

# Beitrag zur experimentellen Untersuchung neutral und instabil geschichteter Gleich- druckgrenzschichten mit Bodenrauigkeit mit Hilfe der Hitzdrahtanemometrie

zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR (DR.-ING.)

von der Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik  
der Universität der Bundeswehr München  
genehmigte

DISSERTATION

verfaßt von

DIPL.-ING. MICHAEL SCHWARZ

Promotionsausschuß:

- Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Werner Staudacher  
1. Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Lutz Römer  
2. Berichterstatter: Prof. Dr. rer. nat. Franz Hindelang

Tag der Einreichung: 23.02.2004

Tag der mündlichen Prüfung: 16.07.2004

Neubiberg, den 21.07.2004

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Strömungsmechanik und Aerodynamik der Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik der Universität der Bundeswehr München.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Lutz Römer für die Anregung zu dieser Arbeit und seine fachliche Unterstützung.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. Franz Hindelang danke ich für die Übernahme des Korreferats, Herrn Prof. Dr.-Ing. Werner Staudacher für die Übernahme des Vorsitzes.

Bei allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts, die durch kollegiale Hilfsbereitschaft zum Gelingen dieser Arbeit beitrugen, bedanke ich mich.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Häufiger benutzte Bezeichnungen</b>	<b>ii</b>
1.1 Lateinische Buchstaben . . . . .	ii
1.2 Griechische Buchstaben . . . . .	iv
1.3 Indizes . . . . .	iv
1.4 Abkürzungen . . . . .	v
<b>2 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>3 Modellierung des Wärmestroms am Sondendraht</b>	<b>4</b>
3.1 Wärmebilanz am Sondendraht . . . . .	4
3.2 Modellierung der Nusselt-Zahl . . . . .	6
3.3 Ansätze zur Bestimmung der temperaturabhängigen Stoffgrößen . . . . .	10
3.4 Bestimmung der Drahttemperatur $T_w$ . . . . .	12
3.5 Temperaturverteilung am Sondendraht . . . . .	12
3.6 Vergleich von Nusselt-Zahl-Ansätzen . . . . .	16
<b>4 Kühllansatz</b>	<b>21</b>
4.1 Grundgleichungen . . . . .	21
4.2 Versuchsaufbau . . . . .	23
4.2.1 Positioniervorrichtung . . . . .	24
4.2.2 Vermessung der Düse . . . . .	24
4.2.3 Einbaulage des Sondendrahtes . . . . .	25
4.2.4 Geschwindigkeitskomponenten am Sondendraht . . . . .	26
4.3 Gemessene Richtungsempfindlichkeiten des Sondendrahtes . . . . .	28
4.4 Wirkung der Einflußfaktoren der Richtungsempfindlichkeiten . . . . .	34
<b>5 Temperaturmessung mit Kaltdrahtsonden</b>	<b>39</b>
5.1 Grundgleichung . . . . .	39
5.2 Frequenzverhalten . . . . .	40

<b>6</b>	<b>Meßwertverarbeitung</b>	<b>42</b>
6.1	x-Draht-Sonde . . . . .	42
6.1.1	Grundgleichungen . . . . .	43
6.1.2	Einfluß der Geschwindigkeitsfluktuation $v'$ . . . . .	44
6.2	4-Draht-Sonde . . . . .	47
6.2.1	Aufbau der Sonde . . . . .	47
6.2.2	Grundgleichungen . . . . .	48
6.2.3	<i>Lookup Table</i> . . . . .	50
6.2.4	Einfluß der Hitzdrähte der 4-Draht-Sonde auf die Temperaturmessung	52
6.2.5	Einfluß von Geschwindigkeits- und Temperaturgradienten . . . . .	56
<b>7</b>	<b>Untersuchungen in turbulenten Grenzschichten mit Bodenrauigkeit</b>	<b>61</b>
7.1	Aufbau des Windkanals . . . . .	61
7.2	Generierung der Grenzschicht . . . . .	63
7.2.1	Anlaufhilfen . . . . .	63
7.2.2	Bodenrauigkeit . . . . .	64
7.3	Meßsysteme . . . . .	64
7.3.1	Aufbau des Programmes zur Meßwerverfassung und -Bearbeitung . .	65
7.3.2	x-Draht-Meßsystem . . . . .	67
7.3.3	4-Draht-Meßsystem . . . . .	68
7.4	Untersuchungen in neutral geschichteter Grenzschicht . . . . .	71
7.5	Untersuchungen in instabil geschichteten Grenzschichten . . . . .	77
7.5.1	Beschreibung der Grenzschicht im Bereich des <i>Surface Layer</i> . . . . .	79
7.5.2	Auswertung der Messungen im Bereich des <i>Surface Layer</i> . . . . .	86
7.5.3	Beschreibung der Grenzschicht im Bereich des <i>Mixed Layer</i> . . . . .	110
7.5.4	Auswertung der Messungen im Bereich des <i>Mixed Layer</i> . . . . .	113
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>120</b>
<b>9</b>	<b>Anhang</b>	<b>128</b>
9.1	Integrale Zeitmaße . . . . .	128
9.2	Abbildungen . . . . .	137
9.2.1	Messungen in neutral geschichteter Grenzschicht . . . . .	137
9.2.2	Messungen in instabil geschichteten Grenzschichten . . . . .	141

# 1 Häufiger benutzte Bezeichnungen

## 1.1 Lateinische Buchstaben

$a$	Überhitzungsverhältnis am Sondendraht $[-]$
$c_p$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck $[J/(kg K)]$
$d$	<i>Displacement</i> -Dicke $[mm]$
$d_L$	Durchmesser eines Luftmoleküles, $d_L = 3.7 * 10^{-10} m$
$d_w$	Durchmesser des Sondendrahtes $[m]$
$E$	Spannungssignal $[V]$
$E_{cca}$	Spannungssignal am Ausgang der Konstant-Strom-Brücke $[V]$
$E_{cta}$	Spannungssignal am Ausgang der Konstant-Temperatur-Brücke $[V]$
$E_w$	Spannungsabfall über dem Sondendraht $[V]$
$f$	Frequenz $[Hz]$
$g$	Gravitationskonstante, $g = 9.81 m/s^2$
$Gr$	Grashof-Zahl $[-]$
$h, H$	Richtungsempfindlichkeit des Sondendrahtes in binormaler Richtung $[-]$
$I_w$	Sondenstrom $[A]$
$k, K$	Richtungsempfindlichkeit des Sondendrahtes in tangentialer Richtung $[-]$
$Kn$	Knudsen-Zahl $[-]$
$l_w$	Länge des Sondendrahtes $[m]$
$L_x$	Längendimension der gerichteten Dimensionsanalyse in longitudinaler Strömungsrichtung
$L_z$	Längendimension der gerichteten Dimensionsanalyse in vertikaler Strömungsrichtung
$L$	Stabilitätslänge nach Kader und Yaglom [22] $[m]$
$L_0$	Monin-Obukhov-Länge $[m]$
$m$	Exponent der Reynolds-Zahl $Re$ $[-]$
$M$	statistisches Moment
$m_L$	Masse eines Luftmoleküles, $m_L = 4.8 * 10^{-26} kg$
$Ma$	Mach-Zahl $[-]$
$n$	Exponent des <i>Temperature Loading Factor</i> $[-]$
$n$	Exponent des Geschwindigkeitsprofils, Gl. 7.1 $[-]$
$N$	Anzahl der Meßpunkte $[-]$
$Nu$	Nusselt-Zahl $[-]$
$p$	Druck $[N/m^2]$
$P$	Proportionalitätsfaktor $[-]$

$Pr$	Prandtl-Zahl $[-]$
$Pr_t$	turbulente Prandtl-Zahl $[-]$ , $0.5 \leq Pr_t \leq 0.9$ nach Rotta [39]
$Q$	vertikaler Temperaturfluß $[K\ m/s]$ , $Q = \overline{w't'}$
$\dot{Q}_E$	elektrische Heizleistung $[W]$
$\dot{Q}_{eK}$	Wärmestrom durch erzwungene Konvektion $[W]$
$\dot{Q}_{fK}$	Wärmestrom durch freie Konvektion $[W]$
$\dot{Q}_L$	Wärmeleitung vom aktiven Teil des Sondendrahtes zu den plattierten Enden bzw. zu den Haltespitzen $[W]$
$\dot{Q}_S$	Wärmestrahlung $[W]$
$R^*$	wirksamer Widerstand des aktiven Brückenweiges $[\Omega]$
$r_w$	spezifischer elektrischer Widerstand des Sondendrahtes $[\Omega\ m]$
$R_w$	Widerstand des Sondendrahtes $[\Omega]$
$Re$	Reynolds-Zahl $[-]$
$S_\Theta$	Temperaturempfindlichkeit des Hitzdrahtes in Konstant-Strom-Schaltung $[V/K]$
$T$	Temperatur $[K]$
$t'$	Temperaturfluktuation $[K]$
$\mathbf{T}$	Zeitdimension
$T_0$	Referenztemperatur, $T_0 = 273.15\ K$
$T_0$	mittlere Temperatur des <i>Surface Layer</i> $[K]$ nach Monin und Obukhov [33]
$T_f$	Filmtemperatur $[K]$
$T_{Wand}$	Wandtemperatur $[K]$
$T_*$	charakteristische Temperatur $[K]$
$\Delta T$	Temperaturdifferenz über die Grenzschicht $[K]$
$U$	Strömungsgeschwindigkeit in longitudinaler Richtung $[m/s]$
$u'$	Geschwindigkeitsfluktuation in longitudinaler Richtung $[m/s]$
$U_{eff}$	effektive Kühlgeschwindigkeit am Sondendraht $[m/s]$
$U_\tau$	Wandschubspannungsgeschwindigkeit $[m/s]$
$V$	Strömungsgeschwindigkeit in lateraler Richtung $[m/s]$
$v'$	Geschwindigkeitsfluktuation in lateraler Richtung $[m/s]$
$W$	Strömungsgeschwindigkeit in vertikaler Richtung $[m/s]$
$w'$	Geschwindigkeitsfluktuation in vertikaler Richtung $[m/s]$
$z_0$	Rauhigkeitslänge $[m]$
$z^*$	dimensionsloser Wandabstand $[-]$

## 1.2 Griechische Buchstaben

$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient [ $W/(m^2 K)$ ]
$\alpha_w$	Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstandes des Sondendrahtes [ $1/K$ ]
$\beta$	Auftriebsparameter [ $m/(s^2 K)$ ], $\beta = g/T_0$
$\gamma_i$	Exponentialkoeffizienten der Dimensionsanalyse [–]
$\delta$	Grenzschichtdicke [ $m$ ]
$\delta_1$	Verdrängungsdicke [ $m$ ]
$\delta_2$	Impulsverlustdicke [ $m$ ]
$\varepsilon$	spezifische Dissipationsrate [ $m^2/s^3$ ]
$\zeta$	bezogene Koordinate [–], $\zeta = z/L$
$\theta_i$	Anstellwinkel der Hitzdrahtsonde [ $^\circ$ ]
$\Theta$	Temperaturdimension
$\vartheta$	Neigungswinkel des Sondendrahtes [ $^\circ$ ]
$\kappa$	v. Kármánsche Konstante [–]
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit [ $W/(m K)$ ]
$\lambda_m$	mittlere freie Weglänge [ $m$ ]
$\mu$	dynamische Zähigkeit [ $kg/(s m)$ ]
$\nu$	kinematische Zähigkeit [ $(m^2/s)$ ]
$\rho_L$	Dichte der Luft [ $kg/m^3$ ]
$\xi$	bezogene Koordinate [–], $\xi = z/\delta$
$\tau$	Zeitkonstante [ $s$ ]
$\tau_*$	mit $\rho$ normierte Schubspannung [ $m^2/s^2$ ]
$\varphi$	Anströmwinkel des Sondendrahtes bzgl. seiner Normalachse [ $^\circ$ ]

## 1.3 Indizes

+	Bezugsgröße des <i>Mixed Layer</i>
<i>app</i>	approximierter Wert
<i>bn</i>	Komponente in binormaler Richtung
<i>cal</i>	Zustandsgröße bei der Kalibrierung
<i>cov</i>	Komponente des statistischen Momentes durch dynamische und thermische Turbulenzproduktion
<i>dyn</i>	Komponente des statistischen Momentes durch dynamische Turbulenzproduktion
<i>eff</i>	effektiver Wert
<i>g</i>	Fluid
<i>mess</i>	gemessener Wert
<i>ml</i>	<i>Mixed Layer</i>
<i>n</i>	Komponente in normaler Richtung

<i>ref</i>	Referenzzustand
<i>t</i>	Komponente in tangentialer Richtung
<i>th</i>	Komponente des statistischen Momentes durch thermische Turbulenzproduktion
<i>w</i>	Draht
<i>Wand</i>	Wand
<i>wB</i>	wandnaher Bereich
$\infty$	Parameter im ungestörten Strömungsfeld

## 1.4 Abkürzungen

ATL	<i>Alternative Turbulence Layer</i>
CBL	<i>Convective Boundary Layer</i>
CCA	<i>Constant Current Anemometry</i>
CML	<i>Convective and Mechanical Layer</i>
CTA	<i>Constant Temperature Anemometry</i>
FCL	<i>Free Convection Layer</i>
HDA	Hitzdraht-Anemometrie
MTL	<i>Mechanical Turbulence Layer</i>
MWV	Meßwertverarbeitung



## 2 Einleitung

Die Kenntnis von der Energieübertragung in thermisch geschichteten Grenzschichtströmungen ist eine Voraussetzung zur Modellierung von dort stattfindenden Durchmischungsvorgängen, z.B. der Schadstoffausbreitung in der atmosphärischen Grenzschicht. Ursache ist einerseits die dynamisch generierte Turbulenzbewegung aufgrund von Schubkräften, resultierend aus der Haftbedingung am Boden und zusätzlicher Turbulenzproduktion durch Bodenrauigkeit, andererseits die thermisch generierte Turbulenzbewegung durch Auf- bzw. Abtriebskräfte im Strömungsfeld durch eine entsprechende thermische Schichtung der Grenzschicht aufgrund eines Wärmestromes am Boden.

Der *Surface Layer* als wandnächster Bereich (vgl. Abb. 7.11) in einer temperaturgeschichteten turbulenten Grenzschichtströmung wurde erstmals von Monin und Obukhov (Obukhov [36], Monin und Obukhov [33]) durch Aufnahme einer Störfunktion in das logarithmische Wandgesetz beschrieben, die die Wirkung von Auf- und Abtriebskräften auf das Strömungsfeld berücksichtigen soll. In ihrer Ähnlichkeitshypothese gehen Monin und Obukhov davon aus, daß der wandnahe Bereich der Grenzschichtströmung ausschließlich von folgenden Parametern bestimmt wird: von der Höhenkoordinate  $z$ , der Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $U_\tau$ , der charakteristischen Temperatur  $T_* = Q_{wand}/U_\tau$  und dem Auftriebsparameter  $\beta = g/T_0$ .

Kader und Yaglom [22] modifizierten das Modell von Monin und Obukhov durch eine Aufteilung des *Surface Layer* in drei Teilbereiche, die durch unterschiedliche physikalische Vorgänge der Entstehung von Turbulenzenergie charakterisiert sind. Im wandnächsten Bereich haben die Auftriebskräfte keinen Einfluß auf die Turbulenzstruktur. Die Turbulenzenergie der vertikalen Geschwindigkeitskomponente  $w'$  wird maßgeblich durch Druckfluktuationen von der longitudinalen Geschwindigkeitskomponente  $u'$  übertragen, der Anteil direkter Turbulenzproduktion durch Auftriebskräfte ist vernachlässigbar. In einem anschließenden Übergangsbereich nimmt der Anteil thermisch generierter Turbulenzenergie von  $w'$  immer mehr zu, bis dieser in einem zweiten Bereich des *Surface Layer* überwiegt, so daß der Anteil, der von der ausschließlich dynamisch generierten Turbulenzenergie von  $u'$  durch Druckfluktuationen übertragen wird, vernachlässigt werden kann. Nach einem weiteren Übergangsbereich, in dem der Anteil thermisch generierter Turbulenzenergie weiter ansteigt und deutlich größer wird als der dynamisch generierte Anteil, schließt sich der dritte Bereich des *Surface Layer* an. Hier stellt der Transfer von Turbulenzenergie von der vertikalen zur longitudinalen Geschwindigkeitskomponente den überwiegenden Anteil der Turbulenzproduktion von  $u'$  dar, d.h. der Anteil dynamischer Turbulenzproduktion ist zu vernachlässigen. Die von Kader und Yaglom [22] angewandte gerichtete Dimensionsanalyse zur genaueren Beschreibung des Transports von dynamischer und thermischer Turbulenzenergie führt neben den von Monin und Obukhov genannten zu einem weiteren beschreibenden Parameter, der v. Kármánschen Konstanten  $\kappa_u$ .

Der von der oberen Grenze des wandnahen Bereiches bis zum Rand der Grenzschicht reichende Strömungsbereich wird durch die Ähnlichkeitshypothese von Zilitinkevich [47] beschrieben. Sie basiert auf einer Dekomposition der Geschwindigkeitsfluktuationen in dynamisch und thermisch generierte Anteile und baut auf den Darstellungen von Sorbjan [40] für eine nur thermisch generierte Grenzschichtströmung auf, erweitert um den vertikalen Impulsfluß  $-\overline{u'w'}\langle z \rangle$  als beschreibenden Parameter des Strömungsfeldes. Neben  $-\overline{u'w'}\langle z \rangle$  sind die weiteren charakteristischen Größen die vertikale Koordinate  $z$ , der Auftriebsparameter  $\beta$  sowie der vertikale Temperaturfluß  $\overline{w't'}\langle z \rangle$ .

