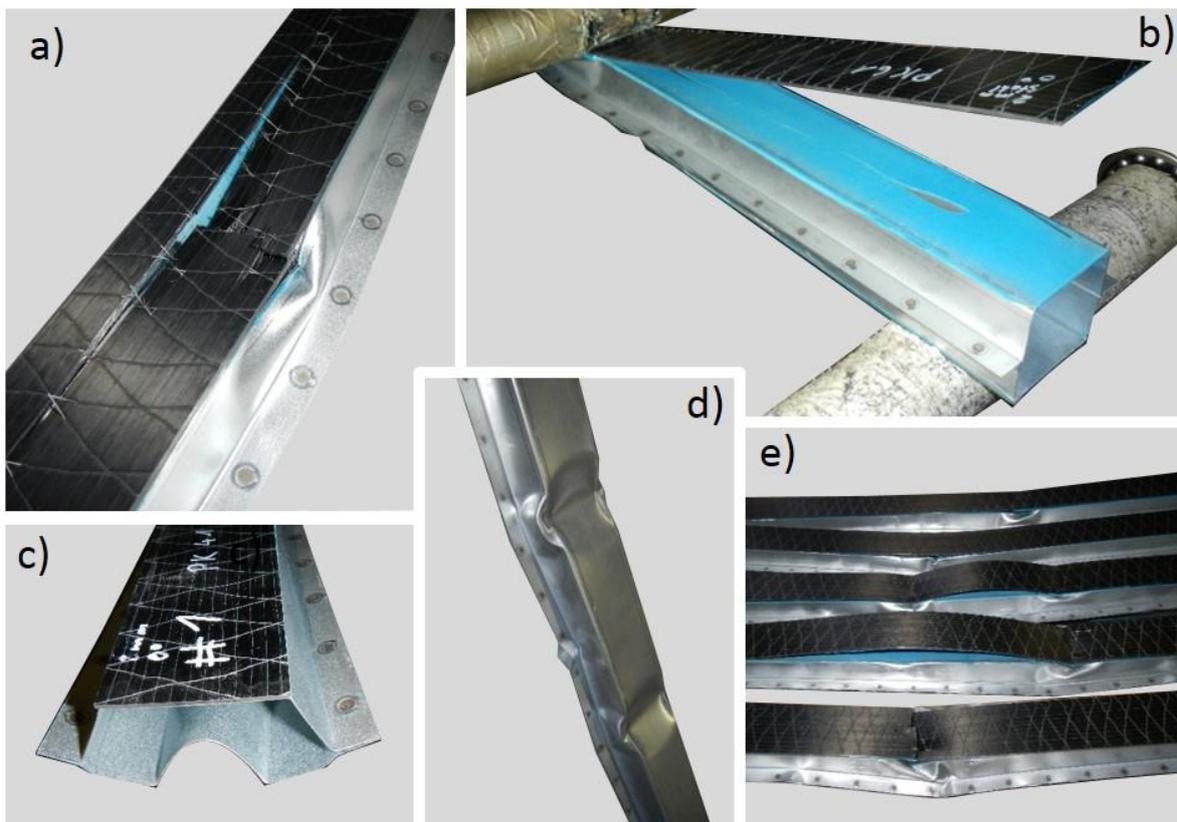


Abbildung 4-9: Versagensbilder CFK-verstärkter Stahlprofile: a) Mischversagensform b) Adhäsive Enthftung der CFK-Verstärkung c) Kollabierter Profilquerschnitt (Versagen im Flansch) d) lokale Deformation der unverstärkten Gurte e) uneinheitliches Versagen von gleichen Profilvarianten

Vergleicht man die in Tabelle 4-3 dargestellten Energien, die die Profile während der Biegeprüfung aufnahmen, so zeigt sich, dass sich durch gezielte Verstärkung der Aluminiumprofile, die elastische Energieaufnahme  $E(F_p)$  um den Faktor 10 (SHS7) steigern lässt. Bei den Varianten, welche auf Zug- und Druckseite verstärkt sind (SHS4, SHS6, SHS7) findet ein Großteil der Energieaufnahme unterhalb von  $F_{max}$  im elastischen Bereich statt. Die zusätzlich teilplastisch aufgenommene Energie zwischen  $F_p$  und  $F_{max}$  ist vergleichsweise gering. Da bei den Stahlproben der Druckgurt tendenziell bei etwa gleicher Kraft  $F_p$  versagt, wirkt sich eine gesteigerte Steifigkeit beim Verstärken des Zuggurtes negativ auf die elastische Energie aus. Die größte elastische Energie  $E(F_p)$  wird bei der Variante HP2 (+219%) und bis zur Maximalkraft nimmt HP4 die höchste Energie (+221%) auf.

Tabelle 4-3: Energieaufnahme der Biegeproben

<i>Probekörper</i>	Kürzel	$E(F_p)$ [J]	$E(F_{max})$ [J]	$E(25mm)$ [J]
Alu	SHS1	17,95	41,27	150,81
Alu 2mm d	SHS2	49,31	268,86	302,91
Alu 2mm z	SHS3	19,55	37,37	162,75
Alu 2x2mm d z	SHS4	94,76	99,12	223,04
Alu 2x2mm seitlich	SHS5	34,26	283,82	225,43
Alu 4x2mm d z seitlich	SHS6	106,80	109,55	302,27
Alu 2x4mm d z	SHS7	194,37	207,77	328,33
St HP	HP1	14,03	42,79	95,45
St HP 2mm d	HP2	44,74	73,19	138,97
St HP 2mm z	HP3	11,81	48,08	109,30
St HP 4mm d	HP4	42,10	137,55	197,99
St HP 4mm z	HP5	11,07	47,72	120,23
St HP 2x2mm d z	HP6	31,99	45,01	141,70

Wie bei Leichtbauteilen üblich, sollen die einzelnen Probevarianten nun mittels, den in Kapitel 2.1.2 beschriebenen Leichtbaukennzahlen hinsichtlich ihrer Leichtbaugüte verglichen werden. Dieser Wert setzt die Eigenschaften einer Struktur ins Verhältnis zu deren Masse und ermöglicht so darzustellen, wie viel Gewicht bei einer bestimmten Bauweise eingesetzt werden muss, um eine gegebene Funktion zu erfüllen. In Tabelle 4-4 sind für die getesteten Profile diese Werte berechnet. Die größte Effektivität hinsichtlich elastischer Festigkeit und damit das größte Leichtbaupotenzial weisen dabei die Stahl-, bzw. Aluminiumprofile auf, die auf Zug- und Druckseite eine dicke Verstärkungsschicht aufweisen (SHS7 und HP6). Bezogen auf das eingesetzte Material sind Verstärkungen der Zugseite weder hinsichtlich Kraft- oder Energieaufnahme noch beim Steifigkeitsgewinn effektiv.

Tabelle 4-4: Leichtbaukennzahlen der Biegeprofile

Kürzel	$\frac{F_p}{G}$	$\frac{F_{max}}{G}$	$\frac{EI}{G}$	$\frac{E(F_p)}{G}$	$\frac{E(F_{max})}{G}$	$\frac{E(25mm)}{G}$
	[kN/kg]	[kN/kg]	[Nmm <sup>2</sup> /kg]	[J/kg]	[J/kg]	[J/kg]
SHS1	5,445	6,745	1,38E+10	14,325	32,941	120,380
SHS2	8,824	10,619	1,77E+10	33,362	181,911	204,949
SHS3	5,269	6,329	1,58E+10	13,225	25,283	110,118
SHS4	14,466	14,643	2,32E+10	57,052	59,673	134,279
SHS5	5,590	7,508	1,07E+10	20,629	170,873	135,720
SHS6	12,930	13,082	2,29E+10	52,715	54,072	149,196
SHS7	22,626	22,957	3,69E+10	95,940	102,551	162,058
HP1	2,567	3,022	6,17E+9	8,563	26,120	58,273
HP2	6,275	7,405	1,22E+10	24,584	40,212	76,357
HP3	2,512	3,236	7,51E+9	6,488	26,419	60,053
HP4	6,176	9,064	1,37E+10	21,016	68,672	98,845
HP5	2,370	3,070	7,95E+9	5,526	23,826	60,026
HP6	6,618	6,705	1,59E+10	15,972	22,473	70,742

Im Anhang A2 sind in den Diagrammen die Streuungen der jeweils gemessenen Varianten angegeben. Hier zeigt sich, dass die Varianten SHS4 und SHS7, welche lediglich auf Zug- und Druckseite verstärkt sind, einen großen Streubereich bei  $F_p$ ,  $EI$  und  $F_{max}$  haben. Die anderen Varianten, vor allem die Stahlprofile, lieferten quantitativ sehr gut reproduzierbare Ergebnisse.

Auch wenn kein direkter Vergleich mit den verstärkten Metallprofilen möglich ist, sollen wegen der Vollständigkeit, die Ergebnisse der geprüften CFK-Profile aufgezeigt werden. Im Experiment verhielten sich die Probekörper unter Last eher so, dass anders als bei den Metallgrundkörpern, kein lokales Knicken der Profile stattfand, vielmehr drückte sich der Druckstempel in das Profil ein, ohne dass es zu einem deutlichen Knicken kam. Nach Rücknahme der Kraft ging das unverstärkte CFK-Profil wieder in seine ursprüngliche Form zurück, wohingegen dies bei Metallverstärkungen durch deren plastische Verformung verhindert wurde. Abbildung 4-10 zeigt die Kraft-Weg-Verläufe der CFK-Profile im 4-Punkt-Biegeversuch und in Tabelle 4-5 sind die ermittelten Kennwerte der Probekörper dargestellt.

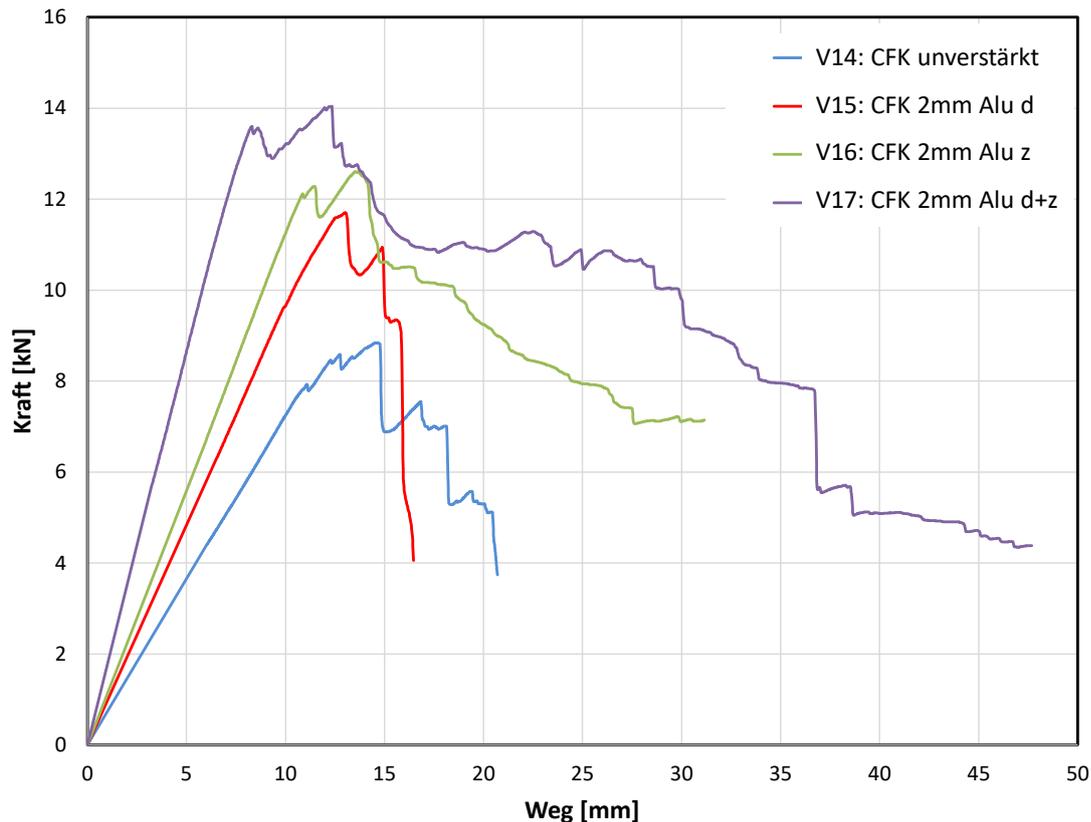


Abbildung 4-10: Kraft-Weg-Diagramme CFK-Profile unter 4-Punkt-Biegung

Tabelle 4-5: Ergebnisse Biegeproben CFK

Probekörper	Gewicht [g]	$F_p$ [kN]	$F_{max}$ [kN]	$EI$ [ $\times 10^9 \text{ Nmm}^2$ ]
V14: CFK unverstärkt	931	7,5	8,8	3,29
V15: CFK 2mm Alu d	1139	9,6	11,7	4,34
V16: CFK 2mm Alu z	1139	11,8	12,6	5,04
V17: CFK 2mm Alu d+z	1347	12,3	14,0	7,91

Man erkennt zum einen, dass mit zunehmender metallischer Verstärkung sowohl die Kraft beim ersten Versagen  $F_p$ , die Maximalkraft  $F_{max}$  als auch die Biegesteifigkeit  $EI$  zunimmt. Auffällig sind hierbei das die Varianten V15 und V16, welche in der Theorie die gleiche Biegesteifigkeit besitzen, im Experiment voneinander abweichen. Wird die metallische Verstärkung auf der unteren Zugseite angebracht, so steigt die ermittelte Profilsteifigkeit um 16%, wohingegen  $F_p$  und  $F_{max}$  unter Berücksichtigung der Streuung in den Versuchen nur geringfügig höher sind, als ein auf der Druckseite verstärktes Profil. Die größten Energien  $E(F_p)$  und  $E(F_{max})$  werden bei den einseitig verstärkten Profilen erreicht (Vgl. Tabelle 4-6). Diese stellen einen guten Kompromiss aus Profilsteifigkeit und ertragbaren Kräften dar. Beim Vergleich mit V14 kann V16 +60% mehr elastische Energie aufnehmen, bevor eine Schädigung auftritt. Bis zur

Maximalkraft sind dies +28%. Auch liegen diese um +42% bzw. +16% über dem, was das beidseitig mit Metall verstärkte CFK-Profil V17 aufnehmen kann. Die spezifische Energieaufnahme von V17 liegt sogar unterhalb des unverstärkten Profils.

Tabelle 4-6: Energieaufnahme und Leichtbaukennzahlen der CFK-Biegeprofile

<i>Probe</i>	$E(F_p)$	$E(F_{max})$	$\frac{F_p}{G}$	$\frac{F_{max}}{G}$	$\frac{EI}{G}$	$\frac{E(F_p)}{G}$	$\frac{E(F_{max})}{G}$
	[J]	[J]	[kN/kg]	[kN/kg]	[Nmm <sup>2</sup> /kg]	[J/kg]	[J/kg]
V14	19,4	34,9	8,1	9,5	3,53E+9	20,8	37,5
V15	23,9	35,7	8,4	10,3	3,81E+9	21,0	31,3
V16	31,1	44,7	10,4	11,1	4,62E+9	27,3	39,3
V17	21,9	38,5	9,1	10,4	5,87E+9	16,2	28,6

#### 4.1.4. Interpretation der Versuchsergebnisse

Nach der Darstellung der Versuchsergebnisse sollen daraus im Folgenden die wichtigsten Schlüsse abgeleitet werden. Zu Beginn wird auf das qualitative Versagensverhalten der verstärkten Aluminiumprofile (SHS1 bis SHS7) eingegangen, welches anhand von Videoaufnahmen, Kraft-Weg-Verläufen und Begutachtung nach dem Versuch beschrieben wird. Die unterschiedlichen Versagensformen sind in Abbildung 4-11 dargestellt.

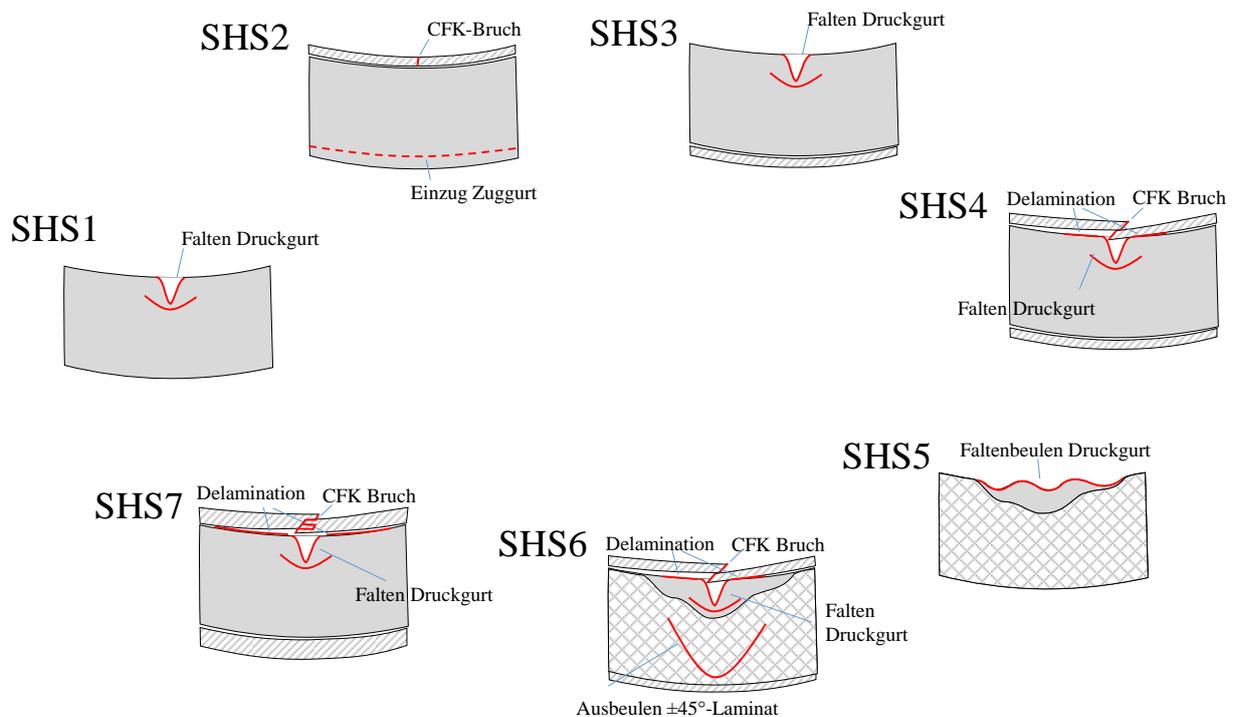


Abbildung 4-11: Versagensarten der geprüften CFK-verstärkten Aluminiumprofile

Das Versagen gestaltet sich je nach Verstärkungsart auf verschiedene Weise. Übergreifend lässt sich sagen, dass die Verklebung von CFK und Aluminium sehr gut war und die Lösung der Verbindung in keinem Versuch das erste Versagen darstellte. Dies bedeutet, dass die Versuche bis zum ersten Versagen grundsätzlich gut mit dem hier beschriebenen Berechnungsablauf beschrieben werden können. Wie in Abbildung 4-11 zu sehen ist, bestimmt bei einem Großteil der geprüften Probenformen das Faltenbeulen im Druckgurt wesentlich das Versagensverhalten.

Das reine Aluminium-Hohlprofil (SHS1) zeigt einen intakten Querschnitt, bis sich am Druckgurt an der Kraftereinleitungsstelle eine Falte bildet, an welcher das Profil letztendlich einknickt. Der Druckgurt bildet dabei eine Innenfalte (Wedge) in das Profil aus und die beiden Stege werden nach außen gewölbt (Außenfalte). Das Ausbilden der Falte zeigt sich als Abflachen der Kraft-Weg-Kurve. Das weitere Einknicken wird durch einen kontinuierlichen Kraftabfall gekennzeichnet.

Beim, auf der Druckseite mit 2mm CFK verstärkten Profil (SHS2) zeigt sich der Einfluss der Verstärkung deutlich. Es beginnt sich zuerst der untere, unverstärkte Zuggurt ins Profil einzuziehen, wie Abbildung 4-7 a) zeigt. Der Mechanismus dahinter ist in Abbildung 4-12 dargestellt. Der Querschnitt des in Abbildung 4-12 a) gezeigten, eingespannten und nicht belasteten Profils wird im unverstärkten Zustand unter Last verformt (Abbildung 4-12 b)). Unter dem Druck auf Auflager und des Druckstempels beginnen die Stege zu beulen. Durch die Steifigkeit der Kanten, die sich in der Folge des Stegbeulens eindrehen, werden auch die Gurte in Richtung Profilmittelpunkt gelenkt. Durch eine CFK-Verstärkung im Druckgurt (Abbildung 4-12 c)) werden die oberen Kanten am Eindrehen gehindert und verändern dadurch die Einspannbedingungen der Stege und deren Beulverhalten. Erst nach dem Bruch der CFK-Verstärkung verändert sich die Einspannbedingung wieder und das Profil knickt unterhalb der Bruchstelle ein. Zusätzlich verteilt die CFK-Verstärkung die eingeleitete Last der eng beieinanderliegenden Druckstempel. Diese Lastverteilung findet bei den geprüften SHS3 Profilen mit Zug-Verstärkung nicht statt. Hier ist die Lasteinleitung zu lokal und das Profil versagt deutlich früher als SHS2, obwohl der gleiche Mechanismus der Querschnittsstabilisierung denkbar wäre. Durch dieses das Plastifizieren wird die Steifigkeit im Profil herabgesetzt, was sich als zuerst abflachende, dann fast auf einem Kraftniveau verlaufenden Kurve zeigt. Sehr spät erst ist die Druckspannung im CFK zu groß und es versagt schlagartig. Dabei bleiben die Bruchflächen bei allen Versuchen aufeinander und es kommt zu keiner, erkennbaren Delamination zwischen CFK und Aluminium. Daher bildet sich auch keine Falte im Aluminiumprofil aus. Dieses anfängliche, lokale Versagensverhalten ist sehr gutmütig und robust, da der Verbund weiterhin besteht und das CFK erst spät versagt. Dabei entsteht eine geringere Maximalkraft als im Vergleich zu SHS4 oder SHS7, allerdings ein konstantes, hohes Kraftniveau. Dies bedingt eine große Arbeitsaufnahme. Ein solches Verhalten ist z.B. im Dachdrucktest einer Karosserie notwendig.

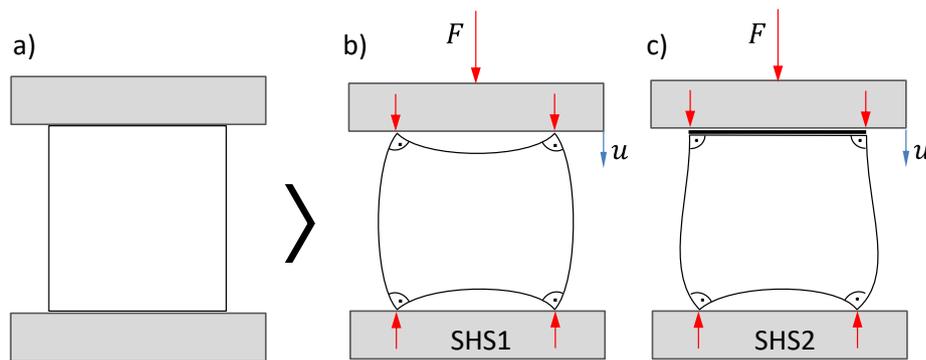


Abbildung 4-12: Verformung des Profilquerschnitts a) ohne Last b) unverstärkt SHS1 c) druckverstärkt SHS2

Das zugseitig verstärkte Aluminiumprofil (SHS3) folgt in seinem Versagensverhalten in großen Teilen den des unverstärkten Profils (SHS1). Der Zuggurt mit der CFK Verstärkung bleibt intakt und im Druckgurt bildet sich eine Falte aus. Lediglich die Maximalkraft und die Steifigkeit ist durch die Verstärkung etwas höher. Nachdem sich die Falte ausgebildet, befinden sich beide Profile auf annähernd gleichem Kraftniveau.

Im Profil mit oben und unten verstärkten Gurten (2mm, SHS4) versagt, wie das Versuchsvideo zeigt, das CFK auf der Druckseite schlagartig. Durch die freiwerdende Energie enthaftet das CFK vom Aluminiumprofil im Bereich der Bruchstelle. Dadurch wird der Aluminiumprofil nicht mehr gestützt und faltet in diesem Bereich. Die Bruchkanten des CFKs gleiten in allen Probekörper voneinander ab, so dass sich diese im weiteren Versuchsverlauf übereinander schieben und den Bereich der Delamination zwischen CFK und Aluminium vergrößern. Nach dem plötzlichen Bruch im CFK fällt die Kraft-Kurve auf ein deutlich niedrigeres Niveau. Der Zuggurt ist am Versuchsende noch intakt. Ein sehr ähnliches Verhalten zeigt das Profil SHS7, welches mit je 4mm in den Gurten verstärkt ist. Die Maximalkraft ist hier jedoch deutlich höher. Durch die dickere CFK-Schicht gleiten die Bruchkanten nicht aneinander vorbei, sondern schieben sich ineinander und delaminieren die Schichten des CFKs. Durch die höhere Steifigkeit und die größere freiwerdende Bruchenergie ist die Delamination zwischen CFK und Aluminium anfangs deutlich größer als bei SHS4.

SHS5 mit seitlichen Schublaminateverstärkungen zeigt, wie SHS2, ein ebenfalls gutmütiges und robustes Versagensverhalten. Dies liegt an lokalen Faltenbeulen auf dem unverstärkten Druckgurt. Das CFK versagt dabei nicht, sondern geht die Deformation mit. Im Unterschied zu SHS2 zieht hier der ebenfalls unverstärkte Zuggurt nicht ein. Dies könnte daran liegen, dass die Zugkräfte dort geringer sind, denn auch das allgemeine Kraftniveau liegt etwa 20-25% niedriger als bei SHS2. Es stellt sich nach dem Bilden der ersten Faltenbeulen ein anhaltendes Kraftniveau ein.

Wie in Abbildung 4-11 gezeigt, überlagern sich in SHS6 die Versagen mehrerer Verstärkungsformen. Bis zum Bruch des CFKs folgt dieses Profil dabei SHS4, mit etwas höherer Maximalkraft und Steifigkeit, bedingt durch die seitlichen  $\pm 45^\circ$ -Lamine. Nach dem Bruch des CFKs auf der Druckseite, delaminiert in diesem Bereich das CFK vom Aluminium, das Aluminiumprofil wird nicht mehr so gut gestützt und es bildet sich eine Falte aus. Das seitliche Schublaminate behindert die Faltenbildung etwas, was sich auch in der Kraft-Weg-Kurve zeigt.

Durch die sich ausbildende Außenfalte im Steg allerdings delaminiert das CFK hier vom Aluminium. Bei größer werdender Delaminationsfläche und ausgeprägteren Wedge nähert sich die Kurve von SHS6, der von SHS4 an, da das Schublaminat im Bereich des Einknickens nicht mehr unterstützen kann.

Vergleicht man die in Abbildung 4-13 dargestellt Aluminium-Varianten untereinander, so fällt die im vorangegangenen Kapitel schon beschriebene, veränderte Versagenscharakteristik der „Alu 2mm d“ (SHS2) Variante gegenüber den anderen verstärkten Varianten auf. Durch dieses, nicht schlagartige Versagen der CFK-Verstärkung nimmt das Profil bis zum Erreichen der Maximalkraft  $F_{max}$  deutlich mehr Energie auf und verhält sich dabei ähnlich SHS5, welches durch die  $\pm 45^\circ$  Steg-Verstärkung ebenfalls eine plastische Verformung des Zuggurtes aufweist. Die Versuche zeigen, dass für eine hohe Maximalkraft eine Verstärkung des Druckgurtes erforderlich ist. Nach welcher Deformation diese jedoch erreicht wird, lässt sich über die Zuggurt-Verstärkung beeinflussen. Eine hohe elastische Energieaufnahme  $E(F_p)$  wird in den Varianten SHS4, SHS6 und SHS7 erreicht. Diese besitzen eine hohe Maximalkraft, bis zu dieser der Kraft-Verlauf beinahe linear zunimmt. Durch die geringe Steifigkeit der Steg-Verstärkungen ist deren elastische Energieaufnahme in Verbindung mit den hochsteifen Gurt-Verstärkungen sehr gering.

In Abbildung 4-14 sind analog zu den Aluminiumprofilen die geprüften Stahldoppelhutprofile dargestellt. Wie schon beschrieben, versagen die Druckverstärkungen der Profile HP2, HP4 und HP6 relativ konstant bei einer Kraft  $F_p$  zwischen 11,4kN und 13,2kN. Die anschließend erreichte Maximalkraft  $F_{max}$  unterscheidet sich jedoch bei den unterschiedlichen Profilen. Dies führt zu deutlichen Unterschieden in der Energieaufnahme der Profile.

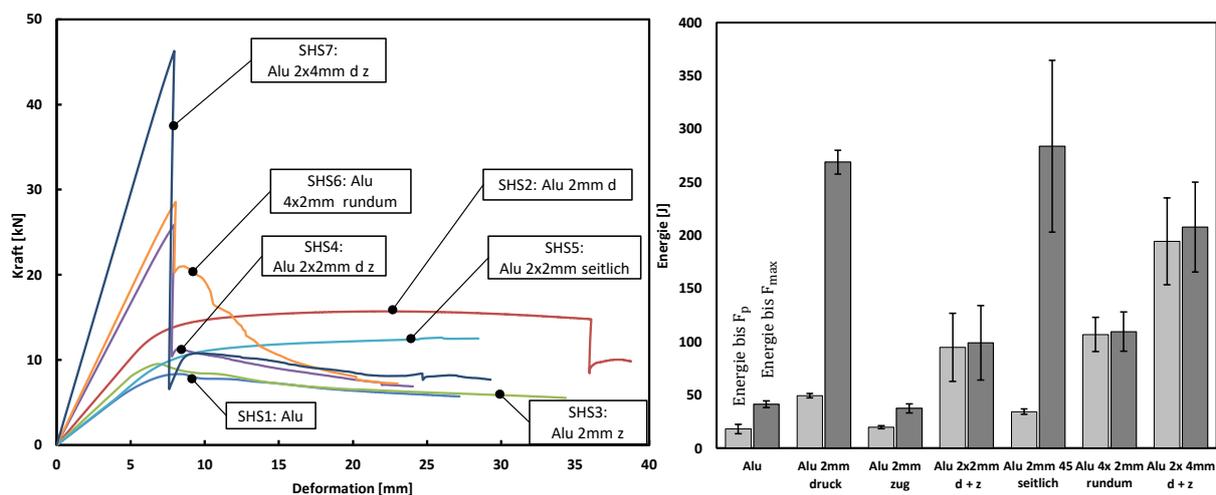


Abbildung 4-13: Kraft-Weg-Verläufe und ausgewertete Energien bei den geprüften Aluminium-Varianten

In Abbildung 4-15 sind die Kraft-Weg-Verläufe von Profilen mit gleichen Verstärkungstreifen dargestellt. So wird auf der linken Seite ein SHS4 Aluminium- und HP6 Stahlprofil mit je 2mm CFK-Verstärkung am Zug- und Druckgurt und rechts die Profile SHS2 und HP2 mit lediglich

einem 2mm CFK-Streifen auf der oberen Druckseite. Im Gegensatz zum SHS2 zeigt das HP2 ein abruptes Druckversagen der CFK-Platte auf der Oberseite und verformt nicht zuerst über einen längeren Weg plastisch im Bereich der Zugbelastung. Obwohl  $F_p$ ,  $F_{max}$  und  $E(F_p)$  sich bei beiden Varianten nur um maximal 15% voneinander unterscheiden, nimmt SHS2 durch den deutlich späteren Kraftabfall und die verzögerte Maximalkraft bei annähernd gleichem Gewicht deutlich mehr Energie auf als HP2:  $E(F_{max})$ : + 267% und  $E(25mm)$ : +118%. Ein möglicher Grund dafür könnte sein, dass der dickere Aluminiumgurt deutlich weniger zum Druckbeulen neigt und daher das CFK über eine größere Deformation hinweg stabilisieren kann.

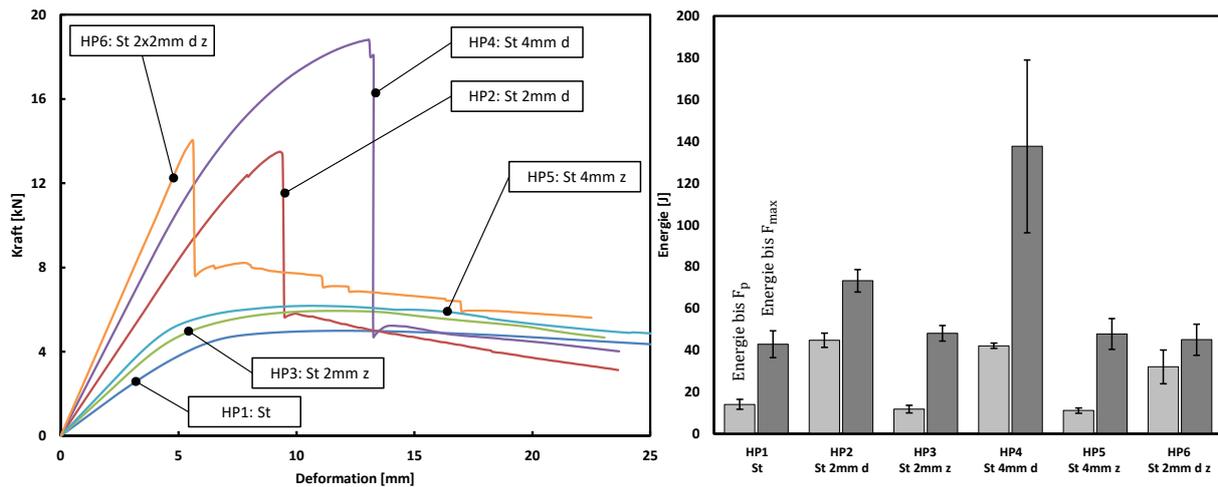


Abbildung 4-14: Kraft-Weg-Verläufe und ausgewertete Energien bei den geprüften Stahl-Varianten

SHS4 und HP6 verhalten sich in Abbildung 4-15 qualitativ ähnlich. Bei beiden Varianten ist der Zuggurt verstärkt. Dies sorgt dafür, dass der Gurt auf der Zugseite nicht nach Innen einzieht und durch die fehlende Drehwirkung auf die unteren Kanten das Profil an sich im Querschnitt intakt bleibt. Die Folge ist ein plötzliches Versagen im Druckgurt, was mit einem plötzlichen Kraftabfall einhergeht. Dadurch liegen bei beiden Varianten jeweils  $F_p$  und  $F_{max}$  auch nahe beieinander. Beim Vergleich zwischen den Varianten erreicht das Aluminiumprofil um fast den Faktor 2 höhere Kräfte und auch die Energieaufnahme ist infolgedessen deutlich höher, wobei beide Varianten wiederum ein sehr ähnliches Gewicht aufweisen. Es zeigt sich außerdem, dass HP6 bei bereits deutlich geringerer Durchbiegung versagt bzw. instabil wird, was darauf zurückzuführen ist, dass durch die geringere Wandstärke ein Beulen unter der Kraftereinleitungsstelle auftritt, welches den Bruch der CFK-Verstärkung initiiert. Ob das Energieniveau nach dem Bruch angehoben werden könnte, wenn etwa  $\pm 45^\circ$ -Lagen ins Laminat eingearbeitet werden und so eventuell ein Crushing der Fasern herbeigeführt werden würde, ist eher unwahrscheinlich. Zu erwarten wäre hier ein ähnliches Verhalten, bei dem sich die sehr steifen  $0^\circ$ -Lagen delaminieren und ineinanderschieben. Die  $\pm 45^\circ$ -Lagen würden ebenfalls delaminieren, evtl. nicht komplett versagen, aber das restliche Laminat auch nicht wesentlich stützen.

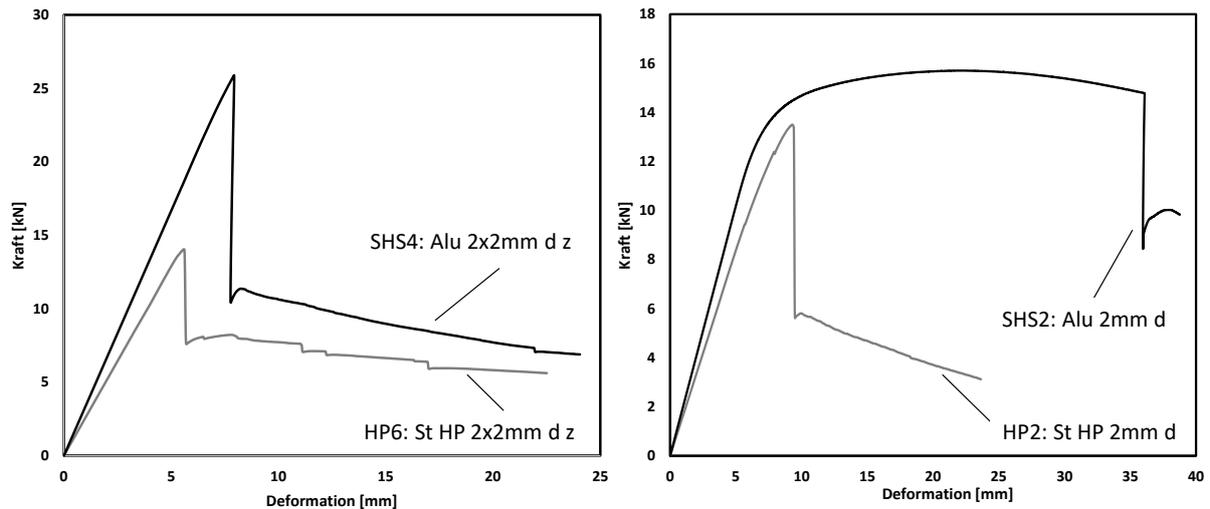


Abbildung 4-15: Qualitativer Vergleich von Stahl- und Aluminium-Profilen mit ähnlichem Aufbau

Vergleicht man die Profile, wie in Abbildung 4-16 hinsichtlich ihres Leichtbaupotenzials, so zeigt sich, dass die verstärkten Aluminiumprofile, bezogen auf ihr Gewicht, deutlich größere Kräfte aufnehmen können. Dies trifft sowohl für die Kraft bei der ersten Schädigung  $F_p$ , als auch für die Maximalkraft  $F_{max}$  zu, wobei die Aluminiumvarianten etwa um den Faktor 2 höher liegen als die Stahlprofile. Würde hier statt des CR440 eine höchstfeste Stahlgüte, etwa CR1000 betrachtet, so würde dieser wegen seiner hohen Proportionalgrenze  $R_{p0,2}$  wiederum ein größeres Leichtbaupotenzial besitzen als die Aluminiumlegierung. Vergleicht man die geprüften CFK-Profile miteinander, zeigt sich, dass die spez. Festigkeit durch das obere Aluminiumband und dem damit verbundenen Mehrgewicht nur geringfügig gegenüber der unverstärkten Variante gesteigert werden kann. Eine Verstärkung der Zuggurte zeigt kein Leichtbaupotenzial.

In Abbildung 4-17 wird nun das Leichtbaupotenzial der Varianten hinsichtlich der Biegesteifigkeit dargestellt. Die höchste spezifische Biegesteifigkeit erreichen dabei symmetrische Verstärkungsvarianten, mit einer großen CFK-Laminatdicken an den Gurten. Im Hinblick auf Leichtbau hat die Verstärkung der Stege negative Auswirkungen. Bei den reinen CFK-Profilen zeigt sich das größte Potenzial bei der Verstärkung des Druckgurtes mit Aluminium.

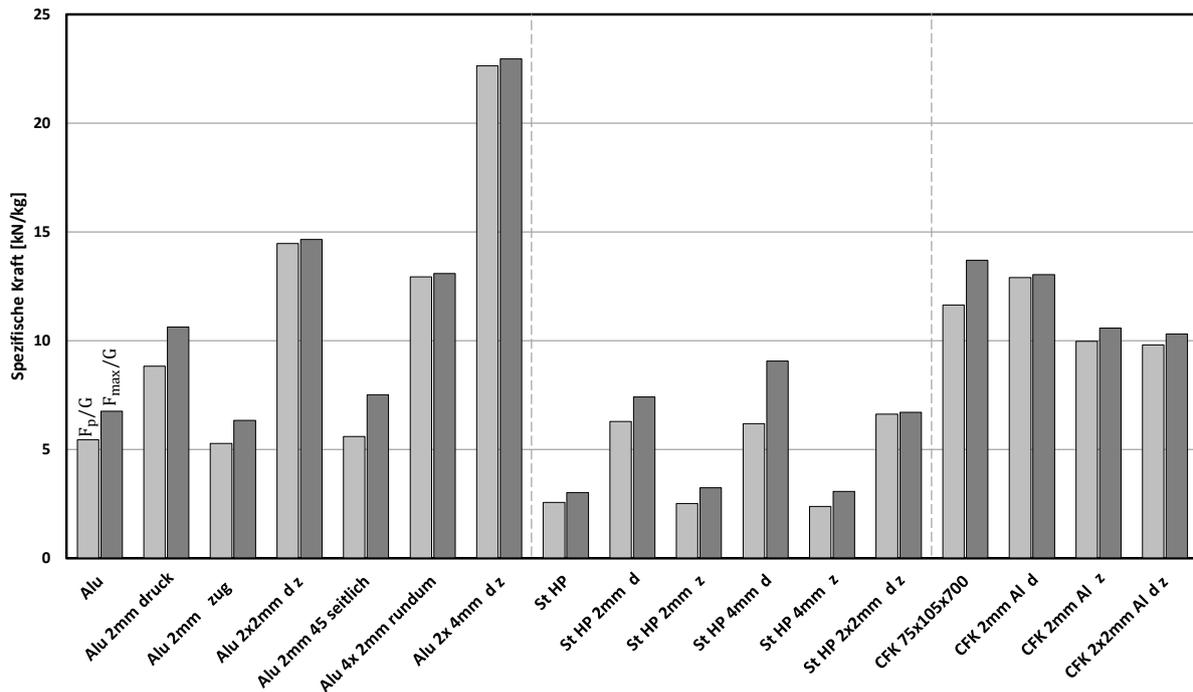


Abbildung 4-16: Spezifische Kräfte der Profilvarianten im Versuch

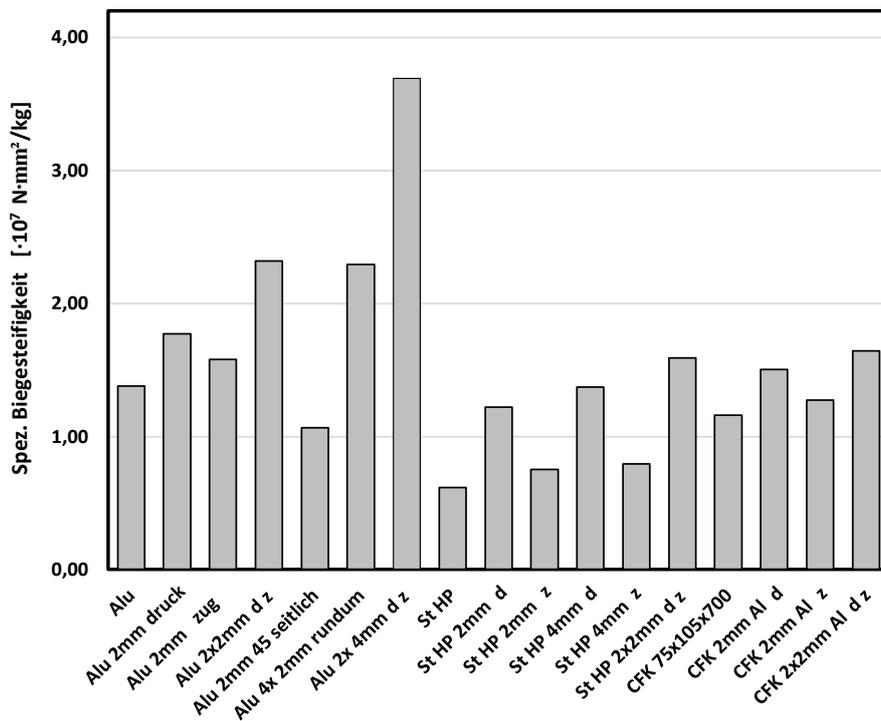


Abbildung 4-17: Spezifische Biegesteifigkeiten der Profilvarianten im Versuch

Den größten Steifigkeitsvorteil bei gleichem Gewicht haben die Aluminiumvarianten. Des Weiteren zeigen unverstärkte Profile eine geringere Streuung in der Steifigkeit. Die geringsten Streuungen zeigen jedoch die CFK-Profilvarianten.