Als Beitrag zur experimentellen Untersuchung neutral und instabil geschichteter Gleichdruck-Grenzschichten mit Bodenrauigkeit ist das Ziel der vorliegenden Arbeit, entsprechende Grenzschichtströmungen im Windkanal zu simulieren und die charakteristischen Eigenschaften der nachgebildeten Strömungsfelder, die mit Hilfe eines eigens entwickelten Meßsystems auf der Basis der Hitzdraht-Anemometrie ermittelt wurden, anhand von Ähnlichkeitshypothesen zu bestimmen. Die ausgewerteten charakteristischen Größen und Koeffizienten der beschreibenden Funktionen der für den jeweiligen Bereich der Grenzschicht gültigen Ähnlichkeitstheorien werden soweit vorhanden mit in der Literatur dokumentierten Werten aus Labor- und Freilandmessungen verglichen. Da die Entstehungsprozesse der atmosphärischen Grenzschicht und der thermisch geschichteten Grenzschicht im Windkanal unterschiedlich sind, muß für jede einzelne Eigenschaft der Windkanalströmung ein entsprechender Nachweis geführt werden.

Die Hitzdraht-Anemometrie in Konstant-Temperatur-Brückenschaltung ist ein Verfahren, das zur Messung eines Geschwindigkeitsvektors mit hoher zeitlicher Auflösung bei kleinem Meßvolumen geeignet ist, während zur Messung der Temperatur der Strömung üblicherweise die Hitzdraht-Anemometrie in Konstant-Strom-Brückenschaltung verwendet wird.

Thermisch geschichtete Grenzschichten mit zweidimensionalem Charakter wie z.B. die atmosphärische Grenzschicht sind maßgeblich durch Schubkräfte in einer Ebene, die durch die Hauptströmungsrichtung und einen Vektor senkrecht zum Boden aufgespannt wird, sowie thermische Kräfte orthogonal zum Boden gekennzeichnet, die Messung der entsprechenden zwei Geschwindigkeitskomponenten und der Strömungstemperatur liefert daher die wesentlichen Informationen über den Energieaustausch im Strömungsfeld. Wird durch den Einsatz einer Sonde mit zwei Hitzdrähten wie z.B. einer x-Draht-Sonde bei einer Meßwertverarbeitung mit zeitlicher Auflösung der Meßreihen der Momentanwert der Lateralgeschwindigkeit  $V$  vernachlässigt, führt dies im allgemeinen zu einem Fehler in der Bestimmung der Momentanwerte der gesuchten Geschwindigkeitskomponenten  $U$  und  $W$ .

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird daher eine Sonde bestehend aus drei Hitzdrähten zur Messung der drei Komponenten des Geschwindigkeitsvektors und einem Kaltdraht zur Messung der Strömungstemperatur vorgestellt. Neben der vollständigen Auflösung des Geschwindigkeitsvektors hat diese Sondenkonfiguration den Vorteil, daß die bei 2-Draht-Sonden notwendige exakte Ausrichtung in die Hauptströmungsrichtung entfällt.

Die hier vorgestellte Meßwertverarbeitung basiert auf der bei Kramers [30] dargestellten Modellierung des Wärmestromes vom Hitzdraht an das umgebende Strömungsfeld. Eigene Untersuchungen mit dem hier zur Messung des Geschwindigkeitsvektors verwendeten Sondentyp (DANTEC® P02) zeigen für weitere Ansätze (Cimbala und Park [13], Wier [44], Žukauskas und Žiugžda [48]) in dem untersuchten Strömungsbereich ( $1.5 \text{ m/s} < U < 9.0 \text{ m/s}$ ,  $298 \text{ K} < T_g < 328 \text{ K}$ ) die Güte der Abbildung der Modellierung auf die Meßwerte. Weiter werden die Richtungsempfindlichkeiten des Sondendrahtes sowie deren Einflußfaktoren bei einer Anströmung ungleich der Normalrichtung untersucht. Neben einem hierauf basierenden Verfahren zur Kalibrierung der Meßsonde wird ein bzgl. der Verarbeitungsgeschwindigkeit optimiertes Auswerteverfahren zur Bestimmung der Momentanwerte des Geschwindigkeitsvektors und der Temperatur der Strömung vorgestellt.

Der am Institut für Strömungsmechanik und Aerodynamik der Universität der Bundeswehr München zur Verfügung stehende Windkanal ist aufgrund seiner Ausstattung prädestiniert für die Generierung thermisch geschichteter Grenzschichtströmungen. Zur Messung zweier Geschwindigkeitskomponenten sowie der Temperatur der Strömung wurde bisher ein von Wier [44] entwickeltes Hitzdraht-Meßsystem mit einer x-Draht- (CTA) und zwei Temperatursonden (CCA) verwendet.

Ziele dieser Arbeit waren die Bereitstellung einer geeigneten Meßtechnik zur Ermittlung der Momentanwerte der Komponenten  $U$ ,  $V$  und  $W$  des Geschwindigkeitsvektors und der Temperatur  $T_g$  sowie der zugehörigen Korrelationen in einer Grenzschichtströmung mit großen Geschwindigkeits- und Temperaturgradienten sowie -Fluktuationen und die Untersuchung folgender Strukturparameter der im Windkanal simulierten Grenzschichtströmungen mit Bodenrauigkeit ( $R2$  nach Liedtke [32]) bei neutraler (Strömungsgrößen ohne  $\overline{T_g}$  und  $t'$ ) und instabiler Schichtung (Instabilitätsklassen  $I1$  und  $I2$  nach Liedtke [32]):  $\overline{U}$ ,  $\overline{T_g}$ ,  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{w'^2}$ ,  $\overline{t'^2}$ ,  $\overline{u't'}$ ,  $\overline{u'w't'}$ ,  $\overline{w'^2t'}$ ,  $\overline{u't'^2}$ ,  $\overline{w't'^2}$ ,  $\overline{t'^3}$  sowie die integralen Zeitmaße  $T_{u'^2}$ ,  $T_{v'^2}$ ,  $T_{w'^2}$ ,  $T_{u'w'}$ ,  $T_{t'^2}$ ,  $T_{u't'}$ ,  $T_{w't'}$ , jeweils abhängig von der Höhenkoordinate  $z$ . Weiter werden die ausgewerteten charakteristischen Größen und Koeffizienten der beschreibenden Funktionen der für den jeweiligen Bereich der Grenzschicht gültigen Ähnlichkeitstheorien mit soweit vorhanden in der Literatur dokumentierten Werten aus Labor- und Freilandmessungen dargestellt und verglichen.

### 3 Modellierung des Wärmestroms am Sondendraht

Bei Hitzdrahtsonden, die zur Geschwindigkeitsmessung verwendet werden, wird der Sondendraht üblicherweise in einer Konstant-Temperatur-Brückenschaltung betrieben (vgl. Abb. 3.2); der am erhitzten Sondendraht abgeführte Wärmestrom wird dabei durch elektrische Heizleistung nachgeführt.

In Kap. 3.1 ist die Wärmebilanz am Sondendraht dargestellt. Bestimmende Kennzahl für den vom Hitzdraht abgehenden Wärmestrom, der maßgeblich durch erzwungene Konvektion an das umströmende Fluid abgeführt wird, ist die Nusselt-Zahl  $Nu$ , mit deren Modellierung sich Kap. 3.2 beschäftigt. Kap. 3.3 hat die Temperaturabhängigkeit der Stoffgrößen, die zur Bestimmung der Nusselt-Zahl notwendig sind, zum Inhalt.

Die hierfür benötigte Temperatur des Sondendrahtes  $T_w$  kann aufgrund der kleinen Abmessungen hier nicht direkt experimentell gemessen, sondern nur über die Widerstandsänderung des Drahtes bzgl. eines Referenzwiderstandes bei einer Referenztemperatur ermittelt werden. In Kap. 3.4 wird die Temperaturverteilung für den Draht der hier verwendeten Sonde mit plattierten Enden und aktivem Mittelstück (Dantec<sup>®</sup> 55P02) hergeleitet und bei vorgegebenem Widerstandsanstieg der mittlere Temperaturwert aus der Temperaturverteilung mit dem direkt aus der Widerstandsänderung ermittelten Wert verglichen. Ebenso wird der Einfluß der plattierten Enden auf den Gesamtwiderstand untersucht.

Eine Gegenüberstellung verschiedener Ansätze zur Modellierung der Nusselt-Zahl anhand von Auswertungen von Messungen mit dem hier gewählten Sondentyp ist in Kap. 3.6 dargestellt.

#### 3.1 Wärmebilanz am Sondendraht

Für einen angeströmten Hitzdraht in Konstant-Temperatur-Schaltung kann folgende Bilanz der Wärmeströme aufgestellt werden:

$$\dot{Q}_E = \dot{Q}_{eK} + \dot{Q}_{fK} + \dot{Q}_L + \dot{Q}_S \quad (3.1)$$

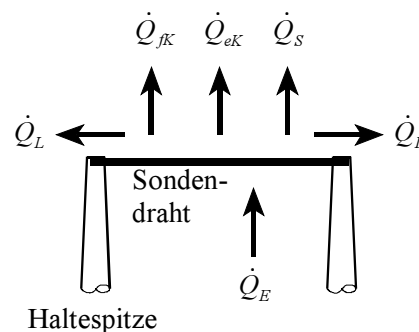


Abbildung 3.1: Wärmeströme am Hitzdraht

Die elektrische Heizleistung  $\dot{Q}_E$  wird durch die freie Konvektion  $\dot{Q}_{fK}$ , die erzwungene Konvektion  $\dot{Q}_{eK}$ , den Wärmestrom an die Haltespitzen  $\dot{Q}_L$  und die Wärmestrahlung  $\dot{Q}_S$  abgeführt, vgl. Abb. 3.1.

Der durch freie Konvektion abgeführte Wärmestrom  $\dot{Q}_{fK}$  kann nach Collis und Williams [14] für Reynolds-Zahlen

$$Re > Gr^{\frac{1}{n}} \quad (3.2)$$

vernachlässigt werden, wobei für den Exponenten der Grashof-Zahl  $Gr$  für Luft gilt:  $n = 3$ . Für den hier verwendeten Sondendraht mit dem Durchmesser  $d_w = 5 \mu m$  und für eine Betriebstemperatur  $T_w = 515 K$  berechnet sich die Grashof-Zahl

$$Gr = g (T_w - T_g) \frac{d_w^3}{\nu^2 T_g}$$

bei einer Strömungstemperatur von  $T_g = 293 K$  zu  $Gr = 1.34 * 10^{-6}$  und damit der Bereich der Reynolds-Zahl nach Gl. 3.2 zu  $Re > 0.011$ , was mit

$$Re = \frac{U * d_w}{\nu} \quad (3.3)$$

einer Anströmgeschwindigkeit  $U > 0.06 m/s$  entspricht.

Der Wärmeverlust  $\dot{Q}_S$  durch Strahlung in unmittelbarer Wandnähe ist nach Krishnamoorthy *et al.* [31] nur für den Bereich des dimensionslosen Wandabstandes

$$z^* = \frac{z * U_\tau}{\nu} \leq 4 \quad (3.4)$$

zu berücksichtigen. Legt man die kleinste im Rahmen der hier durchgeführten Grenzschichtuntersuchungen gemessene Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $U_\tau = 0.1 m/s$  zugrunde, ergibt dies einen Wandabstand  $z \leq 0.6 mm$  (mit  $\nu$  für  $T = 293 K$ , vgl. Kap. 3.3), der bei den hier dargestellten Messungen schon aufgrund der räumlichen Ausdehnung der verwendeten Meßsysteme nicht unterschritten wurde.

Die Wärmebilanz am Sondendraht nach Gl. 3.1 reduziert sich damit für den Bereich der Reynolds-Zahl  $Re > 0.011$  und ausreichenden Wandabstand nach Gl. 3.4 zu

$$\dot{Q}_E = \dot{Q}_{eK} + \dot{Q}_L \quad , \quad (3.5)$$

d.h. die zugeführte elektrische Heizleistung  $\dot{Q}_E$  wird durch erzwungene Konvektion  $\dot{Q}_{eK}$  an der Oberfläche der aktiven Länge des Sondendrahtes und durch Wärmeleitung  $\dot{Q}_L$  über die Stirnfläche hin zu den goldplattierten Enden des Sondendrahtes abgeführt.

Der Wärmestrom  $\dot{Q}_L$  kann in erster Näherung als proportional zu  $\dot{Q}_{eK}$  angesehen werden, da dieser ebenfalls durch erzwungene Konvektion über die Haltespitzen und gegebenenfalls

über die plattierten Drahtenden an das umströmende Fluid abgeführt wird.  $\dot{Q}_L$  kann daher durch einen Proportionalitätsfaktor  $P$  berücksichtigt werden, Gl.3.5 ergibt sich damit zu:

$$\dot{Q}_E = P * \dot{Q}_{eK} \quad (3.6)$$

Die elektrische Heizleistung  $\dot{Q}_E$  für einen in Konstant-Temperatur-Schaltung (vgl. Abb. 3.2) betriebenen Sondendraht berechnet sich nach Wier [44] zu:

$$\dot{Q}_E = I_w^2 R_w = \frac{E_w^2}{R_w} = E_{cta}^2 \frac{R_w}{(R_1 + R_4 + R_w)^2} = \frac{E_{cta}^2}{R^*} \quad (3.7)$$

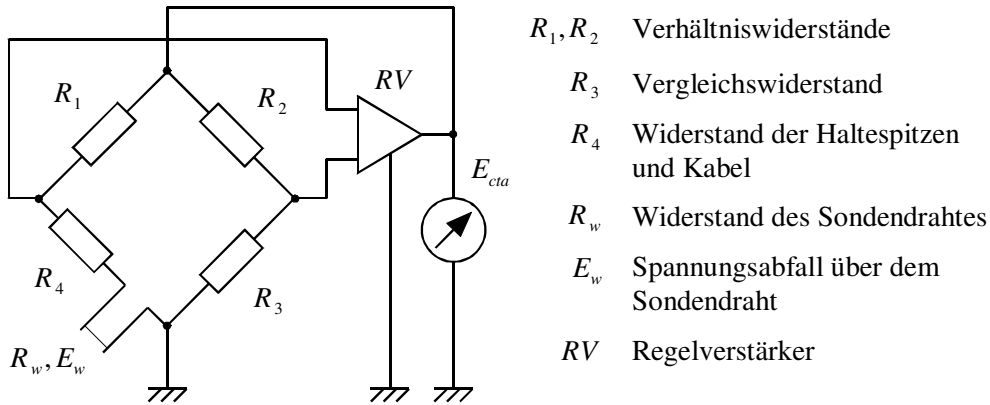


Abbildung 3.2: Sondendraht in Konstant-Temperatur-Schaltung

Für einen quer angeströmten beheizten Zylinder mit homogener Temperaturverteilung gilt:

$$\dot{Q}_{eK} = \pi l_w d_w \alpha (T_w - T_g) \quad (3.8)$$

Damit läßt sich mit Hilfe der den Wärmeübergang charakterisierenden Nusselt-Zahl

$$Nu = \frac{\alpha d_w}{\lambda} \quad (3.9)$$

unter Verwendung der Wärmebilanzgleichung 3.6 mit den Wärmeströmen nach den Gln. 3.7 und 3.8 das Brückenausgangssignal  $E_{cta}$  wie folgt darstellen:

$$E_{cta}^2 = P R^* \pi l_w \lambda Nu (T_w - T_g) \quad (3.10)$$

### 3.2 Modellierung der Nusselt-Zahl

In der Literatur finden sich zahlreiche Ansätze für die Modellierung der Nusselt-Zahl  $Nu$ , insbesondere den Einfluß der temperaturabhängigen Stoffgrößen  $\lambda$ ,  $\mu$  und  $c_p$  betreffend. Der allgemeine funktionale Zusammenhang für die Nusselt-Zahl an einem quer angeströmten beheizten Kreiszyylinder lautet nach Bruun [7]:

$$Nu = f\langle Re, Pr, Gr, Kn, Ma, \frac{l_w}{d_w}, \frac{T_w - T_g}{T_g}, \varphi \rangle$$

Von den darin enthaltenen Kennzahlen charakterisiert die Reynolds-Zahl  $Re$  (Gl. 3.3) das Strömungsfeld des umströmten Kreiszylinders, während die Prandtl-Zahl

$$Pr = \frac{\nu \rho c_p}{\lambda} \quad (3.11)$$

für das Verhältnis zweier molekularer Transportgrößen steht: den Impulstransport durch Reibung, dargestellt durch die kinematische Viskosität  $\nu$  und den Transport von Wärmeenergie durch Leitung, repräsentiert durch den Quotienten  $\lambda/(\rho c_p)$ .

Im geforderten Geschwindigkeitsbereich  $0.3 \text{ m/s} < U < 10 \text{ m/s}$  kann die freie Konvektion, repräsentiert durch die Grashof-Zahl  $Gr$ , nach der Abschätzung nach Gl. 3.2 ebenso vernachlässigt werden wie der Einfluß der Kompressibilität, charakterisiert durch die Mach-Zahl  $Ma$ .

Strömungen verdünnter Gase, charakterisiert durch das Verhältnis der mittleren freien Weglänge  $\lambda_m$  der Fluidmoleküle zu der Abmessung des umströmten Körpers, hier der Durchmesser des Sondendrahtes  $d_w$ , werden durch die Knudsen-Zahl  $Kn$  beschrieben:

$$Kn = \frac{\lambda_m}{d_w} = \frac{1}{d_w} \frac{m_L}{\sqrt{2} \pi d_L^2 \rho_L}$$

Sie berechnet sich für den hier eingesetzten Sondentyp zu  $Kn = 0.01$  und liegt damit im Grenzbereiches zwischen Kontinuums- ( $Kn < 0.01$ ) und Gleitströmung ( $0.01 \leq Kn \leq 0.1$ ), so daß noch Kontinuumsströmung angenommen werden kann.

Eine Anströmung des Sondendrahtes unter einem Winkel  $\varphi$  bzw.  $\vartheta$  bzgl. einer Achse orthogonal zum Sondendraht mit der Geschwindigkeit  $U$  kann bei der Modellierung der Nusselt-Zahl  $Nu$  zurückgeführt werden auf eine Normalanströmung mit einer effektiven Kühlgeschwindigkeit  $U_{eff}$ , vgl. Abb. 3.3 bzw. Kap. 4.

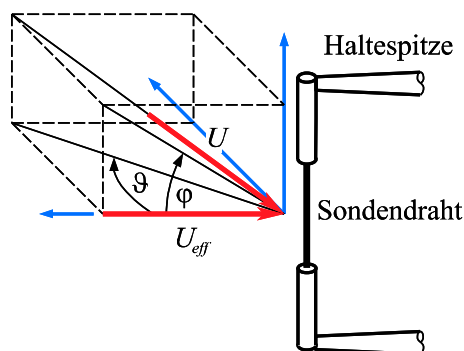


Abbildung 3.3: Definition der Kühlgeschwindigkeit  $U_{eff}$

Mit den obigen Annahmen folgt damit für die funktionale Abhängigkeit der Nusselt-Zahl:

$$Nu = f \left\langle Re, Pr, \frac{l_w}{d_w}, \frac{T_w - T_g}{T_g} \right\rangle$$

mit dem Längenverhältnis  $l_w/d_w$  und dem auf die Temperatur der ungestörten Anströmung  $T_g$  bezogenen treibenden Temperaturgefälle  $(T_w - T_g)/T_g$  des Sondendrahtes. Erste Untersuchungen von King [24] an quer angeströmten Kreiszyllindern führten zu einem funktionalen Zusammenhang  $Nu = f(Re)$  der Form

$$Nu = A + B * Re^{\frac{1}{2}} \quad (3.12)$$

mit den empirischen Konstanten  $A$  und  $B$ .

Cimbala und Park [13] zeigten, daß innerhalb eines Temperaturbereiches  $301 K < T_g < 308 K$  bei Strömungsgeschwindigkeiten  $2 m/s \leq U \leq 10 m/s$  dieser Ansatz der Nusselt-Zahl, verallgemeinert durch einen Parameter  $m$  anstelle der Konstanten  $1/2$  als Exponent der Reynolds-Zahl  $Re$ , hinreichend genau ist, wenn die Stoffgrößen  $\lambda$  und  $\mu$  mit der Filmtemperatur

$$T_f = \frac{T_w + T_g}{2} \quad (3.13)$$

bestimmt werden. Die mittlere Abweichung zwischen gemessenem und berechnetem Geschwindigkeitswert betrug  $0.07 m/s$ . Mit dem so abgeänderten Ansatz für die Nusselt-Zahl folgte bei Cimbala und Park [13] für das Brückenausgangssignal nach Gl. 3.10:

$$E_{cta}^2 = \lambda|_{T_f} \left[ A + B \left( \frac{U}{\mu|_{T_f}} \right)^m \right] (T_w - T_g) \quad (3.14)$$

Neben dem Parameter  $m$  wurden die Koeffizienten  $A$  und  $B$  sowie die Drahttemperatur  $T_w$  mit Hilfe einer nichtlinearen Fehlerquadrat-Optimierung approximiert.

Boman [4] wendete das obige Verfahren in einem erweiterten Bereich der Strömungsparameter an:  $4 m/s < U < 35 m/s$ ,  $293 K < T_g < 318 K$ . Die maximale Abweichung zwischen gemessenen und berechneten Geschwindigkeitswerten betrug hier 2.5%, der mittlere Fehler 0.7%. Zur Anwendung kam der gleiche Sondentyp wie in der vorliegenden Arbeit.

Den gleichen Ansatz (Gl. 3.14) verwendeten Graham und Bremhorst [18] in den Bereichen  $5 m/s < U < 25 m/s$  und  $298 K \leq T_g \leq 328 K$  (Sondentyp: Dantec<sup>®</sup> P51, Überhitzungsverhältnis  $a = 0.3$ ). Der mittlere Fehler zwischen gemessenem und berechnetem Geschwindigkeitswert war im überwiegenden Teil des Meßbereiches kleiner 1%.

Collis und Williams [14] berücksichtigten mit ihrem Ansatz der Nusselt-Zahl basierend auf Gl. 3.12 die Temperaturabhängigkeit des vom Draht an das umströmende Fluid abgeführten Wärmestroms durch die Einführung des *Temperature Loading Factor*  $(T_f/T_g)^{-0.17}$ :

$$Nu \left( \frac{T_f}{T_g} \right)^{-0.17} = 0.24 + 0.56 Re^{0.45}$$

Sie untersuchten hierzu Sondendrähte mit einem Längenverhältnis  $l_w/d_w > 2000$  für Reynolds-Zahlen im Bereich  $0.02 < Re < 44$  bei konstanter Anströmtemperatur und unterschiedlichen Drahttemperaturen  $T_w$ .



Koch und Gartshore [26] verallgemeinerten den obigen Ansatz zu:

$$Nu \left( \frac{T_f}{T_g} \right)^n = A + B Re^{0.45}$$

Eine umfangreiche Untersuchung des obigen Ansatzes führten Abdel-Rahman *et al.* [1] für die Bereiche  $295 K < T_g < 371 K$  und  $0.35 m/s < U < 9 m/s$  mit dem Sondentyp Dantec<sup>®</sup> P15 (unplattierter Sondendraht,  $l_w/d_w = 250$ ) durch. Im Unterschied zu den Untersuchungen von Collis und Williams [14] variierten Abdel-Rahman *et al.* [1] bei konstanter Drahttemperatur  $T_w$  die Temperatur der Anströmung  $T_g$ . Nach Ansicht der Autoren sind diese beiden Vorgehensweisen dann äquivalent, wenn der Wärmestrom am Sondendraht ausschließlich vom treibenden Temperaturgefälle ( $T_w - T_g$ ) und nicht zusätzlich von den Stoffgrößen und damit vom absoluten Wert der Temperaturen  $T_w$  und  $T_g$  abhängt. Die Auswertung der Stoffgrößen  $\lambda$  und  $\nu$  bei unterschiedlichen Temperaturwerten ( $T_g, T_f, T_w$ ) führte nur für die Filmtemperatur  $T_f$  nach Gl. 3.13 zu einer gemeinsamen Kennlinie  $Nu = f\langle Re \rangle$ . Der maximale Fehler zwischen berechneten und gemessenen Geschwindigkeitswerten betrug 2% für  $U > 1.5 m/s$  bzw. 5% für  $0.8 m/s < U < 1.5 m/s$ . Eine Auswertung der Meßwerte unter Vernachlässigung des *Temperature Loading Factor* führte insbesondere bei Geschwindigkeiten  $U > 4 m/s$  zu nur geringfügig schlechteren Ergebnissen in dem vorgegebenen Temperaturbereich (max. Fehler: 2%). Die Vergrößerung des Fehlers im unteren Geschwindigkeitsbereich  $U < 2 m/s$  begründen die Autoren mit dem zunehmenden Einfluß der freien Konvektion am Sondendraht und der Wärmeleitung vom Sondendraht hin zu den Haltespitzen.

Ein weiterer Ansatz zur Modellierung der Nusselt-Zahl an quer angeströmten beheizten Kreiszyklindern wurde von Kramers [30] für verschiedene Fluide mit Prandtl-Zahlen  $0.71 < Pr < 525$  im Bereich  $0.1 < Re < 10000$  dargestellt:

$$Nu = 0.42 Pr^{0.2} + 0.57 Pr^{0.33} Re^{0.5} \quad (3.15)$$

Der Ansatz basiert auf der Auswertung von Meßergebnissen an Kreiszyklindern mit sehr großem Längenverhältnis  $l_w/d_w$  bei senkrechter Anströmung. Der Temperatureinfluß wird hier durch eine Verknüpfung der Koeffizienten  $A$  und  $B$  nach Gl. 3.12 mit der Prandtl-Zahl (Gl. 3.11) berücksichtigt. Anwendung findet dieser Ansatz u.a. bei Klein [25].

Wier [44] modifizierte den Ansatz nach Kramers [30] im Parameterbereich seiner Untersuchungen ( $0.5 m/s \leq U \leq 10 m/s$ ,  $283 K \leq T_g \leq 353 K$ ,  $0.6 \leq a \leq 0.8$ ) durch Hinzufügen eines Korrekturterms für die Temperaturabhängigkeit  $(T_0/T_g)^n$  zu

$$Nu = \left( 0.42 Pr^{0.2} + 0.57 Pr^{0.33} Re^m \right) \left( \frac{T_0}{T_g} \right)^n$$

mit dem Geschwindigkeitsexponenten  $m$  zur Anpassung an Sondendrähte endlicher Länge (verwendete Sondentypen: Dantec<sup>®</sup> 55P01, 55P02, 55P11, 55P12, 55P51) und dem Temperaturexponenten  $n$  zur Korrektur funktionaler Abweichungen in den Temperaturabhängigkeiten bei großen Änderungen der Gastemperatur  $T_g$ .

Ein weiterer Ansatz unter Einbeziehung der Prandtl-Zahl findet sich bei Žukauskas und Žiugžda [48] für eine Anströmung des Sondendrahtes im Bereich  $Re < 40$ :

$$Nu = (0.35 + 0.62 Re \langle T_g \rangle^m) Pr \langle T_g \rangle^{0.37} \left( \frac{Pr \langle T_g \rangle}{Pr \langle T_w \rangle} \right)^{0.25}$$

Hier werden die Kennzahlen  $Re$  und  $Pr$  bei  $T = T_g$  bzw.  $T = T_w$  bestimmt.

### 3.3 Ansätze zur Bestimmung der temperaturabhängigen Stoffgrößen

Die in den Nusselt-Zahl-Ansätzen vorkommenden Stoffgrößen kinematische Zähigkeit  $\nu$  und Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  von Luft sind temperatur- und druckabhängig, tabellarische Auflistungen finden sich u.a. bei Kohlrausch [27] ( $p_0 = 1 \text{ bar}$ ) und Kakaç *et al.* [23].

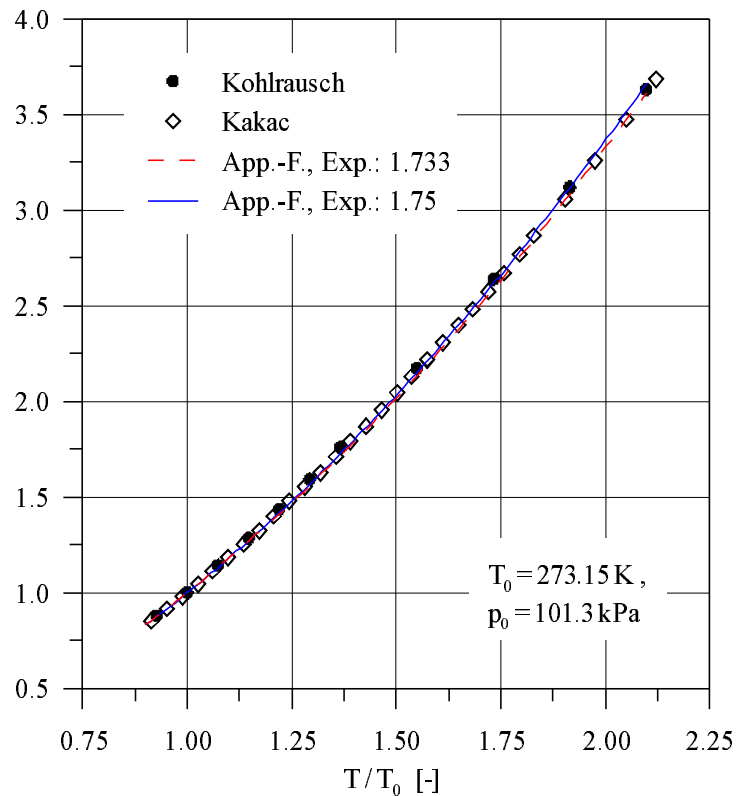


Abbildung 3.4: bezogene kinematische Zähigkeit  $\nu/\nu_0 \langle T/T_0 \rangle$ , Approximationsfunktionen nach den Gln. 3.16 und 3.18

Die bei Koppius und Trines [28] für den Temperaturbereich  $283 \text{ K} < T < 353 \text{ K}$  angegebenen funktionalen Zusammenhänge

$$\lambda_g = \lambda_{g,0} \left( \frac{T_g}{T_0} \right)^{0.814} \quad \text{mit} \quad \lambda_{g,0} = 0.0241 \frac{\text{W}}{\text{m K}} \quad (3.16)$$

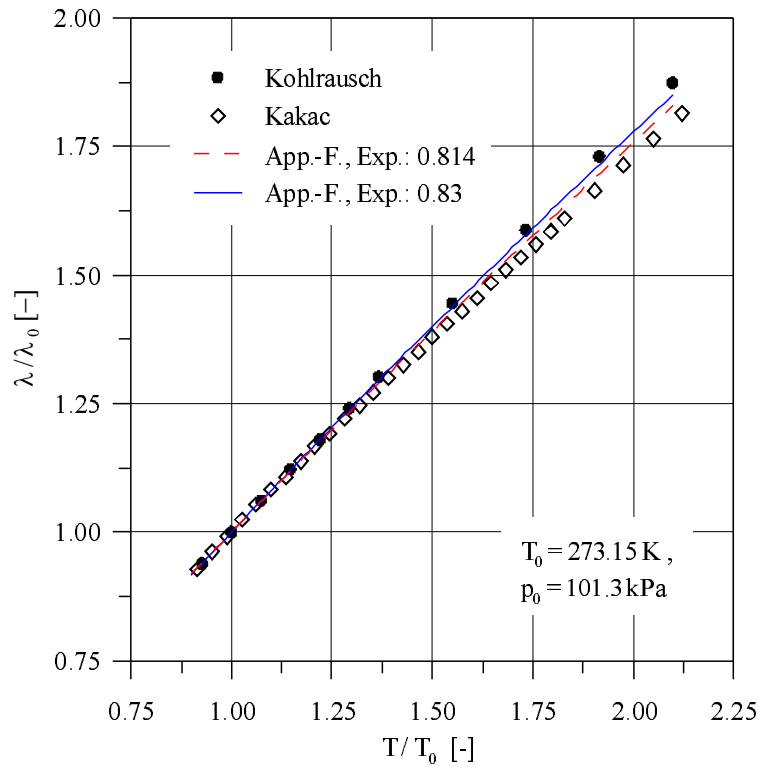


Abbildung 3.5: bezogene Wärmeleitfähigkeit  $\lambda/\lambda_0(T/T_0)$ , Approximationsfunktionen nach den Gln. 3.17 und 3.19

und

$$\nu = \nu_0 \left( \frac{T_g}{T_0} \right)^{1.733} \quad \text{mit} \quad \nu_0 = 13.3 * 10^{-6} \frac{m^2}{s} \quad (3.17)$$

stellen sehr gute Näherungen auch für einen erweiterten Temperaturbereich dar.

Ansätze mit der Filmtemperatur  $T_f$  nach Gl. 3.13 gibt Wier [44] an zu:

$$\lambda_g = \lambda_{g,0} \left( \frac{T_f}{T_0} \right)^{0.83}, \quad \lambda_{g,0} = 0.0242 \frac{W}{m K} \quad (3.18)$$

$$\nu = \nu_0 \left( \frac{T_f}{T_0} \right)^{1.75}, \quad \nu_0 = 13.3 * 10^{-6} \frac{m^2}{s} \quad (3.19)$$

Für die Temperaturabhängigkeit der Prandtl-Zahl findet sich dort:

$$Pr = 0.715 \left( \frac{T_f}{T_0} \right)^{-0.07} \quad (3.20)$$

In den Abbildungen 3.4 und 3.5 sind die Approximationsfunktionen nach den Gln. 3.16 und 3.18 für  $\nu/\nu_0$  bzw. nach den Gln. 3.17 und 3.19 für  $\lambda/\lambda_0$  dargestellt.

### 3.4 Bestimmung der Drahttemperatur $T_w$

Der am erhitzten Sondendraht durch erzwungene Konvektion abgeführte Wärmestrom  $\dot{Q}_{eK}$  (Gl. 3.8) ist u.a. durch das treibende Temperaturgefälle  $T_w - T_g$  und den Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  beeinflusst, seine Bestimmung setzt daher die Kenntnis der Drahttemperatur  $T_w$  voraus. Diese wird bei einem Sondendraht in Konstant-Temperatur-Brückenschaltung bei vorgegebenem Überhitzungsverhältnis  $a$  und dem Temperaturkoeffizienten  $\alpha_w$  des elektrischen Widerstandes des Sondendrahtes bzgl. eines Referenzzustandes  $T_{ref}$ ,  $R_{ref}$  zu

$$T_w = T_{ref} + \frac{a}{\alpha_w} = T_{ref} + \frac{1}{\alpha_w} \left( \frac{R_w}{R_{ref}} - 1 \right) \quad (3.21)$$

berechnet.