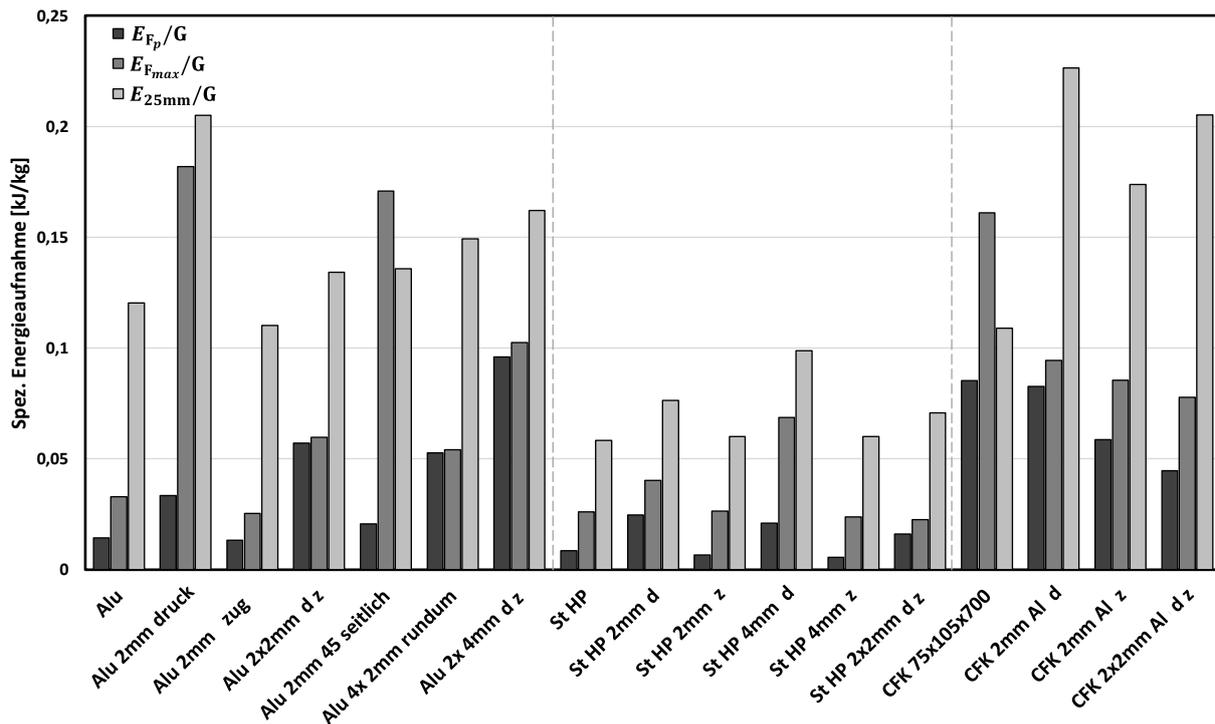


Abbildung 4-18: Spezifische Energieaufnahme der Profilvarianten im Versuch

Abbildung 4-18 zeigt die gewichtsbezogene Energieaufnahme der geprüften Profile. Dabei sind die Energien bis zur Erreichung der Dehngrenze  $F_p$ , der maximalen Kraft  $F_{max}$  und einer Verformung von 25mm auf das Profilgewicht bezogen. Durch das spätere Versagen bei größerer Verformung und Kraft, erreichen die Aluminium-Varianten im Vergleich zu den Stahl-Varianten höhere Werte in der spez. Energieaufnahme. Eine größere Verstärkung der Druckgurte führt dabei zu höheren Energieaufnahmen bis zur ersten Schädigung ( $F_p$ ). Dies zeigt sich vor allem bei den Profilen *Alu 2x2mm d z*, *Alu 4x2mm rundum* und *Alu 2x4mm d z*. Diese erreichen mit 0,05 kJ/kg bzw. 0,1 kJ/kg um mindestens den Faktor 3 höhere Energieaufnahmen, ohne dass eine Schädigung auftritt. Bei diesen Varianten tritt die erste Schädigung kurz vor Erreichen der Maximalkraft  $F_{max}$  auf. Daher liegen auch die Werte für  $F_p/G$  und  $F_{max}/G$  sehr nahe beieinander. Die Varianten *Alu 2mm druck* und *Alu 2mm 45° seitlich* haben hingegen nach der ersten Schädigung einen sehr homogen und langsam ansteigenden Kraftverlauf und erreichen ihre Maximalkraft erst bei sehr großen Durchbiegungen. Daher weisen diese eine sehr hohe spezifische Energieaufnahme vor der Maximalkrfterreichung auf. Die hohen Festigkeiten der Kohlenstofffasern sorgen für eine verhältnismäßig hohe Energieaufnahme, bis es zur ersten Schädigung im Laminat kommt.

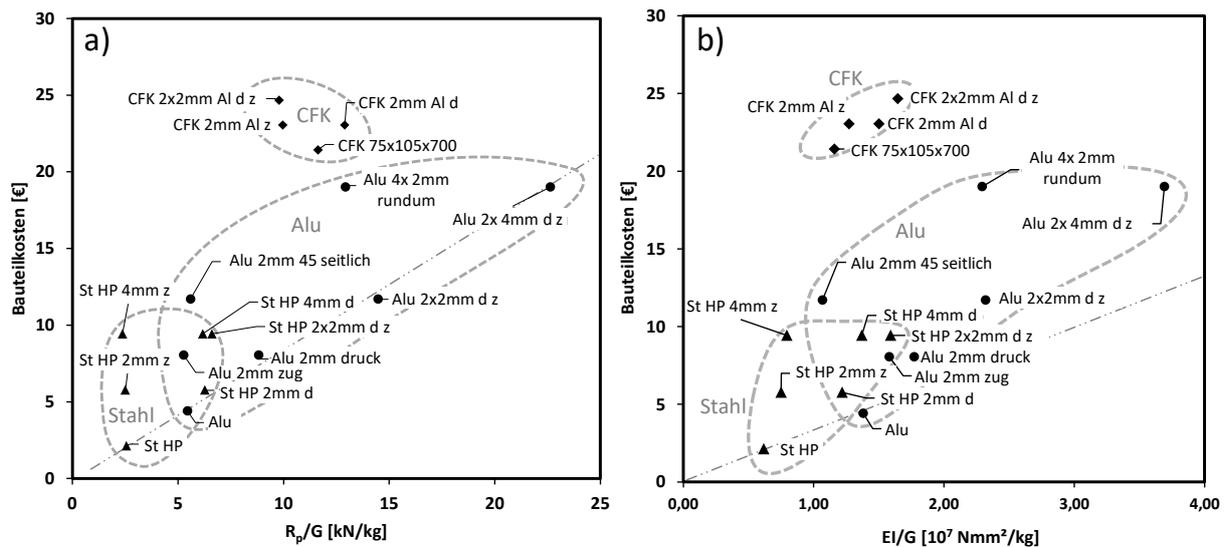


Abbildung 4-19: spezifische Festigkeit bei erster Schädigung  $R_p$  und spezifische Biegesteifigkeit der untersuchten Profile gegenüber deren absoluten Bauteilkosten für Profillänge 1m.

Neben den Eigenschaften und dem Bauteilgewicht sind auch hinsichtlich Rentabilität die zu erwartenden Bauteilkosten von Interesse. Wie vorab schon beschrieben, ist es sehr komplex die realen Herstellkosten zu ermitteln. Daher soll dieser Vergleich mit den reinen Materialkosten, welche in Kapitel 2.1.2 aufgeführt sind, stattfinden. Abbildung 4-19 a) zeigt die spezifische Festigkeit der Profile bei der ersten Schädigung  $R_p/G$  und Abbildung 4-19 b) deren spez. Biegesteifigkeit  $EI/G$  gegenüber den Bauteilkosten  $K$ . Deutlich zu erkennen sind die deutlich höheren Bauteilkosten der CFK-Profile. Varianten, die nahe am unteren und rechten Rand der Diagramme liegen, haben zum einen ein größeres Leichtbaupotenzial und sind zum anderen günstiger. Setzt man bei den unverstärkten Profilen *St HP* und *Alu* die Werte  $R_p/G$  ins Verhältnis zu den Kosten  $K$ , zieht also gedanklich im Diagramm eine Ursprungsgerade durch die Stützstellen, so zeigt sich, dass die Gerade bei Stahl und Aluminium beinahe identisch ist. Das Leichtbaupotenzial der Profile, die oberhalb dieser Linie liegen, kann mit zusätzlichem Kostenaufwand gehoben werden. Profile, die unterhalb dieser Linie liegen, haben sogar einen negativen €/kg-Faktor. D.h. um die gleichen spezifischen Eigenschaften wie bei reinen, unverstärkten Profilen zu erreichen, können sogar (Material-)Kosten eingespart werden. In dem vorliegenden Fall ist dies in Abbildung 4-19 a) bei den Varianten *Alu 2x2mm d z* und *Alu 2x4mm d z* der Fall. Dies bedeutet, dass man die gleiche Festigkeit  $R_p$  wie in reinen Aluminiumprofilen erreichen kann, jedoch weniger Material und Kosten einsetzen muss. Wird analog in Abbildung 4-19 b) die spez. Biegesteifigkeit  $EI/G$  gegenüber den Bauteilkosten betrachtet, so ist zu erkennen, dass in den Prämissen des gleichen Bauraums und den vorgegebenen Materialkosten, eine Steigerung der Biegesteifigkeit immer mit einer Mehrung der Kosten einhergeht.

Wie schon in 4.1.3 dargestellt, sind für symmetrisch verstärkte Profile, bei gleichem Materialeinsatz und Kosten die Biegesteifigkeiten deutlich höher, als bei einseitigen Materialaufdickungen. Dies kann durch die Verlagerung der neutralen Biegefaser in Richtung der Materialaufdickung begründet werden, was wiederum eine Verringerung des STEINER-

Anteils nach sich zieht. Beim Vergleich der Varianten „HP4: *St HP 4mm d*“ und „HP6: *St HP 2x2mm d z*“ wird durch die gleichmäßige Verteilung der CFK-Streifen die Steifigkeit um +16,2% erhöht. Um das größte Leichtbaupotenzial zu generieren, ist es notwendig auf eine symmetrisch zur Biegeachse aufgebrauchte Verstärkung zu achten.

FAZIT: Ist das Grundprofil stabil genug gegen vorzeitiges Versagen ausgelegt, so können sinnvoll angebrachte Verstärkungen die (spezifischen) Eigenschaften wie Versagenskraft  $R_p$  und die Energieaufnahme überproportional steigern. Vorzeitiges Versagen, wie z.B. Beulen, kann durch eine Materialaufdickung oder gezieltes Verstärken der beulgefährdeten Bereiche verhindert werden und so einen Hybridisierungseffekt im Profil verstärken. So werden die Eigenschaften der Verstärkung voll ausgenutzt. Gewichtsoptimal ist eine Struktur ausgelegt, wenn das Versagen der Grundstruktur und der Verstärkung nahe beieinander liegen. Bzgl. Nachversagen und Strukturintegrität ist eine Erreichung der Festigkeitsgrenze im Material als erste Schädigung in vielen Fällen von Vorteil. Für die in dieser Arbeit definierte Methodik ist ein Auslegen bis zum ersten Versagen vorgesehen. In den Versuchen bestand das erste Versagen meist aus Druckversagen des CFKs oder ein Stabilitätsversagen durch plastisches (Schub-)Beulen. Bei anderen Querschnitt-(Verhältnissen) sind jedoch auch andere Versagensformen möglich. Daher ist das breite Spektrum an berücksichtigten Versagensformen notwendig, um in allen Fällen ein erstes Versagen zu erfassen. Die analytische Erfassung der Resttragfähigkeit gestaltet sich als schwierig. Dies zeigen etwa die Versuche, in denen sich die CFK-Verstärkungen nach dem Bruch delaminieren und ineinandergeschoben haben. Ein solches Verhalten ist weder analytisch noch in den finite Elemente einfach darstellbar. Das schlagartige Ablösen der Klebeschicht nach dem ersten Bruch ist ebenfalls nicht berechenbar, da es sich dabei um einen hochdynamischen Ablauf handelt.

Für diese Arbeit ergeben sich hieraus einige Rückschlüsse auf den Umfang der notwendigen Strukturberechnung. So muss es möglich sein, die Steifigkeit von (hybriden) Profilen zu bestimmen, ebenso wie die Festigkeit der Struktur. Dafür muss eine Festigkeitsanalyse von jeder Einzelschicht in der Metall- und Faserverbundkomponente durchgeführt werden, da sowohl ein Erstversagen im Metall als auch in dem faserverstärkten Werkstoffen stattfinden kann. Genauso wichtig ist die Vorhersage von Stabilitätsversagen, wie dem Plattenbeulen. Auch globale Stabilitätsversagen des gesamten Profils müssen berücksichtigt werden.

## 4.2. Finite Elemente Analysen an hybriden Strukturen

Berechnungen mit finiten Elementen sind, wie in Kapitel 2.1.1 dargestellt, in der Automobilindustrie nicht mehr wegzudenken [29]. Der Ansatz der analytischen Grundausslegung von hybriden Strukturen in einer sehr frühen Entwicklungsphase eines Fahrzeugs, soll dabei aufwändigere FEM-Berechnungen ersetzen bzw. unterstützen, um damit einen optimierten Startentwurf für die weitere Entwicklung zu generieren. Die in diesem Kapitel gewählten Ansätze sind an den aktuellen Stand der FEM-Modellierung und Simulation in der Automobilindustrie angelehnt und werden damit verglichen. Darüber hinaus soll eine

erste Abschätzung getroffen werden, ob diese Simulationsqualität ausreicht, um hybride Verbunde mit all ihren Eigenschaften zu simulieren. Da die Vorhersagequalität einer finiten Elemente Berechnung entscheidend von der Modellierung des Simulationsmodells abhängt, sollen im ersten Schritt verschiedene Modellierungen von hybriden Zugproben in der Simulationssoftware ABAQUS betrachtet werden. Dabei soll ermittelt werden, wie aufwendig die Modellierung sein muss, um in einer frühen Entwicklungsphase die notwendige, bzw. ausreichende Genauigkeit zu generieren. Abbildung 4-20 zeigt vier Ansätze, um hybride Materialien zu simulieren.

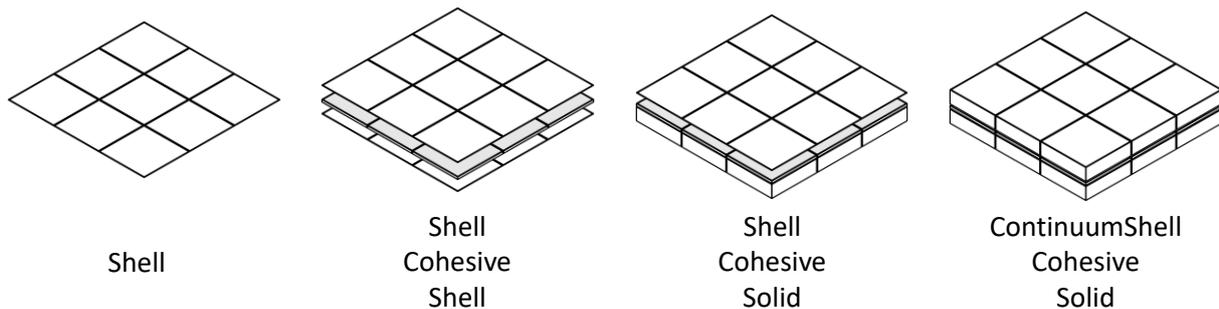


Abbildung 4-20: Verschiedene Modellierungsansätze in der FEM-Simulation zur Vorhersage von hybriden Proben

Der einfachste Aufbau entspricht der Modellierung des hybriden Aufbaus, bestehend aus einer Metall-, Klebstoff- und CFK-Lage, in einem SHELL-Element. In diesem wird der Laminataufbau mit allen Lagen definiert. Hier ist die kürzeste Rechenzeit, aber auch ggf. die höchste Ungenauigkeit in der Simulation zu erwarten. Des Weiteren kann die Kleberschicht zwischen Metall und verstärkten Kunststoff nicht ausreichend dargestellt werden, ebenso wie eventuelle Wechselwirkungen zwischen Metall und Kunststoff. Auch die Abbildbarkeit von Versagen einzelner Schichten ist komplex.

Aus diesem Grund wurde ein zweiter Aufbau betrachtet. Dieser besteht aus drei Einzelschichten, wobei das Metall und die CFK-Schicht jeweils durch SHELL-Elemente dargestellt werden, welche über COHESIVE-Elemente miteinander verbunden sind. Dies ermöglicht eine deutlich detailliertere und differenziertere Betrachtung der einzelnen Lagen. Jedoch ist die Modellierung der Klebstoffschicht und die Bestimmung aller notwendigen Eingabeparameter aufwändig. Da dies im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich war, wurde hierbei auf Erfahrungs- und Literaturwerte zurückgegriffen. Der Rechenaufwand bei diesem Modellaufbau ist dabei deutlich höher als bei der Darstellung über ein einzelnes SHELL-Element, jedoch werden genauere Ergebnisse erwartet.

Zum Vergleich wird in einem dritten Aufbau die Metallkomponente durch ein SOLID-Element ersetzt, die Modellierung der Klebstoffschicht und des CFK-Laminats bleibt dabei gleich. Die Simulationszeit sollte sich hierbei bei einfachen Geometrien nur geringfügig ändern.

In der vierten Modellvariante soll das SHELL-Element des CFK-Laminats durch eine CONTINUUM-SHELL ersetzt werden. Dadurch sollen Effekte in Dickenrichtung im Laminat deutlich besser abgebildet werden können, als es bei SHELL-Elementen der Fall ist. Auf

deutlich aufwendigere Modellierungen mit mehreren Elementen in Dickenrichtung, etwa für jede CFK-Laminatlage, wurde bewusst verzichtet, da einen solcher Aufbau hinsichtlich Rechenzeit für spätere Entwicklungsanwendungen unrealistisch ist. Auch werden BEAM-Elemente zur Modellierung nicht betrachtet, da diese in der Simulation von Fahrzeugen keine Rolle spielen.

Zur Beschreibung der Materialeigenschaften in Abaqus [165] werden drei Materialien erstellt, welche mit den Materialkennwerten aus 2.1.2 beschrieben werden. Für die metallischen Komponenten werden die Elastizität (\*ELASTIC), die Materialdichte (\*DENSITY) und das Ende des elastischen Bereichs (\*PLASTIC) mit dem Erreichen der Dehngrenze  $R_{p0,2}$  definiert. Als Schadensmodell dient als duktile Fließbedingungen \*DAMAGE INITIATION, criterion=DUCTILE. Faserverbunde werden neben ihrer Dichte (\*DENSITY), durch die orthotrope Elastizität (\*ELASTIC, type=LAMINA), ausgedrückt durch  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{21}$ ,  $G_{12}$ ,  $G_{23}$  und  $G_{31}$ , beschrieben. Das Eintreten einer Schädigung beschreibt das, in Abaqus implementierte HASHIN-Versagenskriterium (\*DAMAGE INITIATION, criterion=HASHIN)(vgl. Kapitel 3.1.2), der weitere Schädigungsverlauf wird über die Bruchenergie (\*DAMAGE EVOLUTION, type=ENERGY) mit Standardwerten aus der Literatur ( $X=100$ ,  $Y=100$ ,  $Z=0.2$ ,  $U=0.2$ ) angegeben. Zur Repräsentation einer kohäsiven Zwischenschicht wird ein Cohesive modelliert. Neben der Dichte (\*DENSITY) wird dessen Elastizität durch (\*ELASTIC, type=TRACTION) beschrieben. Um eine Schädigung dieser Zwischenschicht zu ermöglichen wird der Eintritt eines Schadens durch die maximal ertragbaren Spannungen \*DAMAGE INITIATION, criterion=MAXS und der Schadensverlauf wiederum über das Energiekriterium \*DAMAGE EVOLUTION, type=ENERGY definiert.

Ohne die Ergebnisse der Unterschiede in der Modellierung in Detail zu beschreiben, lassen sich folgende, qualitative Aussagen ableiten:

- In den einfachen, simulierten Lastfällen kann die Metallkomponente ohne nennenswerte Änderungen im Ergebnis statt mit einem SOLID-Element mit SHELL-Elementen dargestellt werden. Dadurch verringert sich die Rechenzeit leicht.
- Für die Darstellung von hybriden Proben im elastischen und teil-plastischen Bereich ist zur ersten Beurteilung des Aufbaus ein SHELL-Element ausreichend. Für die Darstellung des darauffolgenden, komplexen Schadensverlaufs, liefert diese Modellierung keine Ergebnisse.
- In diesem elastischen und teil-plastischen Bereich der Proben ist der Einfluss des Klebstoffs, bei geringer Klebstoffdicke, vernachlässigbar. Dies gilt jedoch nicht bei dicken Klebstoffschichten, oder Klebstoffen mit geringer Festigkeit (Klebstoff versagt vor Metall oder CFK)
- Im Vergleich mit realen Prüfungen (Kapitel 4.1) zeigen CONTINUUM-SHELLs eine bessere Übereinstimmung in der CFK-Komponente. Die Erhöhung der Rechenzeit ist dabei gering.

### 4.2.1. FEM Berechnung von hybriden Flachproben

Bei der Untersuchung von flachen Hybridproben wurde versucht, sich einen Überblick über verschiedene Modellaufbauten zu verschaffen. Zu Beginn wurden an Ein-Element-Proben (S4R-Shell) und an modellierten Biegeproben (S4R-Shell) Zug und Biegeversuche durchgeführt. Dabei wurde der Laminataufbau aus einem Metall (CR1000, CR440, CR3, A15-STD, Al6-OUT, AZ31) und einer CFK-Konfiguration ( $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$ ,  $0^\circ/90^\circ$ ,  $0^\circ/90^\circ/-45^\circ/+45^\circ/90^\circ/0^\circ$ ) mit verschiedenen Abstufungen realisiert und dabei die Zugsteifigkeiten bzw. Biegeeigenschaften dynamisch explicit simuliert. Abbildung 4-21 zeigt dabei einen Zugversuch mit dem Vergleich von reinem Stahl CR1000 (1,5mm), unidirektionalem CFK-0° (1,5mm) und einer Kombination aus beidem. Dabei zeigt sich, dass gerade in den Anfangsbereichen I und II (vgl. Kapitel 3.1.1), in denen das Material elastisch, bzw. teil-elastisch ist, der Kraft-Weg-Verlauf der Hybridprobe der Summe der Einzelmaterialien entspricht.

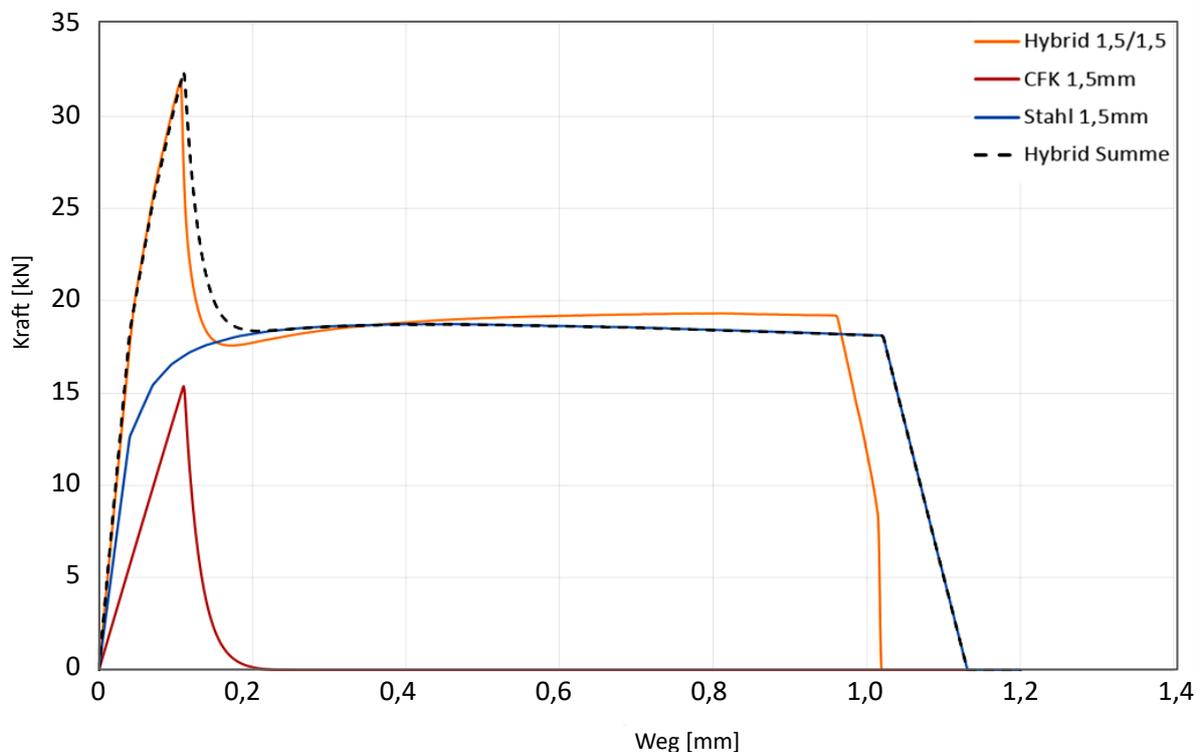


Abbildung 4-21: Simulativer Kraft-Weg-Verlauf einer hybriden Zugprobe verglichen mit den Einzelwerkstoffen

Auch die simulierten Biegeproben entsprechen im elastischen Bereich bis zur ersten Schädigung weitestgehend den Erwartungen der aus Kapitel 3 resultierenden Ergebnissen und sollen deshalb hier nicht weiter ausgeführt werden.

### 4.2.2. FEM Berechnung von hybriden Profilen

Zur Nachbildung der Versuchsergebnisse aus den in Kapitel 4.1 durchgeführten Experimenten wurden die Profile in ABAQUS modelliert und im 4-Punkt-Biegeversuch dynamisch explicit berechnet. Die Ergebnisse im Abgleich mit den Experimenten sind in Kapitel 5.2 dargestellt. Als schwierig stellte sich die Modellierung der Kontaktfläche zwischen Metall und FVK dar, da die Verwendung von Cohesiv-Elementen nicht immer mit dem Verhalten der realen Proben übereinstimmte. Bis zum Auftreten des ersten Versagens jedoch waren die Übereinstimmungen ausreichend. Lediglich im Nachversagen wichen die Modelle dann voneinander ab. Bis zum ersten Versagen wurden mit den Cohesiv-Elementen sehr ähnliche Ergebnisse erzielt, wie bei der fixen Anbindung der CFK-Verstärkung an den Metallgrundkörper.

Da die simulative Abbildung von hybriden Strukturen in der FEM nicht der Hauptfokus dieser Arbeit ist und die Ergebnisse abhängig von der Modellierung auch den Erwartungen entsprechen, soll diese Thematik hier nicht weiter vertieft werden. (Siehe Kapitel 5.2)

Abschließend lässt sich jedoch zusammenfassen: Die Qualität der Vorhersageergebnisse hängt sehr stark von der Qualität der Modellierung ab. (Elementanzahl, Netzgüte, Materialmodell, etc.) Eine sehr genaue Modellierung mit Delamination, nichtlinearen Materialverhalten, Mehrschichtigen Schalenaufbau, feiner Vernetzung, usw. verbessert das Ergebnis, erhöhen jedoch die Komplexität der Simulation und damit auch der Rechenzeit erheblich. Eine solche detaillierte Berechnung ist mit dem gegenwärtigen Stand der Technik und der verfügbaren Rechenleistungen nicht zielführend hinsichtlich der Effizienz. Hier müssen detailliertere Materialmodelle gefunden werden, die diesen komplexen Aufbau und Ablauf beschreiben können, ohne einen hohen Modellierungsaufwand zu verursachen.

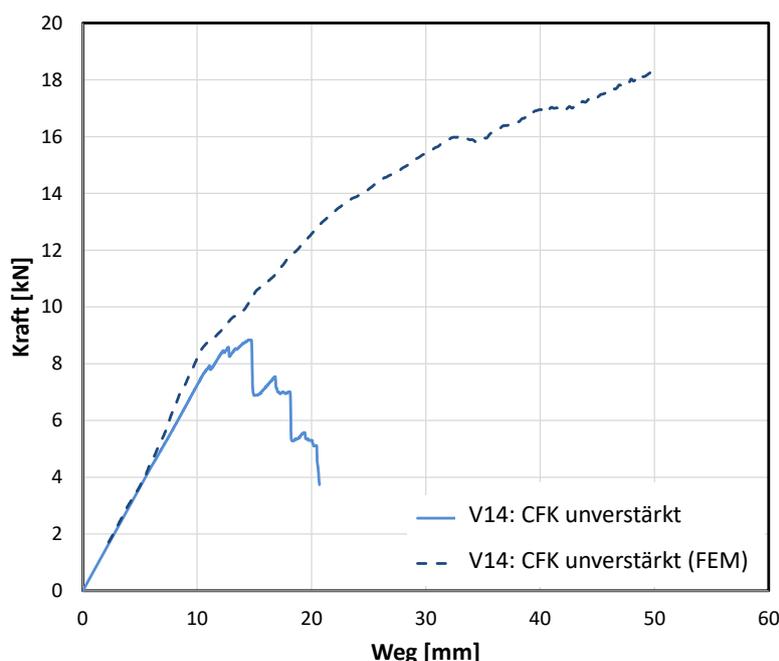


Abbildung 4-22: Vergleich Probe V14 Experiment und FEM mit unterschiedlichen Nachversagensverhalten

### 4.3. Fazit

Als Fazit für das Kapitel der experimentellen Untersuchung von hybriden Strukturen lassen sich folgende Punkte zusammenfassen:

- Bei der Auswertung der Probenversuche lassen sich die Maximalkraft  $F_{max}$  und die Biegesteifigkeit  $EI$  sehr gut aus den Kraft-Weg-Diagrammen ermitteln. Die Ermittlung von  $F_p$  aus der Kraft-Weg-Kurve ist deutlich schwieriger. Hier kann nicht vollumfänglich sichergestellt werden, dass auch das erste Versagen erfasst wurde.
- Einflüsse der Versuchsanordnung auf das Ergebnis wurden zwar minimiert, können bei manchen Probekörpern aber nicht ausgeschlossen werden. Gerade bei den verstärkten Stahlprofilen waren immer wieder Ausreißer dabei, die nicht berücksichtigt wurden, weil sie z.B. anders versagten als die Vergleichsproben. Häufig war hier der Klebstoff zwischen Stahl und CFK das Problem.
- Die Probekörper wurden immer den kompletten Verfahrweg gefahren, da nur jeweils 5 Proben je Aufbau vorhanden waren. Diese wurden nicht direkt nach dem Bruch aus der Maschine ausgespannt, um die Verformung und den Bruch genauer zu untersuchen. Die Untersuchung der Verformung fand erst am Versuchsende statt und damit weit nach dem ersten Bruch am deutlich stärker deformierten Profil.
- Es wurden während des Experiments nur Kraft, Weg und Videomaterial (mit Ton) aufgezeichnet. Jedoch keine detaillierte Erfassung von Deformation oder Verformung. Kein akustisches Aufnehmen zwecks Erfassung Faser-/Matrixbrüche. Dies geschah über das Videoaudio.
- Die Wandstärke der Stahlprofile hätte etwas dicker gewählt werden können und die geschweißten Flansche sind für die Versuche nicht optimal. Daher streuen die Probekörper auch stärker.
- Die Verklebung von Stahl zu CFK war problematisch und hat bei einigen Versuchen zu frühzeitigem Versagen geführt.
- Die Ergebnisse der Simulation sind stark von der Modellgüte abhängig. Für den elastischen und teilelastischen Bereich von hybriden Versuchskörpern liefert die Modellierung mit SHELL-Elementen genügend genaue Ergebnisse. Für eine bessere CFK-Analyse kann auch auf CONTINUUM SHELLs zurückgegriffen werden, ohne die Rechenzeit stark zu verlängern.

## 5. Ansatz zur funktionalen Konzeptoptimierung in der frühen Phase

In diesem Kapitel soll auf Basis des Stands der Technik in Kapitel 2.1, mit Zuhilfenahme der dargestellten Grundlagen in Kapitel 3 und unter Berücksichtigung der in Kapitel 4 durchgeführten Vorversuche ein methodischer Berechnungs- und Optimierungsablauf definiert werden, welcher es ermöglicht, in einer frühen Produktentstehungsphase prinzipielle Aussagen über einen anforderungsgerechten Aufbau von Strukturen treffen zu können. Dazu soll zuerst in Kapitel 5.1 der Entwicklungsablauf beschrieben werden und anschließend in Kapitel 5.2 die Ergebnisse aus den Experimenten mit den theoretischen Vorhersagen verglichen.

### 5.1. Beschreibung des Entwicklungsablaufs

Um in der frühen Phase des zukünftigen Entwicklungsprozesses eine schnelle Aussage zu den Kosten, Gewicht und Funktion eines Bauteils geben zu können, ist es notwendig einen allgemeingültigen Berechnungsablauf zu definieren, nach welchem das zu entwickelnde Bauteil optimiert und dessen Eigenschaften abgeschätzt werden können. Dieser Berechnungsablauf ist in Abbildung 5-1 dargestellt und soll in den folgenden Kapiteln weiter ausgeführt werden.

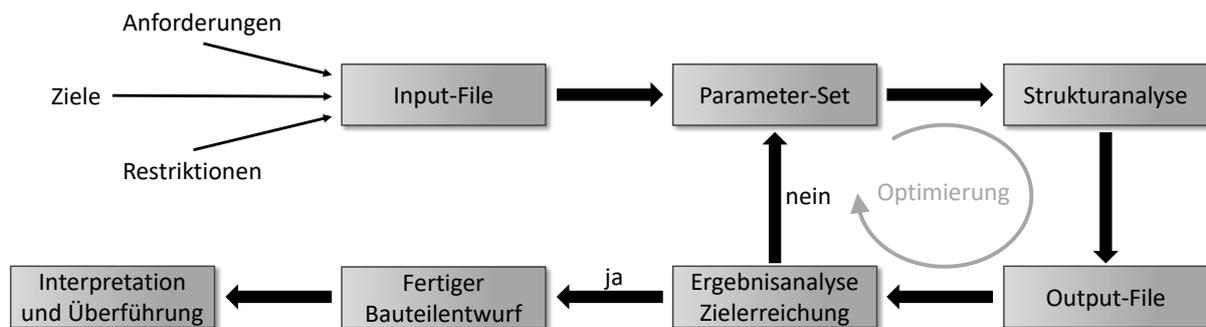


Abbildung 5-1: Ablaufdiagramm von der Aufgabenstellung zum optimierten Entwurf

#### 5.1.1. Beschreibung der Anforderungen an die Bauteilauslegung

Zu Beginn der Strukturauslegung ist der erste notwendige Schritt die Anforderungen und Gegebenheiten an diese Auslegung anhand der Problemstellung genau zu definieren. Je präziser diese festgelegt sind, desto zielgerichteter kann das Bauteil entwickelt und optimiert

werden. Dies erspart im Nachgang weitere Iterationsschleifen und damit Entwicklungskosten. In bestimmten Fällen, gerade wenn eine große Zahl an Freiheiten in der Gestaltung vorliegt oder die Anforderungen nicht vollends geklärt werden können, kann es sinnvoll sein, die Grenzen bei der Anforderungsdefinition großzügiger auszulegen. Hier besteht die Möglichkeit, dass sich bessere Bauteilentwürfe finden, welche sonst unter Umständen von vorneherein ausgeschlossen worden wären, da sich diese außerhalb der Systemgrenzen befinden. Ein Beispiel dafür wäre eine nicht hinreichende Klärung, ob sich ein Bauteil im Fahrzeug im Nass- oder Trockenraum befindet, also einer erhöhten Korrosionsgefahr durch die Einwirkung von Wasser unterliegt. Dies kann Einfluss auf die Auswahl der Materialkombinationen haben, welche bei der Verbindung zu Kontaktkorrosion neigen. Neben einer Vielzahl an allgemeinen, möglichen Anforderungen, welche etwa Brinkmann [166] beispielhaft in einem Fragenkatalog zusammengestellt hat, gibt es einige spezifische Fragen, welche zur Anwendung der hier vorgestellten Auslegungsmethode geklärt werden müssen. Je offener und weiter diese Fragen beantwortet werden, desto größer ist das spätere Suchgebiet des optimierten Bauteilentwurfs. Fragen, welche zuvor beantwortet werden müssen:

- Welcher maximale Bauraum steht für den Bauteilentwurf zur Verfügung?
- Welche Werkstoffe stehen für den Bauteilentwurf prinzipiell zur Verfügung?
- Welche Füge Technologien können prinzipiell eingesetzt werden?
- Welche Umgebungseinflüsse wirken auf das spätere Bauteil?
  - Ist mit einer korrosiven Umgebung zu rechnen? (z.B. Nassraum, Salzwasser)
  - Sind große Temperaturunterschiede in Fertigung oder im Lebenszyklus zu erwarten?
- Welche Fabrikationsstruktur in den Werken steht zur Verfügung und welche Fertigungs- und Füge Technologien stehen hier zur Verfügung.
- Welche Ziele werden mit der Bauteil实现ung und -optimierung verfolgt?
  - Optimierung einer bestehenden Struktur?
  - Reduzierung der Bauteilmasse?
  - Verbesserung der Bauteileigenschaften, etwa durch gestiegene Anforderungen aus Crash, gestiegenes Fahrzeuggewicht, etc.
  - Sollen die Kosten für ein Bauteil reduziert werden?
- ...

Gerade bei der Eingrenzung der berücksichtigten Materialien ließe sich diese Liste hinsichtlich Recycling, etc. noch weiter fortsetzen. Auf Grund der Übersichtlichkeit sind diese Fragen hier nicht weiter aufgeführt und müssen vom Anwender der Methode im Vorfeld, wenn bekannt, geklärt werden. Mit diesen Anforderungen an die Materialien, Umgebungseinflüsse und Herstellung lässt sich mit Hilfe einer Datenbank eine Ausschlussliste erstellen, welche Materialien oder Materialkombinationen in der Bauteil实现ung berücksichtigt werden und für welche es, bedingt durch die Anforderungen, ein Ausschlusskriterium gibt. Diese Restriktionen von Materialpaarungen werden in Kapitel 5.1.4 im Detail beschrieben.

Die toolseitige Umsetzung der Materialeignungstabelle findet über einen Materialeignungsparameter statt. Wird eine Kombination zweier, nicht kompatibler Materialien oder ein für ein gewähltes Fügeverfahren ungeeignetes Material festgestellt, so kann dieser

Parameter die Werte 0 (=geeignet), 1 (=bedingt geeignet) oder 2 (=nicht geeignet) annehmen. Gerade der Wert 2 kann in der Optimierung dazu führen, dass die, für den Versuch gewählte Materialbelegung als n.i.O. gewertet wird, d.h. die Randbedingung nicht erfüllt wird. Abbildung 5-2 zeigt den prinzipiellen Ablauf zum optimierten Bauteil.

Der erste Schritt dabei ist das reale Bauteil möglichst passend und genau durch eine vereinfachte Geometrie zu beschreiben. Diese Abstrahierung erfolgt durch den Entwickler, wobei notwendige Gegebenheiten, wie Flansche, Anzahl der Flächen, Winkel, etc. auch in der abgeleiteten Geometrie dargestellt werden sollten. Mit diesem Ersatzmodell wird die Optimierung durchgeführt und ein optimales Ergebnis generiert. Diese optimierte Geometrie wird im letzten Schritt auf das reale Bauteil übertragen. Dabei sind die optimierte Materialbelegung und ggf. die optimierten geometrischen Abmessungen, gemäß den Anforderungen an Herstellbarkeit, etc. möglichst detailliert auf die ursprüngliche Struktur zu übertragen.

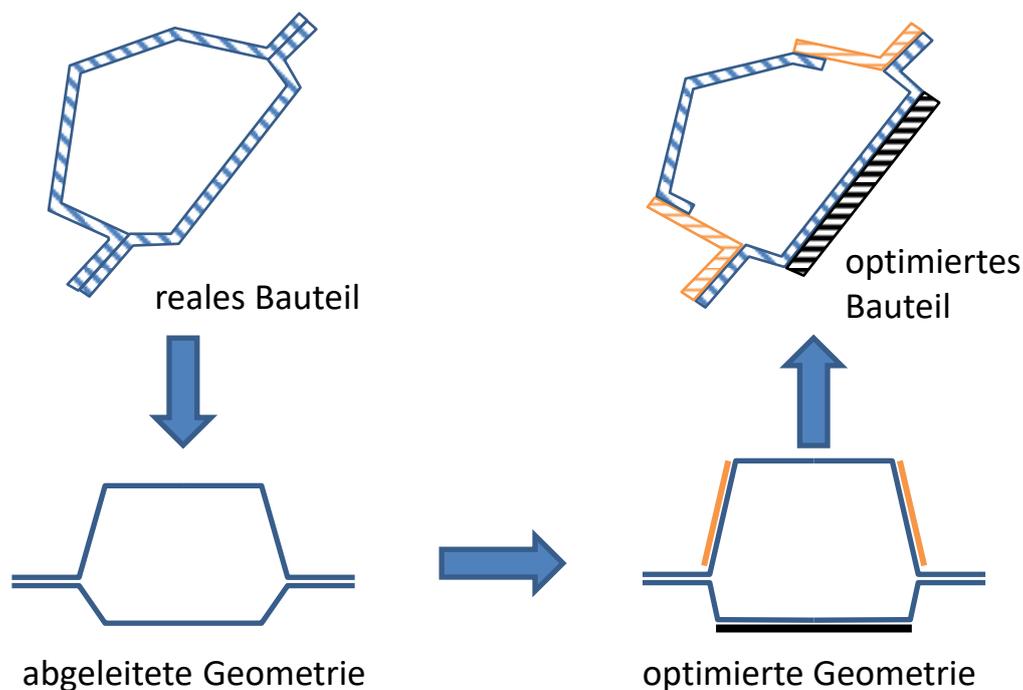


Abbildung 5-2: Methodisches Vorgehen zum optimalen Bauteilentwurf

### 5.1.2. Abstraktion und Funktionsbeschreibung

Nach dem die Anforderungen aus Kapitel 5.1.1 an die gewünschte Struktur festgelegt sind, ist der nächste Schritt die gewünschte Funktion der Struktur oder des Bauteils zu beschreiben und dieses so zu abstrahieren, dass es mit einer vereinfachten, mathematisch handhabbaren Grundgeometrie darstellbar ist. Die wesentlichen Schritte hier sind:

1. Abstraktion des Profilquerschnitts und Definition der betrachteten Profillänge
2. Definition und Überführung der Lagerbedingungen des Bauteils in ein mathematisch abbildbares Modell
3. Definition der wirkenden Belastungen, Kräfte, Momente, Verschiebungen
4. Vorauswahl der Materialbelegung der Einzelflächen (Definition Startentwurf)
5. Definition von Restriktionen beim Laminataufbau der Einzelflächen (z.B. durch Fügeverfahren für Anschlussgeometrie)
6. Auswahl gemäß Materialeignung (gem. Kapitel 5.1.4)
  - a. Liegt eine korrosive Umgebung vor
  - b. Ist mit größeren Temperaturunterschieden im Lebenszyklus zu rechnen
  - c. Welche Fertigungs-/Fügeverfahren stehen zur Verfügung
7. Festlegung des Optimierungsziels während der Berechnung?
  - a. Minimales Gewicht
  - b. Minimale Kosten
  - c. Maximale Eigenschaften
8. Definition der Randbedingungen in der Optimierung
  - a. Maximales Bauteilgewicht
  - b. Maximale Kosten
  - c. Zu erreichende Mindesteigenschaften (Steifigkeit, Festigkeit, ...)
  - d. Mindestwandstärken (hinsichtlich Fügen, Materialverfügbarkeit, etc.)
  - e. Maximal verfügbarer Bauraum

In erster Linie geht es in diesem Schritt darum, die in 5.1.1 definierten Anforderungen in ein, für die Berechnungs- und Optimierungssoftware verwendbares Format zu überführen, sprich zu quantifizieren. Dabei wird festgelegt, welche Kriterien zu einem Ausschluss von bestimmten Materialien und Materialkombinationen führen und welche in der Berechnung ggf. nicht berücksichtigt werden sollen. Das Ziel der Optimierung ist in der Regel einfach zu definieren, da dies in der Problemstellung meistens auftaucht. Möchte man die Masse einer Struktur reduzieren, so wird das Ziel ein möglichst minimales Gewicht sein. Vorteilhaft ist es außerdem, nur ein Optimierungsziel, z.B. minimales Gewicht, zu definieren und ggf. andere Entwicklungsziele durch die Einbringung von Randbedingungen abzudecken. Soll die Steifigkeit einer Struktur erhöht werden, so kann als Randbedingung eine mindestens 30% höhere Steifigkeit, beispielsweise gegenüber ein Referenzbauteil angegeben werden. Andere Randbedingungen können aus praktischen Gegebenheiten resultieren. So ist es oft sinnvoll eine Mindestwandstärke oder ein maximales Wandstärkenverhältnis einzelner Flächen der Geometrie zu definieren, da nicht jedes Material in jeder beliebigen Wandstärke verfügbar ist oder zwei Flächen gefügt werden müssen und sich hier nicht jede Wandstärkenkombination schweißen lässt.