Zur Einstellung des Überhitzungsverhältnisses  $a$  an der Brückenschaltung wird der Wert des Drahtwiderstandes  $R_w$  benötigt. Dieser wird nach Abgleich des Zuleitungswiderstandes mit Hilfe einer Kurzschlußsonde durch Messung des Kaltwiderstandes des Sondendrahtes und durch Abzug des vom Hersteller angegebenen Haltespitzenwiderstandes ermittelt. Der Haltespitzenwiderstand beinhaltet nach Angaben der Herstellerfirma Dantec<sup>®</sup> den Widerstand der plattierten Drahtenden.

Die obige Vorgehensweise ist nur dann exakt zutreffend, wenn ausschließlich die aktive Länge des Sondendrahtes erhitzt wird und dieser dadurch eine Widerstandsänderung erfährt. Im Kap. 3.5 wird daher der Temperaturverlauf am Sondendraht sowie der Wärmestrom in die Haltespitzen näher untersucht.

### 3.5 Temperaturverteilung am Sondendraht

Für die Bestimmung des Temperaturverlaufes in Längsrichtung des Sondendrahtes kann nach Abb. 3.6 folgende Bilanzgleichung für ein Segment des Sondendrahtes aufgestellt werden:

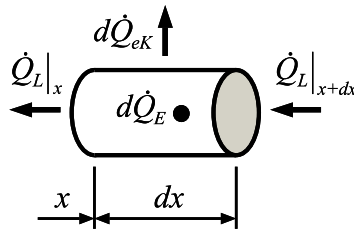


Abbildung 3.6: Wärmeströme am Hitzdraht

$$\dot{Q}_L|_{x+dx} + d\dot{Q}_E = d\dot{Q}_{eK} + \dot{Q}_L|_x \quad (3.22)$$

Mit der Wärmeleitung

$$\dot{Q}_L = \lambda_w \frac{\pi d_w^2}{4} \frac{dT_w(x)}{dx} \quad ,$$

der Heizleistung

$$d\dot{Q}_E = \frac{4 I_w^2 r_w}{\pi d_w^2} dx$$

und dem konvektiven Wärmestrom

$$d\dot{Q}_{eK} = \pi d_w \alpha (T_w \langle x \rangle - T_g) dx$$

folgt für Gl. 3.22 unter Verwendung der Taylor-Entwicklung  $\dot{Q}|_{x+dx} = \dot{Q}|_x + \frac{d\dot{Q}|_x}{dx} dx$ :

$$\lambda_w \frac{\pi d_w^2}{4} \frac{d^2 T_w \langle x \rangle}{dx^2} dx + \frac{4 I_w^2 r_w}{\pi d_w^2} dx = \pi d_w \alpha (T_w \langle x \rangle - T_g) dx$$

bzw.

$$\frac{d^2 T_w \langle x \rangle}{dx^2} - \frac{4 \alpha}{\lambda_w d_w} T_w \langle x \rangle + \frac{16 I_w^2 r_w}{\pi^2 d_w^4 \lambda_w} + \frac{4 \alpha}{\lambda_w d_w} T_g = 0$$

Der Ansatz für die Lösung dieser inhomogenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung lautet nach Grigull und Sandner [19]:

$$T_w \langle x \rangle = C_1 \exp(\zeta x) + C_2 \exp(-\zeta x) + \xi + T_g \quad (3.23)$$

mit

$$\zeta = \sqrt{\frac{2 \alpha}{r_w \lambda_w}} \quad , \quad \xi = \frac{4 I_w^2 r_w}{\pi^2 d_w^3 \alpha}$$

Für den Bereich der plattierten Enden des Sondendrahtes nach Abb. 3.7 kann die einge-

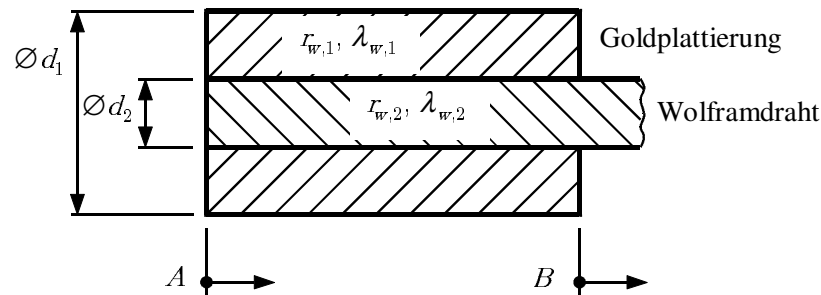


Abbildung 3.7: plattiertes Ende des Sondendrahtes

brachte Heizleistung über den spezifischen Ersatzwiderstand  $r_w$  mit

$$r_w = \frac{r_{w,1} r_{w,2} d_{w,1}^2}{r_{w,1} d_{w,2}^2 + r_{w,2} (d_{w,1}^2 - d_{w,2}^2)}$$

berechnet werden. Die Ersatzwärmeleitfähigkeit  $\lambda_w$  der Wärmeleitung für einen Wärmestrom parallel zur Schichtung berechnet sich nach Grigull und Sandner [19] zu:

$$\lambda_w = \lambda_{w,1} \left[ 1 - \left( \frac{d_{w,2}}{d_{w,1}} \right)^2 \right] + \lambda_{w,2} \left( \frac{d_{w,2}}{d_{w,1}} \right)^2$$

Für das plattierte Ende des Sondendrahtes mit der Länge  $l_{w,1}$  können die Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  im Ansatz Gl. 3.23 mit der Randbedingung

$$T_w \langle x = 0 \rangle = T_g$$

(Koordinatenursprung im Punkt  $A$ ) und der Annahme

$$\frac{dT_w}{dx} \langle x = l_{w,1} \rangle = 0$$

zu

$$C_1 = \xi \left[ \frac{1}{\frac{\exp(-\zeta l_{w,1})}{\exp(\zeta l_{w,1})} + 1} - 1 \right]$$

und

$$C_2 = -\frac{\xi}{\frac{\exp(-\zeta l_{w,1})}{\exp(\zeta l_{w,1})} + 1}$$

bestimmt werden. Für die aktive Länge  $l_{w,2}$  des Sondendrahtes gelten die folgenden Randbedingungen, wobei der Koordinatenursprung hier im Punkt  $B$  liegt:

$$T_w \langle x = 0 \rangle = T'$$

und

$$\frac{dT_w}{dx} \left\langle x = \frac{l_{w,2}}{2} \right\rangle = 0$$

mit  $T'$  als Temperaturwert am Übergang zwischen plattiertem Ende und aktiver Länge des Sondendrahtes. Für die Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  gilt hier:

$$C_1 = \frac{T' - T_g - \xi}{1 + \frac{\exp(\zeta l_{w,2}/2)}{\exp(-\zeta l_{w,2}/2)}}$$

und

$$C_2 = \frac{T' - T_g - \xi}{1 + \frac{\exp(-\zeta l_{w,2}/2)}{\exp(\zeta l_{w,2}/2)}}$$

Zur Abschätzung des Einflusses einer Temperatur- und damit Widerstandserhöhung der plattierten Drahtenden auf die Temperaturverteilung am aktiven Teil des Sondendrahtes bei anliegendem Sondenstrom  $I_w$  werden folgende Annahmen getroffen: orthogonale Anströmung des Sondendrahtes mit  $U_\infty = 4.5 \text{ m/s}$ , Strömungstemperatur  $T_g = 293.65 \text{ K}$ , Sondendraht-Parameter wie Typ Dantec<sup>®</sup> 55P02:  $d_{w,1} = 17.5 \mu\text{m}$ ,  $d_{w,2} = 5.0 \mu\text{m}$ ,  $l_w = 3.0 \text{ mm}$ ,  $l_{w,2} = 1.25 \text{ mm}$ , Wolframdraht mit goldplattierten Enden. Ein Überhitzungsverhältnis von  $a = 0.8$  entspricht unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der spezifischen Widerstände der Drahtmaterialien einem Sondenstrom  $I_w = 64.6 \text{ mA}$ .

Die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit wird nach Grigull und Sandner [19] gültig für den Bereich  $0.86T^+ < T_w < 3.0T^+$  mit  $T^+$  als charakteristischer Temperatur zu

$$\lambda_w = \lambda_{T^+} \left[ 1.05 - 0.05 \frac{T_w}{T^+} \right]$$

mit den Stoffwerten nach Tab. 3.1 angenommen.

Der spezifische Widerstand  $r_w$  des Drahtes ergibt sich in Abhängigkeit von seiner Temperatur  $T_w$  mit den Stoffwerten nach Tab. 3.2 zu:

$$r_w = r_w|_{T_{ref}} [1 + \alpha_w (T_w - T_{ref})]$$

	$T^+ [K]$	$\lambda_{T^+} \left[ \frac{W}{K m} \right]$
Wolfram	310	178
Gold	170	348

Tabelle 3.1: Stoffwerte zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_w$

	$\alpha_w [1/K]$	$r_w _{T_{ref}=293 K} [\mu\Omega m]$
Wolfram	0.0036	0.055
Gold	0.0039	0.022

Tabelle 3.2: Stoffwerte zur Bestimmung des spezifischen Widerstandes  $r_w$

Der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  wird mit Hilfe der Identität Gl. 3.9 und dem Ansatz von Kramers [30] (Gl. 3.15) bestimmt, die Stoffgrößen  $\nu$  und  $\lambda_g$  nach den Ansätzen Gln. 3.18 und 3.19 unter Verwendung der Filmtemperatur  $T_f$  nach Gl. 3.13.

Abb. 3.8 zeigt die berechnete Verteilung der Drahttemperatur  $T_w$  und des Überhitzungsverhältnisses  $a$  für das vorgegebene Beispiel. Im ungeheizten Zustand ergibt sich der Widerstand der plattierten Drahtenden zu  $0.343 \Omega$ , der Widerstand der aktiven Drahtlänge zu  $3.508 \Omega$ . Im geheizten Zustand erhöht sich der Widerstand der plattierten Drahtenden vernachlässigbar auf  $0.350 \Omega$ , während der Widerstand der aktiven Länge auf  $6.319 \Omega$  steigt. Die maximale Temperaturerhöhung beträgt am plattierten Teil des Sondendrahtes  $6.7 K$ , am aktiven Teil  $240.4 K$ , der Mittelwert dort  $222.8 K$ . Dieser weicht vernachlässigbar von der nach Gl. 3.21 berechneten Temperaturerhöhung  $\Delta T_w = a/\alpha_w = 222.22 K$  ab.

Die sehr gute Übereinstimmung der ermittelten Temperaturerhöhung an der aktiven Länge des Sondendrahtes zeigt einerseits die zutreffende Modellierung der Stoffgrößen und des Wärmeüberganges am Sondendraht, andererseits die hinreichende Genauigkeit der Berechnung von  $T_w$  nach Gl. 3.21. Die Temperaturerhöhung an den plattierten Enden des Sondendrahtes ist für die Bestimmung der Temperatur der aktiven Länge des gewählten Sondendraht unter den gegebenen Betriebsbedingungen vernachlässigbar.

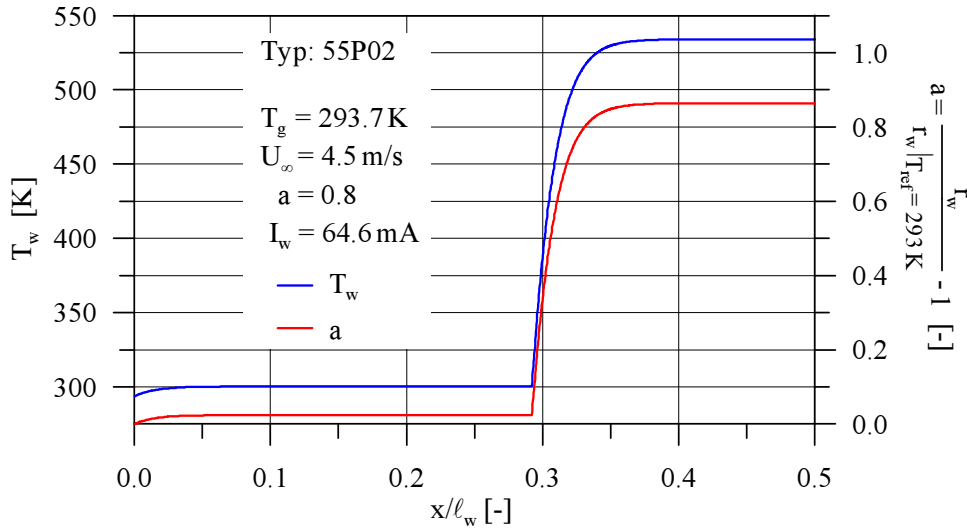


Abbildung 3.8: Temperaturverteilung am Sondendraht

Das von M. Kostka und V. Vasanta Ram [29] definierte thermische Längenverhältnis  $l_w \sqrt{C}$  mit

$$C = \frac{4}{d_w \lambda_w} \left( \alpha - \frac{\alpha_w r_w I_w^2}{\pi d_w} \right)$$

charakterisiert zutreffender als das geometrische Längenverhältnis  $l_w/d_w$  die Homogenität der Temperaturverteilung am Sondendraht und ergibt sich hier zu  $l_w \sqrt{C} = 6.5$ . Es liegt damit in einem Wertebereich, in dem der Verlauf der Drahttemperatur bzw. des abgeführten Wärmestromes über der Drahtlänge als weitgehend konstant angenommen werden kann. Für die hier dargestellte Sonde ist damit die Verwendung der Gl. 3.8 zulässig.

### 3.6 Vergleich von Nusselt-Zahl-Ansätzen

Zum Vergleich unterschiedlicher Nusselt-Zahl-Ansätze nach Kap. 3.2 wurden mit einer Sonde vom Typ Dantec<sup>®</sup> 55P02 Messungen im Bereich  $1.5 \text{ m/s} < U < 9.0 \text{ m/s}$  entsprechend  $0.3 < Re < 1.7$  und  $298 \text{ K} < T_g < 338 \text{ K}$  bei einem Überhitzungsverhältnis  $a = 0.8$  durchgeführt.

Ausgewählt wurden folgende Nusselt-Zahl-Ansätze: der Ansatz nach Cimbalá und Park [13] stellvertretend für einen Ansatz mit zu bestimmenden temperaturunabhängigen Koeffizienten  $A$  und  $B$ , der Ansatz nach Žukauskas und Žiugžda [48] als Beispiel für einen Ansatz mit vorgegebenen Koeffizienten und unter Einbeziehung der Prandtl-Zahl  $Pr$  ebenso wie bei dem Ansatz von Kramers [30], wobei hier die Prandtl-Zahl mit der Filmtemperatur  $T_f$  gebildet wird, während bei dem vorgenannten Ansatz Kennzahlen gebildet mit der Draht- und der Gastemperatur  $T_w$  und  $T_g$  verwendet werden.

Der Ansatz von Kramers [30] (Gl. 3.26), bzgl. des Exponenten  $m$  der Reynoldszahl in verallgemeinerter Form verwendet, um eine Anpassung an das hier verwendete Längenverhältnis



$l_w/d_w = 250$  zu ermöglichen, wurde auf drei unterschiedliche Arten ausgewertet: erstens durch Vorgabe der nach Gl. 3.21 aus dem Überhitzungsverhältnis  $a$  berechneten Drahttemperatur  $T_w$ , zweitens durch Approximation des Exponenten  $n$  des Korrekturterms  $T_0/T_g$  für die Temperaturabhängigkeiten nach dem erweiterten Ansatz von Wier [44] bei gegebenem Überhitzungsverhältnis  $a$  und damit berechneter Drahttemperatur  $T_w$  und als dritte Variante durch Approximation der Drahttemperatur  $T_w$ .

Die Auswertung der Nusselt-Zahl-Ansätze erfolgte unter Verwendung der Gl. 3.10 mit den gemessenen Brückenspannungen  $E_{cta}$  durch eine mehrstufige Fehlerquadrat-Approximation nach dem Geschwindigkeitswert  $U$ .

Die Ansätze im einzelnen:

- Cimbala und Park [13]

$$E_{cta}^2 = R^* \pi l_w \lambda (T_w - T_g) (A + B Re^m) \quad (3.24)$$

- Žukauskas und Žiugžda [48]

$$E_{cta}^2 = P R^* \pi l_w \lambda (T_w - T_g) (0.35 + 0.62 Re_g^m) Pr_g^{0.37} \left( \frac{Pr_g}{Pr_w} \right)^{0.25} \quad (3.25)$$

- Kramers [30] (Exponent  $m$  der Reynoldszahl in verallgemeinerter Form)

$$E_{cta}^2 = P R^* \pi l_w \lambda (T_w - T_g) (0.42 Pr^{0.2} + 0.57 Pr^{0.33} Re^m) \quad (3.26)$$

- Wier [44]

$$E_{cta}^2 = P R^* \pi l_w \lambda (T_w - T_g) (0.42 Pr^{0.2} + 0.57 Pr^{0.33} Re^m) \left( \frac{T_0}{T_g} \right)^n \quad (3.27)$$

Die Temperaturabhängigkeit der Stoffgrößen und der Prandtl-Zahl  $Pr$  wurde nach den Gln. 3.18 bis 3.20 berücksichtigt.

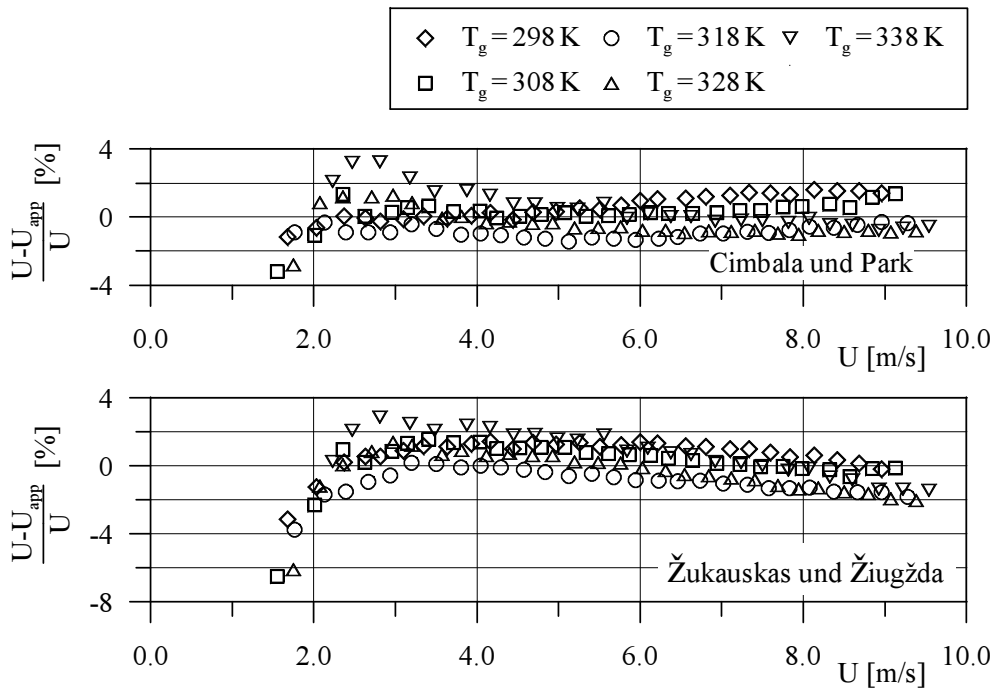
Die normierten Standardabweichungen

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{E_{cta} - E_{app}}{E_{cta}} \right)^2} \quad \sigma_U = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{U - U_{app}}{U} \right)^2}$$

ermittelt über den gesamten Meßbereich bzgl. gemessener und approximierter Spannungswerte  $E$  bzw. Strömungsgeschwindigkeiten  $U$  sind in Tab. 3.3 zusammengestellt, zusätzlich die approximierten Parameter der Ansätze.

In den Abbn. 3.9 und 3.10 sind die Abweichungen zwischen den gemessenen Geschwindigkeitswerten und den Ergebnissen der Approximationen durch die ausgewählten Ansätze dargestellt.

Ansatz	$\sigma_E$	$\sigma_U$	Prop.-Faktor [-]	$m$ [-]	$T_w$ [K]
Kramers [30], $T_w$ vorgegeben	0.0123	0.0925	$P=1.1509$	0.47445	520.4
Wier [44], $T_w$ vorgegeben	0.0024	0.0192	$P=1.2419$	0.45917	520.4 $n=0.5311$
Kramers [30], $T_w$ approximiert	0.0014	0.0118	$P=1.5811$	0.44789	468.49
Cimbala und Park [13]	0.0012	0.0099	$A=2.6720,$ $B=0.0055989$	0.46141	453.31
$\hat{Z}$ ukauskas und $\hat{Z}$ iug $\hat{z}$ da [48]	0.0016	0.0140	$P=1.9728$	0.37274	455.61

Tabelle 3.3: Vergleich von Ansätzen zur Modellierung der Nusselt-Zahl  $Nu$ Abbildung 3.9: Auswertung der Nusselt-Zahl-Ansätze bei verschiedenen Strömungstemperaturen  $T_g$ , Teil 1

Die kleinste Varianz liefert der Ansatz von Cimbala und Park [13], verbunden jedoch mit dem größten Rechenaufwand der hier notwendigen vierstufigen Fehlerquadrat-Approximation.

Mit etwas größerer Abweichung vom Sollwert (vgl. Tab. 3.3) zeigt der Ansatz von  $\hat{Z}$ ukauskas und  $\hat{Z}$ iug $\hat{z}$ da [48] ein systematisches Fehlerverhalten: im unteren Geschwindigkeitsbereich zu kleine, im mittleren Geschwindigkeitsbereich zu große approximierte Geschwindigkeitswerte, deren Abweichung vom Sollwert mit zunehmender Geschwindigkeit abnimmt, was auf ein für diese Problemstellung nicht optimales Verhältnis der Koeffizienten (0.35, 0.62) zurückzuführen ist. Der Temperatureinfluß auf den Wärmeübergang am Sondendraht ist

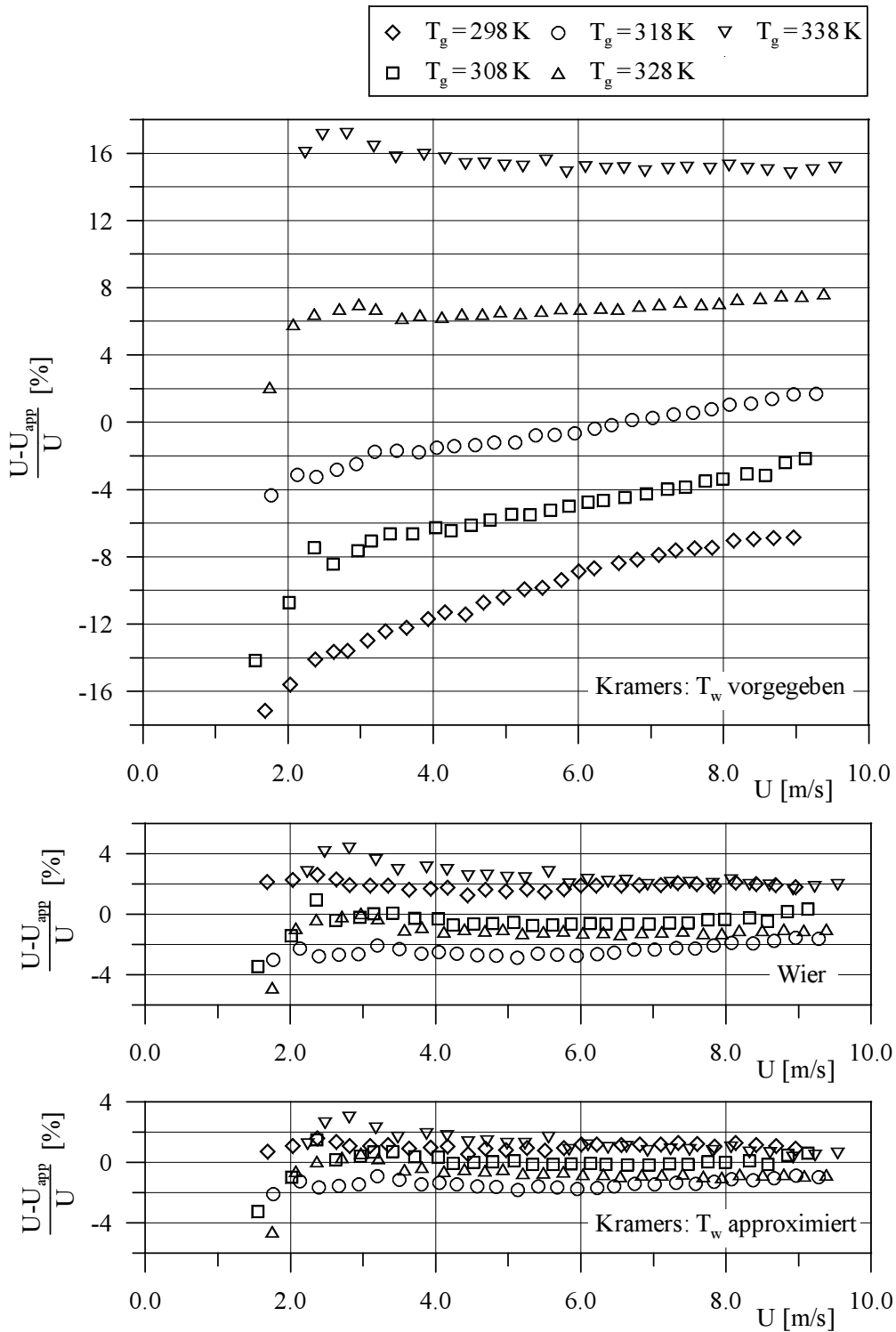


Abbildung 3.10: Auswertung der Nusselt-Zahl-Ansätze bei verschiedenen Strömungstemperaturen  $T_g$ , Teil 2

vergleichbar gut dem Ansatz von Cimbala und Park [13] wiedergegeben.

Der von Kramers [30] dargestellte Ansatz beinhaltet im Unterschied zum vorgenannten Ansatz durch Verknüpfung der Koeffizienten (0.42, 0.57) mit der Prandtl-Zahl  $Pr$  mit un-

terschiedlichen Exponenten eine entsprechende Temperaturkompensation derselben. Wird die Drahttemperatur  $T_w$  als Parameter der Approximation berechnet, ist das resultierende Fehlerquadrat nur geringfügig schlechter als bei der Verwendung des Ansatzes von Cimballa und Park [13], jedoch aufgrund der nur drei Approximationsparameter ( $P, m, T_w$ ) mit einem wesentlich geringeren Rechenaufwand verbunden. Sowohl der Einfluß der Strömungsgeschwindigkeit als auch der -Temperatur werden sehr gut wiedergegeben (vgl. Abb. 3.10). Wird die Drahttemperatur  $T_w$  durch Vorgabe des Überhitzungsverhältnisses  $a$  nach Gl. 3.21 bestimmt und bei der Approximation vorgegeben, wird das Fehlerquadrat eine Ordnung größer (Tab. 3.3).

Wier [44] modifizierte für eine vorgegebene Drahttemperatur  $T_w$  den Kramers'schen Ansatz mit dem Korrekturterm  $(T_0/T_g)^n$  für die Temperaturabhängigkeiten. Die Varianz ist bei gleichem Rechenaufwand (dreistufige Approximation: Parameter  $P, m, n$ ) größer als bei der Approximation mit der Drahttemperatur  $T_w$  als freiem Parameter, jedoch deutlich kleiner als bei vorgegebener Drahttemperatur, vgl. Abb. 3.10.

Bei allen Ansätzen mit der Drahttemperatur  $T_w$  als freiem Parameter wurde diese durch die Fehlerquadrat-Approximation niedriger bestimmt als der berechnete Wert aus dem der Messung zugrunde liegenden Überhitzungsverhältnis. Eine mögliche Ursache ist ein vom angenommenen Wert abweichendes Überhitzungsverhältnis, berechnet aus Widerstandswerten, die bzgl. des Haltespitzenwiderstandes und des Widerstandes der plattierten Sondendrahtenden auf Herstellerangaben beruhen und gegebenenfalls von diesen abweichen.

## 4 Kühllansatz

### 4.1 Grundgleichungen

Neben dem treibenden Temperaturgefälle  $T_w - T_g$  und dem Betrag  $|U|$  der Anströmgeschwindigkeit hat die Richtung ( $\varphi$ ,  $\vartheta$ : vgl. Abb. 3.3) der Anströmung einen wesentlichen Einfluß auf den von einem geheizten Sondendraht an die Strömung abgeführten Wärmestrom. Der Neigungswinkel  $\vartheta$  verändert die Anströmung des Sondendrahtes aufgrund dessen rotations-symmetrischer Geometrie nicht, wohl aber die Anströmung der Haltespitzen und damit den Wärmeübergang an den Haltespitzen. Durch eine geeignete Sondensbauart mit z.B. konischen Haltespitzen oder mit einem an den Enden plattierten Sondendraht, dessen aktiver Teil damit einen Abstand zu den Haltespitzen aufweist, kann der Wärmefluß in die Haltespitzen und damit der Einfluß der Haltespitzen auf den Gesamtwärmeübergang von der Sonde auf das Strömungsfeld reduziert werden.

Die durch eine Anströmung mit  $\varphi$  und  $\vartheta$  zusätzlich zur Normalkomponente  $U_n$  auftretenden Geschwindigkeitskomponenten  $U_t$  und  $U_{bn}$  in tangentialer bzw. binormaler Richtung des Sondendrahtes (vgl. Abb. 4.1) weisen eine unterschiedliche Kühlwirkung auf.

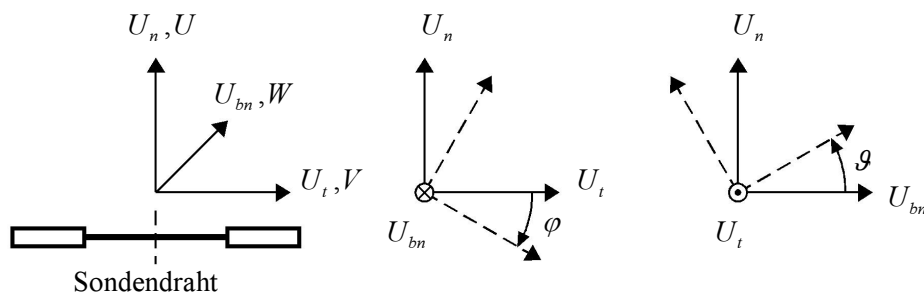


Abbildung 4.1: Koordinatensystem und Winkeldefinitionen am Sondendraht

Eine in Längsachse des Sondendrahtes ausgerichtete Strömung hat aufgrund des mit anwachsender Grenzschichtdicke abnehmenden Wärmeübergangs eine geringere Kühlwirkung als eine Strömung gleichen Geschwindigkeitsbetrages normal zur Sondendrahtachse. Eine binormal zur Achse des Sondendrahtes ausgerichtete Anströmung entspricht in ihrer Kühlwirkung bzgl. des Sondendrahtes einer Normalanströmung, unterscheidet sich jedoch bzgl. der Anströmung der Haltespitzen von dieser.

Die Kühlwirkung des Geschwindigkeitsvektors läßt sich auf eine Normalanströmung des Sondendrahtes mit einer effektiven Kühlgeschwindigkeit  $U_{eff}$  zurückführen. Diese Anströmrichtung wird üblicherweise zur Kalibrierung des funktionalen Zusammenhanges  $E_{cta} = f\langle U, T_g \rangle$  verwendet.

Durch die Kombination mehrerer Sondendrahte mit bekannter geometrischer Ausrichtung kann ausgehend von den effektiven Kühlgeschwindigkeiten an den einzelnen Drähten der

Geschwindigkeitsvektor der Anströmung bestimmt werden. Bei geeigneter geometrischer Anordnung der Sondendrähte in Verbindung mit der Einschränkung des zulässigen Anströmkegels zur Vermeidung von Mehrdeutigkeiten bei der Berechnung des Geschwindigkeitsvektors entspricht die Anzahl der benötigten Sondendrähte der Dimension des zu bestimmenden Geschwindigkeitsvektors.

Eine Übersicht über unterschiedliche Ansätze zur Modellierung der effektiven Kühlgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsvektor einer hinreichend zweidimensionalen Strömung findet sich u.a. bei Vagt [41], Bruun und Tropea [8] und Bruun *et al.* [9].

Im Ansatz von Hinze [20] mit

$$U_{eff} = \sqrt{U_n^2 + k^2 U_t^2} = |U| \sqrt{\cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi}$$

charakterisiert der Parameter  $k$  die Reduktion des Wärmestromes bei Längsanströmung des Sondendrahtes bzgl. seiner Queranströmung,  $k$  wird daher als Richtungsempfindlichkeit bezeichnet. Dieser Ansatz findet u.a. Anwendung bei Wier [44], Nishioka und Asai [35] und Bruun und Tropea [8].

Eine Erweiterung dieses Ansatzes mit einer zusätzlichen Richtungsempfindlichkeit  $h$  in binormaler Richtung findet sich bei Jørgensen [21]:

$$U_{eff} = \sqrt{U_n^2 + k^2 U_t^2 + h^2 U_{bn}^2} \quad (4.1)$$

Je größer das Längenverhältnis  $l_w/d_w$  eines Sondendrahtes ist, umso mehr kann die Kühlwirkung durch die Tangentialkomponente  $U_t$  vernachlässigt werden. Den sich hieraus im Grenzfall ergebenden Kosinus-Ansatz

$$U_{eff} = |U| \cos \varphi$$

modifiziert Bruun [7] zu

$$U_{eff} = |U| \cos^m \varphi$$

mit dem Exponenten  $m$  zur Anpassung an den realen Kühleffekt.

Ähnliches verfolgt Bradshaw [5] mit seinem Ansatz

$$U_{eff} = |U| \cos \varphi_{eff} \quad ,$$

indem er den geometrischen Anstellwinkel  $\varphi$  durch den effektiven Anstellwinkel  $\varphi_{eff}$  ersetzt. Anwendung findet dieser Ansatz u.a. bei Browne *et al.* [6] und Abdel-Rahman *et al.* [2].

Ein weiterer Kosinus-Ansatz mit

$$U_{eff} = |U| \left[ 1 - b \left( 1 - \cos^{\frac{1}{2}} \varphi \right) \right]^2$$

wird von Friehe und Schwarz [17] mit dem Parameter  $b$  als Richtungsempfindlichkeit dargestellt.