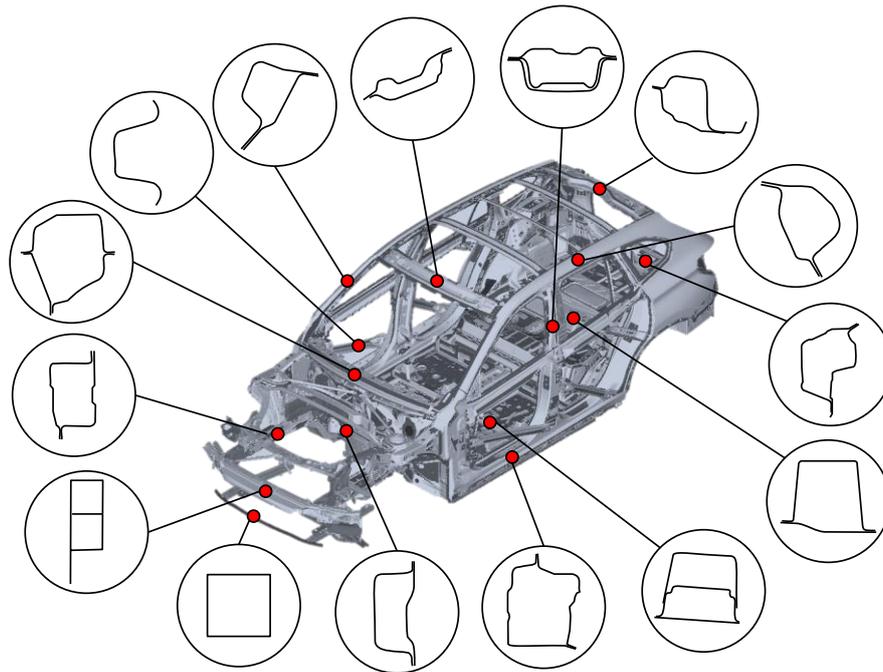


Abbildung 5-3: Typische Querschnitte in Karosserieprofilen

Ein weiterer, notwendiger Arbeitsschritt ist die Abstraktion des Bauteils. Dabei wird das Bauteil auf eine im Berechnungsmodul vorhandenen Querschnitt vereinfacht, ohne jedoch die wesentlichen Charakteristika zu verlieren. Abbildung 5-4 zeigt den geometrischen Grundkörper und mögliche, darstellbare Querschnitte.

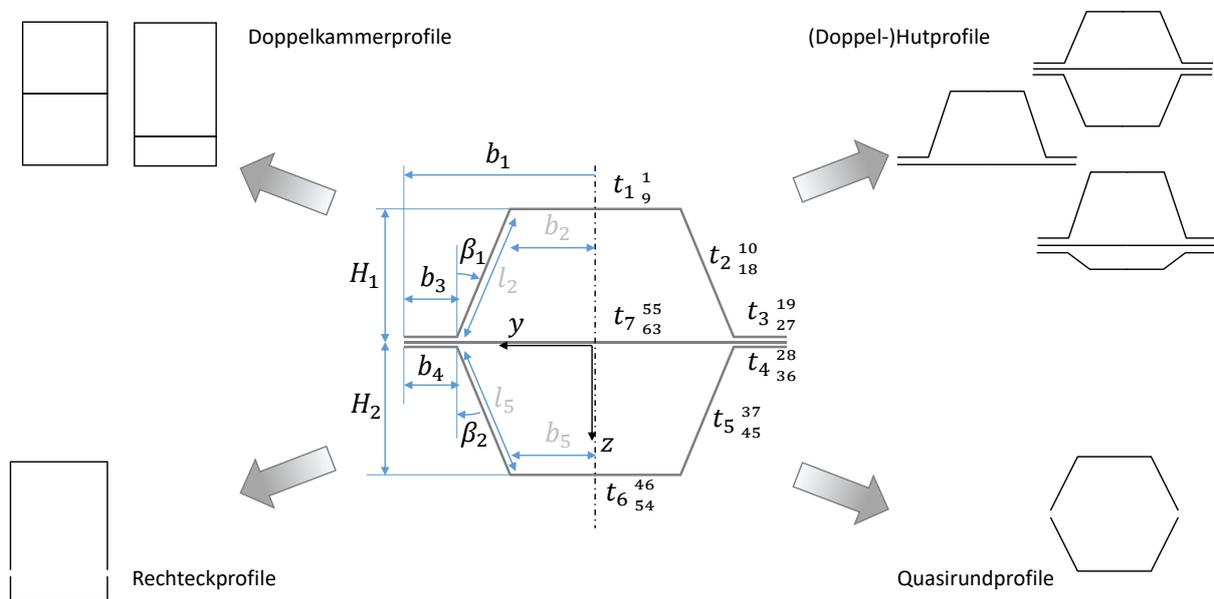


Abbildung 5-4: Geometrische Parameter des Grundquerschnitts und darstellbare Querschnitte

Es zeigt sich, dass die Grundform eines Doppelhutprofils mit Mittelsteg durch nur wenige Parameter beschrieben werden können. Allein mit der Profildicke  $b_1$ , der Flanscbreite  $b_3$  und  $b_4$ , der Stegwinkel  $\beta_1$  und  $\beta_2$ , sowie den Höhen der beiden Hutprofile  $H_1$  und  $H_2$ , lässt sich

die äußere Form vollständig beschreiben.  $t_1$  bis  $t_7$  beschreiben die Plattenwandstärken.  $b_2, b_5, l_2$  und  $l_5$  sind abhängige Größen. Durch die vorhandene Parametrisierung lässt sich bereits ein sehr breites Spektrum an verschiedenen Querschnitten realisieren. Durch das „0“-Setzen einzelner Parameter lassen sich einzelne Elemente aus dem Querschnitt entfernen. So zeigt Abbildung 5-4, dass sich Rechteck-, Hut- und Doppelhutprofile, sowie Doppelkammer- und annähernd Rundprofile. Wenn es sehr schwer fällt eine geeignete Ersatzstruktur zu finden, dann kann dies ein Indiz dafür sein, dass sich das betrachtete Bauteil ggf. nicht für eine Berechnung und Optimierung mit der hier vorgestellten Methodik eignet. Bei zu starker Abstraktion würden sich die Ergebnisse der Berechnung unter Umständen nicht mehr auf die reale Struktur übertragen lassen. Weitere Querschnitte und Lagerbedingungen sind jederzeit durch den Anwender erweiter- und auf die Bedürfnisse anpassbar. Dass die Geometrie während der Abstraktion auf das oben gezeigte Grundprofile reduziert werden kann, zeigt Abbildung 5-3. Dort sind die typischen Querschnitte von Profilstrukturen in der Karosserie aufgezeigt. Diese werden überwiegend von geschlossenen Hutprofilen dargestellt. Einen Überblick über den notwendigen Input zeigt Abbildung 5-5. Dieser gliedert sich in Input für die Strukturberechnung und Input für die Strukturoptimierung. Die notwendigen Schritte, um einen optimierten Bauteilentwurf zu erhalten sind die folgenden:

1. Definition des geometrischen Startentwurfs und Einschränkung der Parameterwerte für die Optimierung
2. Definition der angreifenden Lasten
3. Bestimmung der Lagerbedingungen
4. Definition der 7 Einzelplatten mit den je 9 Laminatlagen und mögliche Materialbelegung einer jeder Lage
5. Festlegung des Ziels der Optimierung (Kosten, Gewicht, Eigenschaften)
6. Festlegung der Randbedingung der Optimierung
7. Festlegung von weiteren Bauteilkriterien wie Fügetechnik oder Umgebungsbedingungen
8. Einbindung der Datenbanken für Materialkennwerte und Materialrestriktionen

Mit der Einschränkung der geometrischen Parameter unter Punkt 1, kann unter anderem der maximale Bauraum beschrieben werden (z.B.  $H_1 = [3; 6]mm$ ). Der Punkt 4 erlaubt festzulegen, welche Materialien für welche Lagenummer ( $n_1$  bis  $n_{63}$ ) verwendet werden dürfen. Mit den Optimierungsrandbedingungen in Punkt 6 lassen sich ein maximales Gewicht oder eine maximale Durchbiegung  $u_{ges}$  als Grenzwerte festlegen. Der Input-File ist hierbei nicht als Datei oder Textdokument zu verstehen, sondern als Zusammenstellung sämtlicher Eingabegrößen, die für die spätere Berechnung benötigt werden.

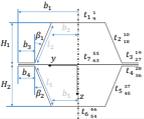
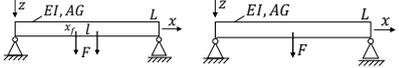
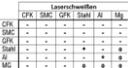
Input-File	Strukturberechnung	Optimierung
Geometrie 	Definition Startentwurf $b_1 = xx$ $H_1 = xx$ $\beta_1 = xx$ $b_3 = xx$ $H_2 = xx$ $\beta_2 = xx$ $b_4 = xx$	$b_1 = [x;y]$ $H_1 = [x;y]$ $\beta_1 = [x;y]$ $b_3 = [x;y]$ $H_2 = [x;y]$ $\beta_2 = [x;y]$ $b_4 = [x;y]$
Lasten 	$Q_x = xx$ $Q_y = xx$ $N = xx$ $M_T = xx$	
Lagerbedingung		
Plattendefinition	$P_i = \begin{cases} M_1 & t_{i1} \\ M_2 & t_{i2} \\ \vdots & \vdots \\ M_9 & t_{i9} \end{cases} \quad i = [1; 7]$	$M_1 = \{CFK, Stahl, Aluminium, \dots\}$ $M_2 = \{CFK, Stahl, Aluminium, \dots\}$ $M_3 = \{Stahl, Aluminium, \dots\}$ $\vdots$
Optimierungsziel 		<input type="checkbox"/> min( <i>Gewicht</i> ) <input type="checkbox"/> min( <i>Kosten</i> ) <input type="checkbox"/> max( <i>Eigenschaften</i> )
Optimierungsrandbedingungen		$Gewicht = [x;y]$ $t_1 \dots t_7 = [x;y]$ $Kosten = [x;y]$ $\Delta l_{zug/Druck} = [x;y]$ $u_{ges} = [x;y]$ $\vdots$ $\gamma = [x;y]$
Bauteilkriterien	Bauteilumgebung    Korrosive Umgebung <input type="checkbox"/> ja <input type="checkbox"/> nein Temperaturschwankungen <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Fügetechnik            Schweißen <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Kleben <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Nieten <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Clinchen <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
Datenbanken 	Materialdatenbank  Materialrestriktionen 	

Abbildung 5-5: Input-File mit Aufteilung Input nach Strukturberechnung und Optimierung.

### 5.1.3. Berechnung eines optimierten Bauteilentwurfs

Nach der Definition der Eingangsgrößen folgt die Berechnung und Optimierung eines geeigneten Bauteilentwurfs. Dazu wird, nach Abbildung 5-1, aus der Zusammenstellung des Input-Files ein Parameter-Set gebildet, welcher den Startentwurf für die Optimierung darstellt. Mit diesem Set an Parametern wird die Strukturanalyse gestartet, deren Ablauf in Abbildung 5-6 dargestellt ist. Die Berechnung ist in mehrere Module gegliedert. Jedes Berechnungsmodul bekommt seinen Input entweder direkt aus dem Input-Parameter-Set (Kapitel 5.1.2) oder aus dem Output eines vorherigen Moduls. Die Berechnungsgrundlagen für die einzelnen Module finden sich in Kapitel 3. Zu Beginn werden gemäß Laminatdefinition und Materialbelegung die Laminatsteifigkeiten der sieben Platten berechnen. Mit Hilfe der Profilabmessungen lassen sich so die Steifigkeiten des Gesamtprofils, sowie die Kosten und Gewicht ermitteln.

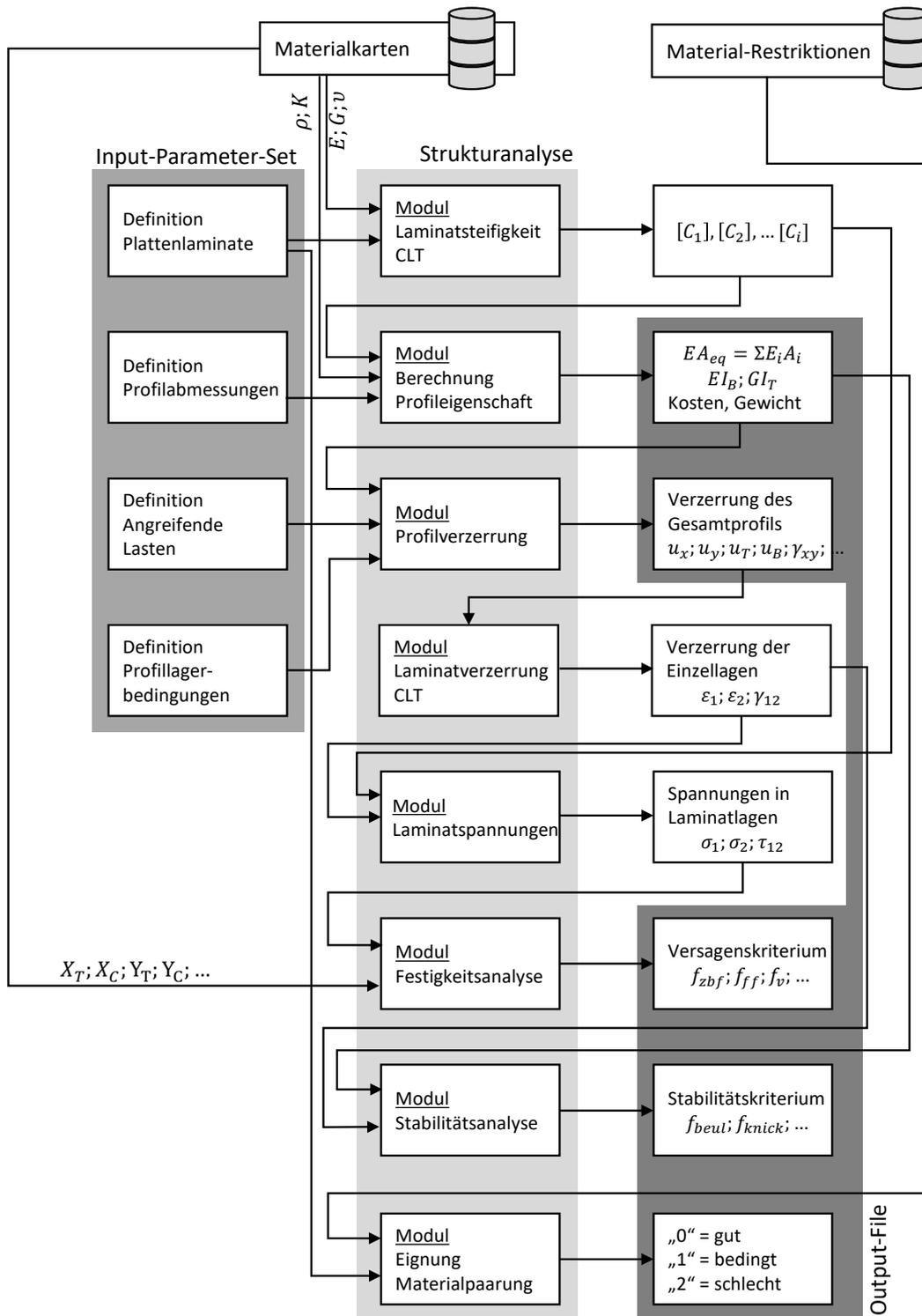


Abbildung 5-6: Ablaufdiagramm der Strukturanalyse

Die angreifenden Kräfte und die Lagerbedingungen ergeben daraus eine Profilverzerrung. Diese kann auf jede Einzellige im Laminat zurückgerechnet werden, woraus sich eine resultierende Spannung ableiten lässt. Im Modul „Festigkeitsanalyse“ werden diese auftretenden Spannungen mit den zulässigen Materialkennwerten verglichen, um eine Schädigung des Materials zu erkennen. Anschließend wird eine Stabilitätsanalyse durchgeführt, um eventuelles Beulen oder Knicken im Profil zu ermitteln. Zum Schluss wird die Eignung der

Materialpaarungen gemäß der Material-Restriktionsdatenbank durchgeführt. Die relevanten Ergebnisse der Berechnung in den einzelnen Modulen wird in ein Output-File geschrieben. Mit dessen Hilfe lässt sich der Output aus der Strukturanalyse mit den Anforderungen der Optimierungen vergleichen. Fällt die Ergebnisanalyse der Zielerreichung negativ aus, ist also entweder eine Randbedingungen verletzt oder noch nicht das Optimum gefunden, so wird ein neues Parameter-Set definiert und die Strukturanalyse erneut gestartet. Ist der Optimierungsprozess erfolgreich abgeschlossen ergibt sich das verwendete Parameter-Set als fertig optimierter Bauteilentwurf.

Die toolseitige Umsetzung der Optimierung in OPTIMUS ist in Abbildung 5-7 aufgezeigt. Im „Input-Array“ sind alle Parameterintervalle, sowie der Startentwurf definiert. Die „Strukturanalyse.m“ beinhaltet den kompletten, in MATLAB programmierten Berechnungsablauf, welcher durch die Optimierungssoftware mit einem Parameter-Set befüllt wird. Dieser ist in Anhang A5 zu finden. Zusammen mit den definierten Plattenlaminaten aus „Lagendefinition.xlsx“ wird mittels Batch-File die MATLAB-Berechnung aus OPTIMUS heraus angestoßen. MATLAB erstellt aus jedem Berechnungsdurchgang eine Ergebnis-Textdatei, in welcher alle notwendigen Berechnungsergebnisse aufgeführt sind und die von OPTIMUS ausgelesen werden kann. Die Ergebnisse werden zur Bewertung in das „Output\_Array“ geschrieben. Sollte die Optimierung noch nicht abgeschlossen sein, wird von OPTIMUS ein neues Parameter-Set definiert und die Berechnung erneut gestartet.

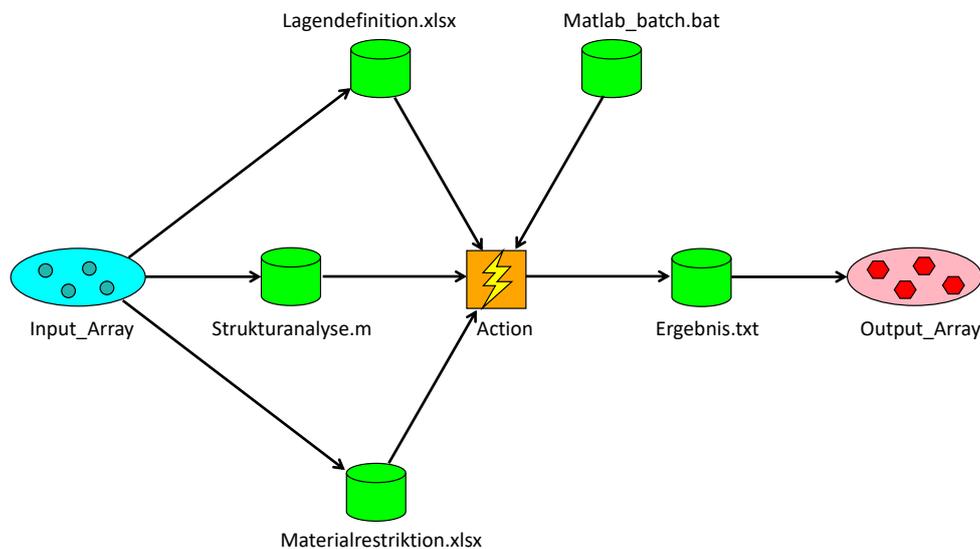


Abbildung 5-7: Dargestellter Optimierungsablauf in OPTIMUS

Im folgenden Abschnitt sollen Hinweise zur praktischen Anwendung gegeben werden. In dem Optimierungsprozess werden die freien Parameter im Berechnungsablauf so variiert, dass das berechnete Bauteillayout einerseits die gesetzten Systemgrenzen einhält, andererseits den Entwurf in Richtung des definierten Optimierungsziels lenkt. Hier gilt der Grundsatz, dass je genauer die Anforderungen vorher definiert werden, desto genauer und schneller wird der Optimierungsprozess abgeschlossen werden. Offene Systemgrenzen öffnen einen größeren Parameterraum und damit mehr mögliche Parameterkonfigurationen. Die mathematischen

Grundlagen zur Optimierung wurden in Kapitel 3.5 beschrieben. Für die Suche nach einem optimalen Bauteilentwurf, sollten die Parameterräume also nicht unnötig weit gefasst werden. Läuft die Optimierung hingegen gegen eine Systemgrenze, d.h. das gefundene Optimum liegt z.B. am niedrigsten, noch definierten Wert eines Parameters, kann es unter Umständen lohnend sein, diese Grenze noch einmal zu überprüfen, ob diese erweitert werden kann. Kann dieser Grenzwert des Parameters noch etwas niedriger angesetzt werden, so lässt sich die Bauteilstruktur ggf. noch weiter optimieren. Hier sind die Entscheidung und Erfahrung des Konstrukteurs gefragt. Dieser sollte das Ergebnis der Optimierung im Anschluss plausibilisieren. So ist es möglich, dass trotz des gewählten, globalen, Optimierungsverfahren, die Suche des Solvers in ein lokales Optimum läuft. Dieses stellt global gesehen nicht das bestmögliche Bauteildesign dar. Lokale Extrema bilden sich z.B. aus, wenn ein Versagensmode in einen anderen wechselt. So kann die Festigkeit bei einem bestimmten Parametersetup ihr Maximum erreichen. Durch eine etwas geänderte Parameterzusammenstellung jedoch wechselt der Versagensmode z.B. von einem Stabilitäts- zu einem Festigkeitsversagen und die Struktur erreicht dadurch eine deutlich höhere Festigkeit. Durch ein Nachrechnen von einzelnen Bauteilkonfigurationen in näherer und fernerer Umgebung zum gefundenen Optimum, lässt sich das Bauteilverhalten dort betrachten und bewerten.

In Abbildung 5-8 ist beispielhaft die Suche nach dem globalen Minimum dargestellt. Durch einen ungünstig gewählten Startpunkt etwa, läuft die Optimierung in ein lokales Extremum ( $x=30$ ,  $y=8$ ) hinein. Bei der Untersuchung der Umgebung ( $x\pm 5$ ,  $y\pm 5$ ) wird erkannt, dass der Zielwert im erlaubten Parameterbereich niedrigere Werte annehmen kann. Durch die Wahl eines anderen Startpunkts und/oder der stärkeren Eingrenzung des Parameterraums ließe sich das globale Optimum finden. Ggf. kann auch der Optimierungsalgorithmus angepasst werden, um eine globalere Suche zu ermöglichen. Aus diesem Grund macht es oft Sinn eine evolutionäre Optimierung mit einer größeren Startpopulation zu starten, um das Parameterfeld abzuscannen. In einem zweiten Schritt kann dann etwa eine gradientenbasierte Methode angewandt werden, um den Entwurf weiter zu verfeinern. Gerade wenn eine größere Anzahl an Parametern vorliegt und im Berechnungsbeispiel nicht von vorneherein klar ist, ob z.B. die Gurte oder die Stege eines Profils zuerst versagen macht dieses Vorgehen Sinn.

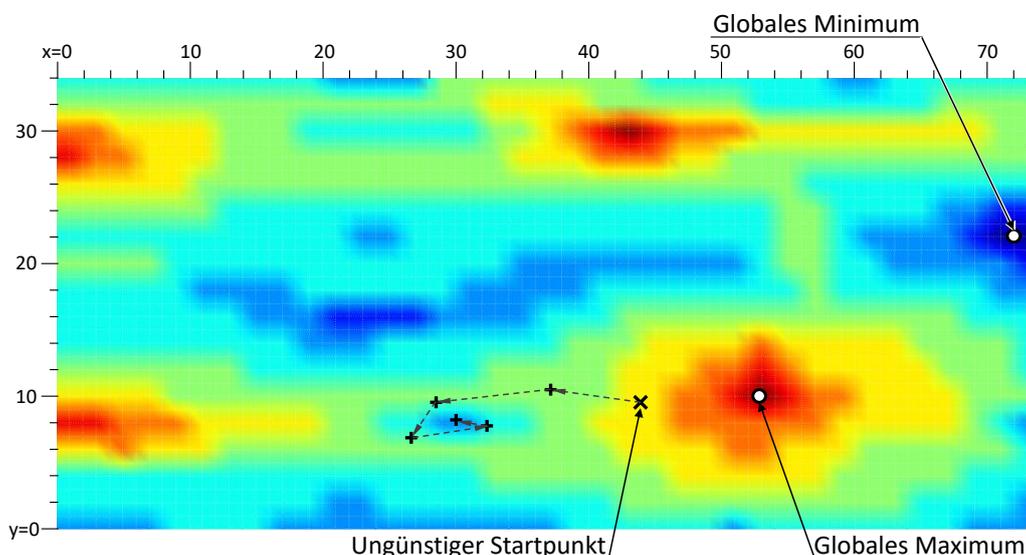


Abbildung 5-8: Beispielhafte Darstellung der Suche des globalen Minimums

Scheint der gefundene Bauteilentwurf unplausibel oder erfüllt dieser nicht die Erwartungen oder Anforderungen des Konstrukteurs, so kann durch die Anpassung der Eingangsparameter, bzw. der Restriktionen ein passenderes Design generiert werden. Durch die gute Einstellbarkeit und die schnelle Berechnungszeit lässt sich so in kurzer Zeit ein Gefühl für das Bauteilverhalten entwickeln und ermöglicht damit eine zielgerichtete Gestaltung. Ein weiterer zielführender Weg, ist die Durchführung einer DoE-Analyse über dem Untersuchungsdesignraum.

#### 5.1.4. Materialrestriktionen

Ein neuer Aspekt in der Hybridbauteilauslegung, welcher in dieser Arbeit beschrieben wird, ist der eigenschaftsbasierte Ausschluss von Materialkombinationen in der Berechnung. Diese Materialrestriktionen legen fest, ob durch das Zusammenbringen von zwei Werkstoffen in einem Bauteil, unter zuvor festgelegten Randbedingungen, Risiken auftreten können. In dieser Arbeit werden dabei drei Gesichtspunkte genauer betrachtet und bewertet. Dies sind die Risiken, welche unter Wärmeeintrag aus den unterschiedlichen Wärmedehnungen der verschiedenen Materialien resultieren, solche, die unter ungünstigen äußeren Bedingungen zu einer Kontaktkorrosion bei den beiden Materialpartnern führt oder solche, dass sich mit gegebenen oder bevorzugten Verbindungstechniken Materialpaarungen nicht fügen lassen. Das Vorgehen für diese Bewertungen soll hier kurz aufgezeigt und die daraus resultierenden Restriktionsmatrizen, auf Basis der in Kapitel 2.1.2 vorgestellten Materialien, dargestellt werden.

In Kapitel 3.4 wird in den Annahmen für diese Arbeit beschrieben, dass sich die Materiallagen unter Last nicht voneinander trennen, also nicht delaminieren. Um dieser Annahme gerecht zu werden, muss dies auch unter Wärmeeintrag in das Bauteil gelten. Da sich Materialien mit unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten unter Wärmezufuhr unterschiedlich ausdehnen, muss die Trennschicht zwischen diesen Materiallagen die Kräfte die dadurch auftreten übertragen können. Wie u.a. Dietrich [167] ausführt, eignet sich hierfür vor allem das Verkleben der Materialien, welches auch hier weiter betrachtet werden soll. Um eine Bewertung für die Kombinationsfähigkeit zweier Materialien hinsichtlich ihrer Wärmeausdehnung durchführen zu können, wird ein Versuchsaufbau, wie in Abbildung 5-9 gezeigt, erdacht.

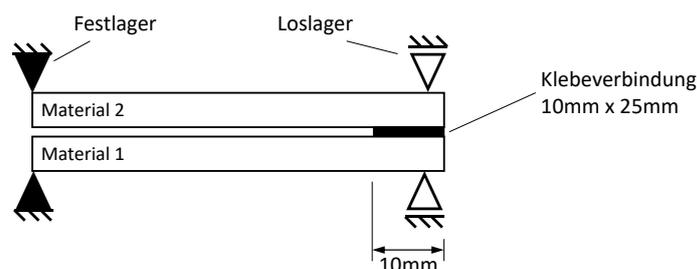


Abbildung 5-9: Ersatzversuch für die Bestimmung der Eignung von Materialkombinationen hinsichtlich Wärmedehnung.

Nicht symmetrische, profilartige Hybridbauteile werden unter Wärmeeintrag stets eine Verbiegung aufweisen (Bi-Metall-Effekt). Wird diese Auslenkung verhindert, so entstehen im Bauteil selbst Spannungen, welche durch die Klebeschicht, in Form von Scherspannungen, übertragen werden muss. Der Versuch in Abbildung 5-9, lehnt sich daher an die DIN EN 1465 [168], zur Bestimmung der Zugscherfestigkeit von Klebstoffen an. Dabei werden zwei Materialstreifen mit einer Breite von 25mm und einer Stärke von 2mm so gelagert, dass sich diese lediglich in Längsrichtung ausdehnen können. Am losen Ende werden die Materialstreifen auf einer Fläche von 10x25mm und einer Klebedicke von 0,2mm verklebt. Durch eine Temperaturerhöhung werden sich beide Materialien gemäß ihrem Ausdehnungskoeffizienten in Längsrichtung ausdehnen (die anderen Richtungen bleiben unberücksichtigt). Durch die Klebeverbindung wird sich eine, nach dem Verhältnis der beiden E-Module der Materialien, mittlere Wärmedehnung einstellen, wobei jeweils eine Spannung im Material eingebracht wird. Die für diesen Versuch hergeleitete Formel ist in Anhang A1.1 angegeben.  $E_1$  und  $E_2$  geben den E-Modul der Materialien in Längsrichtung an.  $A_1$  und  $A_2$  entspricht den Querschnitt der verklebten Materialstreifen und  $\Delta\alpha$  die Differenz des Wärmeausdehnungskoeffizienten beider Materialien. Bei scherbeanspruchten Klebungen tritt im Randbereich eine Überhöhung der Schubspannung auf [169]. In dieser Arbeit soll eine konstante, mittlere Schubspannung angenommen werden. Diese wird mit der Zugscherfestigkeit des Klebstoffs verglichen. Vergleicht man verschiedene Karosserieklebstoffe so haben diese Zugscherfestigkeiten zwischen 20 und 25 MPa. Für eine konservative Auslegung wird hier eine Festigkeit von  $\tau_{zul} = 20MPa$  angenommen. Im Anhang A1.1 ist die Eignung von Materialpaarungen hinsichtlich ihrer Wärmedehnung bei  $\Delta T = 100K$  als Tabelle dargestellt. „+“ steht für eine gute Eignung, wenn die Zugscherfestigkeit des Klebstoffs zu maximal 70% ausgenutzt wird, „o“ für bedingte Eignung bis 130% der Festigkeit und „-“, für nicht geeignet. Bei bedingter Eignung sollte auf einen höherfesten Klebstoff zurückgegriffen werden. Es zeigt sich, dass selbst bei einem Temperaturunterschied von  $\Delta T = 100K$  lediglich die Materialpaarungen von Stahl, Aluminium und Magnesium mit unidirektionalem CFK als bedingt geeignet sind. Stahl nutzt dabei die Festigkeit des Klebstoffs zu 85%, Aluminium zu 95% aus. Es zeigt sich, dass unter realen Bedingungen und geeigneten Klebstoff kein Versagen auf Grund von Wärmedehnungen auftreten, wenn diese Spannungen nicht schon im Fertigungsprozess eingebracht wurden. [167]

Im Anhang A1.2 wurden Materialpaarungen hinsichtlich ihres Risikos der Kontaktkorrosion bewertet. Diese kann auftreten, wenn ein Material über längere Zeit einer korrosiven Umgebung ausgesetzt ist [170, 171]. Die Bewertung hier findet auf Basis der elektrochemischen Spannungsreihe, wonach ein Material ein elektrochemisches Potential besitzt [172]. Im Mittel werden hier folgende Potentiale angenommen: Grafit/CFK (+0,4V), Stahl (-0,5V), Aluminium (-1,6V), Magnesium (-2,3V) und GFK als Isolator ohne Potential. Je höher die Potentialdifferenz zweier benachbarter Materialien, desto größer das Risiko einer Kontaktkorrosion. Eine gute Kombinationseignung („+“) besitzen Materialien mit beinahe gleichem elektrochemischem Potential. Bedingt geeignet sind Materialpaarungen, welche eine Potentialdifferenz von ungefähr 1V besitzen. Ein genauer Grenzwert ist hier schwer festzumachen, aber 1V bedeutet, dass Materialien mit benachbarten Potentialen auch unter korrosiven Bedingungen, unter bestimmten Voraussetzungen verwendet werden können. Dies sind CFK-Stahl, Stahl-Aluminium und Aluminium-Magnesium-Verbindungen. Eine

Kombination mit Glasfasermaterialien ist uneingeschränkt möglich. Bei einer galvanischen Trennung der Materialien, wie beim Verkleben besteht darüber hinaus nur eine geringe Gefahr der Kontaktkorrosion. Tragende Strukturbauteile im Fahrzeug sind meist vor korrosiver Umgebung geschützt, bzw. werden zusätzlich in kritischen Bereichen mittels Korrosionsschutzes versiegelt (Hohlraumkonservierung, KTL).

Für die Überprüfung der Materialeignung hinsichtlich Wärmedehnung und Korrosion werden in der Berechnung die jeweiligen Nachbarlagen im Laminat verglichen. In dem, in Abbildung 5-4 dargestellten Grundquerschnitt sind die Dicken der sieben Einzelplatten  $t_1 \dots t_7$  gekennzeichnet, die sich wiederum aus den je 9 Einzellagen aufbauen ( $n_1 \dots n_{63}$ ).  $\Delta\alpha$  bzw. das elektrochemische Potential wird also zwischen den Lagen  $n_1 \leftrightarrow n_2; n_2 \leftrightarrow n_3; \dots$  berechnet.

Die Tabellen in Anhang A1.3 beschreiben, welche Materialien, sich mit welchen Verbindungstechniken fügen lassen. Dies kann an keiner quantitativen Größe festgemacht werden, sondern wurde qualitativ auf Basis von Literatur bewertet. [48, 51, 54, 127, 169, 173 bis 175] Mittels Punkt- oder Laserschweißen lassen sich nur gleiche Metallarten wie Stahl oder Aluminium fügen. Magnesium ist auf Grund von Rissbildung nur bedingt geeignet. Hier betrachtete Fasermaterialien mit Duromermatrix lassen sich nicht schweißen, solche mit Thermoplastmatrix hingegen schon mittels Laser. Da gleiche Bild ergibt sich beim Reibschweißen mit der Ausnahme, dass hier auch Stahl und Aluminium mittel Rührreibschweißen gefügt werden können. Kleben ist mit entsprechender Vorbehandlung prinzipiell zwischen allen Materialien gut möglich. Eine formschlüssige Verbindung mittels Umformens lässt sich zwischen Metallen untereinander erreichen. Endlosfaserverstärkte Materialien lassen sich nicht umformen (Ausnahme Thermoplastmatrix unter Wärmeeintrag). SMC Material kann unter Umständen im Fügeprozess umgeformt werden, wenn es noch nicht voll ausgehärtet gefügt wird. Das Verschrauben von unterschiedlichen Materialien ist gerade bei Metallen gut möglich. Bei Fasermaterialien werden durch Bohren des Durchgangslochs die Verstärkungsfasern zerstört und eignen sich daher nur bedingt. Gleiches gilt für Nieten. Clinchen von zwei Materialien funktioniert nur bei Metallen, da sich, wie oben beschrieben, ausgehärtete faserverstärkte Duroplaste nicht umformen lassen.

Die gegenseitige Beeinflussung der Restriktionsbedingungen wird hier nicht betrachtet. Etwa erhöht sich das Korrosionsrisiko mit steigenden Temperaturen und ist auch von der Verbindungstechnik abhängig, wie gut die Materialien galvanisch getrennt sind. Der besseren Übersicht sind die Bewertungen mit „+“, „o“ und „-“, dargestellt. Im Berechnungsablauf werden diese numerisch mit 0, 1 und 2 gewichtet. Durch technologische Weiterentwicklung können sowohl neue Ausschlusskriterien hinzukommen, bzw. bestehende anders bewertet werden. Dies betrifft vor allem die Fügung zweier Werkstoffe.

### 5.1.5. Überführung in den weiteren Entwicklungsprozess

Nachdem ein optimierter Bauteilentwurf gefunden wurde, welcher den Anforderungen entspricht, muss dieser im abschließenden Schritt in den Bauteilentwicklungsprozess überführt

werden. Hier ist das Knowhow und die Erfahrung des Konstrukteurs gefragt, um aus dem vereinfachten Profildesign, wie es aus der Berechnungsmethodik als Ergebnis ausgegeben wird, ein real fertig- und integrierbares Bauteil zu generieren. Wie schon öfters erwähnt, soll die Berechnungsmethodik einen Startentwurf für ein optimiertes Design liefern, welcher in der weiteren Entwicklung angepasst und weiter optimiert werden soll. In der Regel wird dieser Startentwurf in eine größere Fahrzeugstruktur in der FEM-Simulation integriert und bewertet werden. Der Konstrukteur oder der Berechnungsingenieur muss daher das Simulationsmodell auf diesen Startentwurf anpassen. Je nach Entwicklungsphase des Fahrzeugs muss sich auch Gedanken über die genauen Herstellungsschritte des Bauteils gemacht werden. Sollte sich bei der Detaillierung herausstellen, dass das Bauteil in der Form nicht fertigbar oder in die restliche Karosseriestruktur integrierbar ist, so muss unter Umständen Randbedingungen in der Berechnungsmethodik angepasst werden, um die Herstellbarkeit sicherzustellen. Hier muss sich auch der Umgang mit fertigungsbedingten Durchbrüchen, Löchern, Prägungen oder Ausschnitten betrachtet werden, wenn der Bauteilentwurf an eine realitätsnahe Bauteilgeometrie angepasst wird. Dieses Vorgehen ist in Abbildung 5-2 dargestellt. Aus einer optimierten Geometrie muss im letzten Schritt wieder ein reales und fertigbares Bauteil abgeleitet werden.

## 5.2. Vergleich Berechnungsergebnisse mit den Experimenten und FE-Simulationen

Nach der Beschreibung der Berechnungsmethode und der durchgeführten Versuche sollen deren Ergebnisse nun miteinander verglichen werden. Dadurch soll eine Aussage über die Vorhersagegüte der Berechnungsmethode in Bezug auf einfache Geometrien möglich sein. Dabei sollen neben der Steifigkeit auch die Kraft beim ersten Versagen und die prognostizierte Versagensart in der analytischen Berechnung, der FEM-Simulation und den Experimenten vergleichsweise und beispielhaft an einer Biegebeanspruchung beurteilt werden.

In Tabelle 5-1 sind die quantitativen Ergebnisse der Experimente an Probekörpern aus Kapitel 4.1 und die mit der Berechnungsmethode theoretisch nachgerechneten Versuchen gegenübergestellt. Die Auswertung der Kennwerte fand dabei auf Basis der aufgezeichneten Kraft-Weg-Diagramme statt. Die Auswertung dieser erfolgte analog Abbildung 4-4 und Kapitel 3.3.2.  $EI_{eff}$  beschreibt die effektive Biegesteifigkeit der Probekörper, sprich die Steigung der Kraft-Weg-Kurve im ersten elastischen Bereich. Hierbei ist zu beachten, dass sich diese aus der Biege- und Schubverformung zusammensetzt, welche der Balken unter Last erfährt. Die Wegmessung erfolgt wie in Kapitel 4.1.2 beschrieben, am Druckstempel.

Tabelle 5-1: Vergleich der experimentellen und simulativen Versuchsergebnisse mit theoretischen Vorhersagen

Probe- körper	$R_p$ [kN]				$EI_{eff}$ [ $\times 10^{10}$ Nmm <sup>2</sup> ]			
	exp.	theor.	FEM	$\Delta$ [%]	exp.	theor.	FEM	$\Delta$ [%]
SHS1	6,82	7,20		5,57	1,73	1,67		-3,47
SHS2	13,04	5,0		-61,66	2,62	2,78		6,11
SHS3	7,79	4,90		-37,10	2,34	2,78		18,80
SHS4	24,03	8,7	11,75	-63,8 / -25,96	3,85	4,08	3,93	5,97 / 3,82
SHS5	9,28	8,50	9,91	-8,41 / -14,23	1,77	1,93	1,91	9,04 / 1,05
SHS6	26,20	9,5		-63,74	4,65	4,31		-7,31
SHS7	45,84	12,6		-72,51	7,48	5,90		-21,12
DHP1	4,20	3,7		-11,90	1,01	1,76		74,26
DHP2	11,42	3,5		-69,35	2,22	2,08		-6,31
DHP3	4,57	3,4		-25,60	1,37	2,08		51,82
DHP4	12,37	3,5		-71,71	2,75	2,63		-4,36
DHP5	4,74	3,3		-30,38	1,59	2,63		65,41
DHP6	13,25	5,9		-55,47	3,19	3,09		-3,13
CSHS1	12,60	15,7		24,60	2,49	2,75		10,44
CSHS2	6,73	3,2		-52,45	0,60	0,50		-16,67
CSHS3	10,94	12,10		10,60	2,24	2,29		2,23
CSHS4	32,85	30,60		-6,85	5,16	5,51		6,78

Beim Vergleich, der experimentell ermittelten und theoretisch vorhergesagten Kennwerte fällt auf, dass die Profile SHS2 und SHS3, DHP2 und DHP3, sowie DHP4 und DHP5 in der Theorie die gleiche Biegesteifigkeit besitzen, was sich im Experiment jedoch so nicht ablesen lässt. Hier liegen die ermittelten Steifigkeiten zwischen 11,9% (SHS2/3) und 73,0% (DHP4/5) auseinander, wenn sich die Verstärkung auf der Zugseite, d.h. von der Krafteinleitung abgewandten Seite befindet. Eine mögliche Erklärung ist hierbei, dass die Kraft besser ins Profil geleitet werden kann, wenn auf der Druckseite eine zusätzliche Verstärkungsschicht angebracht ist. Fehlt diese, kommt es deutlich früher zu einem ersten Versagen, bzw. zu einer Reduktion des Profilquerschnitts. Der Effekt, dass ein vorzeitiges Versagen mit einer niedrigeren, gemessenen Steifigkeit einhergeht, ist auch im DHP1-Profil zu erkennen. Hier liegt die theoretisch vorhergesagte, effektive Biegesteifigkeit 74,26% über der experimentell Ermittelten. Der Grund hierfür ist die fehlende Verstärkung und die dünne Wandstärke von 0,7mm. Im stark verstärkten SHS7 hingegen tritt ein umgekehrter Effekt auf. Hier ist die theoretisch berechnete Steifigkeit um 21,12% niedriger, als experimentell ermittelt. Unterschiede zeigen sich auch bei den rein auf der Zugseite verstärkten Profile DHP3 und DHP5. Hier liegt die theoretische Biegesteifigkeit um 51,82% bzw. 65,41% höher als im Experiment. Insgesamt befinden sich die mittels Berechnungsmethodik ermittelten Steifigkeitswerte, abgesehen von den oben beschriebenen Proben in einer Abweichungsbandbreite von -21,12% bis +18,80%. Dies ist für eine erste Abschätzung von Profileigenschaften ein guter Rahmen. Beim Erreichen der ersten Schädigung  $R_p$  zeigt sich, dass bis auf SHS1, bei dem die theoretisch vorhergesagten Schädigungslasten um 5,57% über den experimentell Ermittelten liegen, die Theorie hier teils deutlich konservativer ist. Teilweise liegen die theoretischen Werte um 72,5% (SHS7) oder 69,35% (DHP2) niedriger als aus den

experimentell ermittelten Werten. Allerdings ist es sehr wahrscheinlich, im Experiment nicht immer die erste Versagensform zu erkennen. Erklärbar ist dieser Effekt auch damit, dass aus den Kurven des Experiments das Plastifizieren des Metalls nicht ohne weiteres erkennbar ist, bzw. nicht gleichzeitig und gleichmäßig oder schlagartig stattfindet. Dies ist vielmehr ein schleicher Prozess, der sich ausbreitet und die Auswirkungen auf die Steifigkeit durch die noch tragende CFK-Verstärkung sehr gering ist. Ebenso sind Zwischenfaserbrüche im CFK nur akustisch wahrnehmbar, zeigen jedoch keine erkennbaren Auswirkungen im Kraft-Weg-Diagramm. Zur Abklärung dieses Effekts wurden zwei Versuche an Probekörpern mittels FEM nachgestellt. Am Beispiel von SHS4 liegt der theoretische Wert von  $R_p$  mit einer Abweichung von 25,96% deutlich näher an der FE-Simulation als am Experiment (63,8%). Bei der Simulation von SHS5 liegt  $R_p$  noch höher als im Experiment, jedoch mit 14,23% Abweichung noch nah an der Vorhersage. Die in der Simulation ermittelten Steifigkeiten liegen mit 3,82% und 1,05% sehr nah an der Theorie.

Zur Vervollständigung der Validierung werden drei Voll-CFK-Profile in der FEM simuliert und mit der Berechnungsmethode verglichen. Die Abmessungen entsprechen mit (60x60x1000)mm den Aluminiumprobekörpern. Die in Tabelle 5-1 aufgeführten Profile CSHS1 bis CSHS4 sind wie folgt aufgebaut. CSHS1 besteht vollständig aus CFK-0° mit 2mm Wandstärke. CSHS2 vollständig aus 2mm CFK-±45°. CSHS3 besteht aus 2mm CFK-0° in den Gurten und 2mm CFK-±45° in den Stegen. CSHS4 besteht aus 4mm CFK-0°. Auch hier zeigen sich gute Übereinstimmungen zwischen Theorie und FEM. Die ermittelte Festigkeit  $R_p$  liegt bei drei Vergleichen weniger als 25% von der FE-Simulation entfernt. Lediglich bei CSHS2 liegt die theoretische Vorhersage um 52,45% niedriger. Da es sich beim ersten Versagen um Zwischenfaserbrüche im ±45°-Laminat handelt, die nur sehr geringe Auswirkungen auf die Kraft-Weg-Verläufe haben, handelt es sich in der Simulation nicht um das erste Versagen, das ermittelt werden konnte. Auch die ermittelten Steifigkeiten liegen nah beieinander. Damit zeigen auch die Vergleiche zwischen FEM und der hier gezeigten Berechnungsmethode eine gute Übereinstimmung.

Im Folgenden werden exemplarisch einige Vergleiche zwischen der Simulation und den Realversuchen angestellt. Dabei soll gezeigt werden, in welchen Bereichen sich Simulation und Realversuch decken und wo es einer modifizierten und detaillierteren Modellierung bedarf. Abbildung 5-10 zeigt den Vergleich zwischen der FE-Simulation und des Versuchs am unverstärkten CFK Profil (Variante 14). Dabei ist zu erkennen, dass die grundsätzliche Kinematik im Profil unter Last bei beiden Versuchen identisch ist. Das Eindellen des unteren Gurtes im Bereich der äußeren Auflager. Im späteren Versagensverlauf allerdings versagte im Experiment die produktionsbedingte, geschäftete Verbindung der oberen und unteren Profilhälfte. Da das Finite-Elemente-Modell mit durchgängigen Lagen modelliert wurde, trat hier kein solches Verhalten auf.

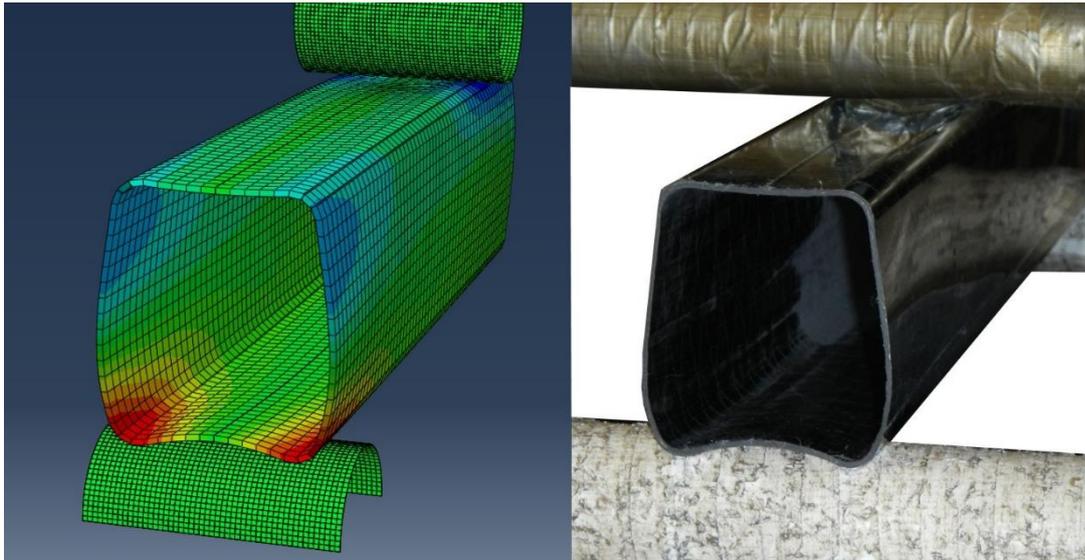


Abbildung 5-10: Analoge Profilverformung FEM und Realversuch

In Abbildung 5-11 zeigt sich im Experiment und FE-Simulation auf dem oberen Profilgurt des SHS5 Profils unter Druck ein deutliches Beulmuster, während die mit  $\pm 45^\circ$ -Laminat verstärkten Stege keine Schädigung erfahren. Der Vergleich wiederum mit den analytischen Vorhersagen und der FEM zeigt, dass es sich um ein plastisches Beulen handelt, da die Aluminiumgurte ihre Dehngrenze zuvor erreichen. Wie in Kapitel 4.1.3 gezeigt kann das Profil so viel Energie aufnehmen, ohne einen plötzlichen Kraftabfall durch Versagen zu erfahren.

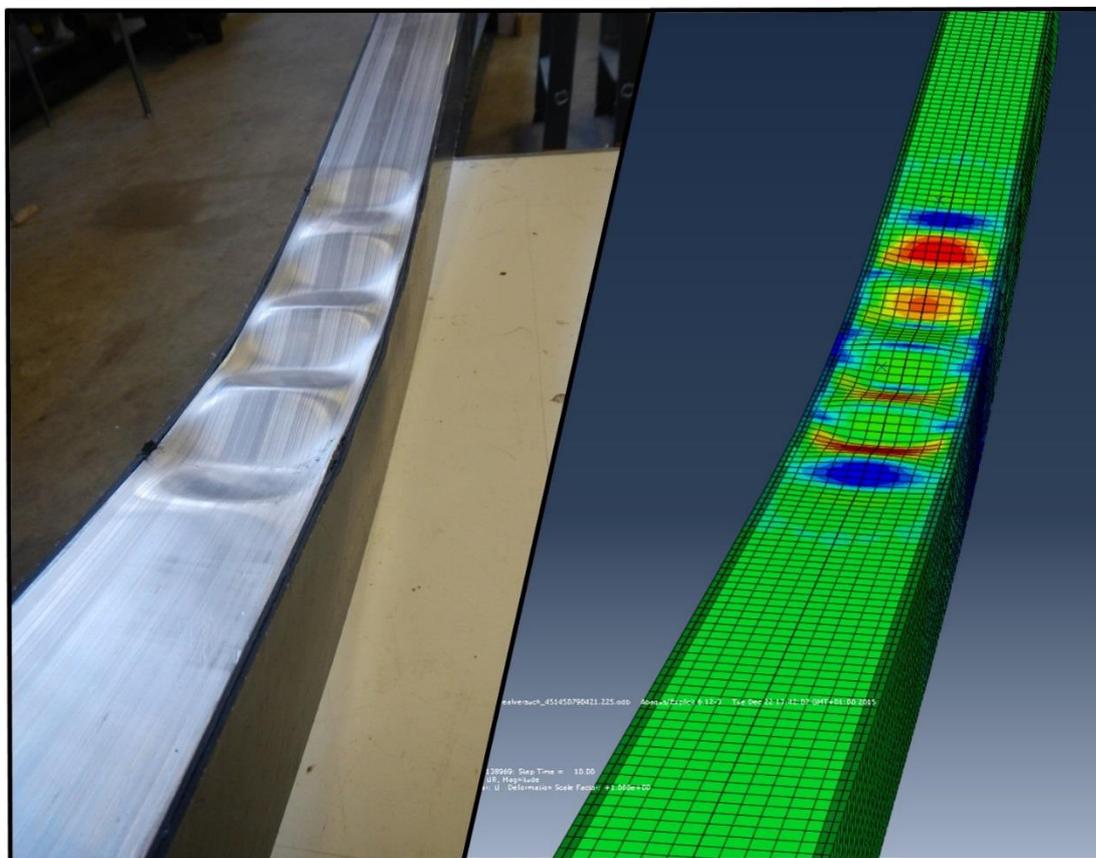


Abbildung 5-11: Beulverhalten am SHS5 Profil im oberen Gurt im Vergleich Experiment und FEM

In Abbildung 5-12 ist der Kraft-Weg-Verlauf des unverstärkten CFK-Profiles (V14) dargestellt, wie er im Experiment und in der FE-Simulation ermittelt wurde. Auffällig ist nach einem übereinstimmenden elastischen Bereich ein Divergieren der Verläufe ab ca. 4kN. Während im Experiment die Steifigkeit des Profils ab diesem Punkt minimal abfällt, steigt diese in der Simulation an. Hier unterscheidet sich das Versagensverhalten beider Proben. Während im Realversuch die Druckfinne unter Bruch und Delamination der oberen CFK-Lagen in das Profil drückte, fand dieses Abplatzen der Lagen in der Simulation nicht statt. Im weiteren experimentellen Verlauf sackt die Kraft schrittweise ab, wohingegen in der Simulation die Kraft weiter ansteigt, jedoch dennoch die versagenden Lagen zu erkennen sind. Um ein solches Versagen in der FEM nachzubilden sind sehr detaillierte Modelle bzgl. Delamination und feine Netze im betroffenen Bereich nötig, da das Versagen und die Schädigungen sehr lokal beginnen.

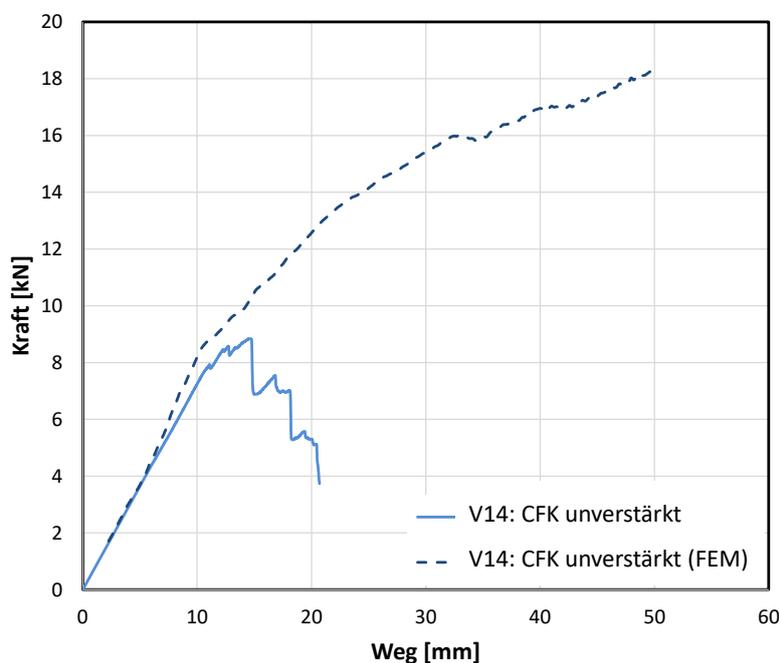


Abbildung 5-12: Vergleich Probe V14 Experiment und FEM mit unterschiedlichen Nachversagensverhalten

Abbildung 5-13 zeigt, dass die Modellierung der Klebeschicht einen großen Einfluss auf das Gesamtergebnis nehmen kann. Im Vergleich zwischen Realversuch und Simulation zeigt sich, dass sich im Experiment die CFK-Verstärkung in der Knickstelle vom Aluminium löst, während in der Simulation das CFK in diese hineingezogen wird. Die Folge ist, dass die Simulation im Nachversagen eine höhere Steifigkeit ausweist und eine höhere Maximallast. Solche Effekte sind in der analytischen Berechnung nicht darstellbar.

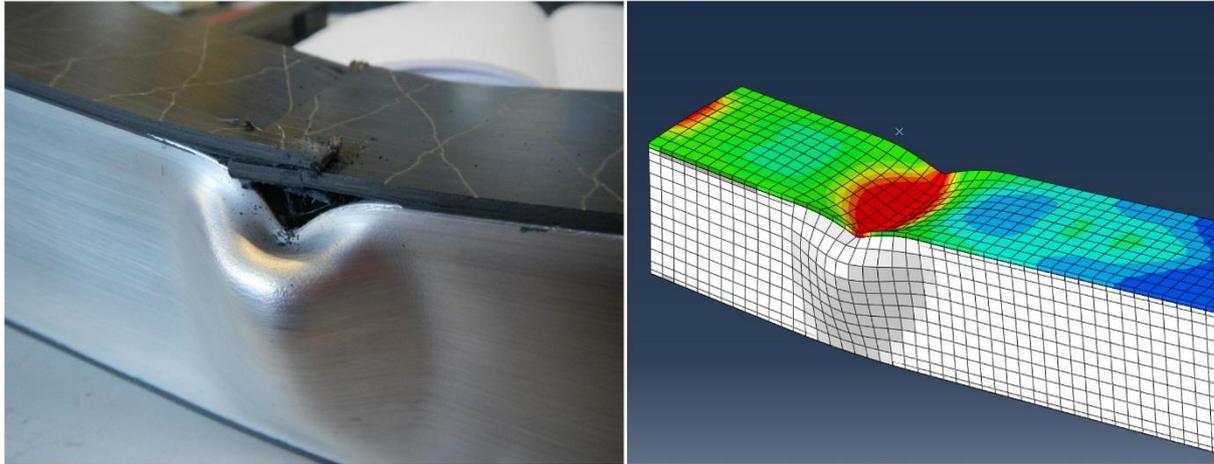


Abbildung 5-13: Versagensverhalten im Experiment und FEM-Simulation

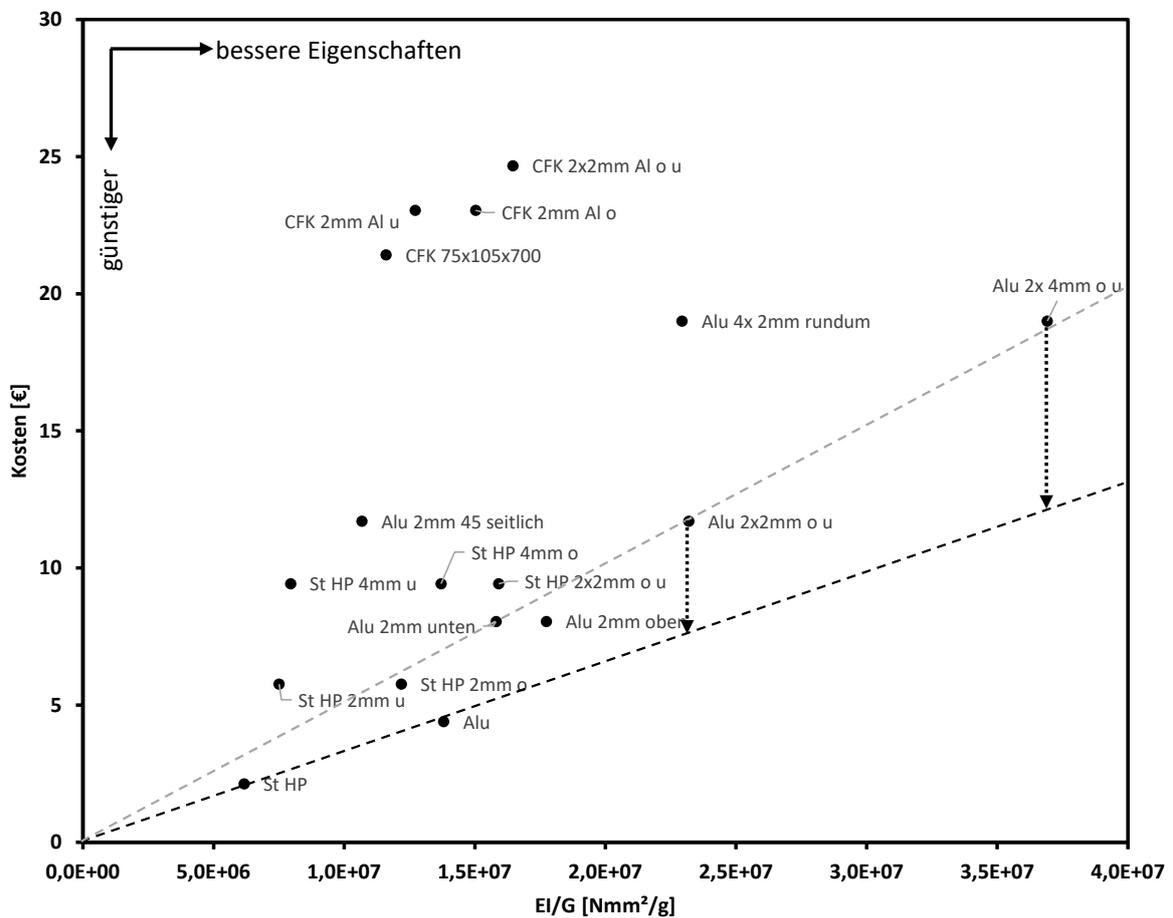


Abbildung 5-14: Versuchsergebnisse spezifische Biegesteifigkeit über Bauteilkosten

Aus den Versuchsergebnissen können auch indirekt Aussagen dazu generiert werden, wann ein CFK-Metall-Hybridbau aus Kosten- und Gewichtsgesichtspunkten mit den reinen Metallprofilen konkurrieren können. Dies soll in Abbildung 5-14 beispielhaft veranschaulicht werden. Es ist zu erkennen, wie mit der schwarz-gestrichelten Linie verdeutlicht, dass beim Auftrag der spezifischen Biegesteifigkeit  $EI/G$  über die Probenkosten, bei gleicher Profilform

die reinen Metallprofile (St HP und Alu) auf einer gemeinsamen Ursprungsgerade liegen. Die auf den Gurten mit CFK-verstärkten Aluminiumvarianten *Alu 2x2mm o u* und *Alu 2x4mm o u* liegen oberhalb der Geraden (im Ursprung der Pfeilmarkierungen) und deutlich weiter links bei einem höheren Biegesteifigkeits-Gewichts-Verhältnis. Dies bedeutet, dass sich mit diesen beiden Varianten bei gleichem Gewicht eine deutlich höhere Biegesteifigkeit erreichen lässt, jedoch zu überproportional höheren Kosten. Diese Überproportionalität ist durch den hohen CFK-Preis (23€/kg) zu begründen. Interessant ist nun zu berechnen, wie weit der Preis für ein kg CFK sinken müsste, damit die Profilvarianten auf der gleichen Ursprungsgerade wie die reinen Metallprofile liegen und somit das gleiche Kostenniveau aufweisen. Da das Aluminiumgrundprofil bei allen Varianten gleich ist lassen sich durch das senkrechte nach unten projizieren der Profilvarianten auf die Ursprungsgerade schnell aufzeigen, dass die CFK-Umfänge 4,30€ (2x2mm) bzw. 7,22€ (2x4mm) kosten dürfen. Legt man diese Kosten auf das Gewicht der verwendeten CFK-Streifen um, so kommt man zu dem Ergebnis, dass unter einem Materialpreis von 10 bis 12 €/kg CFK keine Mehrkosten für die gleichen Eigenschaften gegenüber reinen Metallvarianten anfallen. Nach jetzigen Entwicklungsprognosen des CFK Preises dürfte dieser Wert in den nächsten zwei Dekaden jedoch nicht erreicht werden, so dass hinsichtlich Biegesteifigkeit, immer ein Kostenmehraufwand gegenüber Metallen entsteht, wobei trotzdem eine deutliche Gewichtsreduzierung möglich ist. Die Ergebnisse stimmen dabei in der geforderten Genauigkeit überein und lassen sich gut abbilden. Daher wurde gezeigt, dass es legitim ist, ein Bauteil auf die hier geschehene Weise zu abstrahieren und ermöglicht somit eine Anwendung am praktischen Beispiel.

### 5.3. Fazit

- Der offen gestaltete Ansatz der Bauteilberechnung ermöglicht mit nur einem Grundprofil die Darstellung fast aller profilförmigen Bauteile im Fahrzeug mit beinahe beliebiger Materialbelegung.
- Auslegungstool umfasst nicht nur die reine mechanische Berechnung und Optimierung eines Bauteils, sondern ermöglicht auch eine sinnvolle Materialauswahl auf Basis einer Wissensdatenbank und die Berücksichtigung der Bauteilkosten. Die Kombination aller drei Aspekte (Berechnung und Optimierung + Materialauswahl + Kostenkalkulation) ist in dieser Form bisher noch nicht zur Anwendung gekommen und ist damit ein Alleinstellungsmerkmal dieser Arbeit.
- Je genauer die Anforderungen an das Bauteil und die Optimierung bekannt sind, desto schneller und genauer lässt sich ein optimierter Bauteilentwurf generieren. Durch den analytischen, gleichungsbasierten Ansatz und die dadurch schnelle Berechnung, lassen sich aber auch bei unbekanntem, weitergefassten Randbedingungen in kurzer Zeit Ergebnisse erzielen.
- Mit Berücksichtigung der begründeten Materialrestriktionen lassen sich von vorneherein kritische Materialpaarungen bei bekannten oder unbekanntem ungünstigen

Umweltbedingungen ausschließen. Dies erspart im weiteren Entwicklungsablauf das Auftreten von Wärmespannungs- oder Korrosionsproblemen

- Die Vorhersagegüte des Entwicklungsablaufs entspricht den Erwartungen bei einer Anwendung in der frühen Phase der Fahrzeugentwicklung. Mit diesem Ergebnis wurde bestätigt, dass die getroffenen Annahmen so gewählt sind, dass diese die Realität abbilden. Das Entwicklungstool kann so angewandt werden.

## 6. Ergebnisse der Untersuchungen

Als Ergebnis der vorangegangenen Untersuchungen soll zum einen im Folgenden die erarbeitete Berechnungsmethode in einem praxisnahen Beispiel angewandt werden und zum anderen sollen aus den vorangegangenen Ergebnissen dieser Arbeit qualitative Konstruktionsrichtlinien abgeleitet werden, mit deren Hilfe Konstrukteure und Konzeptingenieure leichter eine anforderungsgerechte, hybride Gestaltung der Bauteile finden können.

### 6.1. Anwendung der Methodik auf einen Fahrzeugschweller

In diesem Kapitel soll die vorgestellte Berechnungs- und Optimierungsmethode praktische Anwendung finden. Dazu muss als erstes ein passendes Bauteil gefunden werden, welches sich für die Methodik eignet und eine Optimierung Sinn macht. Bei Karosseriebauteilen ist häufig das Problem, dass auf diese sehr komplexe Belastungen wirken. Diese können sich aus Crash, NVH, lokalen Steifigkeitsanforderungen, etc. zusammensetzen. Daher soll ein Bauteil aus der Karosserie herausgelöst werden, dieses konstruktiv vereinfacht und mit der dominierenden, d.h. auslegungsrelevanten Last beaufschlagt werden.

Als konkretes Karosserieelement soll ein Fahrzeugschweller, genauer gesagt das Bauteil der Schwellerverstärkung hinsichtlich Gewicht optimiert werden. Abbildung 6-1 a) und b) zeigt schematisch einen typischen Aufbau eines Fahrzeugschwellers in einer Architektur mit Verbrennungsmotor.

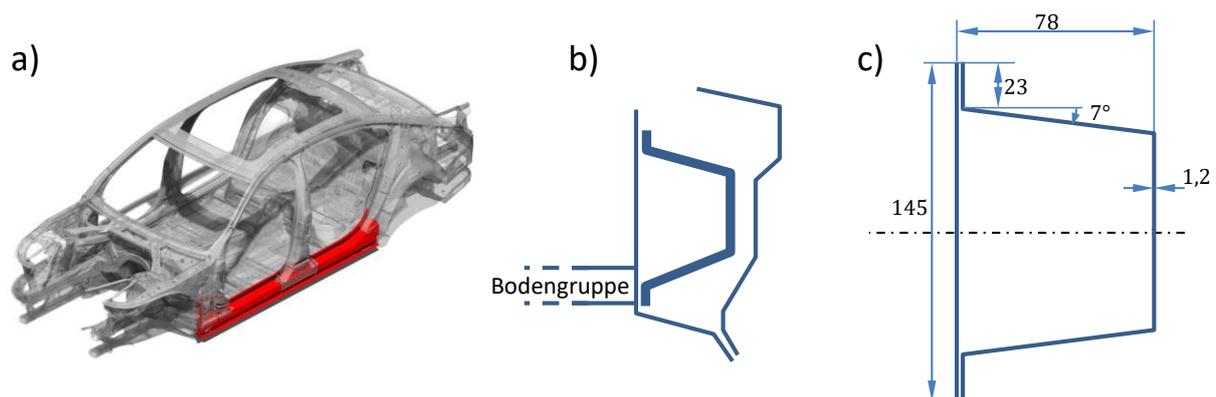


Abbildung 6-1: Optimierung am Beispiel eines Fahrzeugschwellers. a) Bauteilumgebung im Fahrzeug. b) Typischer, mehrschichtiger Aufbau eines Fahrzeugschwellers. c) Beispielmaße einer Schwellerverstärkung.

Der mehrschichtige Aufbau besteht aus einem Schwellerinnenteil, welches an der Bodengruppe anschließt, einem Außenteil, welches meist gleichzeitig die Außenhaut des Fahrzeugs bildet und die dazwischenliegende Schwellerverstärkung. Diese ist meist als Hutprofil so ausgeführt,

dass diese die im seitlichen Pfahlaufprall auftretenden Kräfte aufnimmt und möglichst großflächig auf die Bodengruppe verteilt. Dies bedingt eine hohe Steifigkeit und Festigkeit hinsichtlich der Biegebelastung. Da an den Fahrzeugschweller eine Vielzahl an Anforderungen gestellt werden, macht es hier Sinn, nur die Wesentlichen zu berücksichtigen und das reale Modell soweit zu abstrahieren, dass es zum einen handhabbar wird und zum anderen die grundlegende mechanische Charakteristik erhalten bleibt. Im fiktiven, aber realitätsnahen Szenario, soll die Fahrzeugschwellerverstärkung für das Fahrzeug der Nachfolgergeneration ausgelegt werden. Dieses Nachfolgerfahrzeug wird nur noch als BEV entwickelt und keinen Verbrennungsmotor mehr berücksichtigen. Für das weitere Vorgehen wird der in Kapitel 5.1 beschriebene und in Abbildung 5-1 dargestellte Entwicklungsablauf angewandt.

Der erste Schritt besteht darin, die Anforderungen an den optimierten Bauteilentwurf, die sich aus der Problemstellung ergeben, zu beschreiben. Da in einer frühen Phase der Bauteilentwicklung die Lastanforderungen an dieses nicht ohne weiteres festzulegen sind, macht es Sinn, sich eine funktionierende Referenz zu betrachten. Diese Referenz ist in dem konkreten Fall die Schwellerverstärkung des Vorgängerfahrzeugs. Deren Eigenschaften sollen ermittelt und als Referenz herangezogen werden. Der auslegungstreibende Lastfall des Bauteils ist der seitliche Pfahlaufprall, der in Abbildung 6-2 dargestellt ist. Durch die hinter dem Schweller liegende Bodengruppe, die über die gesamte Länge anschließt, sind die Lagerbedingungen eher komplex und gleichen eher einem variabel gebetteten Biegebalken. In der frühen Entwicklungsphase geht man hier von einem beidseitig gelenkig gelagerten Balken aus, wissend, dass die genaue Verformung der Karosserie so nicht exakt nachgestellt werden kann. Der Pfahl trifft im Fahrzeug etwas vor der B-Säule auf den Schweller, was in etwa die Mitte der Schwellerverstärkung entspricht. Für die Optimierung wird als mathematisches Modell für den Schweller eine 3-Punktbiegung betrachtet.

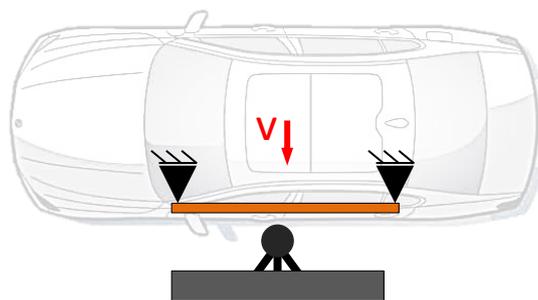


Abbildung 6-2: Ersatzlastbild Fahrzeugschweller im seitlichen Pfahlaufprall

Die wirkenden Lasten sind durch den Crashlastfall schwer zu bestimmen. Benötigt wird die quasistatische Ersatzkraft, die der auftreffende Pfahl auf die Schwellerverstärkung ausübt. Da die Möglichkeit eines A-B-Vergleichs zwischen der Referenz und des optimierten Aufbaus besteht, wird als Ersatzkraft die Kraft definiert, bei welcher im Referenzprofil ein erstes Versagen im Material auftritt.

Nachdem ein Ersatzlastfall beschrieben ist, kann mit der Bestimmung der Referenzkennwerte fortgefahren werden. Zugrunde liegen die geometrischen Abmessungen aus Abbildung 6-1 c). Die Schwellerverstärkung besteht dabei aus dem warmumgeformten Stahl CR1000Y1300T-MB mit einer Wandstärke von 1,2mm, ebenso das Schwellerinnenteil das anteilig das Hutprofil schließt. Der Profilquerschnitt wird über eine Länge von  $L = 1400\text{mm}$  idealisiert als konstant angenommen. Für das Referenzprofil wurde in Optimus ein Nominalwert mit genau definierten Material- und Geometrieingabeparameter berechnet. Die Eigenschaften des Referenzprofils sind in Tabelle 6-1 zusammengefasst.  $u_{z_{max}}$  und  $R_p$  entsprechen dabei der Durchbiegung und der dazugehörigen Ersatzkraft, bei der im Bauteil ein erstes Versagen im Metall auftritt, hier das Erreichen der Streckgrenze im Stahl.

Tabelle 6-1: Referenzwerte des zu optimierenden Referenzprofil

<i>Gewicht</i>	<b>3397</b>	<i>g/m</i>
$u_{z_{max}}$	17,03	<i>mm</i>
$EI_y$	6.868729e+10	<i>mm<sup>4</sup></i>
$R_p$	-20460	<i>N</i>
<i>Kosten</i>	10,19	<i>€/m</i>

Nachdem die Referenzeigenschaften ermittelt wurden, werden im nächsten Schritt die Anforderungen an das zu optimierende Bauteil definiert. Dazu werden die geometrischen Randbedingungen genauer betrachtet. Diese sind in Abbildung 6-3 gezeigt. Durch die Integration des Hochvoltspeichers in den Unterboden und der damit tieferliegenden Bodenlinie, wird der Schweller 20mm höher gestaltet, was den Bauraum gegenüber der Referenz auf  $78\text{mm} \times 165\text{mm}$  erweitert. Da der HVS mit den Batteriezellen ein im Crash sehr kritisches Bauteil darstellt, welches nicht deformieren soll, muss dieser vor Intrusion weitestgehend geschützt werden. Zwischen der Schwellerstruktur und dem HVS sind 15mm Deformationsraum vorhanden, bevor die äußere Struktur des Speicherhauses beginnt. Das zu optimierende Profil soll also gegenüber der Referenz nur 15mm Durchbiegung erfahren. Durch die Integration des HVS, mit mehreren hundert Kilogramm Gewicht und der Berücksichtigung von neuen Gesetzesanforderungen an die Crashesicherheit ist eine Steigerung der wirkenden Kraft um +20% auf  $24552\text{N}$  realistisch. Bis zu dieser Kraft, darf das auszulegende Profil nicht versagen.

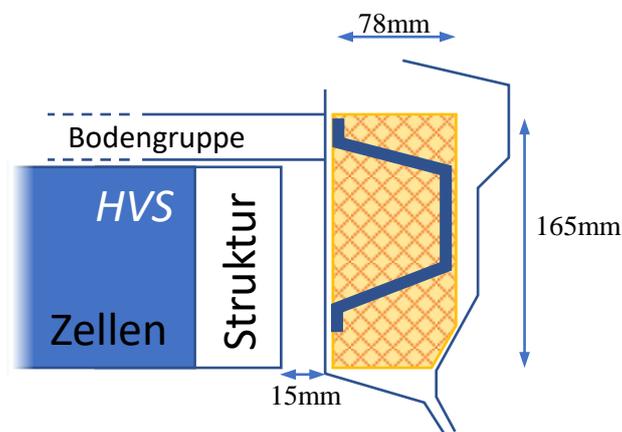


Abbildung 6-3: Geometrische Randbedingungen für zu optimierende BEV Schwellerstruktur

Des Weiteren ist ein Eintrag von Salzwasser im Schwellbereich trotz Korrosionsschutz nicht auszuschließen und eine korrosive Umgebung soll berücksichtigt werden, was bestimmte Materialpaarungen ausschließt. Von einem erhöhten Temperatureintrag ist nicht auszugehen.

Es sollen zwei Bauteilkonzepte erstellt werden. Ein evolutionärer Ansatz, in dem die Schwellerverstärkung als reines Stahlbauteil ausgeführt wird und ein revolutionärer Ansatz, in dem auch Kombinationen von Materialien zugelassen werden. Beide sollen auf Grund der gestiegenen Anforderungen hinsichtlich Gewicht optimiert werden, um die Gewichtszunahme so gering wie möglich zu halten. Zusätzlich wird angenommen, dass ein neu entwickelter, höchstfester Mangan-Bor-Stahl *MBW-K-1900-KT* für die Entwicklung zur Verfügung steht. Dieser hat eine Streckgrenze  $R_{p0,2} = 1350\text{MPa}$  [176].

Für die Optimierung sollen im Anschluss die notwendigen Randbedingungen festgelegt werden. Die Querschnittsabmessungen sind durch den zur Verfügung stehenden Bauraum nicht vergrößerbar. Die Flanschlänge von  $23\text{mm}$  ist hinsichtlich des Fügens mit dem Schließblech nicht zu unterschreiten. Als Materialien kommen Stähle, Aluminium und CFK in Frage. Von Seiten der Fertigungs- und Fügetechnik sollen keine Einschränkungen vorgegeben werden. Lediglich ein Flankenwinkel von min.  $3^\circ$  soll eine Entformung ermöglichen. Da es sich um eine Prinzipuntersuchung handelt, sollen auch vorerst keine Einschränkungen bzgl. der Fügetechnik vorgenommen werden. In Tabelle 6-2 sind sämtliche Randbedingungen zusammengetragen.

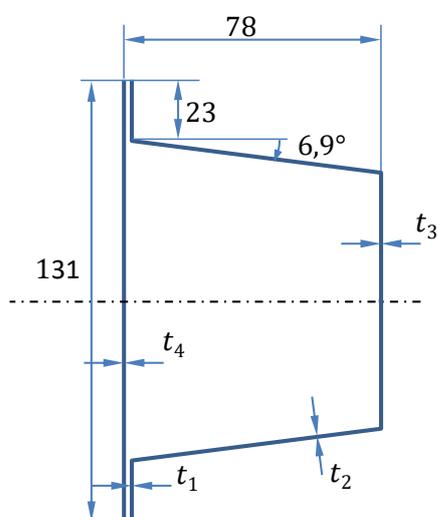
Tabelle 6-2: Randbedingungen für die Schwelleroptimierung

<i>Breite <math>b_1</math></i>	$\leq 165$	<i>mm</i>
<i>Höhe <math>H_1</math></i>	$\leq 78$	<i>mm</i>
<i>Flankenwinkel <math>\beta</math></i>	$\geq 3$	$^\circ$
<i>Flanschlänge <math>b_4</math></i>	$\geq 23$	<i>mm</i>
$R_p$	$\geq 24552$	<i>N</i>
$uz_{max}$	$\leq 15,00$	<i>mm</i>

Das Referenzprofil wurde auf Basis der zwei Konzepte als Stahlbauteil und Hybridbauteil hinsichtlich Gewicht optimiert. Bei der Optimierung wurde das NLPQL-Optimierungsverfahren verwendet und eine mehrstufige Optimierung durchgeführt. Dabei wurde das Stahlkonzept mit 17 Inputvariablen gestartet, das Hybridkonzept mit 33 Inputvariablen. Diese wurden nach der ersten Stufe schrittweise um Variablen mit gerinen Einfluss auf die Zielgröße reduziert. Ausgelesen wurden 33 Output-Variablen. Die Abbruchs-Änderungsrate lag bei 0,0001, die Anzahl der maximalen Iterationen bei 30 und die der maximalen Linearsuch, auf Grund der hohen Parameterzahl, bei 15. Insgesamt wurden bei der Gewichtsoptimierung des Stahlschweller 137 Experimente und beim Hybridschweller 1241 Experimente gerechnet, bevor ein Optimum gefunden wurde.

Die Ergebniskenngrößen der Gewichtsoptimierung des Stahlbauteils sind in Tabelle 6-3 zusammengefasst, das optimierte Profil in Abbildung 6-4 dargestellt. Sofort ersichtlich ist die Eignung des zuvor eingeführten Mangan-Bor-Stahl, der auf Grund seiner Festigkeit zum Einsatz kommt. Als Mindestmaterialdicke wird  $0,5\text{mm}$  angenommen. Das optimierte Profil

nutzt die maximale Höhen von  $H_1 = 78\text{mm}$  aus. Der Bauraum der Breite wird mit  $b_1 = 131\text{mm}$  nicht voll ausgeschöpft. Um die notwendige Steifigkeitsbedingung zu erfüllen, werden die zug- und druckbelasteten Gurte  $t_3$  und  $t_4$  des Hutprofil mit einer hohen Wandstärke ausgeführt, ebenso die Stege mit  $t_2 = 1,58\text{mm}$ . Der Flansch  $t_1$  hat die minimale Materialdicke. Da die Verformung um des Bauteils um 11,9% abnimmt, bei gleichzeitiger Zunahme der Last um +20%, ist eine Erhöhung der Steifigkeit des Profils  $EI_y$  um 36,2% nötig. Da der Bauraum begrenzt und das Material Stahl ist, nimmt das Gewicht um +27% auf  $m = 4321\text{g/m}$  gegenüber der Referenz zu. Die tatsächlich wirkende Kraft beim ersten Versagen liegt mit  $R_p = 31078\text{N}$  um 51,9% höher als die Referenz und damit deutlich über den geforderten 20%. Die höheren Materialkosten und das Mehrmaterial führen zu einer Kostenmehrung von 48,0% auf  $K = 15,08\text{ €/m}$ .



Fläche	Material	Stärke
$t_1$	MBW-K-1900-KT	0,5mm
$t_2$	MBW-K-1900-KT	1,58mm
$t_3$	MBW-K-1900-KT	2,01mm
$t_4$	MBW-K-1900-KT	2,29mm

Abbildung 6-4: Ergebnis der Optimierung des unverstärkten Stahlschwellers hinsichtlich Gewicht

Tabelle 6-3: Ergebnis der Optimierung des unverstärkten BEV-Stahlschwellers hinsichtlich Gewicht

Breite	131		mm
Höhe	78		mm
Flankenwinkel	6,9		°
Flanschlänge	23		mm
Gewicht	4321	(+27,0%)	g/m
$uz_{max}$ bei $Q_z = -24552\text{N}$	15,0	(-11,9%)	mm
$EI_y$	9,357e+10	(+36,2%)	mm <sup>4</sup>
$R_p$	-31078	(+51,9%)	N
Kosten	15,08	(+48,0%)	€/m

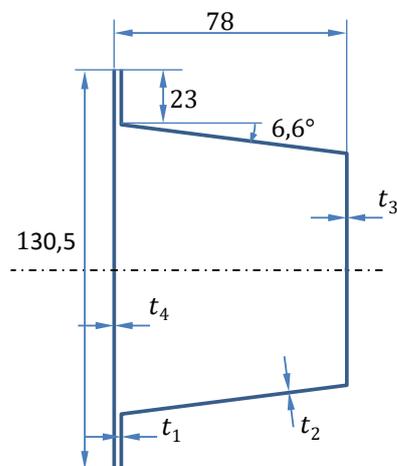
Beim zweiten Konzept soll eine Schwellerverstärkung ausgelegt werden, welche nicht nur auf ein Material beschränkt ist. Es soll untersucht werden, ob eine Metallstruktur sinnvoll verstärkt werden kann und welche Eigenschaften damit erreicht werden können. Es gelten die gleichen Randbedingungen, wie in Tabelle 6-2 dargestellt, mit dem Zusatz, dass die Mindeststärke der

Metallkomponente auf jeder Platte des Profils  $t_{st} \geq 0,5\text{mm}$ . Außerdem muss bei Materialkombinationen die korrosive Umgebung gerücksichtigt werden. Die Ergebnisse der Optimierung sind in Tabelle 6-4 und die optimierte Materialbelegung in dargestellt:

Tabelle 6-4: Ergebnis der Optimierung des hybriden BEV-Fahrzeugschwellers hinsichtlich Gewicht

<b>Breite</b>	130,5		mm
<b>Höhe</b>	78		mm
<b>Flankenwinkel</b>	6,9		°
<b>Flanschlänge</b>	23		mm
<b>Gewicht</b>	2266	(-33,3 / -47,6%)	g/m
$uz_{max}$ bei $Q_z = -24552\text{N}$	15,0	(-11,9%)	mm
$EI_y$	9,357e+10	(+36,2%)	mm <sup>4</sup>
$R_p$	-24552	(+20,0 / -20,9%)	N
<b>Kosten</b>	23,70	(+132,5 / +57,2%)	€/m
<b>Leichtbau – Kosten</b>	4,18		€/kg

In Abbildung 6-5 zeigt sich der gewichtsoptimierte Entwurf als Stahlgrundkörper mit  $t = 0,5\text{mm}$  und unidirektionaler CFK-Verstärkung ( $0^\circ$ ) in den Zug- bzw. druckbeaufschlagten Gurten  $t_1$ ,  $t_3$  und  $t_4$ . Dies ergibt, bei einem ähnlichen Querschnitt, wie im zuvor berechneten Stahlprofil, eine Biegesteifigkeit  $EI_y$ , die um +36,2% höher liegt, als in der Referenz. Die Durchbiegung  $uz_{max}$  und die Kraft beim ersten Versagen  $R_p$  stimmen genau mit den Anforderungen überein. Im Gegensatz zum reinen Stahlprofil kann das Hybridprofil keine zusätzliche Last mehr ertragen. So liegt  $R_p$  im Vergleich zum Stahlschweller um -20,9% niedriger. Als erstes Versagen tritt im unverstärkten Steg  $t_2$  ein Metallfließen auf. Der hybride Aufbau ermöglicht eine Gewichtsreduzierung von -33,3% gegenüber der Referenz und -47,6% gegenüber dem optimierten Stahlschweller. Die Bauteilkosten steigen auf Grund der hohen CFK-Kosten um 132,5% bzw. 57,2%. Berechnet man die Leichtbau-Kosten, spricht die zusätzlichen Kosten, die aufgebracht werden müssen, um 1kg Masse zu reduzieren, so ergibt sich ein Faktor von  $LBK = 4,18\text{€/kg}$ , zwischem dem optimierten Stahl- und Hybridprofil. Nach Abbildung 2-7 ist das somit eine sehr wertige Leichtbaumaßnahme.