Ausgehend von dem Ansatz nach Jørgensen [21] (Gl. 4.1) schlagen Bruun und Tropea [8] vor, die quadrierten Terme  $k^2$  und  $h^2$  durch die Parameter  $K$  und  $H$  zu ersetzen, um auch negative Werte der Richtungsempfindlichkeiten zuzulassen:

$$U_{eff} = \sqrt{U_n^2 + K U_t^2 + H U_{bn}^2} \quad (4.2)$$

Negative Werte von  $K$  bzw.  $H$  bedeuten eine Gesamtkühlwirkung kleiner als die Kühlwirkung ausschließlich durch die Normalkomponente der Strömungsgeschwindigkeit, was z.B. auf Einflüsse der Haltespitzen auf das Strömungsfeld um den Sondendraht zurückzuführen ist. Der obige Ansatz ist daher besonders für Sondenkonfigurationen mit mehreren Drähten geeignet, vgl. Yeung und Squire [45], und wird bei der hier vorgestellten 4-Draht-Sonde (vgl. Kap. 6.2.1) angewendet.

## 4.2 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau zur Bestimmung der Richtungsempfindlichkeiten von Sondendrähten basiert auf dem Aufbau nach Wier [44], erweitert um eine zweiachsige Positioniervorrichtung, vgl. Kap. 4.2.1. Durch das Druckluftnetz eingespeiste Luft durchströmt kombinierte Öl- und Wasserabscheider sowie einen Trockenfilter. Der Durchfluß wird durch eine anschließende zweistufige Druckreglerkaskade eingestellt. In der nachfolgenden Heizkammer kann die Luft zur Bestimmung temperaturabhängiger Parameter einer Sondenkalibrierung erwärmt werden, bevor sie nach Passieren einer Beruhigungsstrecke durch eine auswechselbare Düse ausströmt.

Anstelle der von Wier [44] für die Kalibrierung von x-Draht-Sonden verwendeten Düse wurde aufgrund der größeren räumlichen Ausdehnung der im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten 4-Draht-Sonde (vgl. Kap. 6.2.1) eine Düse mit größerer Austrittsfläche verwendet, die maximale Austrittsgeschwindigkeit beträgt  $U_{max} \simeq 5.5 \text{ m/s}$  abhängig von der Strömungstemperatur  $T_g$ . Eine Vermessung des Geschwindigkeits- und Temperaturprofils am Düsenaustritt bzw. mit Abstand von diesem ist im Kap. 4.2.2 dargestellt.

### 4.2.1 Positioniervorrichtung

Die Positioniervorrichtung zur Bestimmung der Richtungsempfindlichkeiten eines Sonden- drahtes ist in Abb. 4.2 dargestellt. Zwei Schrittmotoren (Newport<sup>®</sup> Micro Control UE 31 PP

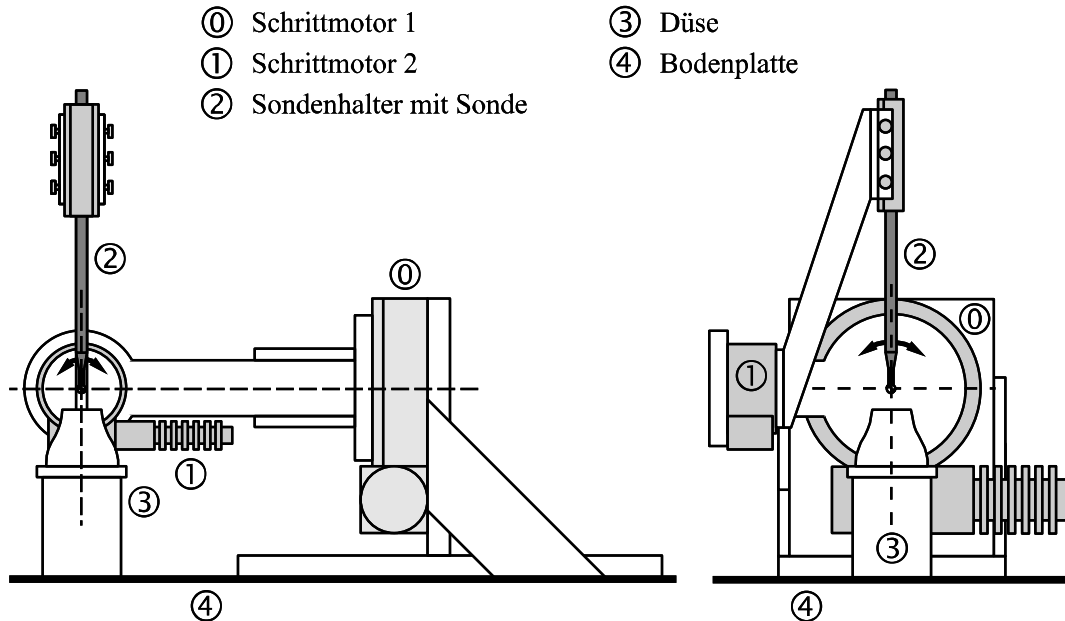


Abbildung 4.2: Positioniervorrichtung zur Kalibrierung der Richtungsempfindlichkeiten von Hitzdrahten

bzw. UE 71 PP) mit senkrecht zueinander angeordneten Drehachsen erlauben die Anstellung der Sonde in einem Kegelbereich, der wesentlich nur in einer Schwenkrichtung des Schrittmotors 1 ( $\theta_1 \geq -45^\circ$ , vgl. Kap. 4.2.3) durch die Düse des Kalibriergebläses beschränkt ist. Der Schnittpunkt der Drehachsen weist einen Abstand von  $5\text{ mm}$  zur Düsenaustrittsebene auf.

### 4.2.2 Vermessung der Düse

Die Geschwindigkeits- und Temperaturprofile der zur Kalibrierung von Hitzdraht-Sonden verwendeten Düse des Kalibriergebläses sind in Abb. 4.3 für unterschiedliche Abstände  $z = \{0, 10, 20\}\text{ mm}$  gemessen von der Düsenaustrittsebene dargestellt. Für die Überprüfung wurden sowohl der Geschwindigkeits- als auch der Temperaturwert mit  $U = 4.9\text{ m/s}$  und  $T_g = 337.5\text{ K}$  an der oberen Grenze des vom Kalibriergebläse her möglichen Bereiches gewählt.

Wie aus Abb. 4.3 ersichtlich weist die Geschwindigkeit und mit nur geringen Einschränkungen auch die Temperatur einen sehr homogenen Verlauf sowohl in radialer als auch in axialer Richtung bzgl. der Düsenaustrittsebene auf. Für die im Rahmen der Grenzschichtuntersu-



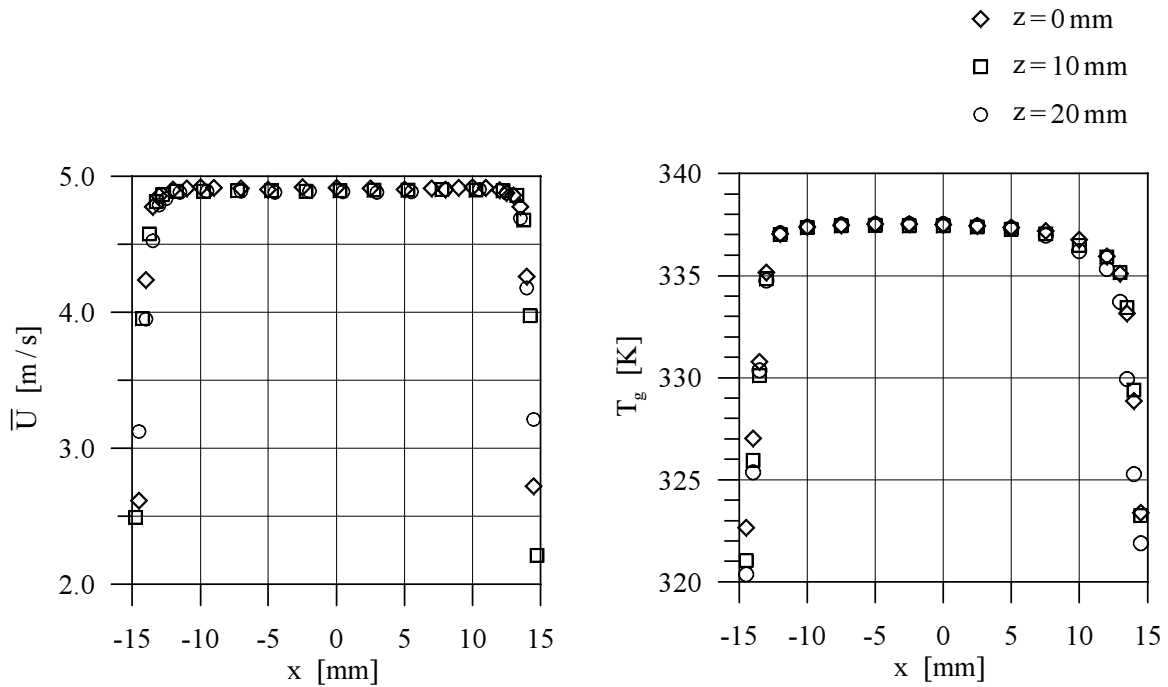


Abbildung 4.3: Geschwindigkeits- bzw. Temperaturprofil am Düsenaustritt für unterschiedliche Abstände  $z = \{0, 10, 20\} \text{ mm}$

chungen verwendete 4-Draht-Sonde (vgl. Kap. 6.2.1), deren Meßvolumen mit dem Durchmesser  $d \simeq 4.5 \text{ mm}$  sich im Schnittpunkt der Drehachsen der Schrittmotoren befindet, liegt daher eine ausreichend homogene Anströmung vor.

### 4.2.3 Einbaulage des Sondendrahtes

Abb. 4.4 zeigt das Koordinatensystem des Sondendrahtes mit den Geschwindigkeitskomponenten  $\langle U_t, U_{bn}, U_n \rangle$  bzw. den Drehachsen  $\langle \mathbf{I}, \mathbf{II}, \mathbf{III} \rangle$  und die Ausrichtung des Sondendrahtes in der Positioniervorrichtung mit den Drehachsen der Schrittmotoren  $SM_1$  und  $SM_2$  (Drehwinkel:  $\theta_1, \theta_2$ ).

Ausgehend von der Ausgangslage nach Abb. 4.4 lassen sich durch entsprechende Drehungen des Sondendrahtes um die Achsen  $\mathbf{III}$ ,  $\mathbf{II}$  und  $\mathbf{I}$  nach Abb. 4.5 die dann anliegenden Geschwindigkeitskomponenten  $U_n'''$ ,  $U_t'''$  und  $U_{bn}'''$  wie folgt berechnen:

$$\begin{bmatrix} U_n''' \\ U_t''' \\ U_{bn}''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_n \\ U_t \\ U_{bn} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

mit

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \\ a_{12} &= \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \varphi_3 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_3 \end{aligned}$$

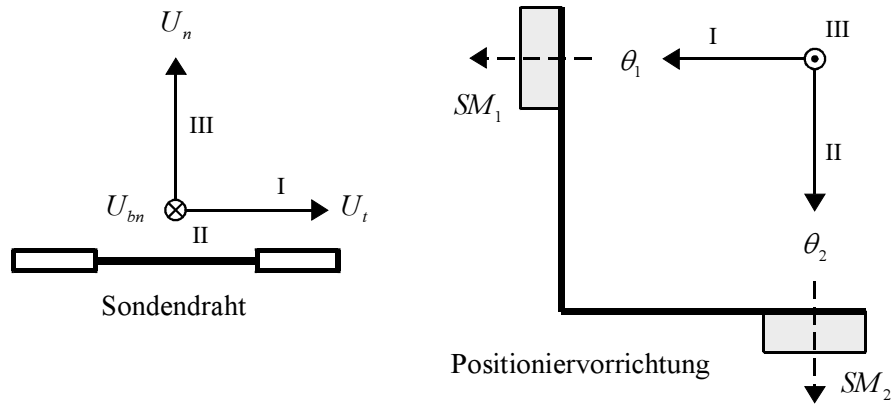


Abbildung 4.4: Koordinatensystem des Sondendrahtes; Ausrichtung in der Positioniervorrichtung

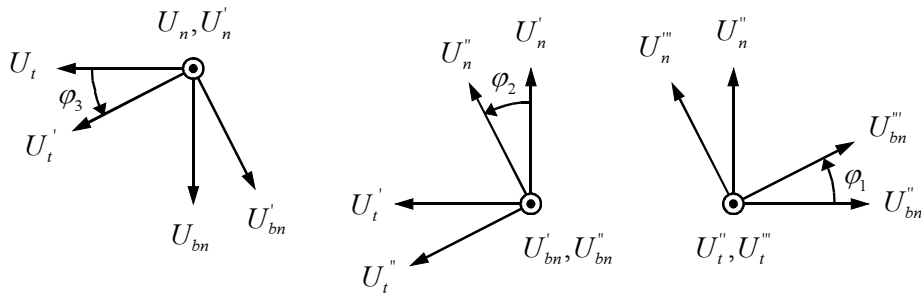


Abbildung 4.5: Drehung des Koordinatensystems des Sondendrahtes

$$\begin{aligned}
 a_{13} &= \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \sin \varphi_3 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_3 \\
 a_{21} &= -\sin \varphi_2 \\
 a_{22} &= \cos \varphi_2 \cos \varphi_3 \\
 a_{23} &= \cos \varphi_2 \sin \varphi_3 \\
 a_{31} &= \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \\
 a_{32} &= \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \varphi_3 - \cos \varphi_1 \sin \varphi_3 \\
 a_{33} &= \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \sin \varphi_3 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_3
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

#### 4.2.4 Geschwindigkeitskomponenten am Sondendraht

Abhängig von der Anstellung bzw. Neigung des Sondendrahtes durch die Drehung der Schrittmotoren  $SM_1$  und  $SM_2$  mit den zugehörigen Drehwinkeln  $\theta_1$  und  $\theta_2$  nach Abb. 4.6 berechnen sich die Geschwindigkeitskomponenten zu

$$\begin{aligned}
 U_n^{**} &= U_{cal} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\
 U_t^{**} &= -U_{cal} \cos \theta_1 \sin \theta_2 \\
 U_{bn}^{**} &= U_{cal} \sin \theta_1
 \end{aligned}$$

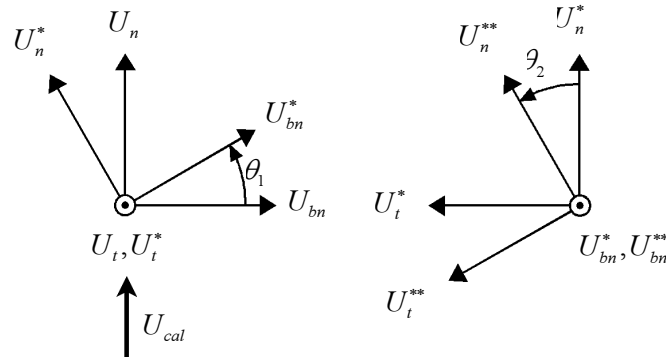


Abbildung 4.6: Drehrichtungen der Positioniervorrichtung

mit  $U_{cal}$  als Austrittsgeschwindigkeit der Düsenströmung. Für die Geschwindigkeitskomponenten abhängig von der Einbaulage des Sondendrahtes folgt daher mit Gl. 4.3:

$$\begin{bmatrix} U_n \\ U_t \\ U_{bn} \end{bmatrix} = U_{cal} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ -\cos \theta_1 \sin \theta_2 \\ \sin \theta_1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Für die Normalanströmung des Sondendrahtes gilt:  $U_n = U_{cal}$  und  $U_t, U_{bn} = 0$ . Die entsprechenden Drehwinkel  $\theta_1$  und  $\theta_2$  berechnen sich zu:

$$\theta_2 = \arctan \left[ \frac{a_{21} a_{33} - a_{31} a_{23}}{a_{22} a_{33} - a_{32} a_{23}} \right]$$

$$\theta_1 = \arctan \left[ \frac{a_{22} \sin \theta_2 - a_{21} \cos \theta_2}{a_{23}} \right]$$

Zur Bestimmung der Richtungsempfindlichkeiten  $k$  und  $h$  wird der Sondendraht bzgl. der Anströmrichtung so ausgerichtet, daß sich die Geschwindigkeitskomponenten  $U_{bn}$  für  $k$  bzw.  $U_t$  für  $h$  zu Null ergeben. Die entsprechenden Anstell- bzw. Neigungswinkel  $\varphi$  und  $\vartheta$  (vgl. Abb. 4.1,  $U = U_{cal}$ ) berechnen sich zu:

$$\varphi = \arctan \left[ \frac{U_t}{U_n} \right]$$

$$\vartheta = \arctan \left[ \frac{U_{bn}}{U_n} \right]$$

Zur Erfassung der Abhängigkeit der Richtungsempfindlichkeit  $k$  vom Anstellwinkel  $\varphi$  ist bei der Kalibrierung eine Vorgabe der  $\varphi$ -Werte zweckmäßig. Die Drehwinkel der Positioniervorrichtung berechnen sich dann zu (Koeffizienten  $a_{ij}$  nach Gl. 4.4):

$$\theta_2 = \arctan \left[ \frac{\left( a_{11} - a_{13} \frac{a_{31}}{a_{33}} \right) \tan \varphi - a_{21} + a_{23} \frac{a_{31}}{a_{33}}}{\left( a_{12} - a_{13} \frac{a_{32}}{a_{33}} \right) \tan \varphi - a_{22} + a_{23} \frac{a_{32}}{a_{33}}} \right]$$

$$\theta_1 = \arctan \left[ \frac{a_{32} \sin \theta_2 - a_{31} \cos \theta_2}{a_{33}} \right] \quad (4.6)$$

Analog gilt bei Vorgabe des Neigungswinkels  $\vartheta$ :

$$\begin{aligned}\theta_2 &= \arctan \left[ \frac{\left( a_{11} - a_{13} \frac{a_{21}}{a_{23}} \right) \tan \vartheta - a_{31} + a_{33} \frac{a_{21}}{a_{23}}}{\left( a_{12} - a_{13} \frac{a_{22}}{a_{23}} \right) \tan \vartheta - a_{32} + a_{33} \frac{a_{22}}{a_{23}}} \right] \\ \theta_1 &= \arctan \left[ \frac{a_{22} \sin \theta_2 - a_{21} \cos \theta_2}{a_{23}} \right]\end{aligned}\quad (4.7)$$

### 4.3 Gemessene Richtungsempfindlichkeiten des Sondendrahtes

Mit den die Richtungsempfindlichkeit  $k$  bestimmenden Parametern beschäftigten sich Champagne *et al.* [11]. Für Sondendrähte (Material: Platin, Wolfram; kupferplattierte Drahtenden) mit Längenverhältnissen  $200 \leq l_w/d_w \leq 600$  wurden im Bereich  $2 < Re < 15$  folgende Abhängigkeiten beobachtet: abfallende Werte von  $k$  bei ansteigenden Werten  $l_w/d_w$  bzw. bei ansteigender Strömungsgeschwindigkeit  $U$ . Wagner und Kent [42] (Sondentyp: DANTEC<sup>®</sup> 55P11) fanden für den Geschwindigkeitsbereich  $10 \text{ m/s} \leq U \leq 30 \text{ m/s}$  eine entgegengesetzte Charakteristik. Eine Abhängigkeit der Richtungscharakteristik  $k$  vom Anstellwinkel  $\varphi$  kann nach Champagne *et al.* [11] für einen Bereich  $-60^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$  vernachlässigt werden.