Fläche	Material	Stärke
$t_1$	MBW-K-1900-KT CFK-UD-0°	0,5mm 0,35mm
$t_2$	MBW-K-1900-KT	0,5mm
$t_3$	MBW-K-1900-KT CFK-UD-0°	0,5mm 6,4mm
$t_4$	MBW-K-1900-KT CFK-UD-0°	0,5mm 2,81mm

Abbildung 6-5: Ergebnis der Optimierung des hybriden BEV-Fahrzeugschwellers hinsichtlich Gewicht

Wie in Kapitel 5.1.4 erwähnt, ist die Kombination von Stahl und CFK hinsichtlich Korrosion unter bestimmten Voraussetzungen geeignet. In diesem Fall kann der zusätzlich aufgebrachte Korrosionsschutz und die Verklebung der beiden Materialpartner das Risiko einer korrosiven Schädigung reduzieren und die Materialpaarung wird akzeptiert. In der Optimierung zum fertigen Bauteil wurden auf Grund ungeeigneter Materialpaarungen lediglich 31 Iterationsentwürfe als ungültig gekennzeichnet.

Sämtliche Optimierungsergebnisse sind in Abbildung 6-6 noch einmal gegenübergestellt. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sich trotz deutlich gestiegenen Anforderungen gegenüber der Referenz mit Mehrkosten von weniger als 50% und ein Mehrgewicht von 27% eine Schwellerverstärkung aus höchstfesten Stahl darstellen lässt. Mit Leichtbau-Kosten von lediglich 4,18€/kg wird durch ein CFK-Stahl-Hybridbauteil sogar eine Gewichtsreduktion von 33% ermöglicht.

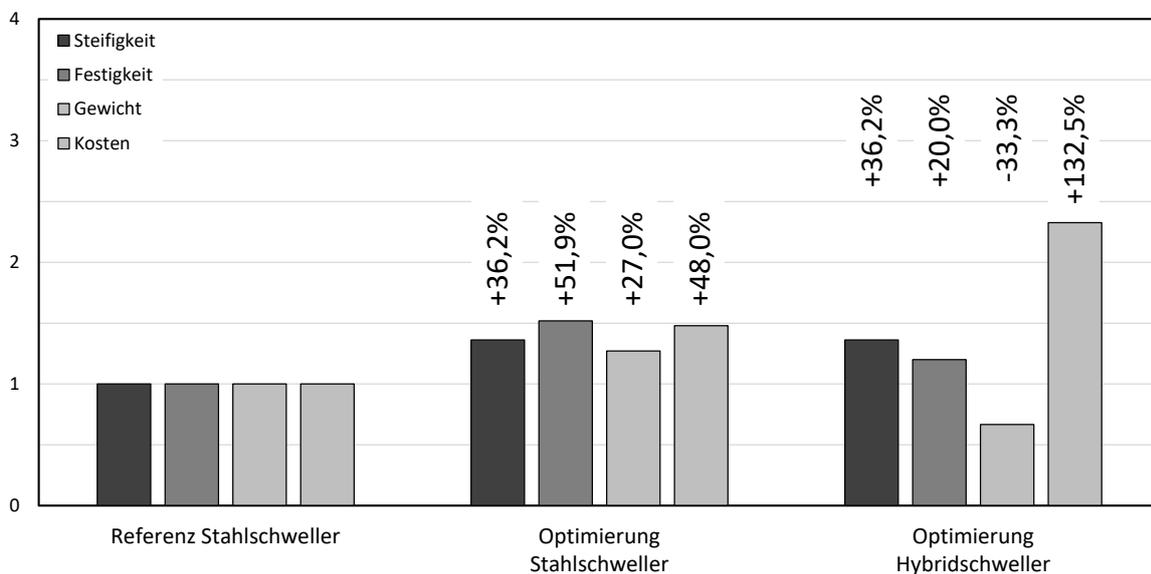


Abbildung 6-6: Gegenüberstellung der Optimierungsergebnisse

Aufbauend auf den Optimierungsergebnissen ist der nächste Schritt die Überführung des Schwellerkonzepts in ein real herstellbares Design. So kann etwa der Konzeptingenieur die Ergebnisse interpretieren und den realen Aufbau ableiten. Im vorliegenden Fall wäre für das Stahlschwellerkonzept mit den unterschiedlichen Wandstärken etwa ein Rollformprofil möglich oder ein Biegeteil mit Tailored Blanks. Als Fügeverfahren zwischen Hutprofil und Schließblech wäre etwa Laserschweißen möglich. Im Fall des Hybridschwellers, kann man sich ein Rollformprofil mit konstanter Wandstärke vorstellen, dass mit CFK-Platten beklebt wird. In diesem Fall wäre die Verbindung zwischen Hutprofil und Schließblech etwa über Kleben möglich, oder durch Laserschweißen, wenn das CFK erst im Anschluss aufgebracht wird. In Geometrie und Aufbau sind im ersten Schritt keine Anpassungen notwendig, da der Querschnitt jeweils auch so darstellbar wäre.

Es zeigt sich, dass mit dem, in dieser Arbeit entwickelten Auslegungs- und Optimierungstool, selbst in der frühen Phase der Fahrzeugentwicklung und mit eher noch ungenau definierten Anforderungen und Randbedingungen, schon schnell passende Bauteilwürfe berechnen lassen, die den Anforderungen gerecht werden. Zugleich kann durch die schnelle Berechnung in kurzer Zeit auch mehrere Konzepte verwirklicht und Randbedingungen schnell angepasst werden.

## 6.2. Ableitung von Konstruktions- und Gestaltungsrichtlinien

Aus den durchgeführten experimentellen und simulativen Untersuchungen, sowie aus den, mit der Auslegungsmethodik durchgeführten Berechnungen und Optimierungen, lässt sich zeigen, dass die Gestaltung von Hybridbauteilen einen entscheidenden Einfluss auf deren Eigenschaften haben. Folgende Thesen können aus den Ergebnissen dieser Arbeit abgeleitet werden, wobei im jeweiligen Anwendungsfall zu prüfen ist, ob die Richtlinien jeweils den gewünschten Effekt erzielen. Die Quellen, aus denen sich die Thesen ableiten sind der Übersicht halber im Anhang A4 angefügt.

- I. Wird ein druckbelasteter Bereich einer Leichtbaustruktur durch, z.B. CFK verstärkt, so wird dort ein frühzeitiges, lokales Beulen verhindert und die Tragfähigkeit der Struktur nimmt zu. Dieser Effekt ist umso höher, je geringer die Wandstärke des unverstärkten Bereichs ist. (Positiver Effekt auf Festigkeit, Gewicht und Kosten)
- II. Bei der Verbindung von Materialien sollte, wenn möglich auf eine flächige Verklebung zurückgegriffen werden. Dadurch werden die Kräfte optimal von einem auf das andere Material verteilt, wodurch lokale Schädigungen vermieden werden können. Dies führt zu einer höheren Belastbarkeit und Steifigkeit der Struktur. (Steifigkeit, Festigkeit)
- III. Kann eine Struktur unter Biegebelastung, die auf der Druckseite eingeleiteten Kräfte nicht auf die gegenüberliegende Zugseite leiten (z.B. durch einen Spant an der Krafteinleitungsstelle), so ist ein hochfestes Verstärkungsmaterial dort nicht effektiv eingesetzt und kann entfallen. (Kosten, Gewicht)
- IV. Unter Biegebelastung und lokaler Krafteinleitung sind möglichst große Wandstärken zu realisieren, um den Querschnitt aufrecht zu erhalten und ein Beulversagen zu verhindern. Das Material spielt aus mechanischer Sicht eine untergeordnete Rolle. Aus Leichtbausicht sind hierbei jedoch niedrige Dichten, wie bei Aluminium, FVK oder Magnesium zu bevorzugen.
- V. Allgemein lässt sich das Leichtbaupotenzial steigern, wenn die verschiedenen Materialien im Bauteil so angeordnet sind, dass unter äußerer Last eine ähnliche Ausnutzung der Festigkeit (z.B.  $R_{p0,2}$ ) erreicht wird. So versagt keine Materialkomponente deutlich früher als eine andere und setzt so die Festigkeit des Bauteils herab.
- VI. Hoher Energieabbau und gutmütiges Versagensverhalten mit Schublaminate im Steg unter Biegebelastung (Energieaufnahme, Gewicht)

- VII. Hohe Steifigkeit und Festigkeit ist erreichbar, wenn durch einfache Hybridisierung sichergestellt wird, dass der Querschnitt einer Leichtbaustruktur unter Last, z.B. durch Spante, möglichst lange seine Gestalt behält, bevor dieser versagt. (Steifigkeit, Festigkeit, Gewicht, Kosten)
- VIII. Große, flächige Bauteile, werden möglichst symmetrisch verstärkt, so lassen sich ungewünschte Koppelungseffekte vermeiden, welche die Struktur zusätzlich schwächen. (Gewicht, Steifigkeit)
- IX. Strukturintegrität: Die Strukturintegrität von spröden Bauteilen (z.B. CFK) kann länger erhalten bleiben, wenn diese mit duktilen Materialien kombiniert werden (z.B. Stahl). So bleibt trotz dem spröden Bruch die Struktur noch so intakt, dass diese weiter Kräfte übertragen kann. (Kosten, Festigkeit)
- X. Lokale, metallische Verstärkungen an der Krafteinleitungsstelle von FVK-Strukturen, verteilen die Kräfte auf eine größere Fläche und ermöglichen durch deren Duktilität einen höheren Energieaufnahme während des Versagens, welches gleichzeitig weniger abrupt erfolgt. (Energieeintrag, Festigkeit)
- XI. Das Leichtbau- und Kostenpotenzial steigt, denn durch eine Hybridisierung ein Material- anstatt eines Stabilitätsversagens erreicht wird. Dies kann durch Aufbringen eines leichten Stützwerkstoffes am Ort des Beulversagens sichergestellt werden.
- XII. Die Steifigkeit einer Hybridstruktur wird verbessert, wenn der Werkstoff mit dem höheren E-Modul möglichst weit vom Rotationszentrum oder der neutralen Biegefaser platziert wird. Bei flächigen Bauteilen wird dadurch die Beulsteifigkeit erhöht.
- XIII. Eine hohe Festigkeit bei hybriden Bauteilen ist erreichbar, wenn Materialien so verteilt sind, dass der Spannungsverlauf im Bauteil eine gleichmäßige Ausnutzung der ertragbaren Spannung der Einzelmaterials sicherstellt.
- XIV. Es gibt Materialverhältnissbereiche bei Plattenmaterialien, in denen die Steigerung eines Werkstoffanteils keinen (großen) Effekt auf das Gesamtverhalten z.B. Biegesteifigkeit hat. Innerhalb von diesen Bereichen ist keine optimale Auslegung möglich. Meist kommt dies in der Nähe von einem 50/50 Querschnittsverhältnis vor. Je nach Auslegungsziel kann hier der Anteil an kostengünstigen oder leichteren Material erhöht werden.
- XV. Ein möglichst großer verfügbarer Bauraum ist für eine hohe erreichbare Steifigkeit von Vorteil und kann zur Erreichung einer gewissen Mindeststeifigkeit sogar notwendig sein. Jedoch können die Wandstärken hinsichtlich der Fertigung und Festigkeit/Stabilität nicht beliebig dünn werden. Dies kann zur Folge haben, dass mit Ausnutzung des maximalen Bauraums auch ein erhöhtes Gewicht die Folge ist.

## 7. Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel des folgenden Kapitels ist die Zusammenfassung des Inhalts dieser Arbeit. Dabei werden auch die erreichten Ziele und die innovativen Inhalte dargestellt. Abschließend wird ein Ausblick für weiterführende Forschungsarbeiten gegeben.

### 7.1. Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird eine strukturierte, schnelle Entscheidungshilfe für Fahrzeugentwickler in der frühen Phase der Entwicklung vorgestellt, mit welcher dieser ein optimiertes und anforderungsgerechtes Grundkonzept für einen Aufbau von v.a. hybriden Karosseriestrukturbauteilen erstellen kann. Dieser kann als Grundlage für die weitere Entwicklung der Fahrzeugstruktur verwendet werden. Der neuartige, universelle Ansatz ermöglicht es in einem Schritt sowohl den Querschnitt als auch jede, als Laminat dargestellte Einzelfläche, hinsichtlich Materialien und Materialanordnung zu berechnen und zu optimieren. Dabei werden Materialrestriktionen, die auf Grund von thermischen Eintrag, korrosiver Umgebung oder verfügbarer Verbindungstechnik entstehen, berücksichtigt. Durch den analytischen beschriebenen Aufbau der Berechnung ermöglicht der hier vorgestellte Workflow eine sehr schnelle Auslegung von Bauteilen, unter Berücksichtigung von deutlich mehr Nebenbedingungen als bisher geschehen und geht so über den aktuellen Stand der Technik in der Forschung und Entwicklung hinaus.

Ausgangspunkt für die Definition dieser Berechnungs- und Optimierungsmethodik ist eine Literaturrecherche zu Beginn. Dabei wird der aktuelle Stand der Karosserieauslegung in der frühen Phase und die Bedeutung und Anwendung von Leichtbau in der Fahrzeugentwicklung dargestellt. Anschließend wird der Forschungsstand bei den Hybridbauweisen aufgezeigt. Hier zeigt sich, dass sich viele Autoren mit den Schädigungen und Eigenschaften von festgelegten Hybridbauteilen beschäftigen, jedoch der umgekehrte Schritt aus gegebenen Anforderungen eine hybride Struktur zu entwickeln bisher nur am Rande berücksichtigt wurde. Gerade Strukturen aus mehreren Materialien sind in der Abschätzung ihrer Eigenschaften sehr komplex und sind selbst von Konzeptingenieuren nicht ohne größeren Aufwand im Fahrzeug zu integrieren. Es fehlt eine schnelle Möglichkeit, die Eigenschaften von Hybridbauteilen zu berechnen, bzw. auf die Anforderungen anzupassen. Hieraus entwickelt sich die Zielsetzung diese Forschungslücke zu schließen.

Ausgehend von der beschriebenen Forschungslücke werden die notwendigen mechanischen Grundlagen zur Berechnung und Optimierung von Hybridbauteilen zusammengetragen. Diese umfassen die Bestimmung der Steifigkeit auf Platten- und Profilebene, ebenso wie die Festigkeitsanalyse von faserverstärkten Werkstoffen und Metallen. Notwendig sind auch eine lokale und globale Stabilitätsanalysen, sowie die Berechnung der Bauteilkosten. In der Berechnung und Flexibilität bringt es Vorteile, ein Profilquerschnitt in Einzelplatten zu zerlegen. Diese können für sich wiederum als Laminat beschrieben werden. Mit Blick auf die spätere Berechnung werden verschiedene mögliche Optimierungsverfahren hinsichtlich der späteren Adaption auf die vorliegende Problematik verglichen. Durch die nichtlinearen

mathematischen Zusammenhänge und den eingrenzbaeren Suchbereich wird ein fehlertoleranter NLPQL Algorithmus verwendet. Sollte sich damit keine Konvergenz erzielen lassen, wird auf die *Adaptive Region Optimization Method* mit größeren und sich anpassbarem Suchgebiet umgestellt.

Mit Hilfe von Experimenten an Probekörpern, die an reale Bauteilgeometrien angelegt sind, wird ein Überblick über das Verhalten und das Versagen von materialhybriden Strukturen unter Belastung generiert. Auf dieser Basis werden später die relevanten Eigenschaften, wie etwa Steifigkeiten oder Versagensarten mathematisch beschrieben und in den Berechnungsablauf integriert. Als Versuchskörper dienen Aluminium-Rechteckhohlprofile, sowie Stahldoppelhutprofile, die jeweils in verschiedenen Konfigurationen mit kohlenstofffaser-verstärkten Kunststoffen verstärkt sind. Daneben werden auch aluminiumverstärkte CFK-Rohre geprüft. Als Ersatzlastfall wird ein 4-Punkt-Biegeversuch verwendet. Bereits bei diesen Vorversuchen zeigt sich, dass sich mit einer Hybridisierung die Bauteileigenschaften deutlich steigern lassen. So lassen sich neben der Steifigkeit auch die Kraft beim ersten Versagen, die Maximalkraft und die aufgenommenen Energien teils deutlich anheben. Gleiches gilt für die jeweils massebezogenen Kenngrößen, was auf den Nutzen solcher Strukturen im Hinblick auf Leichtbauanwendungen verdeutlicht.

Für die Optimierung müssen zu Beginn die Anforderungen an das spätere Bauteil festgelegt werden. Diese setzen sich aus verfügbarem Bauraum, den angreifenden Lasten, verfügbare Materialien, Umgebungsbedingungen, usw. zusammen. Anschließend wird die zu optimierende Geometrie so abstrahiert, dass sie mathematisch handhabbar wird, jedoch die grundlegende Charakteristik erhalten bleibt. Dies beinhaltet sowohl die Grundgeometrie als auch die Definition der Lagerbedingungen und der wirkenden Kräfte, Momente oder Verschiebungen. Auch kann hier bereits ein erster Startentwurf aus Materialbelegung und Geometrieabmessungen definiert werden. Des Weiteren können etwaige lokale oder globale Materialrestriktionen bestimmt werden, welche einzelne Materialien oder Materialkombinationen in bestimmten Bereichen oder im gesamten Profil ausschließen. Die kann notwendig werden, wenn eine angrenzende Struktur oder z.B. eine korrosive Umgebung dies verlangen. Als letztes müssen das Optimierungsziel (z.B. Bauteilmasse) und die Randbedingungen der Optimierung festgelegt werden. Mit Hilfe von umfangreichen analytischen Ansätzen aus der technischen Mechanik wird das Bauteil berechnet und anschließend optimiert. Dazu wird das vereinfachte Profil in Einzelflächen zerlegt, deren Eigenschaften mit Hilfe der klassischen Laminattheorie bestimmt, durch Kombination der Einzelplatten die Profileigenschaften erzeugt und anhand der angreifenden Lasten eine eventuelle Schädigung bis in die Einzellaminatlage festgestellt. Durch die formelbasierte Berechnung kann die anschließende Optimierung mit wenig zeitintensiven Aufwand betrieben werden. Die ermöglicht eine große Anzahl an Berechnungen in kurzer Zeit und damit auch eine größere Anzahl an Parametern im Profil die optimiert werden können. Abbildung 7-1 zeigt die Vielfältigkeit des universellen Ansatzes, über darstellbare Geometrien, Flächendefinitionen, Lagerbedingungen, Materialien und angreifende Lasten, ohne eine Änderung in der Programmierung.

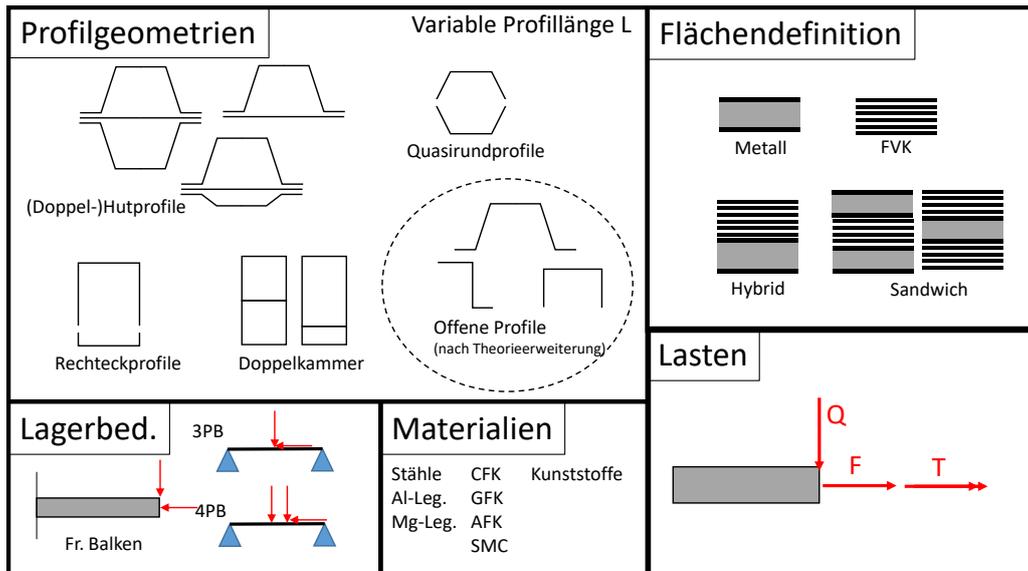


Abbildung 7-1: Möglicher Input für die Bauteilberechnung

Mit diesem Vorgehen lassen sich parameterabhängig Übergangsbereiche von unterschiedlichen Versagensarten berechnen und darstellen. Damit ist es möglich, die Parameter so zu wählen, dass der Bauteilentwurf ein gewünschtes Versagen erfährt. Bei einer optimalen Auslegung fallen meistens zwei Versagensmodi bzw. ein Versagensmode und eine Systemgrenze aufeinander. Beim Vergleich von experimentell ermittelten und analytisch nachgerechneten Bauteilkennwerten zeigt sich, dass sich mit Hilfe des beschriebenen Berechnungsablaufs Strukturen in einer frühen Phase der Entwicklung genügend genau berechnen lassen. Durch diesen optimierten Bauteilentwurf lassen sich Entwicklungszeit und -kosten einsparen und gleichzeitig schnell auf geänderte Anforderungen reagieren.

Angewandt wird die Auslegungsmethode anhand eines neuentwickelten BEV-Fahrzeugschwellers. Dieser wird auf Basis des auslegungsrelevanten seitlichen Pfahlaufpralls hinsichtlich Gewicht optimiert. Die Referenzstruktur stammt aus der Vorgängergeneration des Fahrzeugs und bildet ein geschlossenes Hutprofil aus höchstfesten, warmumgeformten Stahl. Die neue Struktur hat hinsichtlich Steifigkeit und Festigkeit deutlich höhere Anforderungen. Daneben soll eine eventuell korrosive Umgebung berücksichtigt werden. In einem optimierten Schwellerkonzept aus Stahl können die gestiegenen Anforderungen mit +27% an Mehrgewicht dargestellt werden. Gleichzeitig steigt die Festigkeit des Profils um +51,9%. In einem zweiten Konzept wird ein möglicher Hybridaufbau untersucht. Mit einer Kombination aus einem Stahlgrundkörper und CFK-Verstärkungen kann das Gewicht um -33,3% gegenüber der Referenzstruktur reduziert werden.

Zum Schluss werden aus den durchgeführten Untersuchungen qualitative Konstruktionsrichtlinien abgeleitet, um Konstrukteuren auch ohne Anwendung der Berechnungsmethodik eine Hilfestellung hinsichtlich der Gestaltung von hybriden Profilen zu geben.

Anhand des Vergleichs von Experiment und Analytischen Ergebnissen und durch die Optimierung des Fahrzeugschwellers lassen sich die Vorteile des, in dieser Arbeit

beschriebenen Berechnungs- und Optimierungsansatzes verdeutlichen. Die berechneten Ergebnisse sind im Rahmen der relevanten Systemgrenzen für die frühe Entwicklung genügend genau, um ein Bauteil in seinen Eigenschaften zu beschreiben und zu optimieren. Durch den modularen Berechnungsablauf lassen sich eine Vielzahl von Randbedingungen, wie Bauraum, Fertigungs- und Verbindungsaspekte, Materialrestriktionen, usw. abbilden. Der formelbasierte Ansatz ermöglicht eine sehr schnelle Berechnung eines Bauteilentwurfs, wodurch sich eine deutlich größere Anzahl an Parameterkombinationen in kurzer Zeit gegenüber FEM-Simulationen, berechnen und optimieren lässt. Ein weiterer Vorteil besteht in der Anwendung in der Praxis. Da kein aufwändiges FE-Modell aufgebaut und vernetzt werden muss, um gute Ergebnisse zu erhalten, können auch Konzeptentwickler und -konstrukteure damit arbeiten und so früh im Entwicklungsprozess unkompliziert optimierte Bauteilentwürfe generieren. Damit leistet diese Arbeit ihren Beitrag zur aktuellen Forschung.

## 7.2. Erreichte Ziele dieser Arbeit

Zusammenfassend soll hier auf die Erreichung der in Kapitel 2.2.1 definierten Ziele eingegangen werden.

Ziel 1:	Definition eines analytischen, d.h. gleichungsbasierten Berechnungsansatzes, welcher es ermöglicht, von realen Bauteilen abgeleitete Geometrien hinsichtlich Steifigkeit, statischer Festigkeit und Stabilität zu berechnen und gleichzeitig Aussagen zum Bauteilgewicht und den Bauteilkosten ermöglicht. → Methode zur schnellen Kosten-Gewicht Abschätzung neuer Strukturen
---------	--

Dieses erste Ziel konnte mit Hilfe der in Kapitel 3.1 und 3.2 zusammengetragenen Grundlagen erreicht werden. Darauf aufbauend wurde der in Abbildung 5-6 dargestellte, universelle Berechnungsablauf definiert. Durch den analytischen Ansatz kann eine Struktur in kürzester Zeit berechnet werden und Aussagen zu allen geforderten Eigenschaften getroffen werden.

Ziel 2:	Der gleichungsbasierte Ansatz soll durch Parametrisierung der Eingangsparameter an eine Vielzahl von Prinzipgeometrien angepasst werden können, wobei grundsätzlich sämtliche fahrzeugbautypische Materialien, wie Metalle, Kunststoffe und Composite, berücksichtigt werden sollen.
---------	--

Das 2. Ziel konnte in der Arbeit erreicht werden. Durch die Parametrisierung eines Doppelhutprofils mit Mittelsteg können eine große Bandbreite an Bauteilgeometrien, wie Rechteckprofile, (Doppel-)Hutprofile, Doppelkammerprofile und Quasirundprofile dargestellt und berechnet werden (vgl. Abbildung 5-4). Durch die Zerlegung des Profilquerschnitts in Einzelplatten, welche jede für sich aus einem Laminat bestehen, ist es möglich sowohl metallische Schichten als auch Kunststoffe oder Faserwerkstoffe mit einzubeziehen. Durch Integration von Festigkeitskriterien in das Auslegungstool, sowohl für FVK als auch für Metalle, können diese auch hinsichtlich Versagen berechnet werden.

Ziel 3:	Es soll möglich sein, Umgebungsbedingungen wie Temperatur oder eine korrosive Umgebung, sowie Fügeverfahren bei der Kombination von Materialien zu berücksichtigen und ggf. ungünstige Materialpaarungen auszuschließen.
---------	--

Mit der Integration von Kapitel 5.1.4 in den Berechnungs-Workflow, konnten Materialrestriktionen in den Auslegungsprozess mit eingebracht werden. So werden bei gewählten Temperatureinfluss, in den Platten benachbarte Lagen hinsichtlich ihrer unterschiedlichen Wärmeausdehnung verglichen. Sollte die angenommene Klebetrennschicht zwischen beiden Materialien die auftretenden Schubspannungen durch die unterschiedliche Wärmedehnung nicht aufnehmen können, so wird die Materialpaarung als nicht geeignet gekennzeichnet. Bei korrosiver Umgebung werden die kombinierten Materialien hinsichtlich ihres elektrochemischen Spannungspotentials bewertet und ggf. als ungünstige Kombination markiert. Sämtliche dargestellten Materialarten wurden bzgl. geeigneter Fügeverfahren bewertet und können so auf ihre Eignung hin geprüft werden.

Ziel 4:	Nachweis über die Anwendbarkeit der analytischen Berechnung in der frühen Phase der Fahrzeugentwicklung, d.h. dass eine ausreichende Genauigkeit entsprechend des phasentyischen Detaillierungsgrades erreicht wird.
---------	--

Dieser Nachweis wird in Kapitel 5.2 erbracht. Die in Tabelle 5-1 dargestellten Gegenüberstellung von theoretischer Vorhersage und experimentell ermittelten Werten zeigt bei der Steifigkeitsberechnung eine gute Übereinstimmung im Bereich von  $\pm 20\%$ . Bei der Bestimmung der Bauteilfestigkeit ist die analytische Auslegung konservativer als die Experimente zeigen. Dies ist gerade in der frühen Phase der Entwicklung, in der häufig Unsicherheiten herrschen, ein gutes Ergebnis.

Ziel 5:	Möglichkeit der Optimierung von Bauteilgeometrie und der Materialbelegung innerhalb des Bauteils.
---------	---

Durch das vollparametrische Profilbauteil ist es möglich jeden Parameter im Bauteil zu verändern, die Auswirkung auf die Eigenschaften des Gesamtbauteils zu ermitteln und zu optimieren. Des Weiteren ist die Materialbelegung einer jeden Lage in jeder Einzelplatte variabel gestaltet, so dass in der Optimierung das optimale Material an der optimalen Stelle gefunden werden kann.

Ziel 6:	Definition eines ganzheitlichen Berechnungsablaufs, mit welchem Konstrukteure und Konzeptausleger Bauteile einer Fahrzeugkarosserie hinsichtlich deren Anforderungen optimieren können.
---------	---

Dieses Ziel wurde in Kapitel 5.1 bearbeitet. Ausgehend von der Problemstellung, den Anforderungen und Zielen der Bauteilauslegung, werden die Randbedingungen festgelegt, die Struktur berechnet und optimiert. Der fertigoptimierte Bauteilentwurf muss im Anschluss vom Konstrukteur auf das reale Bauteil überführt werden. Was nicht geschehen ist, aber mit den entsprechenden Kenntnissen möglich, ist den Berechnungs- und Optimierungsablauf in ein abgeschlossenen Tool zu integrieren, in dem sowohl Input als auch Output bereitgestellt wird. Auch wurde bisher keine benutzerfreundliche Bedienoberfläche geschaffen. Bis zu einem gewissen Grad wurden Konzepte für ein Tool erstellt, aus Zeitmangel allerdings nicht umgesetzt.

Ziel 7:	Ausarbeitung von einfachen Konstruktions- und Gestaltungsprinzipien in Hinblick auf hybride Bauteilkonzepte und eine Bewertung dieser hinsichtlich ihrer Wirksamkeit auf auslegungsrelevante Kriterien.
---------	---

In Kapitel 6.2 sind Gestaltungs- und Konstruktionsrichtlinien abgeleitet, welche sich aus den Ergebnissen dieser Arbeit ergaben. Die Erwartungen zu Beginn dieser Arbeit waren aber deutlich mehr und einfacher, allgemeingültige Prinzipien zu identifizieren und zu beschreiben.

### 7.3. Darstellung der Innovation

In diesem Abschnitt sollen abschließend die Innovationen dieser Arbeit zusammenfassend dargestellt werden, welche einen Beitrag zur aktuellen Forschung leisten.

Wie Abbildung 7-2 zeigt, wird im aktuellen Stand der Forschung bei der Bauteilberechnung in der frühen Phase der Entwicklung fast ausschließlich **geschlossene Ansätze** verwendet. Diese sind ermittelte Formeln, welche ein genau definiertes Bauteil in Form, Last, Material und Querschnitt beschreiben. Für jede neue Anwendung ist es notwendig, ein neues Berechnungsmodell zu entwickeln. Der Beitrag dieser Arbeit ist, diese geschlossenen Ansätze auf einen **offenen, universellen Ansatz** zu erweitern. Dieser offene Ansatz bildet ein großes Querschnitts- und Materialspektrum innerhalb einer Bauteiloptimierung ab, ohne Anpassungen die Berechnung anpassen zu müssen. Die umfangreiche Parametrisierung eines Berechnungsmodells und der Auswahl einer Doppelhutprofils als Grundprofil, ermöglicht es, ohne Änderung in der Programmierung, ein sehr breites Anwendungsspektrum an Problemen zu berechnen. Der hier vorgestellte Ansatz ist somit weitgehend unabhängig von der Querschnittsgeometrie, den verwendeten Materialien und Lastfällen. Darüber hinaus ermöglicht die Annahme, dass die einzelnen Flächen des Bauteils aus Laminaten bestehen, die Kombination von isotropen und anisotropen Materialien. Der in dieser Arbeit gezeigt Entwicklungsablauf kombiniert die Vorteile aus den Auslegungsphilosophien in der frühen Phase. Zum einen die Materialauswahl über Gütekennzahlen und Schätzformeln, welche die Vorteile haben, dass sie **schnell** anzuwenden, **einfach im Aufbau** und auch von **Nicht-Fachleuten** verständlich anwendbar sind. Zum anderen die Berechnung über die FEM, welche gut **parametrisierbar** ist, **Laminataufbauten**, wie FVK oder Hybridmaterialien darstellen kann und **Bauteilversagen** berechnen und darstellen kann.

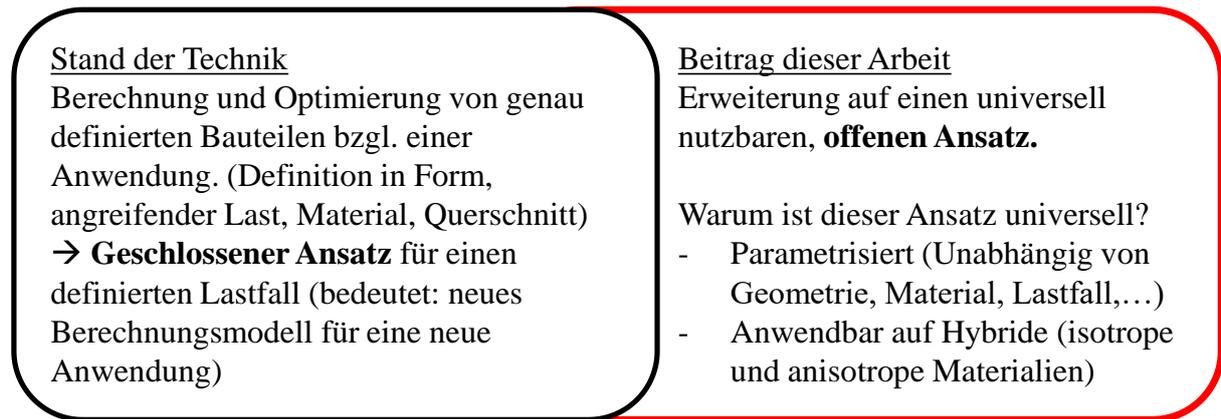


Abbildung 7-2: Erweiterung des Stand der Technik auf einen offenen Ansatz zur Bauteiloptimierung

Die hier erarbeiteten **Materialrestriktionstabellen** ermöglichen die Berücksichtigung von Umgebungsbedingungen, wie Temperaturunterschiede und korrosive Einflüsse, aber auch Fügetechniken in der Strukturauslegung. Diese umfangreiche Betrachtung wurde bisher noch nicht in einem Bauteilberechnungs- und Optimierungsablauf integriert.

Das vorgestellte Verfahren ermöglicht die Erstellung von **Versagenslandkarten** für einen Anwendungsfall. Das bedeutet, dass neben der Optimierung eines Bauteils, eine Schandkarte erstellt wird, in der ersichtlich ist, für welche Parameterkombinationen, welche Schädigungen im Bauteil zuerst auftreten. Dies ermöglicht im Anschluss das Bauteil hinsichtlich eines gewünschten Versagens hin zu entwickeln.

Zusammenfassend lässt sich der aktuelle Forschungsstand mit dieser Arbeit dadurch erweitern, als dass ein universeller, offener Ansatz der Bauteilberechnung in Verbindung mit hybriden Materialien, der Zerlegung eines Profils in Einzellaminatplatten, unter Berücksichtigung von Materialrestriktionen entwickelt wurde, der auch zur Erstellung von Schadenlandkarten genutzt werden kann.

## 7.4. Ausblick

Für zukünftige Anwendungen können einzelne Module der Berechnungsmethodik weiter verfeinert, ersetzt oder ergänzt werden. So könnte die Fertigungstechnik einen Einfluss auf die Bauteilgestaltung und -eigenschaften haben. Dazu müssten empirische Kennwerte diesbezüglich ermittelt werden. Auch können hinsichtlich Festigkeit oder Stabilität komplexere Theorien herangezogen und integriert werden, sollte dies erforderlich sein. Eine weitere, sinnvolle Erweiterung, ist die Bilanzierung hinsichtlich CO<sub>2</sub>-Ausstoß in der Bauteilherstellung und anteilig während des Fahrzeuglebenszyklus. Dies wird angesichts der Klimadiskussionen immer mehr an Bedeutung im Entwicklungsprozess gewinnen. Die Erweiterung des Berechnungsablaufs auf offene Profile ermöglicht ein größeres Anwendungsgebiet auch außerhalb des Automobilbaus. Dazu müssen entsprechende Abschnitte im Berechnungsablauf

zusätzlich programmiert werden. Wünschenswert wäre auch die Integration dieses Entwicklungsablaufs in ein abgeschlossenes Auslegungs-Tool. Aus Zeitmangel und weil die entsprechenden Kenntnisse nicht vorhanden waren, konnte dieser Punkt nicht umgesetzt werden.

## Literaturverzeichnis

- [1] Masson-Delmotte, V.: Global Warming of 1.5 °C. An IPCC Special Report on the impacts of global warming of 1.5°C above pre-industrial levels and related global greenhouse gas emission pathways, in the context of strengthening the global response to the threat of climate change, sustainable development, and efforts to eradicate poverty, Genf 2018
- [2] UNFCCC: Historic Paris Agreement on Climate Change. 195 Nations Set Path to Keep Temperature Rise Well Below 2 Degrees Celsius. Pressemitteilung vom 12.12.2015. Paris 2015. <https://cop23.unfccc.int/news/finale-cop21> [Zugriff am 24.08.2020]
- [3] Europäische Kommission: EU-Mitgliedstaaten beschließen neue CO<sub>2</sub>-Grenzwerte für Autos. Pressemitteilung vom 15.04.2019. Luxemburg 2019. [https://ec.europa.eu/germany/news/20190415-co2-grenzwerte\\_de](https://ec.europa.eu/germany/news/20190415-co2-grenzwerte_de) [Zugriff am 23.08.2020]
- [4] Deutschland: Klimaschutz in Zahlen. Fakten, Trends und Impulse deutscher Klimapolitik, Berlin 2018. <https://www.bmu.de/publikation/klimaschutz-in-zahlen-2018/>
- [5] Ehni, E.: ARD-DeutschlandTrend. 2019. <https://www.tagesschau.de/inland/deutschlandtrend/index.html>, abgerufen am: 30.05.2019
- [6] Frenzel, I., Jarass, J., Trommer, S. u. Lenz, B.: Erstnutzer von Elektrofahrzeugen in Deutschland. Nutzerprofile, Anschaffung, Fahrzeugnutzung. Deutsches Zentrum für Luft und Raumfahrt e.V. Institut für Verkehrsforschung. Berlin 2015
- [7] Europäisches Parlament und Rat: VERORDNUNG (EG) Nr. 443/2009: Festsetzung von Emissionsnormen für neue Personenkraftwagen im Rahmen des Gesamtkonzepts der Gemeinschaft zur Verringerung der CO<sub>2</sub>-Emissionen von Personenkraftwagen und leichten Nutzfahrzeugen. 443/2009. 2009
- [8] Europäisches Parlament und Rat: VERORDNUNG (EU) Nr. 510/2011: Festsetzung von Emissionsnormen für neue leichte Nutzfahrzeuge im Rahmen des Gesamtkonzepts der Union zur Verringerung der CO<sub>2</sub>-Emissionen von Personenkraftwagen und leichten Nutzfahrzeugen. 510/2011. 2011
- [9] Schek, F.: Hybrider Leichtbau und E-Mobilität in modernen Fahrzeugarchitekturen. VDI Leichtbaukongress. Leipzig 2017
- [10] Bratzel, S.: Elektromobilität im internationalen Vergleich. Absatz von Elektrofahrzeugen im Gesamtjahr 2016. Bergisch Gladbach 2017
- [11] e-mobil BW GmbH: Strukturstudie BWe mobil 2015. Elektromobilität in Baden-Württemberg. Stuttgart 2015
- [12] Gude, M., Just, G., Kaufhold, J., Müller, M., Stegelmann, M., Meschut, G., Gerkens, M., Zäh, M. F., Hofmann, D., Greitemann, J., Kamps, T., Stock, J., Lieberwirth, H. u. Krampitz, T.: Chancen und Herausforderungen im ressourceneffizienten Leichtbau für

- die Elektromobilität. Forelstudie. Dresden: Institut für Leichtbau und Kunststofftechnik (ILK) Technische Universität Dresden 2015
- [13] 2018 Deloitte Global Automotive Consumer Study. Modul 2: Advanced Technology Update & Customer Experience. Primary Insights: Germany, Deloitte, 2018
- [14] Knupfer, S., Hensley, R., Hertzke, P. u. Schaufuss, P.: Electrifying insights: How automakers can drive electrified vehicle sales and profitability, 2017.  
[https://www.mckinsey.de/files/161223\\_mckinsey\\_e-vehicles.pdf](https://www.mckinsey.de/files/161223_mckinsey_e-vehicles.pdf), abgerufen am: 24.06.2017
- [15] Friedrich, H. E. (Hrsg.): Leichtbau in der Fahrzeugtechnik. ATZ / MTZ-Fachbuch. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden 2013
- [16] Redelbach, M., Klötzke, M. u. Friedrich, H. E.: Impact of lightweight design on energy consumption and cost effectiveness of alternative powertrain concepts. European Electric Vehicle Congress 2012. 19.-22.11.2012. Brüssel 2012
- [17] Grabner, J. u. Nothhaft, R.: Konstruieren von Pkw-Karosserien. Grundlagen Elemente und Baugruppen Vorschriftenübersicht Beispiele mit CATIA V4 und V5. VDI. Berlin [u.a.]: Springer 2006
- [18] Lindemann, U.: Methodische Entwicklung technischer Produkte. Methoden flexibel und situationsgerecht anwenden. VDI-Buch. Berlin, Heidelberg: Springer 2009
- [19] Müller, U.: Karosseriebau. Vorlesungsskript. Hochschule für angewandte Wissenschaften Würzburg-Schweinfurt, Fakultät Maschinenbau. Schweinfurt Sommersemester 2013
- [20] Kellner, P.: Zur systematischen Bewertung integrativer Leichtbau-Strukturkonzepte für biegebelastete Crashträger. Zugl.: Dresden, Techn. Univ., Diss., 2013. Göttingen: Cuvillier 2013
- [21] Wallentowitz, H., Freialdenhoven, A. u. Olschewski, I.: Strategien in der Automobilindustrie. Technologietrends und Marktentwicklungen. Kraftfahrzeugtechnik. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2009
- [22] Pippert, H.: Karosserietechnik. Personenwagen, Lastkraftwagen, Omnibusse ; Leichtbau, Werkstoffe, Fertigungstechniken, Konstruktion und Berechnung. Vogel-Fachbuch. Würzburg: Vogel 1998
- [23] Braess, H.: Die Karosserie - typisches Beispiel für Zielkonflikte und Zielkonfliktlösungen für Automobile. VDI-Bericht 968. Düsseldorf 1992
- [24] Durst, K. G.: Beitrag zur systematischen Bewertung der Eignung anisotroper Faserverbundwerkstoffe im Fahrzeugbau, Cuvillier Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 2008. Göttingen 2008
- [25] Braunsperger, M.: Die Karosserie des neuen BMW 3ers - Innovation Stahlleichtbau. Tag der Karosserie. Aachen 2005
- [26] Pfestorf, M. u. Rensburg, v. J. (Hrsg.): Functional Properties of High Strength Steel in the Body in White. 2006
- [27] Kohnhauser, V. u. Pollhamer, M.: Entwicklungsqualität. München: Hanser, Carl 2013
- [28] Volz, K., Dirschmid, F. u. Duddeck, F.: Optimierung der Crasheigenschaften von Rohkarosserien in der frühen Phase der Produktentwicklung. Konferenz Paper bei