Untersuchungen von Jørgensen [21] dokumentieren für den Winkelbereich  $20^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$  einen Abfall von  $k$  für ansteigende Werte  $\varphi$ , wobei diese Charakteristik bei Sondendrähten mit plattierten Enden weniger ausgeprägt ist als bei Drähten mit unplattierten Enden. Die gleiche Aussage findet sich bei Vagt [41], Bruun [7], Chew und Ha [12] und Yoshino *et al.* [46].

Die Richtungsempfindlichkeit  $h$ , beeinflusst durch die Sondengeometrie und die Länge der Haltespitzen, weist nach den Untersuchungen von Jørgensen [21] mit einer Sonde mit goldplattierten Drahtenden (DANTEC<sup>®</sup> F11) keine Abhängigkeit von der Anströmgeschwindigkeit  $U$  und dem Neigungswinkel  $\vartheta$  im Bereich  $11 \text{ m/s} < U < 30 \text{ m/s}$ ,  $0^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$  auf.

Wagner und Kent [42] beobachteten bei Verwendung einer Sonde mit unplattierten Drahtenden (DANTEC<sup>®</sup> 55P11) einen nahezu linearen Abfall der Richtungsempfindlichkeit  $h$  mit zunehmender Anströmgeschwindigkeit  $U$  im Bereich  $10 \text{ m/s} < U < 30 \text{ m/s}$  bzw.  $-60^\circ \leq \vartheta \leq 60^\circ$ .

Im Rahmen dieser Arbeit wurden für den hier verwendeten Sondentyp DANTEC<sup>®</sup> 55P02 (Sondendraht um  $45^\circ$  gegenüber der Sondenachse geneigt) im Bereich  $298.2 \text{ K} \leq T_g \leq 338.2 \text{ K}$  bzw.  $2 \text{ m/s} < U < 9 \text{ m/s}$  die Richtungsempfindlichkeiten  $k$  und  $h$  nach dem Ansatz von Jørgensen [21] (Gl. 4.1)

$$U_{eff} = \sqrt{U_n^2 + k^2 U_t^2 + h^2 U_{bn}^2}$$

zu

$$k = \sqrt{\frac{U_{eff}^2 - U_n^2}{U_t^2}}$$

bzw.

$$h = \sqrt{\frac{U_{eff}^2 - U_n^2}{U_{bn}^2}}$$

durch Nullsetzen der Geschwindigkeitskomponenten  $U_{bn}$  bzw.  $U_t$  für Winkelwerte  $10^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$  bzw.  $-45^\circ \leq \vartheta \leq 45^\circ$  bestimmt.

Je nach Vorgehensweise bei der Bestimmung der Richtungsempfindlichkeiten können die Winkelwerte  $\varphi$  und  $\vartheta$  bzgl. der Sondendraht-Achsen vorgegeben und nach den Gln. 4.6 und 4.7 die Schwenkwinkel  $\theta_1$  und  $\theta_2$  der Sonde (vgl. Abb. 4.4) berechnet oder durch Vorgabe von  $\theta_1$  und  $\theta_2$  die Winkelwerte  $\varphi$  bzw.  $\vartheta$  bestimmt werden:

$$\varphi = \arctan \left[ \frac{a_{21} \cos \theta_2 - a_{22} \sin \theta_2 + a_{23} \tan \theta_1}{a_{11} \cos \theta_2 - a_{12} \sin \theta_2 + a_{13} \tan \theta_1} \right]$$

bzw.

$$\vartheta = \arctan \left[ \frac{a_{31} \cos \theta_2 - a_{32} \sin \theta_2 + a_{33} \tan \theta_1}{a_{11} \cos \theta_2 - a_{12} \sin \theta_2 + a_{13} \tan \theta_1} \right]$$

mit den Koeffizienten  $a_{jk}$  ( $j, k = \{1, 2, 3\}$ ) (Einbaulage des Sondendrahtes) nach Gl. 4.4.

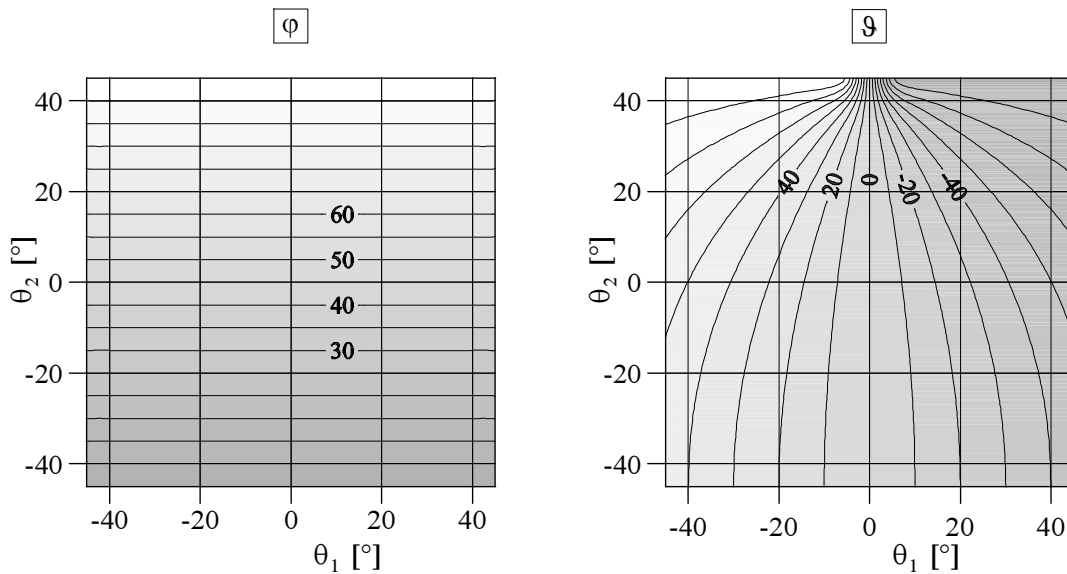


Abbildung 4.7: Ausrichtung der Hitzdrahtsonde (DANTEC® 55P02):  $\varphi\langle\theta_1, \theta_2\rangle, \vartheta\langle\theta_1, \theta_2\rangle$

In der Abb. 4.7 sind für die hier gewählte Einbaulage die sich aus den Sonden-Schwenkwinkeln  $\theta_1$  und  $\theta_2$  ergebenden Winkelwerte  $\varphi$  und  $\vartheta$  des Sondendrahtes dargestellt. Für einen Schwenkwinkelbereich von  $-30^\circ \leq \theta_1, \theta_2 \leq 30^\circ$  ergibt sich damit für die Winkelwerte:  $15^\circ \leq \varphi \leq 75^\circ$ ,  $-45^\circ < \vartheta < 45^\circ$ .

Der in der Mitte des vorgegebenen Temperaturbereiches bei  $T_g = 318.2 \text{ K}$  gemessene Verlauf der Richtungsempfindlichkeiten bei unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten ist in der

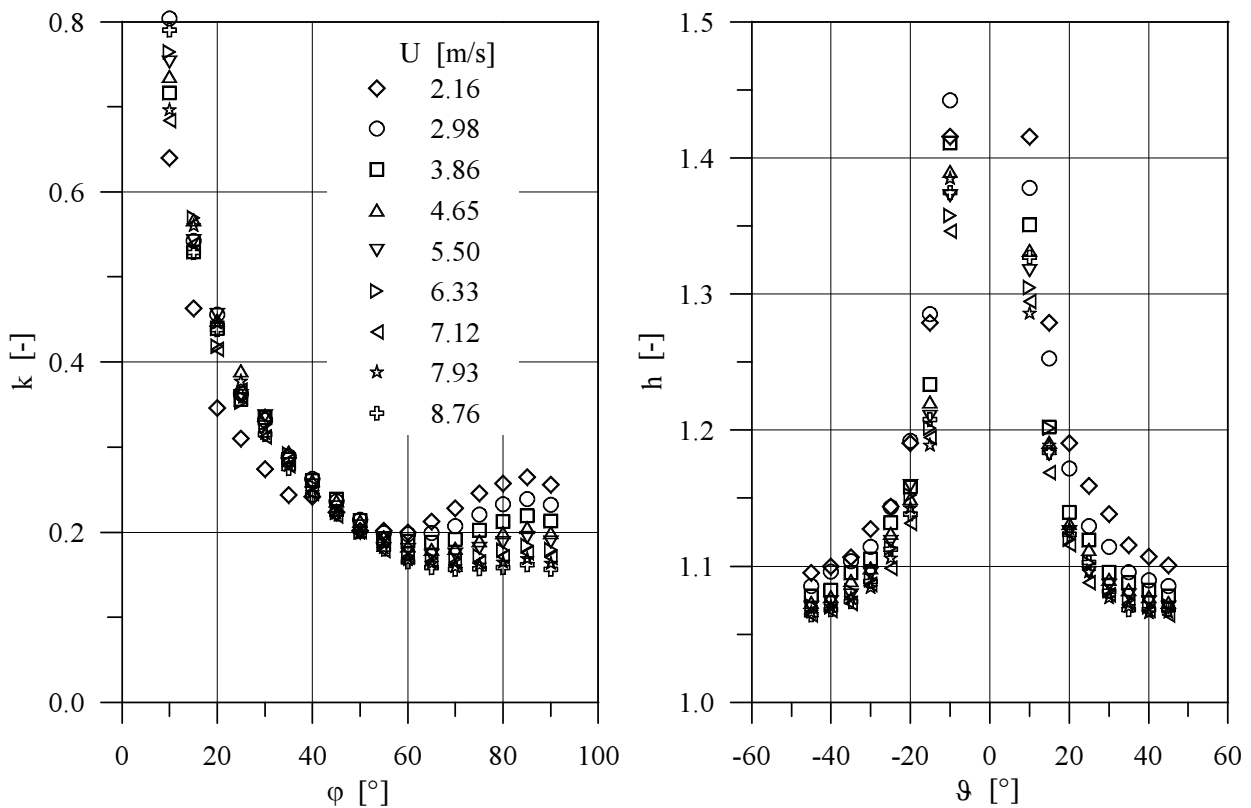


Abbildung 4.8: Verlauf der Richtungsempfindlichkeiten  $k$  und  $h$  bei  $T_g = 318.2\text{ K}$  für unterschiedliche Anströmgeschwindigkeiten

Abb. 4.8 dargestellt, während Abb. 4.9 den Verlauf in der Mitte des Geschwindigkeitsbereiches ( $U = 5.5\text{ m/s}$ ) bei unterschiedlichen Temperaturen zeigt.

Eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit  $U$  kennzeichnet den Verlauf von  $k$  im Winkelbereich  $60^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ . Der Wert der Richtungsempfindlichkeit  $k$  verringert sich dort mit zunehmender Anströmgeschwindigkeit  $U$ , damit reduziert sich die Kühlwirkung der Komponente der Strömung in Richtung der Längsachse des Sondendrahtes. Der Winkelbereich  $\varphi < 60^\circ$  ist dagegen durch eine Temperaturabhängigkeit von  $k$  charakterisiert. Mit zunehmender Temperatur  $T_g$  nehmen dort die  $k$ -Werte zu und damit die Kühlwirkung der Strömungskomponente in Richtung der Draht-Längsachse.

Die Richtungsempfindlichkeit  $h$  weist bzgl. der Strömungsgeschwindigkeit und -Temperatur ein analoges Verhalten zur Richtungsempfindlichkeit  $k$  auf, wobei dieses jedoch im gesamten untersuchten Winkelbereich vorhanden ist.

Die obigen exemplarisch für spezielle Werte der Temperatur bzw. Geschwindigkeit der Strömung gemachten Aussagen lassen sich auf die entsprechenden Wertebereiche von  $U$  bzw.  $T_g$  ausweiten. Für gegebene Winkelwerte  $\varphi$  bzw.  $\vartheta$  sind in den Abbn. 4.10 und 4.11 die Richtungsempfindlichkeiten  $k$  und  $h$  in Abhängigkeit von den Einflußfaktoren  $U$  und  $T_g$  dargestellt. Die  $h$ -Werte weisen einen bzgl. des Vorzeichens von  $\vartheta$  symmetrischen Verlauf

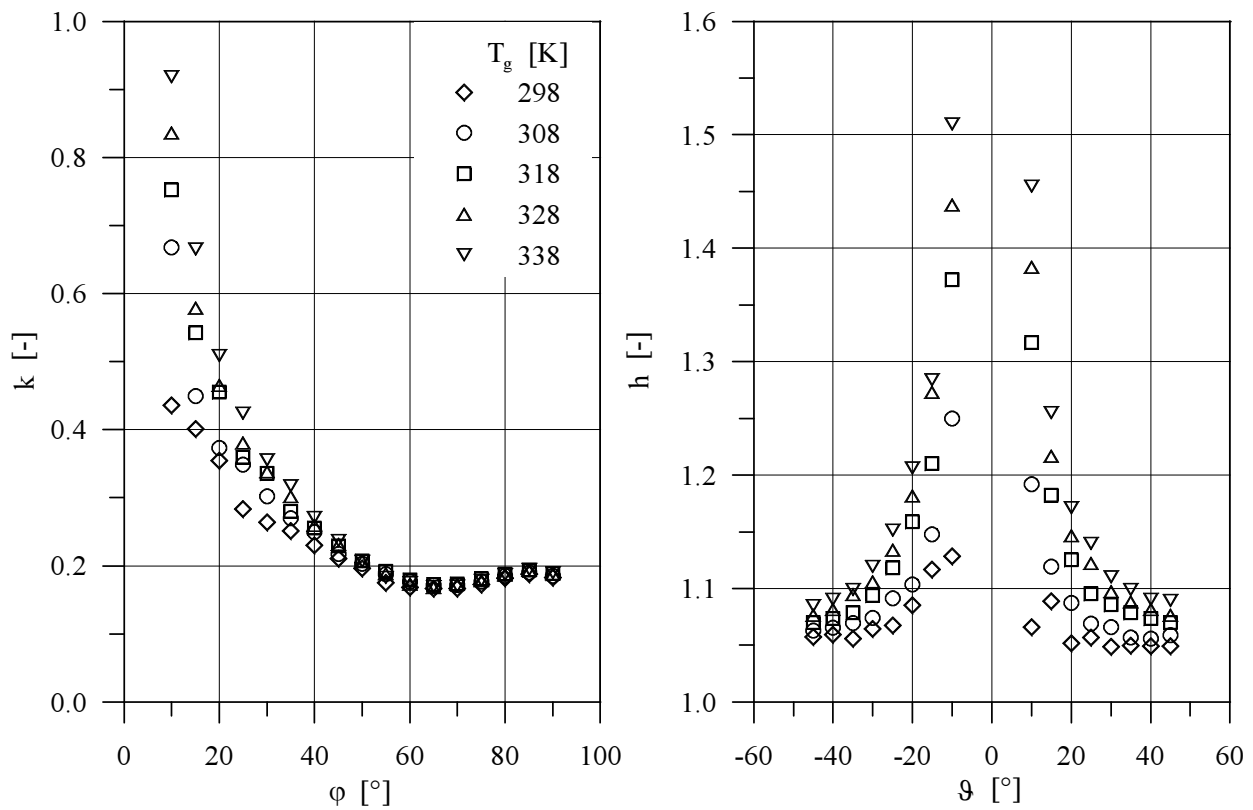


Abbildung 4.9: Verlauf der Richtungsempfindlichkeiten  $k$  und  $h$  bei  $U = 5.5 \text{ m/s}$  für unterschiedliche Strömungstemperaturen

auf, die ausgewählten  $\vartheta$ -Werte wurden daher auf den negativen Wertebereich beschränkt.