- der VDI Conference on Numerical Analysis and Simulation in Vehicle Engineering. Würzburg. Januar 2006.
- [29] Braess, H. u. Seiffert, U. (Hrsg.): Vieweg Handbuch Fahrzeugtechnik. Wiesbaden: Vieweg + Teubner 2011
- [30] Brown, J. C., Robertson, A. J. u. Serpento, S. T.: Motor vehicle structures. Concepts and fundamentals. Oxford, Boston: Butterworth-Heinemann 2002
- [31] BMW Group: Betriebsfestigkeit bei der BMW Group. Sicher auf allen Straßen der Welt. München 2007
- [32] Seiffert, U. u. Rainer, G.: Virtuelle Produktentstehung für Fahrzeug und Antrieb im Kfz. Wiesbaden: Vieweg+Teubner 2008
- [33] Pawlowski, J.: Vehicle Body Engineering. London: Business Books Ltd 1969
- [34] Der vollelektrische ID.4 GTX mit Dualmotor Allradantrieb., Volkswagen AG, Wolfsburg 2021
- [35] Tschöke, H., Gutzmer, P. u. Pfund, T.: Elektrifizierung des Antriebsstrangs. Grundlagen - Vom Mikro-Hybrid Zum Vollelektrischen Antrieb. ATZ/MTZ-Fachbuch Ser. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin / Heidelberg 2019
- [36] Münster, M., Schäffer, M., Sturm, R. u. Friedrich, H. E.: Methodological development from vehicle concept to modular body structure for the DLR NGC-Urban Modular Vehicle. In: Bargende, M., Reuss, H.-C. u. Wiedemann, J. (Hrsg.): 16. Internationales Stuttgarter Symposium. Proceedings. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden 2016, S. 581–595
- [37] Floeck, S.: Der Wandel der Karosseriestruktur vom ICE zum BEV Antrieb. BMW AG. Aachener Karosserie Tage 2018. 18. und 19.08.2018. Aachen 2018
- [38] Gaetano, G. de, Mundo, D., Maletta, C., Kroiss, M. u. Cremers, L.: Multi-objective optimization of a vehicle body by combining gradient-based methods and vehicle concept modelling. Case Studies in Mechanical Systems and Signal Processing 1 (2015), S. 1–7
- [39] Trautwein, T., Henn, S. u. Rother, K.: Weight Spiral. Adjusting Lever in Vehicle Engineering. ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift (2011) 5, 390–395. Springer Berlin Heidelberg
- [40] Vetter, P.: Leichtbau fällt nicht schwer ins Gewicht. Welt am Sonntag (2017) 49, 36. Springer Berlin
- [41] Köth, C.-P.: Leichtbau lohnt sich sehr wohl. Automobil Industrie (2018) 6, 22–25. Vogel Verlag
- [42] Günnel, T.: "Was bringt Leichtbau beim Elektrofahrzeug?" : Startschuss für den Leichtbaugipfel 2017. Automobil Industrie (2017), Vogel Verlag
- [43] Henning, F. u. Moeller, E. (Hrsg.): Handbuch Leichtbau. Methoden, Werkstoffe, Fertigung. München: Hanser, Carl 2019
- [44] Schöpf, H. (Hrsg.): Kriterien zukünftiger Kraftfahrzeuge. Daimler AG Vorlesungsskript. Leichtbau in der Fahrzeugtechnik. Stuttgart 2005
- [45] Stauber, R., Konorsa, R. u. Thomer, K. W.: Materialien der Karosserie. In: Braess, H. u. Seiffert, U. (Hrsg.): Vieweg Handbuch Fahrzeugtechnik. Wiesbaden: Vieweg + Teubner 2011, S. 415–434

- [46] Kalpakjian, S., Schmid, S. R. u. Werner, E.: Werkstofftechnik. München: Pearson Studium 2011
- [47] Pfestdorf, M. u. Rensburg, v. J.: Functional Properties of High Strength Steel in the Body in White. American Iron and Steel Institute: Great Design in Steel Seminar 2006. Arlington, Virginia, USA 2006
- [48] Ostermann, F.: Anwendungstechnologie Aluminium. VDI-Buch. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007
- [49] Magnesiumlegierung AZ31B. Werkstoffdatenblatt, ThyssenKrupp Materials Schweiz AG, Wil 2013
- [50] Königsreuther, P.: Thermoplastmatrix erweitert CFK-Spielräume. Leichtbau im Automobilbau, 2014. <http://www.maschinenmarkt.vogel.de/thermoplastmatrix-erweitert-cfk-spielraeume-a-458886/>, abgerufen am: 14.01.2020
- [51] Schürmann, H.: Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden. VDI-Buch. Berlin [u.a.]: Springer 2007
- [52] Rösler, J., Harders, H. u. Bäker, M.: Mechanisches Verhalten der Werkstoffe. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden 2016
- [53] Flemming, M. u. Roth, S.: Faserverbundbauweisen. Eigenschaften. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag 2003
- [54] Klein, B.: Leichtbau-Konstruktion. Berechnungsgrundlagen und Gestaltung. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2009
- [55] Conen, H.: Gestalten und Dimensionieren von Leichtbaustrukturen. In: Kohlenstoff- und aramidverstärkte Kunststoffe, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1977
- [56] Kaiser, R.: Ein Vorgehensmodell zur systematischen Werkstoffauswahl in der frühen Phase der Entwicklung von Fahrzeugstrukturbauteilen. Universität des Saarlandes. Dissertation. 2017
- [57] Revfi, S., Kaspar, J., Vielhaber, M. u. Albers, A.: Function-based material selection for cross-component lightweight design within the extended target weighting approach. Konferenz Paper bei der International Conference on Engineering Design, ICED19. Delft, NL. 5-8. August 2019
- [58] Wiedemann, J.: Technik, Probleme und Bewertung der Hybridbauweisen. Verbundwerkstoffe und Werkstoffverbunde (1982), VDI Verlag, Düsseldorf
- [59] Tousein-Abdelwahed, M.: Untersuchung zur Faserlaminat + Stahl-Hybridbauweise für leichte Biege- und Torsionsträger. TU Berlin. Dissertation. 1984
- [60] Völzke, H.: Zum Tragverhalten von zylindrischen Druckbehältern in Faserverbund + Metall-Hybridbauweise (1988), ILR-Mitteilung. Institut für Luft- und Raumfahrt der Technischen Universität Berlin
- [61] Ashby, M. F.: Materials Selection in Mechanical Design. Oxford: Butterworth-Heinemann 2005
- [62] Ashby, M. F. u. Bréchet, Y. J. M.: Designing hybrid materials. Acta Materialia 51 (2003), 5801–5821. Elsevier. Amsterdam
- [63] Schindler, V. (Hrsg.): Forschung für das Auto von Morgen. Aus Tradition entsteht Zukunft. Berlin u.a.: Springer 2008

- [64] Programm for establishing long-time flight service performance of composite materials in the center wing structure of C-130 aircraft, Harvill, W. E., Duhig, J. J. u. Spencer, B. R., NASA Technical Report CR112272. United States, 1973
- [65] Vermeeren, C. A. J. R.: An Historic Overview of the Development of Fibre Metal Laminates. *Applied Composite Materials* (2003) 10, 189–205. Berlin: Springer
- [66] Sinmazcelik, T., Avcu, E., Bora, M. Ö. u. Coban, O.: A review: Fibre metal laminates, background, bonding types and applied test methods. *Materials & Design* 32 (2011), 3671–3685. Amsterdam: Elsevier
- [67] Mair, G. u. Wiedemann, J.: Hybridbauweisen - Beitrag zu den Möglichkeiten der Gewichtsreduzierung von metallischen Scheibentragwerken durch unidirektionale Faser-Verstärkung (1991) 254, ILR-Mitteilung. TU Berlin
- [68] Tsai, S. W.: Theory of composites design. Dayton, Ohio [u.a.]: Think Composites 1992
- [69] Arndt, S.: Thermische Verformung von unsymmetrischen Mehrschichtverbundwerkstoffen. RWTH Aachen: Dissertation. VDI-Bereich: Reihe 2, Nr. 500. Düsseldorf: VDI-Verlag 1999
- [70] Dlugosch, M., Lukaszewicz, D., Fritsch, J. u. Hiermaier, S.: Mechanical Characterization of Hybrid Material Systems Consisting of Sheet Metal and Advanced Composites. In: 20th International Conference on Composite. 19-24. Juli 2015. Copenhagen
- [71] Bambach, M. R. u. Elchalakani, M.: Plastic mechanism analysis of steel SHS strengthened with CFRP under large axial deformation. *Thin-Walled Structures* 45 (2007), 159–170. Amsterdam: Elsevier
- [72] Bambach, M. R.: Axial capacity and crushing of thin-walled metal, fibre-epoxy and composite metal-fibre tubes. *Thin-Walled Structures* 48 (2010) 6, 440–452. Amsterdam: Elsevier
- [73] Bambach, M. R.: Axial capacity and crushing behavior of metal-fiber square tubes – Steel, stainless steel and aluminum with CFRP. *Composites Part B: Engineering* 41 (2010) 7, 550–559. Amsterdam: Elsevier
- [74] Bambach, M. R., Jama, H. H. u. Elchalakani, M.: Static and dynamic axial crushing of spot-welded thin-walled composite steel-CFRP square tubes. *International Journal of Impact Engineering* 36 (2009), 1083–1094. Amsterdam: Elsevier
- [75] Bambach, M. R., Elchalakani, M. u. Zhao, X. L.: Composite steel-CFRP SHS tubes under axial impact. *Composite Structures* 87 (2009) 3, 282–292. Amsterdam: Elsevier
- [76] Shin, K. C., Lee, J. J., Kim, K. H., Song, M. C. u. Huh, J. S.: Axial crush and bending collapse of an aluminum/GFRP hybrid square tube and its energy absorption capability. *Composite Structures* 57 (2002) 1-4, 279–287. Amsterdam: Elsevier
- [77] Kim, H. C., Shin, D. K., Lee, J. J. u. Kwon, J. B.: Crashworthiness of aluminum/CFRP square hollow section beam under axial impact loading for crash box application. *Composite Structures* 112 (2014), 1–10. Amsterdam: Elsevier
- [78] Kim, H. C., Shin, D. K. u. Lee, J. J.: Characteristics of aluminum/CFRP short square hollow section beam under transverse quasi-static loading. *Composites Part B: Engineering* 51 (2013), 345–358. Amsterdam: Elsevier

- [79] Jung, D.-W., Kim, H.-J. u. Choi, N.-S.: Aluminum–GFRP hybrid square tube beam reinforced by a thin composite skin layer. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 40 (2009) 10, 1558–1565. Amsterdam: Elsevier
- [80] Kim, P.: A Comparative Study of the Mechanical Performance and Cost of Metal, FRP, and Hybrid Beams. *Applied Composite Materials* 5 (1998) 3, 175–187. Berlin: Springer
- [81] Ben, G.: Impact properties of CFRP/Al Hybrid Beam for absorbing impact energy in side collision of automobiles. 16th International Conference on Composite Materials. Kyoto 2007
- [82] Aoki, Y., Ben, G. u. Iizuka, Y.: Development and impact behaviors of AL door guarder beam reinforced with CFRP for side collision of automobiles. *Key Engineering Materials* (2007) 334 - 335, S. 197–200
- [83] Shin, D. K., Kim, H. C. u. Lee, J. J.: Numerical analysis of the damage behavior of an aluminum/CFRP hybrid beam under three point bending. *Composites Part B: Engineering* 56 (2014), 397–407. Amsterdam: Elsevier
- [84] Song, H., Wan, Z. u. Du, X.: Axial impact behavior and energy absorption efficiency of composite wrapped metal tubes. *International Journal of Impact Engineering* 24 (2000) 4, 385–401. Amsterdam: Elsevier
- [85] Lima, R. M., Ismarrubie, Z. N., Zainudin, E. S. u. Tang, S. H.: Axial Behavior of Steel tube wrapped by Composite as Energy Absorber under Compressive Load. *IEEE Symposium on Business, Engineering and Industrials Applications*. Langkawi 2011
- [86] Prechtel, G., Schröder, K.-U. u. Schagerl, M.: Lightweight potential and structural optimization of components made of Steel-FRP-Hybrid. Braunschweig 2014
- [87] Triantafillou, T., Kim, P. u. Meier, U.: Optimization of hybrid aluminum/cfrp box beams. *International Journal of Mechanical Sciences* 33 (1991) 9, 729–739. Amsterdam: Elsevier
- [88] Dlugosch, M., Spiegelhalter, B., Soot, T., Lukaszewicz, D., Fritsch, J. u. Hiermaier, S.: Potentials of Optical Damage Assessment Techniques in Automotive Crash-Concepts composed of FRP-Steel Hybrid Material Systems. In: 12th International Conference on Damage Assessment of Structures, 10.-12.7.2017, Kitakyushu
- [89] Tenhaeff, K. u. Drechsler, K.: Hybrid Structures of Metals and Fiber Reinforced Thermoplastics for Chassis Components. In: 17th European Conference on Composite, 26.-30.6.2016, München
- [90] Hummelsberger, D., Weidemann, A. K., Kärger, L. u. Henning, F.: Mechanism-based specific design improves the tensile behavior of hybrid material systems consisting of different sheet metals. In: International Conference on Automotive Composites, Lissabon, 21.-23.9.2016
- [91] Hofbauer, D., Miadowitz, T., Dix, M., Gustke, K., Kroll, L. u. Kaufmann, J.: Auslegung und Simulation von Faser-Kunststoff-Verbundprofilen mit hybriden Textil- und Kernstrukturen. In: 7. Landshuter Leichtbau Colloquium, Landshut 2015
- [92] Hofbauer, D., Gustke, K., Kaufmann, J., Götze, U. u. Schmidt, A.: Scoring concept for fibre reinforced composites used in mass production car bodies. In: 2nd International MERGE Technologies Conference. Chemnitz 2015

- [93] Pernicka, M., Wüst, B. u. Hirsch, A.: Weiterentwicklung bestehender Werke. Methode zur aufwandsarmen Integration materialflexibler Produktbauweisen in bestehende Produktionssysteme. ZWF - Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb (2016) 9, 510–514. München: Carl Hanser Verlag
- [94] Blessing, L. T. u. Chakrabarti, A.: DRM, a Design Research Methodology. London: Springer London 2009
- [95] Dlugosch, M., Fritsch, J., Lukaszewicz, D. u. Hiermaier, S.: Experimental investigation and evaluation of numerical modeling approaches for hybrid-FRP-steel sections under impact loading for the application in automotive crash-structures. Composite Structures 174 (2017), 338–347. Amsterdam: Elsevier
- [96] Verein Deutscher Ingenieure u. Gesellschaft Entwicklung, Konstruktion, Vertrieb: Methodik zum Entwickeln und Konstruieren technischer Systeme und Produkte. Systematic approach to the development and design of technical systems and products. VDI-Richtlinien, Bd. 2221. Düsseldorf: VDI-Verl. 1993
- [97] Mittelstedt, C. u. Becker, W.: Strukturmechanik ebener Laminate. Darmstadt: Studienbereich Mechanik, Technische Universität Darmstadt 2016
- [98] Hake, E. u. Meskouris, K.: Statik der Flächentragwerke. Einführung mit vielen durchgerechneten Beispielen. Springer-Lehrbuch. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007
- [99] Dubbel, H. u. Grote, K.-H. (Hrsg.): Taschenbuch für den Maschinenbau. Berlin [u.a.]: Springer Vieweg 2014
- [100] Jones, R. M.: Mechanics of Composite Materials. Philadelphia: Taylor & Francis, Inc. 1999
- [101] Entwicklung von Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbund. VDI-Richtlinien, 2014, Blatt 3. Düsseldorf: VDI-Verl. 1997
- [102] Richardson, D.: The Fundamental Principles of Composite Material Stiffness Predictions, University of the West of England Präsentation. Bristol 2012
- [103] Michaeli, W., Huybrechts, D. u. Wegener, M.: Dimensionieren mit Faserverbundkunststoffen: Einführung und praktische Hilfen. München, Wien: Carl Hanser Fachbuch 1994
- [104] Orifici, A., Herszberg, I. u. Thomson, R.: Review of methodologies for composite material modelling incorporating failure. Composite Structures 86 (2008) 1-3, 194–210. Amsterdam: Elsevier
- [105] Hashin, Z.: Failure criteria for unidirectional composites. Journal of Applied Mechanics 47 (1980), 329–334. New York: American Society of Mechanical Engineers
- [106] Hashin, Z. u. Rotem, A.: A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials. Journal of Composite Materials (1973) 7, 448–464. United States: Sage Publications
- [107] Cuntze, R.: Neue Bruchkriterien und Festigkeitsnachweise für unidirektionalen Faserkunststoffverbund unter mehrachsiger Beanspruchung. Modellbildung und Experimente : Abschlussbericht 1997. Fortschritt-Berichte VDI. Reihe 5, Grund- und Werkstoffe, Nr. 506. Düsseldorf: VDI Verlag 1997
- [108] Puck, A.: Ein Bruchkriterium gibt die Richtung an. Kunststoffe 82 (1992) 7, 607–610. München: Hanser-Verlag

- [109] Puck, A.: Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten. München: Carl-Hanser Verlag 1996
- [110] Puck, A. u. Schürmann, H.: Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. *Composites Science and Technology* 58 (2002) 7, 1633–1662. Amsterdam: Elsevier
- [111] Mayr, M.: Technische Mechanik. Statik, Kinematik - Kinetik - Schwingungen, Festigkeitslehre. München, Wien: Carl-Hanser Verlag 2007
- [112] Schröder, J. u. Wall, W. A.: Technische Mechanik. Band 2: Elastostatik. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag 2007
- [113] Wu, G., Wu, Z., Lou, Y., Sun, Y. u. Hu, X.: Mechanical Properties of Steel-FRP Composite Bar under Uniaxial and Cyclic Tensile Loads. *Mechanical Properties of Steel-FRP Composite Bar under Uniaxial and Cyclic Tensile Loads. Journal of Materials in Civil Engineering* 22 (2010) 10, 1056–1066. Reston, Virginia, USA: ASCE - American Society of Civil Engineers
- [114] Liedtke, B.: Faserverbundkunststoff / Metall-Hybridstrukturen im Pkw-Rohkarosseriebau. *Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Bd. 509*. Düsseldorf: VDI-Verlag 2002
- [115] Uriayer, F. A. J.: The new Steel-CFRP composite specimen (CFRP laminates sandwiched between two steel strips) and its behaviour under Uniaxial tension. *International Journal of Civil and Structural Engineering* 3 (2012) 1, 249–258. United States: IPA - Integrated Publishing Association
- [116] Yunyu, L., Yanlei, W. u. Jinping, O.: Mechanical Behavior of BFRP-Steel Composite Plate under Axial Tension. *Polymers* 6 (2014), 1862–1876. Basel: MDPI
- [117] Kassapoglou, C.: Design and analysis of composite structures with application to aerospace structures. Chichester: Wiley 2010
- [118] Buckling of Laminated Composite Plates and Shell Panels, Technical Report, Leissa, A. W., 1985. USA
- [119] Leissa, A. W.: A Review of Laminated Composite Plate Buckling. *Applied Mechanics Reviews* 40 (1987) 5, 575–591. New York, NY, USA: ASME - The American Society of Mechanical Engineers
- [120] Whitney, J. M.: Structural analysis of laminated anisotropic plates. Lancaster u.a.: Technomic Publ 1987
- [121] Daynes, S. u. Weaver, P.: Analysis of unsymmetric CFRP–metal hybrid laminates for use in adaptive structures. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 41 (2010) 11, 1712–1718. Amsterdam: Elsevier
- [122] Wiedemann, J.: Beitrag zum Problem orthotroper Platten ohne allgemeine Neutralebene. I. Elastische Symmetrieeigenschaften anisotroper Platten und ihr Einfluss auf die Besetzung der Elastizitätsmatrix der Platte. *Luftfahrttechnik Raumfahrttechnik* 8 (1962) 10, 283–289. München: Wissenschaftliche Gesellschaft für Luftfahrt und Arbeitsgemeinschaft Luftfahrttechnik
- [123] Wiedemann, J.: Beitrag zum Problem orthotroper Platten ohne allgemeine Neutralebene. II. Zur Bestimmung der Elastizitätskonstanten anisotroper Platten. *Luftfahrttechnik Raumfahrttechnik* 9 (1963) 3, 73–82. . München: Wissenschaftliche Gesellschaft für Luftfahrt und Arbeitsgemeinschaft Luftfahrttechnik

- [124] Wiedemann, J.: Beitrag zum Problem orthotroper Platten ohne allgemeine Neutralebene. III. Zum Beulproblem antimetrischer und exzentrischer orthotroper Rechteckplatten. *Luftfahrttechnik Raumfahrttechnik* 9 (1963) 4, 118–130. . München: Wissenschaftliche Gesellschaft für Luftfahrt und Arbeitsgemeinschaft Luftfahrttechnik
- [125] Becker, W.: Closed-form solution for the free-edge effect in cross-ply laminates. *Composite Structures* 26 (1993) 1-2, 39–45. Amsterdam: Elviesier
- [126] Mittelstedt, C. u. Becker, W.: Free-Edge Effects in Composite Laminates. *Applied Mechanics Reviews* 60 (2007) 5, 217-245. New York, NY, USA: ASME: The American Society of Mechanical Engineers
- [127] Wiedemann, J.: *Leichtbau. Elemente und Konstruktion. Klassiker der Technik.* Berlin, Heidelberg, New York: Springer 2007
- [128] Dutheil, J. u. Valbert, G.: Le voilement des plaques dans la période post-critique. *Construction Métallique* 1 (1976), 5–39. Paris: Centre technique industriel de la construction métallique
- [129] Li, S. u. Reid, S. R.: Relationship Between the Elastic Buckling of Square Tubes and Rectangular Plates. *Journal of Applied Mechanics* 57 (1990), 969–973. New York: American Society of Mechanical Engineers
- [130] Spura, C. (Hrsg.): *Einführung in die Balkentheorie nach Timoshenko und Euler-Bernoulli. Essentials.* Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden 2019
- [131] Merkel, M. u. Öchsner, A.: *Eindimensionale Finite Elemente. Ein Einstieg in die Methode.* Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010
- [132] Öchsner, A.: *Theorie der Balkenbiegung. Einführung und Modellierung der statischen Verformung und Beanspruchung. Essentials.* Wiesbaden: Springer Vieweg 2016
- [133] Hayes, M. D.: *Structural Analysis of a Pultruded Composite Beam: Shear Stiffness Determination and Strength and Fatigue Life Predictions.* Virginia Polytechnic Institute and State University. Dissertaion. Blacksburg 2003
- [134] Ghugal, Y. M. u. Shimpi, R. P.: A Review of Refined Shear Deformation Theories of Isotropic and Anisotropic Laminated Plates. *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 21 (2002) 9, S. 775–813
- [135] Kossira, H.: *Grundlagen des Leichtbaus. Einführung in die Theorie dünnwandiger stabförmiger Tragwerke.* Berlin, Heidelberg, New York, Barcelona, Budapest, Hongkong, London, Mailand, Paris, Santa Clara, Singapur, Tokio: Springer 1996
- [136] Kroker, A. M.: *Strukturmechanische Modellierung und Analyse des Tragverhaltens von dünnwandigen hochbelasteten Composite-Biege- und Querkraftträgern.* Dissertation, Bd. 28. Forschungsbericht der Technischen Universität Darmstadt 2013
- [137] Pronk, A. C.: *Theory of the Four Point Dynamic bending test.* Delft: Ministry of Transport, Public Works and Water Management, Directorate-General of Public Works and Water Management, Road and Hydraulic Engineering Division 1996
- [138] Rother, K.: *Leichtbau, Hochschule München Vorlesungsskript.* Hochschule München SS 2015
- [139] Schumacher, A.: *Optimierung mechanischer Strukturen. Grundlagen und industrielle Anwendungen.* Berlin, Heidelberg: Springer 2013

- [140] Harzheim, L.: *Strukturoptimierung. Grundlagen und Anwendungen*. Frankfurt am Main: Deutsch 2008
- [141] Bletzinger, K.-U., Firl, M. u. Daoud, F.: *Techniken der Formoptimierung*. Dynardo. 2. Weimarer Optimierungs- und Stochastiktag 2005. Weimar 2005
- [142] Marti, K. u. Gröger, D.: *Einführung in die lineare und nichtlineare Optimierung*. Physica-Lehrbuch. Heidelberg, New York: Physica-Verl. 2000
- [143] Baldick, R.: *Applied optimization. Formulation and algorithms for engineering systems*. Cambridge: Cambridge University Press 2006
- [144] Dynardo: *Schulungsunterlagen optiSLang*. Weimar 2014
- [145] ISKO Engineers: *Optimus V10.16: Programm-Dokumentation*. München 2018
- [146] Nocedal, J. u. Wright, S. J.: *Numerical optimization*. Springer series in operation research and financial engineering. New York, NY: Springer 2006
- [147] Schmitt, R. u. Pfeifer, T.: *Qualitätsmanagement. Strategien - Methoden - Techniken*. München: Hanser 2015
- [148] Jain, P. u. Agolino, M.: *Global Optimization using the multistart method*. *Journal of Mechanical Design* 4 (1993) 115, 770–775. United States
- [149] Powell, M.: *VMCWD: a fortran subroutine for constrained optimization*. Report DANTP 1982/NA4, Univ. of Cambridge. 1982
- [150] Fletcher, R. u. Reeves, C.: *Function minimization by conjugate gradients*. *The Computer Journal* 7 (1964) 2, 149–154. London: The British Computer Society
- [151] Vanderplaats, G. N.: *Numerical optimization techniques for engineering design. With applications*. McGraw-Hill series in mechanical engineering. New York: McGraw-Hill 2001
- [152] Kuhn, H. u. Tucker, A.: *Nonlinear Programming*. Jerzey Neyman, Proc. 2. Berkeley Symp. Math. Statistics and Probability (1951), 481–492. University of California Press
- [153] Krige, D. G.: *A Statistical Approach to Some Basic Mine Valuation Problems on the Witwatersrand*. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy* 6 (1951) 52, S. 119–139
- [154] Schittkowski, K.: *Nonlinear programming codes*. Lecture notes in economics and mathematical systems. Springer, Berlin 1980
- [155] Schittkowski, K.: *NLPQLP: A Fortran Implementation of a Sequential Quadratic Programming Algorithm with Distributed and Non-Monotone Line Search - User's Guide, Version 3.0*. Bayreuth: o.V. 2014
- [156] Stander, N. u. Craig, K. J.: *On the robustness of a simple domain reduction scheme for simulation-based optimization*. *International Journal for Computer-Aided Engineering and Software* 19 (2002) 4, Emerald Publishing
- [157] Gustafsson, E. u. Strömberg, N.: *Shape optimization of castings by using successive response surface methodology*. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 35 (2007) 1, S. 11–28
- [158] Reuter, R. u. Hoffmann, R.: *Bewertung von Berechnungsergebnissen mittels Stochastischer Simulationsverfahren*. VDI-Bereich Nr. 1559 (2000), 275–292. Düsseldorf: VDI-Verlag
- [159] Rechenberg, I.: *Evolutionsstrategie, Frommann-Holzboog Zugleich: Berlin (West), Techn. Univ., Fak. f. Maschinenwesen, Diss. 1970 u. d. T.: Rechenberg, Ingo*

- Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution. Stuttgart-Bad Cannstatt 1973
- [160] Schwefel, H.-P.: Evolution and optimum seeking. A Wiley-Interscience publication. New York: Wiley 1995
- [161] Kütting, H. u. Sauer, M. J.: Elementare Stochastik. Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II. Berlin: Springer Spektrum 2014
- [162] Scheffler, E.: Statistische Versuchsplanung und -auswertung. Eine Einführung für Praktiker. Stuttgart: Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie 1997
- [163] PREDO PR-UD CS 300/600 FT102 38. Technical Data Sheet., SGL Group, Willich 2014
- [164] RCAR: General Agenda of RCAR's Damageability Working Group (WG). Seoul 2015
- [165] ABAQUS: Abaqus Version 4.16 Documentation, Dassault Systèmes. Vélizy-Villacoublay 2014
- [166] Brinkmann, T.: Handbuch Produktentwicklung mit Kunststoffen. München [u.a.]: Hanser 2011
- [167] Dietrich, R. G.: Analyse der Wärmeausdehnungs-Inkompatibilität bei Klebverbindungen aus CFK, Stahl und Aluminium bei der Fertigung einer lackierten Karosserie, Technische Universität München Dissertation. München 2017
- [168] *DIN EN 1465:2009-07, Klebstoffe - Bestimmung der Zugscherfestigkeit von Überlappungsklebung; Deutsche Fassung EN\_1465:2009*
- [169] Habenicht, G.: Kleben. Grundlagen, Technologien, Anwendungen. VDI. Berlin: Springer 2009
- [170] Schreckenberger, H.: Risiko der Kontaktkorrosion bei CFK-Bauteilen. WOMag (2013) 4
- [171] Francis, R.: Galvanic corrosion. A practical guide for engineers. Houston Tex.: NACE Internat 2001
- [172] Bratsch, S. G.: Standard Electrode Potentials and Temperature Coefficients in Water at 298.15 K. Journal of Physical and Chemical Reference Data 18 (1989) 1, S. 1–21
- [173] Reisgen, U. u. Stein, L.: Grundlagen der Fügetechnik. Schweißen, Löten und Kleben. Fachbuchreihe Schweißtechnik, Band 161. Düsseldorf: DVS Media GmbH 2016
- [174] Chawla, K. K.: Composite Materials. Science and Engineering. New York, NY: Springer New York; Springer 2016
- [175] Doege, E. u. Behrens, B.-A.: Handbuch Umformtechnik. Grundlagen, Technologien, Maschinen. VDI-Buch. Berlin, Germany: Springer Vieweg 2016
- [176] MBW - Produktinformation Mangan-Bor-Stähle für die Warmumformung, thyssenkrupp Steel Europe AG, Duisburg 2020

# Anhang

## A1.1: Materialeignung bzgl. Wärmedehnung

Materialkombinationseignung hinsichtlich Wärmedehnung	GFK 0/±45/90	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	GFK ±30	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	GFK ±45	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	GFK 0/90	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	GFK-UD	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	AZ31	o	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	MnE21	o	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	AL6-OUT-T64	o	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	AL5-STD	o	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	HCT600X	o	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	22MnB5	o	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	CR440Y780T-DP	o	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	CR3 / DX54	o	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	CR1000Y1300T	o	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	SMC	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	CFK 0/±45/90	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	CFK ±30	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	CFK ±45	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	CFK 0/90	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	CFK-UD	+	+	+	+	+	+	o	o	o	o	o	o	o	o	o	+	+	+	+	+	+	+
	+	= gut geeignet																					
	o	= bedingt geeignet																					
	-	= nicht geeignet																					
	CFK-UD																						
CFK 0/90																							
CFK ±45																							
CFK ±30																							
CFK 0/±45/90																							
SMC																							
CR1000Y1300T																							
CR3 / DX54																							
CR440Y780T-DP																							
22MnB5																							
HCT600X																							
AL5-STD																							
AL6-OUT-T64																							
MnE21																							
AZ31																							
GFK-UD																							
GFK 0/90																							
GFK ±45																							
GFK ±30																							
GFK 0/±45/90																							
CFK-UD																							
CFK 0/90																							

$$\tau = \frac{E_2 A_2}{(A_{Klebefl.})} \cdot \Delta T \Delta \alpha \cdot \frac{1}{1 + \frac{E_2 A_2}{E_1 A_1}} \leq \tau_{zul}$$

## A1.2: Materialeignung bzgl. Korrosion

Materialkombinationseignung hinsichtlich Korrosion																							
	CFK-UD	CFK 0/90	CFK ±45	CFK ±30	CFK 0/±45/90	SMC	CR1000Y1300T	CR3 / DX54	CR440Y780T-DP	22MnB5	HCT600X	AL5-STD	AL6-OUT-T64	MnE21	AZ31	GFK-UD	GFK 0/90	GFK ±45	GFK ±30	GFK 0/±45/90	CFK-UD	CFK 0/90	
GFK 0/±45/90	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
GFK ±30	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
GFK ±45	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
GFK 0/90	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
GFK-UD	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
AZ31	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	0	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
MnE21	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	0	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
AL6-OUT-T64	-	-	-	-	-	-	0	0	0	0	0	0	+	+	0	0	+	+	+	+	+	+	+
AL5-STD	-	-	-	-	-	-	0	0	0	0	0	0	+	+	0	0	+	+	+	+	+	+	+
HCT600X	0	0	0	0	0	0	+	+	+	+	+	+	0	0	-	-	+	+	+	+	+	+	+
22MnB5	0	0	0	0	0	0	+	+	+	+	+	+	0	0	-	-	+	+	+	+	+	+	+
CR440Y780T-DP	0	0	0	0	0	0	+	+	+	+	+	+	0	0	-	-	+	+	+	+	+	+	+
CR3 / DX54	0	0	0	0	0	0	+	+	+	+	+	+	0	0	-	-	+	+	+	+	+	+	+
CR1000Y1300T	0	0	0	0	0	0	+	+	+	+	+	+	0	0	-	-	+	+	+	+	+	+	+
SMC	+	+	+	+	+	+	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+
CFK 0/±45/90	+	+	+	+	+	+	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+
CFK ±30	+	+	+	+	+	+	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+
CFK ±45	+	+	+	+	+	+	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+
CFK 0/90	+	+	+	+	+	+	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+
CFK-UD	+	+	+	+	+	+	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+

+ = gut geeignet  
 0 = bedingt geeignet  
 - = nicht geeignet

## A1.3: Materialeignung Verbindungstechnik

Punktschweißen						
	CFK	SMC	GFK	Stahl	Al	Mg
CFK	-	-	-	-	-	-
SMC	-	-	-	-	-	-
GFK	-	-	-	-	-	-
Stahl	-	-	-	+	-	0
Al	-	-	-	-	+	0
Mg	-	-	-	0	0	0

- Mg nur bedingt schweißbar, neigt zur Rissbildung
- Nur gleiche Metalle schweißbar
- Epoxidharz nicht schweißbar

Laserschweißen						
	CFK	SMC	GFK	Stahl	Al	Mg
CFK	-	-	-	-	-	-
SMC	-	-	-	-	-	-
GFK	-	-	-	-	-	-
Stahl	-	-	-	+	-	0
Al	-	-	-	-	+	0
Mg	-	-	-	0	0	0

- Mg nur bedingt schweißbar, neigt zur Rissbildung
- Nur gleiche Metall schweißbar
- Epoxidharz nicht schweißbar, FVK nur mit Thermoplastmatrix laserschweißbar

Reibschweißen						
	CFK	SMC	GFK	Stahl	Al	Mg
CFK	-	-	-	-	-	-
SMC	-	-	-	-	-	-
GFK	-	-	-	-	-	-
Stahl	-	-	-	+	+	0
Al	-	-	-	+	+	0
Mg	-	-	-	0	0	0

- Mg nur bedingt schweißbar, neigt zur Rissbildung
- Nur Metall schweißbar, Al-Stahl Verbindung nur mittels Rührreibschweißen
- Epoxidharz nicht schweißbar, FVK nur mit Thermoplastmatrix schweißbar

Kleben						
	CFK	SMC	GFK	Stahl	Al	Mg
CFK	+	+	+	+	+	+
SMC	+	+	+	+	+	+
GFK	+	+	+	+	+	+
Stahl	+	+	+	+	+	+
Al	+	+	+	+	+	+
Mg	+	+	+	+	+	+

- Kleben mit Vorbehandlung prinzipiell immer möglich

Fügen durch Umformen						
	CFK	SMC	GFK	Stahl	Al	Mg
CFK	-	0	-	-	-	-
SMC	0	0	0	0	0	0
GFK	-	0	-	-	-	-
Stahl	-	0	-	+	+	+
Al	-	0	-	+	+	+
Mg	-	0	-	+	+	+

- Nur metallische Werkstoffe lassen sich umformen, um einen Formschluss zu erreichen.
- SMC bedingt, CFK und GFK mit Endlosfasern nicht umformbar

		Schrauben					
		CFK	SMC	GFK	Stahl	Al	Mg
CFK		0	0	0	0	0	0
SMC		0	0	0	0	0	0
GFK		0	0	0	0	0	0
Stahl		0	0	0	+	+	+
Al		0	0	0	+	+	+
Mg		0	0	0	+	+	+

- Schrauben in Metallen einfach umzusetzen
- Bei Fasermaterialien möglich, allerdings werden Fasern durchtrennt, ggf. Inserts/Onserts notwendig

		Nieten					
		CFK	SMC	GFK	Stahl	Al	Mg
CFK		0	0	0	0	0	0
SMC		0	0	0	0	0	0
GFK		0	0	0	0	0	0
Stahl		0	0	0	+	+	+
Al		0	0	0	+	+	+
Mg		0	0	0	+	+	+

- Metallische Werkstoffe können genietet werden.
- Bei Fasermaterialien werden Fasern durchtrennt

		Clinchen					
		CFK	SMC	GFK	Stahl	Al	Mg
CFK		-	-	-	-	-	-
SMC		-	-	-	-	-	-
GFK		-	-	-	-	-	-
Stahl		-	-	-	+	+	+
Al		-	-	-	+	+	+
Mg		-	-	-	+	+	+

- Clinchen nur bei Metallen möglich, da kein Zusatzwerkstoff verwendet wird und allein das Grundmaterial umgeformt wird
- Fasermaterialien lassen sich nicht umformen

## A2: Diagramme Biegeexperiment

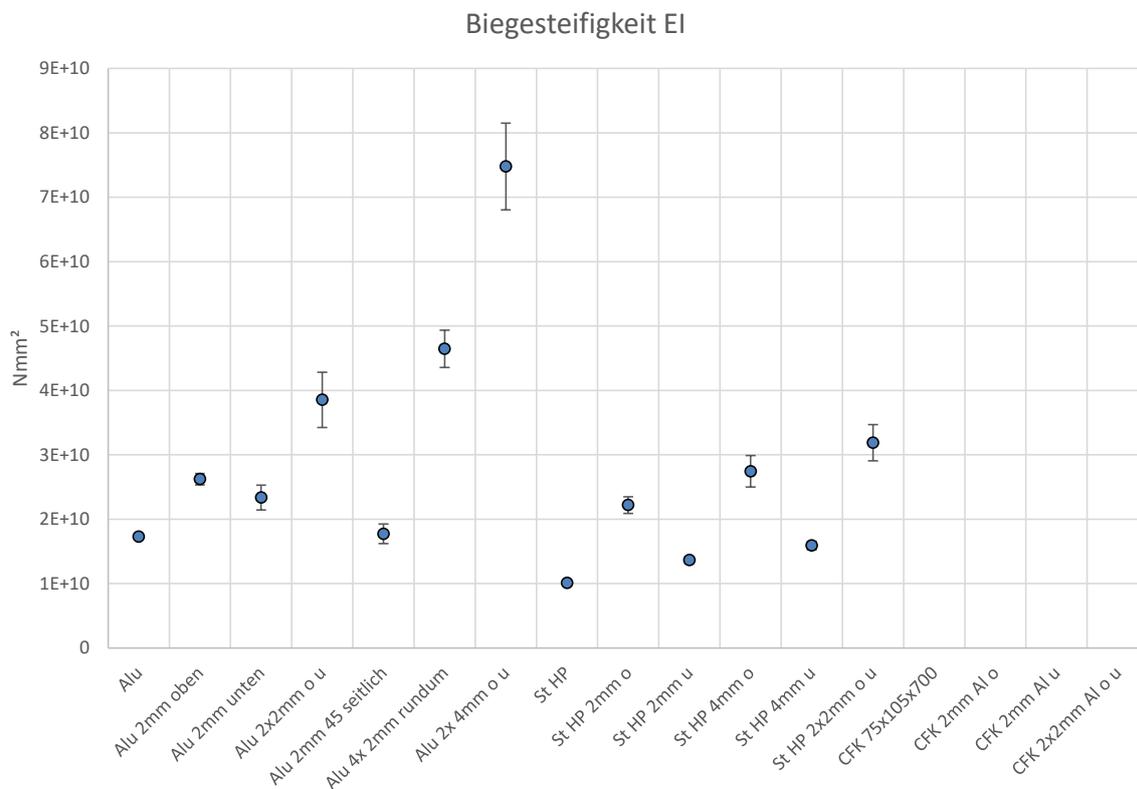


Abbildung A1-1: mittlere, ermittelte Biegesteifigkeit EI der Probekörper und Streuung

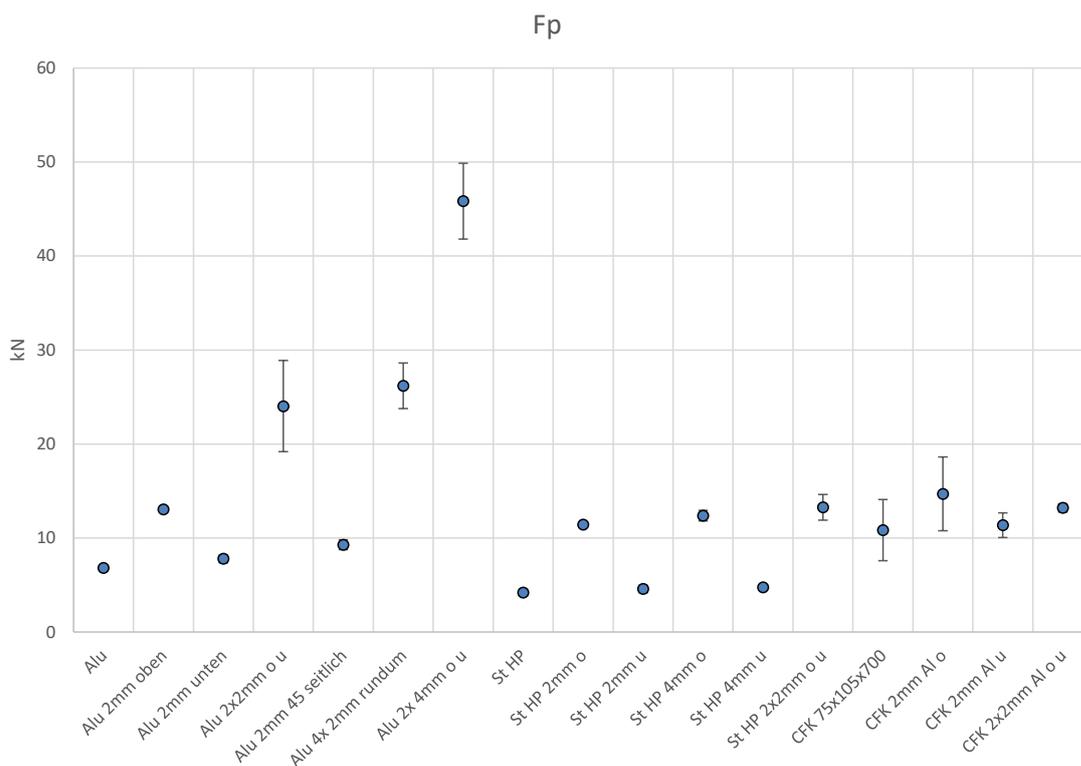


Abbildung A1-2: mittlere, erste Versagenskraft  $F_p$  der Probekörper und Streuung

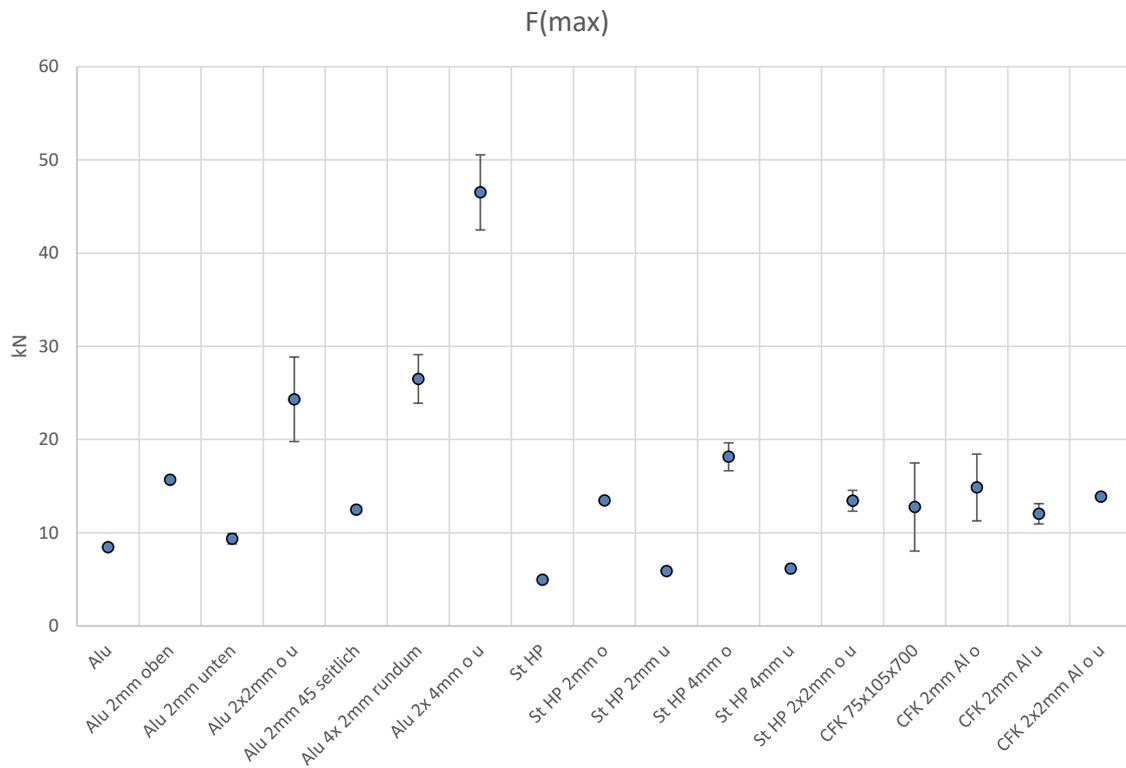


Abbildung A1-3: mittlere Maximalkraft  $F_{max}$  der Probekörper und Streuung

### A3: VDI-Richtlinie 2221

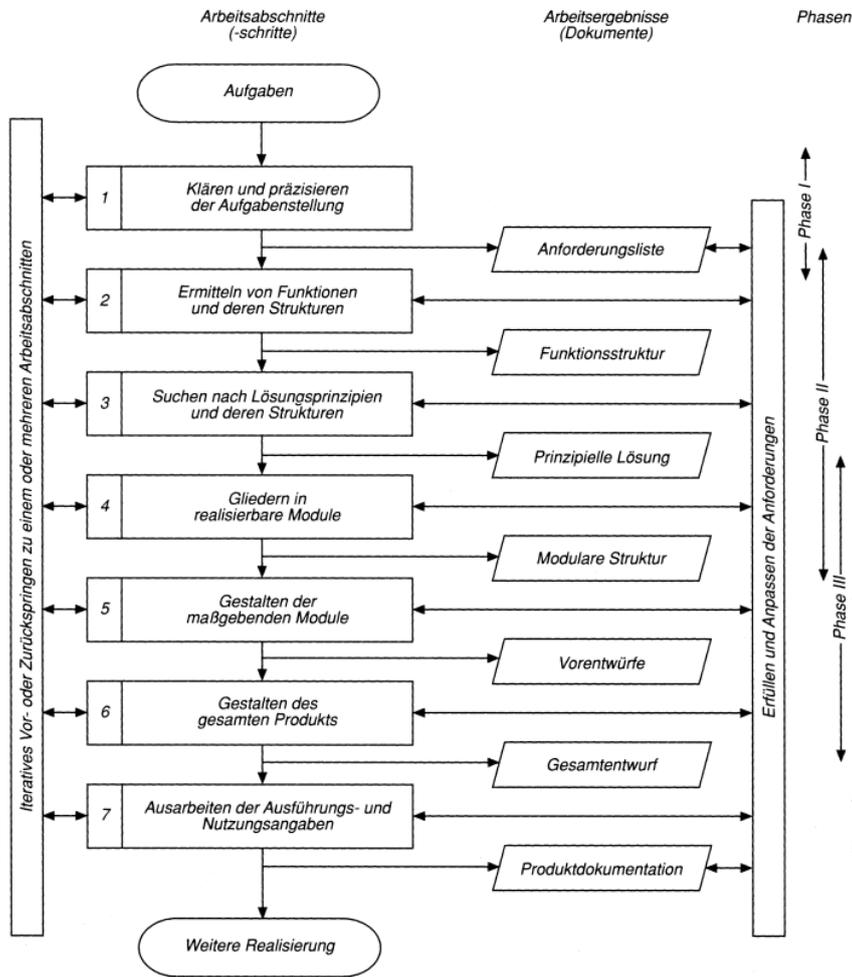


Abbildung A2-1: Produktentwicklungsprozess nach VDI-Richtlinie 2221

## A4: Quellen der Gestaltungs- und Konstruktionsrichtlinien

Zu I.: Aus Experimente in Kapitel 4.1.

Zu II.: Aus Vorüberlegungen zu Experimenten in Kapitel 4.1, Literatur [167, 169]

Zu III.: Aus Experimenten in Kapitel 4.1. Betrachtung z.B. SHS3, HP3, HP5

Zu IV.: Aus Experimente in Kapitel 4.1. Vergleich Aluminium und Stahlprofile

Zu V.: Aus Literatur [54, 127]

Zu VI.: Aus Experimenten in Kapitel 4.1. Betrachtung z.B. SHS5

Zu VII.: Aus Experimente in Kapitel 4.1 und mechanischen Überlegungen

Zu VIII.: Aus Verhalten asymmetrischer Verbunde Kapitel 3.1.4 und [122]

Zu IX.: Aus Experimente in Kapitel 4.1.

Zu X.: Aus Literatur [54, 127]

Zu XI.: Aus Experimente in Kapitel 4.1 und Optimierungen in Kapitel 3.5

Zu XII.: Ableitung aus mechanischen Überlegungen in Kapitel 3.1.1

Zu XIII.: Ableitung aus den Spannungsverläufen im Querschnitt. Abbildung 3-13

Zu XIV.: Aus Optimierung hybrider Platten, Kapitel 3.5.2

Zu X.: Erkenntnisse aus der Optimierung in Kapitel 3.5.3 und 6.1

## A5: Quellcode des Berechnungsablaufs in MATLAB

```

%% Profilabmessungen

Qz = 0;    %N Querkraft in z-Richtung in Balkenmitte
Qy = 0;    %N Querkraft in y-Richtung Balkenmitte
F = 0;    %N Zugkraft in Balkenrichtung
Mt = 0;    %Nm Torsionsmoment um Mittelachse
L = 900;   %mm Balkenlänge

H1 = 30;   %mm Hutprofilhöhe oben
H2 = 30;   %mm Hutprofilhöhe unten
b1 = 90;   %mm Gesamtbreite der Hutprofile
b3 = 15;   %mm Flangebreiten oberes Profil
b4 = 15;   %mm Flangebreiten unteres Profil
beta1 = 0; %° Flankenwinkel Hutprofil oben
beta2 = 0; %° Flankenwinkel Hutprofil unten

% y-Achse nach links
% z-Achse nach unten

% Profil bzgl. z-Achse symmetrisch!

%% Einlesen Materialdaten aus Excel

[num,txt,row]=xlsread('Legendefinition.xlsx','Lagenaufbauten DH','a4:r105'); % Liest Exceltabelle ein

% Ordnet Kennwerte in Zeilen den einzelnen Lagen zu
Mat_1_1 = num(9,3:18); % Materialien Fläche 1 % Lage 1 jeweils innen
Mat_2_1 = num(8,3:18); % Flansch oben
Mat_3_1 = num(7,3:18);
Mat_4_1 = num(6,3:18);
Mat_5_1 = num(5,3:18);
Mat_6_1 = num(4,3:18);
Mat_7_1 = num(3,3:18);
Mat_8_1 = num(2,3:18);
Mat_9_1 = num(1,3:18);
Mat_1_2 = num(24,3:18); % Materialien Fläche 2
Mat_2_2 = num(23,3:18); % Stege oben
Mat_3_2 = num(22,3:18);
Mat_4_2 = num(21,3:18);
Mat_5_2 = num(20,3:18);
Mat_6_2 = num(19,3:18);
Mat_7_2 = num(18,3:18);
Mat_8_2 = num(17,3:18);
Mat_9_2 = num(16,3:18);
Mat_1_3 = num(39,3:18); % Materialien Fläche 3
Mat_2_3 = num(38,3:18); % Flansche obere Hälfte
Mat_3_3 = num(37,3:18);
Mat_4_3 = num(36,3:18);
Mat_5_3 = num(35,3:18);
Mat_6_3 = num(34,3:18);
Mat_7_3 = num(33,3:18);
Mat_8_3 = num(32,3:18);
Mat_9_3 = num(31,3:18);
Mat_1_4 = num(54,3:18); % Materialien Fläche 4
Mat_2_4 = num(53,3:18); % Flansche untere Hälfte
Mat_3_4 = num(52,3:18);
Mat_4_4 = num(51,3:18);
Mat_5_4 = num(50,3:18);
Mat_6_4 = num(49,3:18);
Mat_7_4 = num(48,3:18);
Mat_8_4 = num(47,3:18);
Mat_9_4 = num(46,3:18);
Mat_1_5 = num(69,3:18); % Materialien Fläche 5
Mat_2_5 = num(68,3:18); % Stege unten
Mat_3_5 = num(67,3:18);
Mat_4_5 = num(66,3:18);
Mat_5_5 = num(65,3:18);
Mat_6_5 = num(64,3:18);
Mat_7_5 = num(63,3:18);
Mat_8_5 = num(62,3:18);
Mat_9_5 = num(61,3:18);
Mat_1_6 = num(84,3:18); % Materialien Fläche 6
Mat_2_6 = num(83,3:18); % Flansch unten
Mat_3_6 = num(82,3:18);
Mat_4_6 = num(81,3:18);
Mat_5_6 = num(80,3:18);
Mat_6_6 = num(79,3:18);
Mat_7_6 = num(78,3:18);

```







```

end
end
t_i(1) = t_i(1);    % Platte 1_innen
t_i(2) = t_i(2);
t_i(3) = t_i(3);
t_i(4) = t_i(4);
t_i(5) = t_i(5);
t_i(6) = t_i(6);
t_i(7) = t_i(7);
t_i(8) = t_i(8);
t_i(9) = t_i(9);
t_i(10) = t_i(10); % Platte 2_inne
t_i(11) = t_i(11);
t_i(12) = t_i(12);
t_i(13) = t_i(13);
t_i(14) = t_i(14);
t_i(15) = t_i(15);
t_i(16) = t_i(16);
t_i(17) = t_i(17);
t_i(18) = t_i(18);
t_i(19) = t_i(19); % Platte 3_inne
t_i(20) = t_i(20);
t_i(21) = t_i(21);
t_i(22) = t_i(22);
t_i(23) = t_i(23);
t_i(24) = t_i(24);
t_i(25) = t_i(25);
t_i(26) = t_i(26);
t_i(27) = t_i(27);
t_i(28) = t_i(28); % Platte 4_inne
t_i(29) = t_i(29);
t_i(30) = t_i(30);
t_i(31) = t_i(31);
t_i(32) = t_i(32);
t_i(33) = t_i(33);
t_i(34) = t_i(34);
t_i(35) = t_i(35);
t_i(36) = t_i(36);
t_i(37) = t_i(37); % Platte 5_inne
t_i(38) = t_i(38);
t_i(39) = t_i(39);
t_i(40) = t_i(40);
t_i(41) = t_i(41);
t_i(42) = t_i(42);
t_i(43) = t_i(43);
t_i(44) = t_i(44);
t_i(45) = t_i(45);
t_i(46) = t_i(46); % Platte 6_inne
t_i(47) = t_i(47);
t_i(48) = t_i(48);
t_i(49) = t_i(49);
t_i(50) = t_i(50);
t_i(51) = t_i(51);
t_i(52) = t_i(52);
t_i(53) = t_i(53);
t_i(54) = t_i(54);
t_i(55) = t_i(55); % Platte 7_inne
t_i(56) = t_i(56);
t_i(57) = t_i(57);
t_i(58) = t_i(58);
t_i(59) = t_i(59);
t_i(60) = t_i(60);
t_i(61) = t_i(61);
t_i(62) = t_i(62);
t_i(63) = t_i(63);

%Check Materialrestriktionen
Materialrestriktionen; %Aufruf Unterskript

%% Steifigkeitsmatrizen der Einzellagen

% Berechnung der Steifigkeitsmatrizen der Einzellagen in 1,2-KOS (LagenKOS)

% Transformationsmatrizen T12 und Txy
% T12xy: Verzerrungstransformation vom 1,2-Schicht-KOS in das
% x,y-Laminat-KOS
% Txy12: Verzerrungstransformation vom x,y-Laminat-KOS in das
% 1,2-Schicht-KOS

Q_k = cell(1,63);    % Vordefinition cell-array-Größe
T12xy_i = cell(1,63);
Txy12_i = cell(1,63);
Q_Lamk = cell(1,63);

for i=1:63
    Q_k(i) = [E1_i(i)/(1-nue12_i(i)^2*E2_i(i)/E1_i(i)), nue12_i(i)*E2_i(i)/(1-
nue12_i(i)^2*E2_i(i)/E1_i(i)), 0;

```

```

nue12_i(i)*E2_i(i)/(1-nue12_i(i)^2*E2_i(i)/E1_i(i)),E2_i(i)/(1-nue12_i(i)^2*E2_i(i)/E1_i(i)),0;
0,0,G12_i(i)];

T12xy_i{i} = [(cosd(teta_i(i)))^2, (sind(teta_i(i)))^2, -sind(2*teta_i(i));
              (sind(teta_i(i)))^2, (cosd(teta_i(i)))^2, sind(2*teta_i(i));
              0.5*sind(2*teta_i(i)), -0.5*sind(2*teta_i(i)), cosd(2*teta_i(i))];

Txy12_i{i} = [(cosd(teta_i(i)))^2, (sind(teta_i(i)))^2, 0.5*sind(2*teta_i(i));
              (sind(teta_i(i)))^2, (cosd(teta_i(i)))^2, -0.5*sind(2*teta_i(i));
              -sind(2*teta_i(i)), sind(2*teta_i(i)), cosd(2*teta_i(i))];

Q_Lamk{i} = T12xy_i{i}*Q_k{i}*Txy12_i{i};      % Steifigkeit der Einzellage in x,y-Laminat-KOS

end

%% Bestimmung von z_k über die Plattendicke + Profilgewicht

t_1 = sum(t_i(1:9));
t_2 = sum(t_i(10:18));
t_3 = sum(t_i(19:27));
t_4 = sum(t_i(28:36));
t_5 = sum(t_i(37:45));
t_6 = sum(t_i(46:54));
t_7 = sum(t_i(55:63));

z_1 = zeros(1,10); % Vordefinition array-Größe
z_2 = zeros(1,10);
z_3 = zeros(1,10);
z_4 = zeros(1,10);
z_5 = zeros(1,10);
z_6 = zeros(1,10);
z_7 = zeros(1,10);
Gew_A = zeros(1,63);

z_1(1)=-t_1/2;
z_2(1)=-t_2/2;
z_3(1)=-t_3/2;
z_4(1)=-t_4/2;
z_5(1)=-t_5/2;
z_6(1)=-t_6/2;
z_7(1)=-t_7/2;
for i=2:10
    z_1(i)=z_1(i-1)+t_i(i-1);
    z_2(i)=z_2(i-1)+t_i(i-1+9);
    z_3(i)=z_3(i-1)+t_i(i-1+18);
    z_4(i)=z_4(i-1)+t_i(i-1+27);
    z_5(i)=z_5(i-1)+t_i(i-1+36);
    z_6(i)=z_6(i-1)+t_i(i-1+45);
    z_7(i)=z_7(i-1)+t_i(i-1+54);
end

%% Aufsummation zur Gesamtsteifigkeitsmatrix
A_1=0; B_1=0; D_1=0;
A_2=0; B_2=0; D_2=0;
A_3=0; B_3=0; D_3=0;
A_4=0; B_4=0; D_4=0;
A_5=0; B_5=0; D_5=0;
A_6=0; B_6=0; D_6=0;
A_7=0; B_7=0; D_7=0;
for i = 1:9
    A_1 = A_1 + Q_Lamk{i}*(z_1(i+1)-z_1(i));
    A_2 = A_2 + Q_Lamk{i+9}*(z_2(i+1)-z_2(i));
    A_3 = A_3 + Q_Lamk{i+18}*(z_3(i+1)-z_3(i));
    A_4 = A_4 + Q_Lamk{i+27}*(z_4(i+1)-z_4(i));
    A_5 = A_5 + Q_Lamk{i+36}*(z_5(i+1)-z_5(i));
    A_6 = A_6 + Q_Lamk{i+45}*(z_6(i+1)-z_6(i));
    A_7 = A_7 + Q_Lamk{i+54}*(z_7(i+1)-z_7(i));
    B_1 = B_1 + 0.5*Q_Lamk{i}*(z_1(i+1)^2-z_1(i)^2);
    B_2 = B_2 + 0.5*Q_Lamk{i+9}*(z_2(i+1)^2-z_2(i)^2);
    B_3 = B_3 + 0.5*Q_Lamk{i+18}*(z_3(i+1)^2-z_3(i)^2);
    B_4 = B_4 + 0.5*Q_Lamk{i+27}*(z_4(i+1)^2-z_4(i)^2);
    B_5 = B_5 + 0.5*Q_Lamk{i+36}*(z_5(i+1)^2-z_5(i)^2);
    B_6 = B_6 + 0.5*Q_Lamk{i+45}*(z_6(i+1)^2-z_6(i)^2);
    B_7 = B_7 + 0.5*Q_Lamk{i+54}*(z_7(i+1)^2-z_7(i)^2);
    D_1 = D_1 + (1/3)*Q_Lamk{i}*(z_1(i+1)^3-z_1(i)^3);
    D_2 = D_2 + (1/3)*Q_Lamk{i+9}*(z_2(i+1)^3-z_2(i)^3);
    D_3 = D_3 + (1/3)*Q_Lamk{i+18}*(z_3(i+1)^3-z_3(i)^3);
    D_4 = D_4 + (1/3)*Q_Lamk{i+27}*(z_4(i+1)^3-z_4(i)^3);
    D_5 = D_5 + (1/3)*Q_Lamk{i+36}*(z_5(i+1)^3-z_5(i)^3);
    D_6 = D_6 + (1/3)*Q_Lamk{i+45}*(z_6(i+1)^3-z_6(i)^3);

```

```

D_7 = D_7 + (1/3)*Q_Lamk{i+54}*(z_7(i+1)^3-z_7(i)^3);
end

Q_Lam1 = [A_1 B_1;B_1 D_1];
Q_Lam2 = [A_2 B_2;B_2 D_2];
Q_Lam3 = [A_3 B_3;B_3 D_3];
Q_Lam4 = [A_4 B_4;B_4 D_4];
Q_Lam5 = [A_5 B_5;B_5 D_5];
Q_Lam6 = [A_6 B_6;B_6 D_6];
Q_Lam7 = [A_7 B_7;B_7 D_7];
S_Lam1 = inv(Q_Lam1);
S_Lam2 = inv(Q_Lam2);
S_Lam3 = inv(Q_Lam3);
S_Lam4 = inv(Q_Lam4);
S_Lam5 = inv(Q_Lam5);
S_Lam6 = inv(Q_Lam6);
S_Lam7 = inv(Q_Lam7);

%% Bestimmung Ingenieurskonstanten, macht evtl. bei unsymmetrischen Laminaten nicht so viel Sinn
%Platte 1
E1m_1 = 1/(t_1*S_Lam1(1,1));
E2m_1 = 1/(t_1*S_Lam1(2,2));
G12m_1 = Q_Lam1(3,3)/t_1; %Berechnung der Schubsteifigkeit aus [C]
E1b_1 = 12/(t_1^3*S_Lam1(4,4));
E2b_1 = 12/(t_1^3*S_Lam1(5,5));
G12b_1 = 12/(t_1^3*S_Lam1(6,6));
IngK_1 = [E1m_1; E2m_1;G12m_1;E1b_1;E2b_1;G12b_1];
nue12_1 = - (S_Lam1(1,2)/S_Lam1(2,2)); % nue12 = -S12/S11
nue21_1 = - (S_Lam1(1,2)/S_Lam1(1,1)); % nue21 = -S12/S22

%Platte 2
E1m_2 = 1/(t_2*S_Lam2(1,1));
E2m_2 = 1/(t_2*S_Lam2(2,2));
G12m_2 = Q_Lam2(3,3)/t_2; %Berechnung der Schubsteifigkeit aus [C]
E1b_2 = 12/(t_2^3*S_Lam2(4,4));
E2b_2 = 12/(t_2^3*S_Lam2(5,5));
G12b_2 = 12/(t_2^3*S_Lam2(6,6));
IngK_2 = [E1m_2; E2m_2;G12m_2;E1b_2;E2b_2;G12b_2];
nue12_2 = - (S_Lam2(1,2)/S_Lam2(2,2));
nue21_2 = - (S_Lam2(1,2)/S_Lam2(1,1));

%Platte 3
E1m_3 = 1/(t_3*S_Lam3(1,1));
E2m_3 = 1/(t_3*S_Lam3(2,2));
G12m_3 = Q_Lam3(3,3)/t_3; %Berechnung der Schubsteifigkeit aus [C]
E1b_3 = 12/(t_3^3*S_Lam3(4,4));
E2b_3 = 12/(t_3^3*S_Lam3(5,5));
G12b_3 = 12/(t_3^3*S_Lam3(6,6));
IngK_3 = [E1m_3; E2m_3;G12m_3;E1b_3;E2b_3;G12b_3];
nue12_3 = - (S_Lam3(1,2)/S_Lam3(2,2));
nue21_3 = - (S_Lam3(1,2)/S_Lam3(1,1));

%Platte 4
E1m_4 = 1/(t_4*S_Lam4(1,1));
E2m_4 = 1/(t_4*S_Lam4(2,2));
G12m_4 = Q_Lam4(3,3)/t_4; %Berechnung der Schubsteifigkeit aus [C] nicht aus [S]
E1b_4 = 12/(t_4^3*S_Lam4(4,4));
E2b_4 = 12/(t_4^3*S_Lam4(5,5));
G12b_4 = 12/(t_4^3*S_Lam4(6,6));
IngK_4 = [E1m_4; E2m_4;G12m_4;E1b_4;E2b_4;G12b_4];
nue12_4 = - (S_Lam4(1,2)/S_Lam4(2,2));
nue21_4 = - (S_Lam4(1,2)/S_Lam4(1,1));

%Platte 5
E1m_5 = 1/(t_5*S_Lam5(1,1));
E2m_5 = 1/(t_5*S_Lam5(2,2));
G12m_5 = Q_Lam5(3,3)/t_5; %Berechnung der Schubsteifigkeit aus [C] nicht aus [S]
E1b_5 = 12/(t_5^3*S_Lam5(4,4));
E2b_5 = 12/(t_5^3*S_Lam5(5,5));
G12b_5 = 12/(t_5^3*S_Lam5(6,6));
IngK_5 = [E1m_5; E2m_5;G12m_5;E1b_5;E2b_5;G12b_5];
nue12_5 = - (S_Lam5(1,2)/S_Lam5(2,2));
nue21_5 = - (S_Lam5(1,2)/S_Lam5(1,1));

%Platte 6
E1m_6 = 1/(t_6*S_Lam6(1,1));
E2m_6 = 1/(t_6*S_Lam6(2,2));
G12m_6 = Q_Lam6(3,3)/t_6; %Berechnung der Schubsteifigkeit aus [C]
E1b_6 = 12/(t_6^3*S_Lam6(4,4));
E2b_6 = 12/(t_6^3*S_Lam6(5,5));
G12b_6 = 12/(t_6^3*S_Lam6(6,6));
IngK_6 = [E1m_6; E2m_6;G12m_6;E1b_6;E2b_6;G12b_6];
nue12_6 = - (S_Lam6(1,2)/S_Lam6(2,2));
nue21_6 = - (S_Lam6(1,2)/S_Lam6(1,1));

```

```

%Platte 7
Elm_7 = 1/(t_7*S_Lam7(1,1));
E2m_7 = 1/(t_7*S_Lam7(2,2));
G12m_7 = Q_Lam7(3,3)/t_7; %Berechnung der Schubsteifigkeit aus [C]
Elb_7 = 12/(t_7^3*S_Lam7(4,4));
E2b_7 = 12/(t_7^3*S_Lam7(5,5));
G12b_7 = 12/(t_7^3*S_Lam7(6,6));
IngK_7 = [Elm_7; E2m_7; G12m_7; Elb_7; E2b_7; G12b_7];
nue12_7 = - (S_Lam7(1,2)/S_Lam7(2,2));
nue21_7 = - (S_Lam7(1,2)/S_Lam7(1,1));

%% Berechnung weiterer Profilabmessungen

l2 = H1 / cosd(beta1); %Länge Stege oben
l5 = H2 / cosd(beta2); %Länge Stege unten
b2 = b1 - 2*l2*sind(beta1) - 2*b3; %Berechnung obere Flanschbreite
b5 = b1 - 2*l5*sind(beta2) - 2*b4; %Berechnung untere Flanschbreite

Gewicht = 0;
for i=1:63
    if i<=9
        Gew_A(i) = roh_i(i)/1000 * t_i(i) * b2;
    elseif i>9 & i<=18
        Gew_A(i) = roh_i(i)/1000 * t_i(i) * 2 * l2;
    elseif i>18 & i<=27
        Gew_A(i) = roh_i(i)/1000 * t_i(i) * 2 * b3;
    elseif i>27 & i<=36
        Gew_A(i) = roh_i(i)/1000 * t_i(i) * 2 * b4;
    elseif i>36 & i<=45
        Gew_A(i) = roh_i(i)/1000 * t_i(i) * 2 * l5;
    else
        Gew_A(i) = roh_i(i)/1000 * t_i(i) * b5;
    end
end

Gewicht = sum(Gew_A)*1000; %g/m

% Kostenberechnung
Kosten = 0;
for i=1:63
    if i<=9
        Kosten_A(i) = roh_i(i)/1000 * t_i(i) * b2 * Kosten_i(i);
    elseif i>9 & i<=18
        Kosten_A(i) = roh_i(i)/1000 * t_i(i) * 2 * l2 * Kosten_i(i);
    elseif i>18 & i<=27
        Kosten_A(i) = roh_i(i)/1000 * t_i(i) * 2 * b3 * Kosten_i(i);
    elseif i>27 & i<=36
        Kosten_A(i) = roh_i(i)/1000 * t_i(i) * 2 * b4 * Kosten_i(i);
    elseif i>36 & i<=45
        Kosten_A(i) = roh_i(i)/1000 * t_i(i) * 2 * l5 * Kosten_i(i);
    else
        Kosten_A(i) = roh_i(i)/1000 * t_i(i) * b5 * Kosten_i(i);
    end
end

Kosten = sum(Kosten_A); %€/m
%% Profilberechnung Biegung

% Berechnung des Flächenschwerpunktes / Biegeachse
% z-Richtung
% Berechnung Delta zur Mitte (+z = positiv, -z = negativ)
A_i = [b2 * t_1; 2 * l2 * t_2; 2 * b3 * t_3; 2 * b4 * t_4; 2 * l5 * t_5; b5 * t_6; b1 * t_7]; % Berechnung
der Querschnittsflächen
% Referenz von zSP ist der geometrische Mittelpunkt der Mittellinie
zSP = 1/(sum(A_i)) * (A_i(1)*-1*H1 + A_i(2)*-1*H1/2 + A_i(3)*-1*(t_7+t_3)/2 + A_i(4)*(t_7+t_4)/2 +
A_i(5)*H2/2 + A_i(6)*H2); % Abstand vom geometrischen Mittelpunkt
ySP = 0; % Abstand vom geometrischen Mittelpunkt = Symmetrisches Profil, daher 0

% mit Wichtungen; Aus Technische Mechanik 2, Verbundquerschnitte
n_i = [Elm_1/Elm_1; Elm_2/Elm_1; Elm_3/Elm_1; Elm_4/Elm_1; Elm_5/Elm_1; Elm_6/Elm_1; Elm_7/Elm_1];
A_ideell = 0;
for i=1:7
    A_ideell = A_ideell + A_i(i)*n_i(i);
end
zSP_i = [-1*H1; -1*H1/2; -1*(t_7+t_3)/2; (t_7+t_4)/2; H2/2; H2; 0];

z_exz = 0;
for j=1:7
    z_exz = z_exz + (n_i(j) * A_i(j) * zSP_i(j));
end
zSP = 1/A_ideell * z_exz;

% Querkraft in z-Richtung
%% Steg - Bernoulli: %%
aaal = 0;

```

```

aaa2 = 0;
for i=[10:18]
    aaa1 = aaa1 + Q_Lamk{i}(1,1)*t_i(i);
end
for i=[37:45]
    aaa2 = aaa2 + Q_Lamk{i}(1,1)*t_i(i);
end
Eiy_SB = 2*(H1^3/12 * aaa1 + (H1/2 + zSP)^2 * aaa1 * H1 + H2^3/12 * aaa2 + (H2/2 - zSP)^2 * aaa2 * H2);

% Gurte - Bernoulli: CLT der Einzelgurte
Eiy_GB = E1b_1 * (b2*(sum(t_i(1:9)))^3/12 + (H1/2+zSP)^2*b2*sum(t_i(1:9))) + ...
+ E1b_6 * (b5*(sum(t_i(46:54)))^3/12 + (H2/2-zSP)^2*b5*sum(t_i(46:54))) + ...
+ 2*E1b_3 * (b3*(sum(t_i(19:27)))^3/12 + (t_3/2+zSP)^2*b3*sum(t_i(19:27))) + ...
+ 2*E1b_4 * (b4*(sum(t_i(28:36)))^3/12 + (t_4/2-zSP)^2*b4*sum(t_i(28:36))) + ...
+ E1b_7 * (b1*(sum(t_i(55:63)))^3/12 + (zSP)^2*b1*sum(t_i(55:63)));

% Steg - Timoshenko: CLT der Einzelstege
GAy_ST = 2*G12m_2*H1*sum(t_i(10:18)) + G12m_5*H2*sum(t_i(37:45));

% Gurt - Timoshenko: CLT der Einzelgurte
GAy_GT = 0;

% Querkraft in y-Richtung (von rechts)
%-----
% Steg - Bernoulli
bbb1 = 0;
bbb2 = 0;
bbb3 = 0;
bbb4 = 0;
bbb5 = 0;
bbb6 = 0;
bbb7 = 0;
for i=1:9
    bbb1 = bbb1 + Q_Lamk{i}(1,1)*t_i(i);
end
for i=10:18
    bbb2 = bbb2 + Q_Lamk{i}(1,1)*t_i(i);
end
for i=19:27
    bbb3 = bbb3 + Q_Lamk{i}(1,1)*t_i(i);
end
for i=28:36
    bbb4 = bbb4 + Q_Lamk{i}(1,1)*t_i(i);
end
for i=37:45
    bbb5 = bbb5 + Q_Lamk{i}(1,1)*t_i(i);
end
for i=46:54
    bbb6 = bbb6 + Q_Lamk{i}(1,1)*t_i(i);
end
for i=55:63
    bbb7 = bbb7 + Q_Lamk{i}(1,1)*t_i(i);
end
Eiz_SB = b2^3/12 * bbb1 + 2*((12*sind(beta1))^3/12 * bbb2 + (b2+12*sind(beta1))^2/4*12*bbb2) + ...
+ 2*(b3^3/12 * bbb3 + (b1-b3/2)^2 * b3 * bbb3) + 2*(b4^3/12 * bbb4 + (b1-b4/2)^2 * b4 * bbb4) + ...
+ 2*((15*sind(beta2))^3/12 * bbb5 + (b5+15*sind(beta2))^2/4*15*bbb5) + b5^3/12 * bbb6 + b1^3/12 * bbb7;

% Gurte - Bernoulli: CLT der Einzelgurte
Eiz_GB = 2*(E1b_2 * t_2^3*H1/12 + (b2/2+12*sind(beta1)/2)^2 * H1*t_2) + ...
+ 2*(E1b_5 * t_5^3*H2/15 + (b5/2+15*sind(beta2)/2)^2 * H2*t_5);

% Steg - Timoshenko: CLT der Einzelstege
GAz_ST = G12m_1*b2*sum(t_i(1:9)) + 2*G12m_2*12*sind(beta1)*sum(t_i(10:18)) + ...
+ 2*G12m_3 * b3 * sum(t_i(19:27)) + 2*G12m_4 * b4 * sum(t_i(28:36)) + ...
+ 2*G12m_5*15*sind(beta2)*sum(t_i(37:45)) + G12m_6*b5*sum(t_i(46:54)) + ...
+ G12m_7*b1*sum(t_i(55:63));

% Gurt - Timoshenko: CLT der Einzelgurte
GAz_GT = 0;

%% Profilberechnung Zug
EA = E1m_1 * b2 * sum(t_i(1:9)) + 2*E1m_2 * 12 * sum(t_i(10:18)) + 2*E1m_3 * b3 * sum(t_i(19:27)) + 2*E1m_4 * b4 * sum(t_i(28:36)) + ...
+ 2*E1m_5 * 15 * sum(t_i(37:45)) + E1m_6 * b5 * sum(t_i(46:54)) + E1m_7 * b1 * sum(t_i(55:63));
eps_zug = F / EA;

%% Profilberechnung Torsion
Am = H1*b2 + H2*b5 + 12*sind(beta1) * H1 + 15*sind(beta2)*H2; % Eingeschlossene Fläche der Mittellinie im Profil
Geq =
(G12m_1*t_1*b2+2*G12m_2*t_2^12+2/3*G12m_3*t_3*b3+2/3*G12m_4*t_4*b4+2*G12m_5*t_5^15+G12m_6*t_6*b5+1/3*G12m_7*t_7*b1)/...
(t_1*b2+2*t_2^12+2/3*t_3*b3+2/3*t_4*b4+2*t_5^15+t_6*b5+t_7*b1/3);
It = (4*Am^2)/((b2/(t_1))+(2*12/(t_2))+(2*1/3*b3/(t_3))+(2*1/3*b4/(t_4))+...
+ (2*15/(t_5))+(b5/(t_6))); %+(1/3*b1/(t_7));

```

```

GIT = (4*Am^2)/(b2/(G12m_1*t_1))+(2*12/(G12m_2*t_2))+(2*1/3*b3/(G12m_3*t_3))+(2*1/3*b4/(G12m_4*t_4))+...
+ (2*15/(G12m_5*t_5))+(b5/(G12m_6*t_6)); % äußere Flansche = offenes Profil = Faktor 1/3
Giteq=Geq*It;
Winkel_T = Mt / GIIt * L/2;
Winkel_Teq = Mt / Giteq * L/2;
%% Balkenverformung unter Biege-Last beidseitig gelenkig gelagerter Balken

ksy = (A_i(2)+A_i(5))/sum(A_i);
ksz = (A_i(1)+A_i(2)*sind(beta1)+A_i(3)+A_i(4)+A_i(5)*sind(beta2)+A_i(6)+A_i(7))/sum(A_i);

EIz = EIz_GB+EIz_SB; % Querkraft in y-Richtung
EIy = EIy_GB+EIy_SB; % Querkraft in z-Richtung
GAz = GAz_ST+GAz_GT; % Querkraft in y-Richtung
GAY = GAY_ST+GAY_GT; % Querkraft in z-Richtung
% Durchbiegung durch Qz in z-Richtung
uz_B = (Qz*L^3/(48*(EIy_GB+EIy_SB)));
uz_T = (Qz*L/(ksy*(GAY_ST+GAY_GT)));
uz_max = (Qz*L^3/(48*(EIy_GB+EIy_SB)))+(Qz*L/(ksy*(GAY_ST+GAY_GT)));

Kr_rad_z = (EIy_SB + EIy_GB)/(Qz*0.5*L); % Krümmungsradius = EIy/M(x)z-Richtung
eps_b_z_1 = 1/Kr_rad_z * (H1+zSP+t_1/2); % Dehnung(z) = 1/Krümmungsr.*z
eps_b_z_2 = 1/Kr_rad_z * (H2-zSP+t_6/2);

% Durchbiegung durch Qy in y-Richtung
uy_B = (Qy*L^3/(48*(EIz_GB+EIz_SB)));
uy_T = (Qy*L/(ksz*(GAz_ST+GAz_GT)));
uy_max = (Qy*L^3/(48*(EIz_GB+EIz_SB)))+(Qy*L/(ksz*(GAz_ST+GAz_GT)));

Kr_rad_y = (EIz_SB + EIz_GB)/(Qy*0.5*L); % Krümmungsradius = EIz/M(x)y-Richtung
eps_b_y = 1/Kr_rad_y * b1/2; % Dehnung(y) = 1/Krümmungsr.*y

%% Dehnungen an wichtigen Punkten im Profil
% Normaldehnungen epsilon

eps_1_ = zeros(1,10); % Vordefinition Array-Größe
eps_2_ = zeros(1,10);
eps_4_ = zeros(1,10);
eps_6_ = zeros(1,10);
eps_7_ = zeros(1,10);
eps_8_ = zeros(1,10);
eps_9_ = zeros(1,10);
eps_10_ = zeros(1,10);
eps_11_ = zeros(1,10);
eps_12_ = zeros(1,10);
eps_13_ = zeros(1,10);
eps_14_ = zeros(1,10);
eps_17_ = zeros(1,10);
eps_18_ = zeros(1,10);

eps_1_(1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b2/2) + 1/Kr_rad_z * -1*(H1 - t_1/2 + zSP) + eps_zug;
eps_2_(1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b2/2) + 1/Kr_rad_z * -1*(H1 - t_1/2 + zSP) + eps_zug;
eps_4_(1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b1/2 - b3) + 1/Kr_rad_z * -1*(t_7/2+zSP) + eps_zug;
eps_6_(1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b1/2 - b3) + 1/Kr_rad_z * -1*(t_7/2+zSP) + eps_zug;
eps_7_(1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b1/2) + 1/Kr_rad_z * -1*(t_7/2+zSP) + eps_zug;
eps_8_(1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b1/2) + 1/Kr_rad_z * 1*(t_7/2+zSP) + eps_zug;
eps_9_(1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b1/2) + 1/Kr_rad_z * 1*(t_7/2+zSP) + eps_zug;
eps_10_(1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b1/2) + 1/Kr_rad_z * 1*(t_7/2+zSP) + eps_zug;
eps_11_(1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b1/2 - b4) + 1/Kr_rad_z * 1*(t_7/2+zSP) + eps_zug;
eps_12_(1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b5/2) + 1/Kr_rad_z * 1*(H1 - t_6/2 + zSP) + eps_zug;
eps_13_(1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b1/2 - b4) + 1/Kr_rad_z * 1*(t_7/2+zSP) + eps_zug;
eps_14_(1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b2/2) + 1/Kr_rad_z * 1*(H1 - t_6/2 + zSP) + eps_zug;
eps_17_(1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b1/2) + 1/Kr_rad_z * -1*(-t_7/2+zSP) + eps_zug;
eps_18_(1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b1/2) + 1/Kr_rad_z * -1*(-t_7/2+zSP) + eps_zug;

for k=1:9
    eps_1_(k+1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b2/2) + 1/Kr_rad_z * -1*(H1 - t_1/2 + sum(t_i(1:k)) + zSP) + eps_zug;
    eps_2_(k+1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b2/2) + 1/Kr_rad_z * -1*(H1 - t_1/2 + sum(t_i(1:k)) + zSP) + eps_zug;
    eps_4_(k+1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b1/2 - b3) + 1/Kr_rad_z * -1*(t_7/2+sum(t_i(19:18+k))+zSP) + eps_zug;
    eps_6_(k+1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b1/2 - b3) + 1/Kr_rad_z * -1*(t_7/2+sum(t_i(19:18+k))+zSP) + eps_zug;
    eps_7_(k+1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b1/2) + 1/Kr_rad_z * -1*(t_7/2+sum(t_i(19:18+k))+zSP) + eps_zug;
    eps_8_(k+1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b1/2) + 1/Kr_rad_z * -1*(t_7/2+sum(t_i(19:18+k))+zSP) + eps_zug;
    eps_9_(k+1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b1/2) + 1/Kr_rad_z * 1*(t_7/2+sum(t_i(28:27+k))+zSP) + eps_zug;
    eps_10_(k+1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b1/2) + 1/Kr_rad_z * 1*(t_7/2+sum(t_i(28:27+k))+zSP) + eps_zug;
    eps_11_(k+1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b1/2 - b4) + 1/Kr_rad_z * 1*(t_7/2+sum(t_i(28:27+k))+zSP) + eps_zug;
    eps_13_(k+1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b1/2 - b4) + 1/Kr_rad_z * 1*(t_7/2+sum(t_i(28:27+k))+zSP) + eps_zug;
    eps_12_(k+1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b5/2) + 1/Kr_rad_z * 1*(H1 - t_6/2+sum(t_i(46:45+k)) + zSP) +
eps_zug;
    eps_14_(k+1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b5/2) + 1/Kr_rad_z * 1*(H1 - t_6/2+sum(t_i(46:45+k)) + zSP) +
eps_zug;
    eps_17_(k+1) = 1/Kr_rad_y * 1*(b1/2) + 1/Kr_rad_z * -1*(-t_7/2+sum(t_i(55:54+k))+zSP) + eps_zug;
    eps_18_(k+1) = 1/Kr_rad_y * -1*(b1/2) + 1/Kr_rad_z * -1*(-t_7/2+sum(t_i(55:54+k))+zSP) + eps_zug;
end

```

```

% Schubverzerrung gamma
% In Folge von Querkraft
% Geometrische Berechnung
gamma_y_max = uy_T/(L/2); % Verzerrung durch Querkraft in y-Richtung (von rechts) Punkte 17 und 18
gamma_z_max = uz_T/(L/2); % Verzerrung durch Querkraft in z-Richtung (von oben) Punkte 1 und 5

% Schub in Folge von Torsion
gamma_T_1 = Mt / (G12m_1 * 2 * Am * t_1); % Mt um die x-Achse gegen den Uhrzeigersinn 1-8-7-6-5-4-3-2-1
gamma_T_2 = gamma_T_1; % Schubverformung gamma_T_"Punkt auf Profil"
gamma_T_3 = Mt / (G12m_2 * 2 * Am * t_2);
gamma_T_4 = gamma_T_3;
gamma_T_5 = gamma_T_3;
gamma_T_6 = gamma_T_4;
gamma_T_11 = Mt / (G12m_5 * 2 * Am * t_5);
gamma_T_12 = gamma_T_11;
gamma_T_13 = gamma_T_11;
gamma_T_14 = gamma_T_13;
gamma_T_15 = Mt / (G12m_6 * 2 * Am * t_6);
gamma_T_16 = gamma_T_15;

% Kombiniertes Schubverformung / Aussummation auf einer Seite, Subtraktion
% auf der anderen. Torsion = rundum laufend, Querkraft = eine Richtung
gamma_1 = gamma_y_max + gamma_T_1; % Fläche 1 Punkt 1
gamma_2 = gamma_y_max + gamma_T_2; % Fläche 1 Punkt 2
gamma_3 = gamma_z_max + gamma_T_3;
gamma_4 = gamma_z_max + gamma_T_4;
gamma_5 = gamma_z_max - gamma_T_5;
gamma_6 = gamma_z_max - gamma_T_6;
gamma_7 = gamma_y_max;
gamma_8 = gamma_y_max;
gamma_9 = gamma_y_max;
gamma_10 = gamma_y_max;
gamma_11 = gamma_z_max + gamma_T_11;
gamma_12 = gamma_z_max + gamma_T_12;
gamma_13 = gamma_z_max - gamma_T_13;
gamma_14 = gamma_z_max - gamma_T_14;
gamma_15 = gamma_y_max - gamma_T_15;
gamma_16 = gamma_y_max - gamma_T_16;
gamma_17 = gamma_y_max;
gamma_18 = gamma_y_max;

% Verformungsvektor in den Punkten.
% Punkt 1

eps_v_1 = cell(1,10); % v = Verformung im xy-KOS
eps_v_2 = cell(1,10);
eps_v_3 = cell(1,10);
eps_v_4 = cell(1,10);
eps_v_5 = cell(1,10);
eps_v_6 = cell(1,10);
eps_v_7 = cell(1,10);
eps_v_8 = cell(1,10);
eps_v_9 = cell(1,10);
eps_v_10 = cell(1,10);
eps_v_11 = cell(1,10);
eps_v_12 = cell(1,10);
eps_v_13 = cell(1,10);
eps_v_14 = cell(1,10);
eps_v_15 = cell(1,10);
eps_v_16 = cell(1,10);
eps_v_17 = cell(1,10);
eps_v_18 = cell(1,10);

eps_k_1 = cell(1,10); % k = Verformung im 12-KOS der Einzellage
eps_k_2 = cell(1,10);
eps_k_3 = cell(1,10);
eps_k_4 = cell(1,10);
eps_k_5 = cell(1,10);
eps_k_6 = cell(1,10);
eps_k_7 = cell(1,10);
eps_k_8 = cell(1,10);
eps_k_9 = cell(1,10);
eps_k_10 = cell(1,10);
eps_k_11 = cell(1,10);
eps_k_12 = cell(1,10);
eps_k_13 = cell(1,10);
eps_k_14 = cell(1,10);
eps_k_15 = cell(1,10);
eps_k_16 = cell(1,10);
eps_k_17 = cell(1,10);
eps_k_18 = cell(1,10);

sig_k_1 = cell(1,10);
sig_k_2 = cell(1,10);

```

```

sig_k_3 = cell(1,10);
sig_k_4 = cell(1,10);
sig_k_5 = cell(1,10);
sig_k_6 = cell(1,10);
sig_k_7 = cell(1,10);
sig_k_8 = cell(1,10);
sig_k_9 = cell(1,10);
sig_k_10 = cell(1,10);
sig_k_11 = cell(1,10);
sig_k_12 = cell(1,10);
sig_k_13 = cell(1,10);
sig_k_14 = cell(1,10);
sig_k_15 = cell(1,10);
sig_k_16 = cell(1,10);
sig_k_17 = cell(1,10);
sig_k_18 = cell(1,10);

% Verformungsvektor eps_v setzt sich aus Dehnung in x-Richtung, Dehnung in
% Folge von Querkontraktion in y-Richtung(Achtung! Indizierung beachten
% (Wirkung/Ursache)) und der Schubverzerrung.
for i=1:10
    eps_v_1{i} = {(eps_1(i)) , -nue12_1*eps_1(i) , gamma_1}; %Punkt 1 / 1
    eps_v_2{i} = {(eps_2(i)) , -nue12_1*eps_2(i) , gamma_2}; %Punkt 2 Platte 1
    eps_v_3{i} = {(eps_1(i)) , -nue12_2*eps_1(i) , gamma_3}; %Punkt 3 Platte 2 % P3=P1
    eps_v_4{i} = {(eps_4(i)) , -nue12_2*eps_4(i) , gamma_4}; %Punkt 4 / 2
    eps_v_5{i} = {(eps_2(i)) , -nue12_2*eps_2(i) , gamma_5}; %Punkt 5 Platte 2 % P5=P2
    eps_v_6{i} = {(eps_6(i)) , -nue12_2*eps_6(i) , gamma_6}; %Punkt 6 Platte 2
    eps_v_7{i} = {(eps_7(i)) , -nue12_3*eps_7(i) , gamma_7}; %Punkt 7 / 3
    eps_v_8{i} = {(eps_8(i)) , -nue12_3*eps_8(i) , gamma_8}; %Punkt 8 Platte 3
    eps_v_9{i} = {(eps_9(i)) , -nue12_4*eps_9(i) , gamma_9}; %Punkt 9 Platte 4
    eps_v_10{i} = {(eps_10(i)) , -nue12_4*eps_10(i) , gamma_10}; %Punkt 10 / 4
    eps_v_11{i} = {(eps_11(i)) , -nue12_5*eps_11(i) , gamma_11}; %Punkt 11 Platte 5
    eps_v_12{i} = {(eps_12(i)) , -nue12_5*eps_12(i) , gamma_12}; %Punkt 12 Platte 5
    eps_v_13{i} = {(eps_13(i)) , -nue12_5*eps_13(i) , gamma_13}; %Punkt 13 / 5
    eps_v_14{i} = {(eps_14(i)) , -nue12_5*eps_14(i) , gamma_14}; %Punkt 14 Platte 5
    eps_v_15{i} = {(eps_12(i)) , -nue12_6*eps_12(i) , gamma_15}; %Punkt 15 Platte 6 % P15=P12
    eps_v_16{i} = {(eps_14(i)) , -nue12_6*eps_14(i) , gamma_16}; %Punkt 16 Platte 6 % P16=P14
    eps_v_17{i} = {(eps_17(i)) , -nue12_7*eps_17(i) , gamma_17}; %Punkt 17 Platte 7
    eps_v_18{i} = {(eps_18(i)) , -nue12_7*eps_18(i) , gamma_18}; %Punkt 18 Platte 7

    if i < 3
        k = 1;
    else
        k = i-1;
    end

    eps_k_1{i} = cell2mat(Txy12_i(k)) * transpose(cell2mat(eps_v_1{i})); % Transformation ins 12-KOS
    eps_k_2{i} = cell2mat(Txy12_i(k)) * transpose(cell2mat(eps_v_2{i})); % Platte 1

    eps_k_3{i} = cell2mat(Txy12_i(k+9)) * transpose(cell2mat(eps_v_3{i})); % Transformation ins 12-KOS
    eps_k_4{i} = cell2mat(Txy12_i(k+9)) * transpose(cell2mat(eps_v_4{i})); % Platte 2
    eps_k_5{i} = cell2mat(Txy12_i(k+9)) * transpose(cell2mat(eps_v_5{i}));
    eps_k_6{i} = cell2mat(Txy12_i(k+9)) * transpose(cell2mat(eps_v_6{i}));

    eps_k_7{i} = cell2mat(Txy12_i(k+18)) * transpose(cell2mat(eps_v_7{i})); % Transformation ins 12-KOS
    eps_k_8{i} = cell2mat(Txy12_i(k+18)) * transpose(cell2mat(eps_v_8{i})); % Platte 3

    eps_k_9{i} = cell2mat(Txy12_i(k+27)) * transpose(cell2mat(eps_v_9{i})); % Transformation ins 12-KOS
    eps_k_10{i} = cell2mat(Txy12_i(k+27)) * transpose(cell2mat(eps_v_10{i})); % Platte 4

    eps_k_11{i} = cell2mat(Txy12_i(k+36)) * transpose(cell2mat(eps_v_11{i})); % Transformation ins 12-KOS
    eps_k_12{i} = cell2mat(Txy12_i(k+36)) * transpose(cell2mat(eps_v_12{i})); % Platte 5
    eps_k_13{i} = cell2mat(Txy12_i(k+36)) * transpose(cell2mat(eps_v_13{i}));
    eps_k_14{i} = cell2mat(Txy12_i(k+36)) * transpose(cell2mat(eps_v_14{i}));

    eps_k_15{i} = cell2mat(Txy12_i(k+45)) * transpose(cell2mat(eps_v_15{i})); % Transformation ins 12-KOS
    eps_k_16{i} = cell2mat(Txy12_i(k+45)) * transpose(cell2mat(eps_v_16{i})); % Platte 6

    eps_k_17{i} = cell2mat(Txy12_i(k+54)) * transpose(cell2mat(eps_v_17{i})); % Transformation ins 12-KOS
    eps_k_18{i} = cell2mat(Txy12_i(k+54)) * transpose(cell2mat(eps_v_18{i})); % Platte 7

    sig_k_1{i} = Q_k{k} * eps_k_1{i}; % Schichtspannungsberechnung um 12_KOS
    sig_k_2{i} = Q_k{k} * eps_k_2{i}; % Platte 1

    sig_k_3{i} = Q_k{k+9} * eps_k_3{i}; % Schichtspannungsberechnung um 12_KOS
    sig_k_4{i} = Q_k{k+9} * eps_k_4{i}; % Platte 2
    sig_k_5{i} = Q_k{k+9} * eps_k_5{i};
    sig_k_6{i} = Q_k{k+9} * eps_k_6{i};

    sig_k_7{i} = Q_k{k+18} * eps_k_7{i}; % Schichtspannungsberechnung um 12_KOS
    sig_k_8{i} = Q_k{k+18} * eps_k_8{i}; % Platte 3

    sig_k_9{i} = Q_k{k+27} * eps_k_9{i}; % Schichtspannungsberechnung um 12_KOS
    sig_k_10{i} = Q_k{k+27} * eps_k_10{i}; % Platte 4

```

```

sig_k_11{i} = Q_k{k+36} * eps_k_11{i};      % Schichtspannungsberechnung um 12_KOS
sig_k_12{i} = Q_k{k+36} * eps_k_12{i};      % Platte 5
sig_k_13{i} = Q_k{k+36} * eps_k_13{i};
sig_k_14{i} = Q_k{k+36} * eps_k_14{i};

sig_k_15{i} = Q_k{k+45} * eps_k_15{i};      % Schichtspannungsberechnung um 12_KOS
sig_k_16{i} = Q_k{k+45} * eps_k_16{i};      % Platte 6

sig_k_17{i} = Q_k{k+54} * eps_k_17{i};      % Schichtspannungsberechnung um 12_KOS
sig_k_18{i} = Q_k{k+54} * eps_k_18{i};      % Platte 7

end

f_fft = zeros(18,10);      % Vordimensionierung
f_ffc = zeros(18,10);
f_zfb_x = cell(18,10,2);

% FVK - Versagen nach Puck

nuef = 0.23;      %Querkontraktionszahl Faser / HT-Faser
phi_FVG = 0.52;  %Faservolumengehalt, evtl. noch auslesen lassen
msF = 1.1;      %mittlere Vergrößerungsfaktor (magnification factor) der Querspannung für die Faser (n.
Schürmann)

for p=1:18      % Laufvariable für die Punkte auf dem Profil
    sig_k_x = eval(['sig_k_' num2str(p)]);

    for i=1:10  % Laufvariable für Spannungspunkt 1=1.Lage unten / 10=9.Lage oben

        % Ermittlung der Lagenummer (k = 1-72) je nach Punkt auf der Platte
        if i < 3 && (p == 1 || p == 2)      % Platte 1
            k = 1;
        elseif i >= 3 && (p == 1 || p == 2)
            k = i-1;
        elseif i < 3 && (p == 3 || p == 4 || p == 5 || p == 6)      % Platte 2
            k = 1+9;
        elseif i >= 3 && (p == 3 || p == 4 || p == 5 || p == 6)
            k = i-1+9;
        elseif i < 3 && (p == 7 || p == 8)      % Platte 3
            k = 1+18;
        elseif i >= 3 && (p == 7 || p == 8)
            k = i-1+18;
        elseif i < 3 && (p == 9 || p == 10)      % Platte 4
            k = 1+27;
        elseif i >= 3 && (p == 9 || p == 10)
            k = i-1+27;
        elseif i < 3 && (p == 11 || p == 12 || p == 13 || p == 14)      % Platte 5
            k = 1+36;
        elseif i >= 3 && (p == 11 || p == 12 || p == 13 || p == 14)
            k = i-1+36;
        elseif i < 3 && (p == 15 || p == 16)      % Platte 6
            k = 1+45;
        elseif i >= 3 && (p == 15 || p == 16)
            k = i-1+45;
        elseif i < 3 && (p == 17 || p == 18)      % Platte 7
            k = 1+54;
        elseif i >= 3 && (p == 17 || p == 18)
            k = i-1+54;
        end

        if E1_i(k)==E2_i(k)      % Prüfen ob Metall, Isotropie
            % Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungsenergiehypothese
            % (GEH) im ebenen Spannungszustand (Wikipedia)
            f_zfb_x{p,i,1} = (sqrt((sig_k_x{i}(1))^2 + (sig_k_x{i}(2))^2 - sig_k_x{i}(1) * sig_k_x{i}(2) +
            3 * (sig_k_x{i}(3))^2)/Rp02_i(k);
            f_zfb_x{p,i,2} = 'Metallfließen';
            if t_i(k)==0      % Wenn Lagendicke = 0, dann kein Material
                f_zfb_x{p,i,1} = 0;
            else
                end
            else      % Wenn kein Metall, dann FVK
                % Faserbruch Zug / Druck
                if sig_k_x{i}(1) >= 0;
                    f_fft(p,i) = sig_k_x{i}(1) / Xt_i(k) - (nue12_i(k) - nuef * E1_i(k)/(E1_i(k)/phi_FVG) *
                    msF) * sig_k_x{i}(2) / Xt_i(k); % Faserbruch
                    f_ffc(p,i) = 0;
                else
                    sumL = sig_k_x{i}(1) / (-1*Xc_i(k)) - (nue12_i(k) - nuef * E1_i(k)/(E1_i(k)/phi_FVG) * msF)
                    * sig_k_x{i}(2) / (-1*Xc_i(k));
                    f_ffc(p,i) = 0.5 * (sumL + (sumL^2 + (20*sig_k_x{i}(3)/G12_i(k))^2)^(1/2));
                    f_fft(p,i) = 0;
                end
            end
        end
    end
end

```

```

% ZfB
if double(strncmpi(Mat_Name(2),'CFK',3))== 1
    p_zsp = 0.35; %Empfehlung Puck für CFK
    p_dsp = 0.3; %Empfehlung Puck für CFK
else
    p_zsp = 0.30; %Empfehlung Puck für GFK
    p_dsp = 0.25; %Empfehlung Puck für GFK
end
R_Ass = Ss_i(k)/(2*p_dsp) * (sqrt(1+2*p_dsp*Yc_i(k)/Ss_i(k))-1);
p_dss = p_dsp * R_Ass/ Ss_i(k);
tau_21c = Ss_i(k) * sqrt(1+2*p_dss);

if sig_k_x{i}(2) >= 0
    f_zfb_x{p,i,1} = sqrt((sig_k_x{i}(3)/Ss_i(k))^2 + (1-p_zsp*Yt_i(k)/Ss_i(k))^2 *
(sig_k_x{i}(2)/Yt_i(k))^2) + p_zsp * sig_k_x{i}(2)/Ss_i(k);
    f_zfb_x{p,i,2} = 'Mode A';
elseif sig_k_x{i}(2) < 0 && abs(sig_k_x{i}(2)/sig_k_x{i}(3)) <= (R_Ass/abs(tau_21c))
    f_zfb_x{p,i,1} = 1/Ss_i(k) *
(sqrt((sig_k_x{i}(3))^2+(p_dsp*sig_k_x{i}(2))^2)+p_dsp*sig_k_x{i}(2));
    f_zfb_x{p,i,2} = 'Mode B';
elseif sig_k_x{i}(2) < 0 && abs(sig_k_x{i}(3)/sig_k_x{i}(2)) <= (abs(tau_21c)/R_Ass)
    f_zfb_x{p,i,1} = ((sig_k_x{i}(3)/(2*(1+p_dss)*Ss_i(k)))^2 + (sig_k_x{i}(2)/Yc_i(k))^2 *
Yc_i(k)/(-1*sig_k_x{i}(2)));
    f_zfb_x{p,i,2} = 'Mode C';
else
    'ERROR Zfb-Mode';
end
if t_i(k)==0 % Wenn Lagendicke = 0, dann kein Material
    f_zfb_x{p,i,1} = 0;
    f_ffc(p,i) = 0;
    f_fft(p,i) = 0;
else
end
end

end

end
f_zfb_x(:, :, 1);
f_ges=cell(18,10,2);
for p=1:18
    for i=1:10
        AA = [cell2mat(f_zfb_x(p,i,1)), f_ffc(p,i), f_fft(p,i)];
        [BB,CC]=max(AA);
        f_ges{p,i,1}=BB;
        if CC == 1
            f_ges{p,i,2}=f_zfb_x{p,i,2};
        elseif CC == 2
            f_ges{p,i,2}='Faserbruch Druck';
        elseif CC == 3
            f_ges{p,i,2}='Faserbruch Zug';
        end
    end
end
end

%% Stabilitätskriterien

% Kippen des Profils unter Querkraft
F_krit_z = 16.93/L^2*sqrt((EIz_GB+EIz_SB)*(GIt));
f_Kippen_z = Qz / (16.93/L^2*sqrt((EIz_GB+EIz_SB)*(GIt)));

F_krit_y = 16.93/L^2*sqrt((EIy_GB+EIy_SB)*(GIt));
f_Kippen_y = Qy / (16.93/L^2*sqrt((EIy_GB+EIy_SB)*(GIt)));

% Beulen der Platten unter Druck / Schub
% wenn f_beul_druck < 0, dann besteht Zugbelastung, [N_0] = N/mm
% Platte 1
% Druck
lambda_1 = L/b2*(Q_Lam1(5,5)/Q_Lam1(4,4))^(1/4);
Nx_0_krit_1 = pi()^2/b2^2 * sqrt(Q_Lam1(4,4) * Q_Lam1(5,5)) * (1/lambda_1^2 +
2*(Q_Lam1(5,4)+2*Q_Lam1(6,6))/sqrt(Q_Lam1(4,4) * Q_Lam1(5,5)) + 16*lambda_1^2/3); % nach Design and
Analysis of Composite...
Nx_0_1 = Elm_1 * 1/Kr_rad_z * (H1 + zSP) * t_1; % wirkende Kraft = Spannung * Fläche = E_Modul * Dehnung *
Querschnittsfläche Pl
f_beul_druck_1 = Nx_0_1/Nx_0_krit_1;
% Schub
Axy_1 = -0.27 + 0.185 * (Q_Lam1(5,4)+2*Q_Lam1(6,6))/sqrt(Q_Lam1(4,4) * Q_Lam1(5,5));
Bxy_1 = 0.82 + 0.46 * (Q_Lam1(5,4)+2*Q_Lam1(6,6))/sqrt(Q_Lam1(4,4) * Q_Lam1(5,5)) - 0.2 *
((Q_Lam1(5,4)+2*Q_Lam1(6,6))/sqrt(Q_Lam1(4,4) * Q_Lam1(5,5)))^2;
betaxy_1 = (Q_Lam1(4,4)/Q_Lam1(5,5))^(1/4);
Kxy_1 = 8.2 + 5 * (Q_Lam1(5,4)+2*Q_Lam1(6,6))/sqrt(Q_Lam1(4,4) * Q_Lam1(5,5)) *
1/(10^(Axy_1/betaxy_1+Bxy_1*betaxy_1));
Nxy_0_krit_1 = 4/b2^2*(Q_Lam1(4,4) * Q_Lam1(5,5)^3)^(1/4) * Kxy_1;
Nxy_0_1 = gamma_1 * G12m_1 * t_1;
f_beul_schub_1 = Nxy_0_1 / Nxy_0_krit_1;

```

```

if f_beul_druck_1==0 || f_beul_schub_1 == 0
    f_beul_komb_1 = 0;
else
    f_beul_komb_1 = f_beul_druck_1 + (f_beul_schub_1)^2;
end

% Platte 2
% Druck
lambda_2 = L/12*(Q_Lam2(5,5)/Q_Lam2(4,4))^(1/4);
N_0_krit_2 = pi()^2/12^2 * sqrt(Q_Lam2(4,4) * Q_Lam2(5,5)) * (1/lambda_2^2 +
2*(Q_Lam2(5,4)+2*Q_Lam2(6,6))/sqrt(Q_Lam2(4,4) * Q_Lam2(5,5)) + 16*lambda_2^2/3);
N_0_2 = Elm_2 * -1* mean(eps_4(2:10)*t_i(10:18));
f_beul_druck_2 = N_0_2/N_0_krit_2;
% Schub
Axy_2 = -0.27 + 0.185 * (Q_Lam2(5,4)+2*Q_Lam2(6,6))/sqrt(Q_Lam2(4,4) * Q_Lam2(5,5));
Bxy_2 = 0.82 + 0.46 * (Q_Lam2(5,4)+2*Q_Lam2(6,6))/sqrt(Q_Lam2(4,4) * Q_Lam2(5,5)) - 0.2 *
((Q_Lam2(5,4)+2*Q_Lam2(6,6))/sqrt(Q_Lam2(4,4) * Q_Lam2(5,5)))^2;
betaxy_2 = (Q_Lam2(4,4)/Q_Lam2(5,5))^(1/4);
Kxy_2 = 8.2 + 5 * (Q_Lam2(5,4)+2*Q_Lam2(6,6))/sqrt(Q_Lam2(4,4) * Q_Lam2(5,5)) *
1/(10^(Axy_2/betaxy_2+Bxy_2*betaxy_2));
Nxy_0_krit_2 = 4/12^2*(Q_Lam2(4,4) * Q_Lam2(5,5)^3)^(1/4) * Kxy_2;
Nxy_0_2 = gamma_4 * G12m_2 * t_2;
f_beul_schub_2 = Nxy_0_2 / Nxy_0_krit_2;
if f_beul_druck_2==0 || f_beul_schub_2 == 0
    f_beul_komb_2 = 0;
else
    f_beul_komb_2 = f_beul_druck_2 + (f_beul_schub_2)^2; % Sehr genaue Vorhersage nach [Design and Analysis
of composite....]
end

% Platte 3
% Druck
lambda_3 = L/b3*(Q_Lam3(5,5)/Q_Lam3(4,4))^(1/4);
N_0_krit_3 = pi()^2/b3^2 * sqrt(Q_Lam3(4,4) * Q_Lam3(5,5)) * (1/lambda_3^2 +
2*(Q_Lam3(5,4)+2*Q_Lam3(6,6))/sqrt(Q_Lam3(4,4) * Q_Lam3(5,5)) + 16*lambda_3^2/3);
N_0_3 = Elm_3 * 1/Kr_rad_y * (-1) * (b1/2 - ySP) * t_3;
f_beul_druck_3 = N_0_3/N_0_krit_3;
% Schub
Axy_3 = -0.27 + 0.185 * (Q_Lam3(5,4)+2*Q_Lam3(6,6))/sqrt(Q_Lam3(4,4) * Q_Lam3(5,5));
Bxy_3 = 0.82 + 0.46 * (Q_Lam3(5,4)+2*Q_Lam3(6,6))/sqrt(Q_Lam3(4,4) * Q_Lam3(5,5)) - 0.2 *
((Q_Lam3(5,4)+2*Q_Lam3(6,6))/sqrt(Q_Lam3(4,4) * Q_Lam3(5,5)))^2;
betaxy_3 = (Q_Lam3(4,4)/Q_Lam3(5,5))^(1/4);
Kxy_3 = 8.2 + 5 * (Q_Lam3(5,4)+2*Q_Lam3(6,6))/sqrt(Q_Lam3(4,4) * Q_Lam3(5,5)) *
1/(10^(Axy_3/betaxy_3+Bxy_3*betaxy_3));
Nxy_0_krit_3 = 4/b3^2*(Q_Lam3(4,4) * Q_Lam3(5,5)^3)^(1/4) * Kxy_3;
Nxy_0_3 = gamma_7 * G12m_3 * t_3;
f_beul_schub_3 = Nxy_0_3 / Nxy_0_krit_3;
if f_beul_druck_3==0 || f_beul_schub_3 == 0
    f_beul_komb_3 = 0;
else
    f_beul_komb_3 = f_beul_druck_3 + (f_beul_schub_3)^2; % Sehr genaue Vorhersage nach [Design and Analysis
of composite....]
end

% Platte 4
% Druck
lambda_4 = L/b4*(Q_Lam4(5,5)/Q_Lam4(4,4))^(1/4);
N_0_krit_4 = pi()^2/b4^2 * sqrt(Q_Lam4(4,4) * Q_Lam4(5,5)) * (1/lambda_4^2 +
2*(Q_Lam4(5,4)+2*Q_Lam4(6,6))/sqrt(Q_Lam4(4,4) * Q_Lam4(5,5)) + 16*lambda_4^2/3);
N_0_4 = Elm_4 * 1/Kr_rad_y * (b1/2 - ySP) * t_4;
f_beul_druck_4 = N_0_4/N_0_krit_4;
% Schub
Axy_4 = -0.27 + 0.185 * (Q_Lam4(5,4)+2*Q_Lam4(6,6))/sqrt(Q_Lam4(4,4) * Q_Lam4(5,5));
Bxy_4 = 0.82 + 0.46 * (Q_Lam4(5,4)+2*Q_Lam4(6,6))/sqrt(Q_Lam4(4,4) * Q_Lam4(5,5)) - 0.2 *
((Q_Lam4(5,4)+2*Q_Lam4(6,6))/sqrt(Q_Lam4(4,4) * Q_Lam4(5,5)))^2;
betaxy_4 = (Q_Lam4(4,4)/Q_Lam4(5,5))^(1/4);
Kxy_4 = 8.2 + 5 * (Q_Lam4(5,4)+2*Q_Lam4(6,6))/sqrt(Q_Lam4(4,4) * Q_Lam4(5,5)) *
1/(10^(Axy_4/betaxy_4+Bxy_4*betaxy_4));
Nxy_0_krit_4 = 4/b4^2*(Q_Lam4(4,4) * Q_Lam4(5,5)^3)^(1/4) * Kxy_4;
Nxy_0_4 = gamma_9 * G12m_4 * t_4;
f_beul_schub_4 = Nxy_0_4 / Nxy_0_krit_4;
if f_beul_druck_4==0 || f_beul_schub_4 == 0
    f_beul_komb_4 = 0;
else
    f_beul_komb_4 = f_beul_druck_4 + (f_beul_schub_4)^2; % Sehr genaue Vorhersage nach [Design and Analysis
of composite....]
end

% Platte 5
% Druck
lambda_5 = L/15*(Q_Lam5(5,5)/Q_Lam5(4,4))^(1/4);
N_0_krit_5 = pi()^2/12^2 * sqrt(Q_Lam5(4,4) * Q_Lam5(5,5)) * (1/lambda_5^2 +
2*(Q_Lam5(5,4)+2*Q_Lam5(6,6))/sqrt(Q_Lam5(4,4) * Q_Lam5(5,5)) + 16*lambda_5^2/3);
N_0_5 = Elm_5 * -1* mean(eps_11(2:10)*t_i(37:45));
f_beul_druck_5 = N_0_5/N_0_krit_5;
% Schub
Axy_5 = -0.27 + 0.185 * (Q_Lam5(5,4)+2*Q_Lam5(6,6))/sqrt(Q_Lam5(4,4) * Q_Lam5(5,5));

```

```

Bxy_5 = 0.82 + 0.46 * (Q_Lam5(5,4)+2*Q_Lam5(6,6))/sqrt(Q_Lam5(4,4) * Q_Lam5(5,5)) - 0.2 *
((Q_Lam5(5,4)+2*Q_Lam5(6,6))/sqrt(Q_Lam5(4,4) * Q_Lam5(5,5)))^2;
betaxy_5 = (Q_Lam5(4,4)/Q_Lam5(5,5))^(1/4);
Kxy_5 = 8.2 + 5 * (Q_Lam5(5,4)+2*Q_Lam5(6,6))/sqrt(Q_Lam5(4,4) * Q_Lam5(5,5)) *
1/(10^(Axy_5/betaxy_5+Bxy_5*betaxy_5));
Nxy_0_krit_5 = 4/12^2*(Q_Lam5(4,4) * Q_Lam5(5,5)^3)^(1/4) * Kxy_5;
Nxy_0_5 = gamma_11 * G12m_5 * t_5;
f_beul_schub_5 = Nxy_0_5 / Nxy_0_krit_5;
if f_beul_druck_5==0 || f_beul_schub_5 == 0
    f_beul_komb_5 = 0;
else
    f_beul_komb_5 = f_beul_druck_5 + (f_beul_schub_5)^2; % Sehr genaue Vorhersage nach [Design and Analysis
of composite....]
end

% Platte 6
% Druck
lambda_6 = L/b5*(Q_Lam6(5,5)/Q_Lam6(4,4))^(1/4);
Nx_0_krit_6 = pi()^2/b5^2 * sqrt(Q_Lam6(4,4) * Q_Lam6(5,5)) * (1/lambda_6^2 +
2*(Q_Lam6(5,4)+2*Q_Lam6(6,6))/sqrt(Q_Lam6(4,4) * Q_Lam6(5,5)) + 16*lambda_6^2/3); % nach Design and
Analysis of Composite...
Nx_0_6 = Elm_6 * -1*1/Kr_rad_z * (H2 - zSP) * t_6;% wirkende Kraft = Spannung * Fläche = E_Modul * Dehnung
* Querschnittsfläche P1
f_beul_druck_6 = Nx_0_6/Nx_0_krit_6;
% Schub
Axy_6 = -0.27 + 0.185 * (Q_Lam6(5,4)+2*Q_Lam6(6,6))/sqrt(Q_Lam6(4,4) * Q_Lam6(5,5));
Bxy_6 = 0.82 + 0.46 * (Q_Lam6(5,4)+2*Q_Lam6(6,6))/sqrt(Q_Lam6(4,4) * Q_Lam6(5,5)) - 0.2 *
((Q_Lam6(5,4)+2*Q_Lam6(6,6))/sqrt(Q_Lam6(4,4) * Q_Lam6(5,5)))^2;
betaxy_6 = (Q_Lam6(4,4)/Q_Lam6(5,5))^(1/4);
Kxy_6 = 8.2 + 5 * (Q_Lam6(5,4)+2*Q_Lam6(6,6))/sqrt(Q_Lam6(4,4) * Q_Lam6(5,5)) *
1/(10^(Axy_6/betaxy_6+Bxy_6*betaxy_6));
Nxy_0_krit_6 = 4/b2^2*(Q_Lam6(4,4) * Q_Lam6(5,5)^3)^(1/4) * Kxy_6;
Nxy_0_6 = gamma_15 * G12m_6 * t_6;
f_beul_schub_6 = Nxy_0_6 / Nxy_0_krit_6;
if f_beul_druck_6==0 || f_beul_schub_6 == 0
    f_beul_komb_6 = 0;
else
    f_beul_komb_6 = f_beul_druck_6 + (f_beul_schub_6)^2;
end

% Platte 7
% Druck
lambda_7 = L/(b1-2*max(b3,b4))*(Q_Lam7(5,5)/Q_Lam7(4,4))^(1/4);
Nx_0_krit_7 = pi()^2/b5^2 * sqrt(Q_Lam7(4,4) * Q_Lam7(5,5)) * (1/lambda_7^2 +
2*(Q_Lam7(5,4)+2*Q_Lam7(6,6))/sqrt(Q_Lam7(4,4) * Q_Lam7(5,5)) + 16*lambda_7^2/3); % nach Design and
Analysis of Composite...
Nx_0_7 = Elm_7 * 1/Kr_rad_z * (zSP) * t_7;% wirkende Kraft = Spannung * Fläche = E_Modul * Dehnung *
Querschnittsfläche P1
f_beul_druck_7 = Nx_0_7/Nx_0_krit_7;
% Schub
Axy_7 = -0.27 + 0.185 * (Q_Lam7(5,4)+2*Q_Lam7(6,6))/sqrt(Q_Lam7(4,4) * Q_Lam7(5,5));
Bxy_7 = 0.82 + 0.46 * (Q_Lam7(5,4)+2*Q_Lam7(6,6))/sqrt(Q_Lam7(4,4) * Q_Lam7(5,5)) - 0.2 *
((Q_Lam7(5,4)+2*Q_Lam7(6,6))/sqrt(Q_Lam7(4,4) * Q_Lam7(5,5)))^2;
betaxy_7 = (Q_Lam7(4,4)/Q_Lam7(5,5))^(1/4);
Kxy_7 = 8.2 + 5 * (Q_Lam7(5,4)+2*Q_Lam7(6,6))/sqrt(Q_Lam7(4,4) * Q_Lam7(5,5)) *
1/(10^(Axy_7/betaxy_7+Bxy_7*betaxy_7));
Nxy_0_krit_7 = 4/(b1-2*max(b3,b4))^2*(Q_Lam7(4,4) * Q_Lam7(5,5)^3)^(1/4) * Kxy_7;
Nxy_0_7 = gamma_17 * G12m_7 * t_7;
f_beul_schub_7 = Nxy_0_7 / Nxy_0_krit_7;
if f_beul_druck_7==0 || f_beul_schub_7 == 0
    f_beul_komb_7 = 0;
else
    f_beul_komb_7 = f_beul_druck_7 + (f_beul_schub_7)^2;
end

f_beul_ges = [f_beul_druck_1 f_beul_schub_1 f_beul_komb_1; f_beul_druck_2 f_beul_schub_2 f_beul_komb_2;
f_beul_druck_3 f_beul_schub_3 f_beul_komb_3; f_beul_druck_4 f_beul_schub_4 f_beul_komb_4;
f_beul_druck_5 f_beul_schub_5 f_beul_komb_5; f_beul_druck_6 f_beul_schub_6 f_beul_komb_6;
f_beul_druck_7 f_beul_schub_7 f_beul_komb_7];

if f_beul_ges(:, :)<1
    f_beul_red = 0;
else f_beul_red = 1;
end

%% Output-Variablen
phi_t1 = sum(t_i(2:9))/t_1; %FVK-Anteil an Platte 1
phi_t2 = sum(t_i(11:18))/t_2;
phi_t3 = sum(t_i(20:27))/t_3;
phi_t4 = sum(t_i(29:36))/t_4;
phi_t5 = sum(t_i(38:45))/t_5;
phi_t6 = sum(t_i(47:54))/t_6;
phi_t7 = sum(t_i(56:63))/t_7;
phi_ges =
(phi_t1*t_1+phi_t2*t_2+phi_t3*t_3+phi_t4*t_4+phi_t5*t_5+phi_t6*t_6+phi_t7*t_7)/(t_1+t_2+t_3+t_4+t_5+t_6+t_7
);

```

```

pl_beul_max = zeros(1,7);
f_vers_max = zeros(1,18);
f_vers_maxply = zeros(1,18);
vmode = zeros(1,18);
for i=1:7 % Berechnung des Beulmodes für jede Platte
    [m,n]=max(f_beul_ges(i,:));
    pl_beul_max(i) = n;
    pl_beul_maxw(i) = m;
end

for i=1:18 % Berechnung des Versagensmodes für jede Platte
    [m,n]=max(f_ges_v(i,:));
    f_vers_max(i)=m;
    f_vers_maxply(i)=n;
    vmode = char(f_ges(i,n,2));
    vmodet(i) = f_ges(i,n,2);
    switch vmode
        case 'Metallfließen'
            f_vers_maxmode(i) = 1;
            f_vers_mode_p(i) = 4;
        case 'Faserbruch Zug'
            f_vers_maxmode(i) = 2;
            f_vers_mode_p(i) = 5;
        case 'Faserbruch Druck'
            f_vers_maxmode(i) = 3;
            f_vers_mode_p(i) = 6;
        case 'Mode A'
            f_vers_maxmode(i) = 4;
            f_vers_mode_p(i) = 7;
        case 'Mode B'
            f_vers_maxmode(i) = 5;
            f_vers_mode_p(i) = 8;
        case 'Mode C'
            f_vers_maxmode(i) = 6;
            f_vers_mode_p(i) = 9;
        otherwise
            f_vers_maxmode(i) = 0;
    end
end

end
f_vers_max_p =
[f_vers_max(1),f_vers_max(2),f_vers_max(3),f_vers_max(4),f_vers_max(5),f_vers_max(6),f_vers_max(7)];
[x,y]=max(f_vers_max_p);

f_gesvers_1(1) = max(f_vers_max(1), max(f_beul_ges(1,:))); % Platte 1 Gesamtversagen
if f_vers_max(1) >= max(f_beul_ges(1,:))
    f_gesvers_1(2) = 1; % 1 = Festigkeitsversagen
    f_gesvers_1(3) = f_vers_maxmode(1);
else
    f_gesvers_1(2) = 2; % 2 = Beulversagen
    f_gesvers_1(3) = pl_beul_max(1);
end

max_f_p(1,1:5,1)=[pl_beul_maxw(1) f_vers_max(1) f_vers_max(2) 0 0]; % Zusammenstellen der
Versagensgefährdungen pro Platte(an jeden Punkt)
max_f_p(2,1:5,1)=[pl_beul_max(1) f_vers_mode_p(1) f_vers_mode_p(2) 0 0]; % Zugehörige Versagensart zur
Gefährdung
max_f_p(1,1:5,2)=[pl_beul_maxw(2) f_vers_max(3) f_vers_max(4) f_vers_max(5) f_vers_max(6)];
max_f_p(2,1:5,2)=[pl_beul_max(2) f_vers_mode_p(3) f_vers_mode_p(4) f_vers_mode_p(5) f_vers_mode_p(6)];
max_f_p(1,1:5,3)=[pl_beul_maxw(3) f_vers_max(7) f_vers_max(8) 0 0];
max_f_p(2,1:5,3)=[pl_beul_max(3) f_vers_mode_p(7) f_vers_mode_p(8) 0 0];
max_f_p(1,1:5,4)=[pl_beul_maxw(4) f_vers_max(9) f_vers_max(10) 0 0];
max_f_p(2,1:5,4)=[pl_beul_max(4) f_vers_mode_p(9) f_vers_mode_p(10) 0 0];
max_f_p(1,1:5,5)=[pl_beul_maxw(5) f_vers_max(11) f_vers_max(12) f_vers_max(13) f_vers_max(14)];
max_f_p(2,1:5,5)=[pl_beul_max(5) f_vers_mode_p(11) f_vers_mode_p(12) f_vers_mode_p(13) f_vers_mode_p(14)];
max_f_p(1,1:5,6)=[pl_beul_maxw(6) f_vers_max(15) f_vers_max(16) 0 0];
max_f_p(2,1:5,6)=[pl_beul_max(6) f_vers_mode_p(15) f_vers_mode_p(16) 0 0];
max_f_p(1,1:5,7)=[pl_beul_maxw(7) f_vers_max(17) f_vers_max(18) 0 0];
max_f_p(2,1:5,7)=[pl_beul_max(7) f_vers_mode_p(17) f_vers_mode_p(18) 0 0];

[k,l]=max(max_f_p(1, :, 1)); % Maximale Versagensgefährdung für jede Platte
max_f_pi(1,1) = k; % Höhe der Gefährdung
max_f_pi(2,1) = max_f_p(2,1,1); % Versagensart
[k,l]=max(max_f_p(1, :, 2));
max_f_pi(1,2) = k;
max_f_pi(2,2) = max_f_p(2,1,2);
[k,l]=max(max_f_p(1, :, 3));
max_f_pi(1,3) = k;
max_f_pi(2,3) = max_f_p(2,1,3);
[k,l]=max(max_f_p(1, :, 4));
max_f_pi(1,4) = k;
max_f_pi(2,4) = max_f_p(2,1,4);
[k,l]=max(max_f_p(1, :, 5));
max_f_pi(1,5) = k;
max_f_pi(2,5) = max_f_p(2,1,5);
[k,l]=max(max_f_p(1, :, 6));
max_f_pi(1,6) = k;
max_f_pi(2,6) = max_f_p(2,1,6);
[k,l]=max(max_f_p(1, :, 7));
max_f_pi(1,7) = k;
max_f_pi(2,7) = max_f_p(2,1,7);

```

```

max_f_pi(1,6) = k;
max_f_pi(2,6) = max_f_p(2,1,6);
[k,l]=max(max_f_p(1,:,:),4);
max_f_pi(1,7) = k;
max_f_pi(2,7) = max_f_p(2,1,7);

[k,l]=max(max_f_pi(1,:));
max_vers_pl(1) = l;      % Erstes Versagen bei Platte 1
max_vers_pl(2) = k;      % Höhe der Versagensgefährdung
max_vers_pl(3) = max_f_pi(2,1); % Art des Versagens
monowert_f = 1*10+max_vers_pl(3); % Kombination aus Platte (erste Stelle) und Versagen (2. Stelle)

%% Schreiben Ergebnisfile

fid = fopen('Ergebnis_Basis.txt','w');
fprintf(fid, '%s\n\n', 'Ergebnis');
fprintf(fid, '%s\n\n', 'Input');
fprintf(fid, '%s', 'Querkraft y = ');
fprintf(fid, '%d', Qy);
fprintf(fid, '%s\n', ' N');
fprintf(fid, '%s', 'Querkraft z = ');
fprintf(fid, '%d', Qz);
fprintf(fid, '%s\n', ' N');
fprintf(fid, '%s', 'Längskraft F = ');
fprintf(fid, '%d', F);
fprintf(fid, '%s\n', ' N');
fprintf(fid, '%s', 'Torsionsmoment = ');
fprintf(fid, '%d', Mt);
fprintf(fid, '%s\n\n', ' Nm');
fprintf(fid, '%s\n\n', 'Output');
fprintf(fid, '%s', 'EIZ = ');
fprintf(fid, '%d\n', EIZ);
fprintf(fid, '%s', 'Ely = ');
fprintf(fid, '%d\n', Ely);
fprintf(fid, '%s', 'GIT = ');
fprintf(fid, '%d\n', GIT);
fprintf(fid, '%s', 'GAz = ');
fprintf(fid, '%d\n', GAz);
fprintf(fid, '%s', 'GAY = ');
fprintf(fid, '%d\n', GAY);
fprintf(fid, '%s', 'EAX = ');
fprintf(fid, '%d\n\n', EAX);
fprintf(fid, '%s', 'uy_Bernoulli = ');
fprintf(fid, '%d', uy_B);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'uy_Timoshenko = ');
fprintf(fid, '%d', uy_T);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'uy_max = ');
fprintf(fid, '%d', uy_max);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'uz_Bernoulli = ');
fprintf(fid, '%d', uz_B);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'uz_Timoshenko = ');
fprintf(fid, '%d', uz_T);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'uz_max = ');
fprintf(fid, '%d', uz_max);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'Verdrehwinkel (L/2) = ');
fprintf(fid, '%d', 360/(2*pi)*Winkel_T);
fprintf(fid, '%s\n\n', ' °');
fprintf(fid, '%s', 'Beulversagen = ');
fprintf(fid, '%d\n', f_beul_red);
fprintf(fid, '%s', 'Festigkeitsversagen = ');
fprintf(fid, '%d\n', f_ges_red);
fprintf(fid, '%s', 'Gewicht = ');
fprintf(fid, '%d', Gewicht);
fprintf(fid, '%s\n', ' g/m');
fprintf(fid, '%s', 'Kosten = ');
fprintf(fid, '%d', Kosten);
fprintf(fid, '%s\n\n', ' €/m');
fprintf(fid, '%s', 't1 = ');
fprintf(fid, '%d', t_1);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'phi_t1 = ');
fprintf(fid, '%d\n', phi_t1);
fprintf(fid, '%s', 't2 = ');
fprintf(fid, '%d', t_2);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'phi_t2 = ');
fprintf(fid, '%d\n', phi_t2);
fprintf(fid, '%s', 't3 = ');
fprintf(fid, '%d', t_3);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'phi_t3 = ');
fprintf(fid, '%d\n', phi_t3);

```

```

fprintf(fid, '%s', 't4 = ');
fprintf(fid, '%d', t_4);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'phi_t4 = ');
fprintf(fid, '%d\n', phi_t4);
fprintf(fid, '%s', 't5 = ');
fprintf(fid, '%d', t_5);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'phi_t5 = ');
fprintf(fid, '%d\n', phi_t5);
fprintf(fid, '%s', 't6 = ');
fprintf(fid, '%d', t_6);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'phi_t6 = ');
fprintf(fid, '%d\n', phi_t6);
fprintf(fid, '%s', 't7 = ');
fprintf(fid, '%d', t_7);
fprintf(fid, '%s\n', ' mm');
fprintf(fid, '%s', 'phi_t7 = ');
fprintf(fid, '%d\n', phi_t7);
fprintf(fid, '%s %d\n\n', 'phi_Gesamt = ', phi_ges);
fprintf(fid, '%s\n', 'Beulgefährdung');
fprintf(fid, '%20s %10s %10s %15s\n', 'Druck','Schub','Komb.','1=Druck;2=Schub;3=Komb. ');
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.4f %4.4f %4.0f\n', 'Platte_1',f_beul_ges(1,:),
pl_beul_max(1));
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.4f %4.4f %4.0f\n', 'Platte_2',f_beul_ges(2,:),
pl_beul_max(2));
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.4f %4.4f %4.0f\n', 'Platte_3',f_beul_ges(3,:),
pl_beul_max(3));
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.4f %4.4f %4.0f\n', 'Platte_4',f_beul_ges(4,:),
pl_beul_max(4));
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.4f %4.4f %4.0f\n', 'Platte_5',f_beul_ges(5,:),
pl_beul_max(5));
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.4f %4.4f %4.0f\n', 'Platte_6',f_beul_ges(6,:),
pl_beul_max(6));
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.4f %4.4f %4.0f\n', 'Platte_7',f_beul_ges(7,:),
pl_beul_max(7));
fprintf(fid, '%s\n', 'Versagensgefährdung');
fprintf(fid, '%20s %10s %10s\n', 'Gefährdung','Mode','Ply#');
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.0f %4.0f\n', 'Platte_1',f_vers_max(1),f_vers_maxmode(1),
f_vers_maxply(1));
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.0f %4.0f\n', 'Platte_2',f_vers_max(4),f_vers_maxmode(4),
f_vers_maxply(4));
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.0f %4.0f\n', 'Platte_3',f_vers_max(7),f_vers_maxmode(7),
f_vers_maxply(7));
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.0f %4.0f\n', 'Platte_4',f_vers_max(9),f_vers_maxmode(9),
f_vers_maxply(9));
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.0f %4.0f\n', 'Platte_5',f_vers_max(11),f_vers_maxmode(11),
f_vers_maxply(11));
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.0f %4.0f\n', 'Platte_6',f_vers_max(15),f_vers_maxmode(15),
f_vers_maxply(15));
fprintf(fid, '%s %4.4f %4.0f %4.0f\n', 'Platte_7',f_vers_max(17),f_vers_maxmode(17),
f_vers_maxply(17));
fprintf(fid, '%s\n', 'Mode: 1=Metallfließen, 2=Faserversagen Zug, 3=Faserversagen Druck');
fprintf(fid, '%s\n', ' 4=ZfB Mode A, 5=ZfB Mode B, 6=ZfB Mode C');
fprintf(fid, '%s\n\n', 'Ply# 1 entspricht der ersten Lage innen, 2 der ersten Lage außen');
fprintf(fid, '%s\n', 'First Failure');
fprintf(fid, '%s\n', 'Platte');
fprintf(fid, '%2.0f', monowert_f);
fprintf(fid, '%s %1.0f %s %1.0f %s %1.4f\n', ' = Platte ', max_vers_pl(1), ' , Versagen ', max_vers_pl(3),
'Gefaehrdung = ', max_vers_pl(2));
fprintf(fid, '%s\n', 'Mode: 1=Beulen Druck, 2=Beulen Schub, 3=Beulen kombiniert');
fprintf(fid, '%s\n', ' 4=Metallfließen, 5=Faserversagen Zug, 6=Faserversagen Druck');
fprintf(fid, '%s\n', ' 7=ZfB Mode A, 8=ZfB Mode B, 9=ZfB Mode C');

fclose(fid);

```