Die Abbn. 4.10 und 4.11 zeigen zusätzlich, daß die relativen Änderungen durch den Temperatureinfluß, der bei dem Betrage nach kleinen Winkelwerten  $\vartheta$  dominiert, bei der Richtungsempfindlichkeit  $h$  größer sind als bei  $k$ . Dieser Einfluß nimmt mit zunehmenden Winkelwerten ab. Der dort zusätzlich zu beobachtende Geschwindigkeitseinfluß ist wesentlich kleiner als bei der Richtungsempfindlichkeit  $k$ .

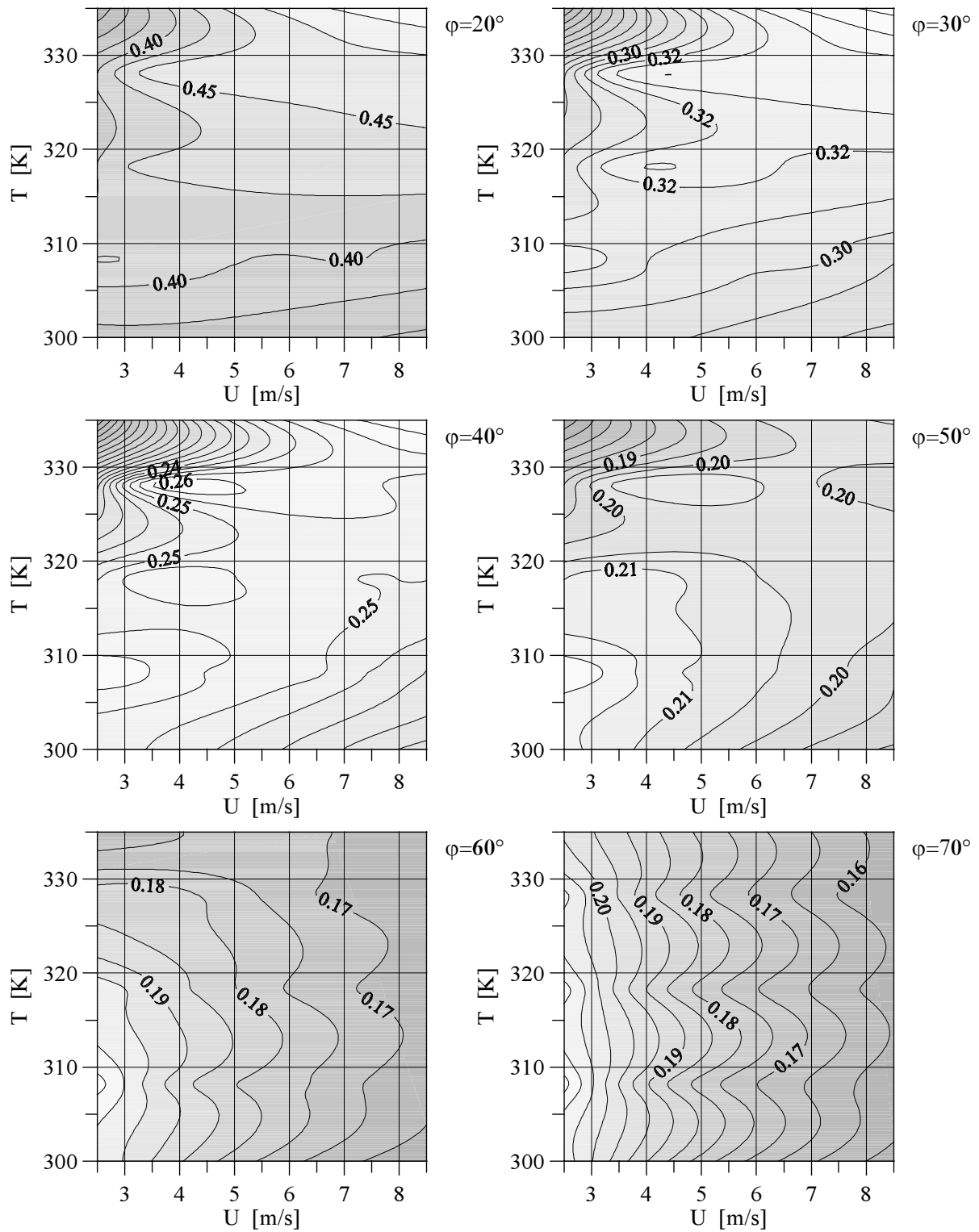


Abbildung 4.10:  $k(U, T_g)$  für  $\varphi = \{20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ\}$



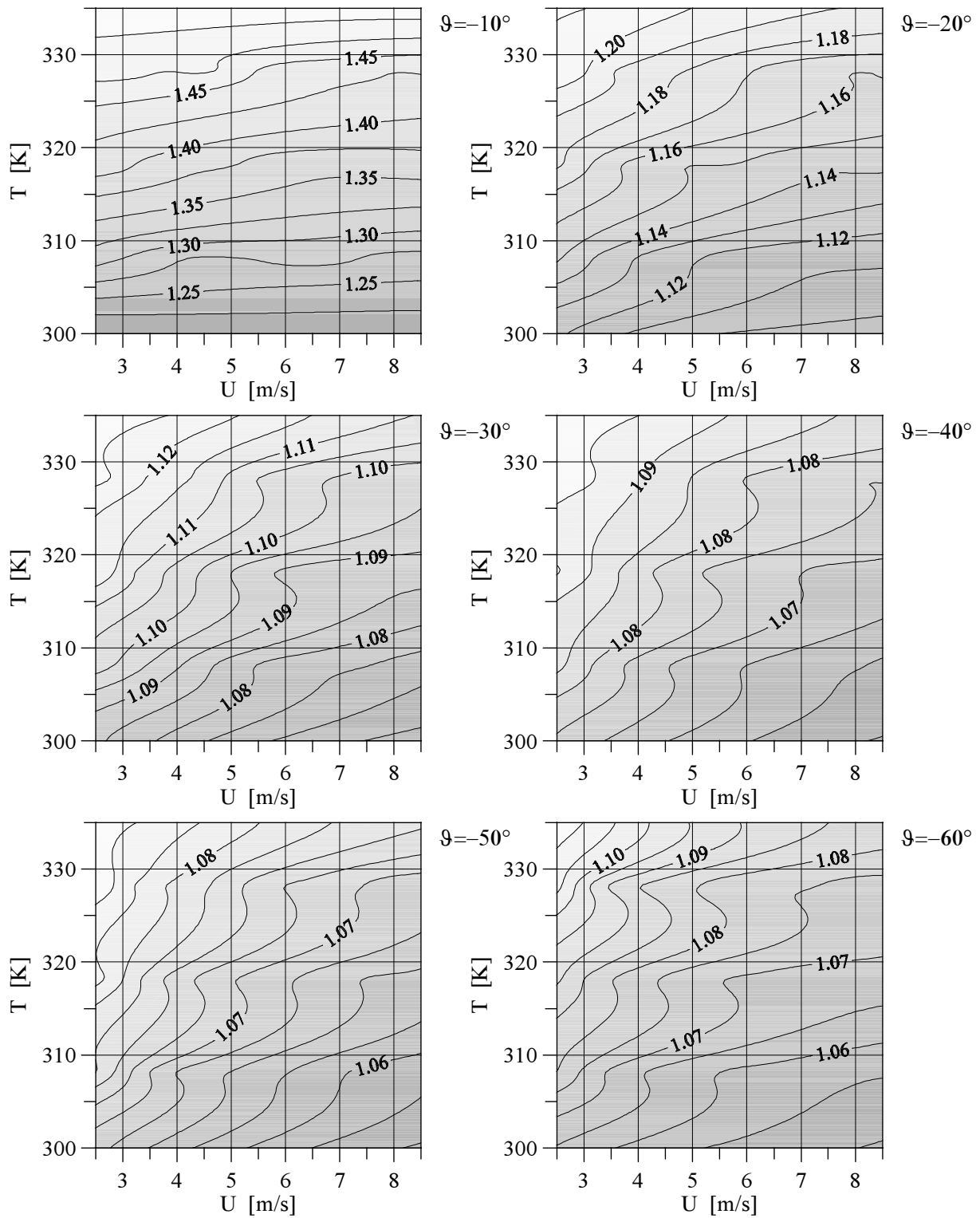


Abbildung 4.11:  $h\langle U, T_g \rangle$  für  $\vartheta = \{-10^\circ, -20^\circ, -30^\circ, -40^\circ, -50^\circ, -60^\circ\}$

#### 4.4 Wirkung der Einflußfaktoren der Richtungsempfindlichkeiten auf die Bestimmung der Geschwindigkeitskomponenten am Sondendraht

Zur Darstellung der Wirkung der Einflußfaktoren  $U$ ,  $T_g$  und  $\varphi$  bzw.  $\vartheta$  der Richtungsempfindlichkeiten  $k$  und  $h$  auf die Bestimmung der effektiven Kühlgeschwindigkeit am Sondendraht wurden bei drei unterschiedlichen Anströmgeschwindigkeiten  $U = \{3, 5, 7\} m/s$  und vier verschiedenen Temperaturen  $T_g = \{303, 313, 323, 333\} K$  Spannungswerte  $E_{cta}$  (Einbaulage des Sondendrahtes, vgl. Abb. 4.7) im Winkelbereich  $-45^\circ \leq \theta_1, \theta_2 \leq 45^\circ$  aufgenommen und mit Hilfe der Gl. 3.26 in effektive Kühlgeschwindigkeiten  $U_{eff, mess}$  des Sondendrahtes umgerechnet.

Ausgehend von der Sondenausrichtung mit  $\theta_1$  und  $\theta_2$ , der bekannten Einbaulage des Sondendrahtes (vgl. Abbn. 4.4 und 4.5) und der gegebenen Anströmgeschwindigkeit  $U$  können nach Gl. 4.5 die Geschwindigkeitskomponenten am Sondendraht und mit Hilfe der Richtungsempfindlichkeiten  $k$  und  $h$  über den Kühllansatz nach Jørgensen [21] (Gl. 4.1) ebenfalls  $U_{eff}$ -Werte bestimmt und mit den gemessenen Werten  $U_{eff, mess}$  verglichen werden.

Die linke Hälfte der Abbn. 4.12 bis 4.15 zeigt die Abweichungen  $(U_{eff, mess} - U_{eff}) / U_{eff, mess}$  unter Verwendung der von  $U$ ,  $T_g$  und  $\varphi$  bzw.  $\vartheta$  abhängigen Richtungsempfindlichkeiten (lineare Interpolation zwischen den Messpunkten  $k(U, T_g, \varphi)$  bzw.  $h(U, T_g, \vartheta)$ ), während auf der rechten Hälfte der Abbildungen konstante Werte  $k = 0.2261$  bzw.  $h = 1.071$  aus der Mitte des Meßbereiches bei  $U = 5.2 m/s$ ,  $T_g = 318.2 K$  und  $\varphi, \vartheta = 45^\circ$  verwendet wurden. Deutliche Abweichungen treten im Bereich  $\theta_1 \rightarrow 0^\circ, \theta_2 \rightarrow 45^\circ$  entsprechend  $\varphi \rightarrow 90^\circ, \vartheta \rightarrow 0^\circ$  auf, zunehmend mit ansteigenden Geschwindigkeitswerten, während der Temperatureinfluß zu vernachlässigen ist.

Wie aus Abb. 4.8 ersichtlich ist, weist die Richtungsempfindlichkeit  $k$  für  $\varphi \rightarrow 90^\circ$  eine zunehmende Geschwindigkeitsabhängigkeit auf. Der bei  $\varphi = 45^\circ$  gewählte  $k$ -Wert stimmt für niedrige Geschwindigkeitswerte gut mit den  $k$ -Werten für  $\varphi \rightarrow 90^\circ$  überein, bei hohen Geschwindigkeitswerten nehmen die  $k$ -Werte für  $\varphi \rightarrow 90^\circ$  ab. Der Beitrag der Tangentialkomponente  $U_t$  des Geschwindigkeitsvektors am Sondendraht zur effektiven Kühlgeschwindigkeit  $U_{eff}$  nach Gl. 4.1 wird dadurch unterbewertet,  $U_{eff}$  damit zu niedrig bestimmt; eine positive Abweichung  $(U_{eff, mess} - U_{eff}) / U_{eff, mess}$  wie in den Abbn. 4.12 bis 4.15 ersichtlich folgt hieraus. Im Unterschied zur Richtungsempfindlichkeit  $k$  ist die Abweichung bei der Bestimmung von  $U_{eff}$  durch Wahl eines konstanten  $h$ -Wertes vernachlässigbar. Der für  $|\vartheta| \rightarrow 0$  ansteigende Gradient im Verlauf der Richtungsempfindlichkeit  $h$  geht einher mit einer kleiner werdenden Geschwindigkeitskomponente  $U_{bn}$ , damit wird der Fehler auf die Berechnung der effektiven Kühlgeschwindigkeit durch die Annahme  $h = const.$  entsprechend reduziert.

Aus den obigen Betrachtungen folgt damit, daß zumindest bei der Richtungsempfindlichkeit  $k$  bei entsprechend großen Meßbereichen bzgl.  $\varphi$  und  $U$  diese Einflußfaktoren berücksichtigt werden müssen, während der Temperatureinfluß vernachlässigt werden kann.

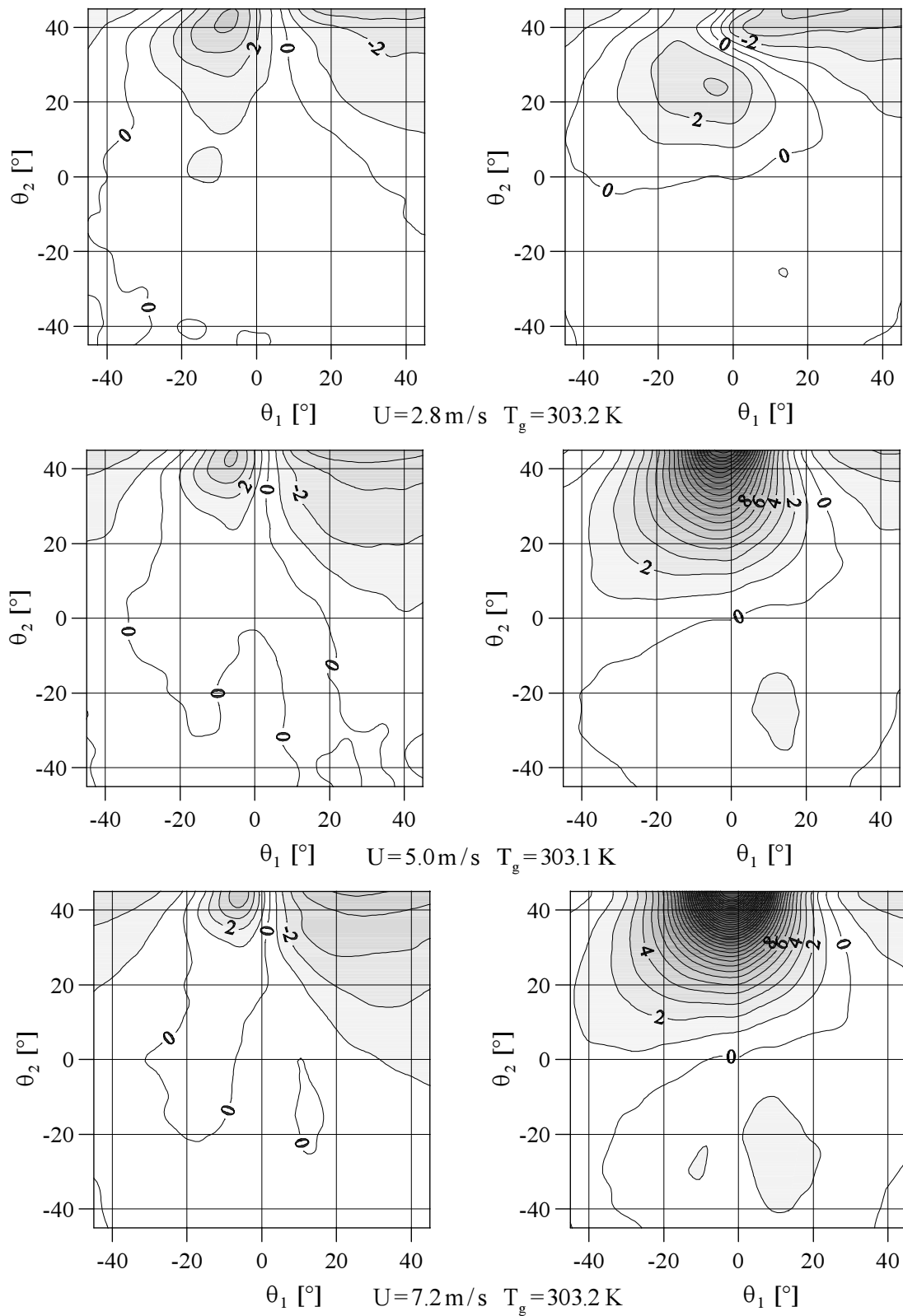


Abbildung 4.12:  $(U_{eff, mess} - U_{eff}) / U_{eff, mess} [\%]$ ; linke Seite:  $U_{eff} = U_{eff}|_{k(U, T_g, \varphi), h(U, T_g, \vartheta)}$ , rechte Seite:  $U_{eff} = U_{eff}|_{k, h=const.}$

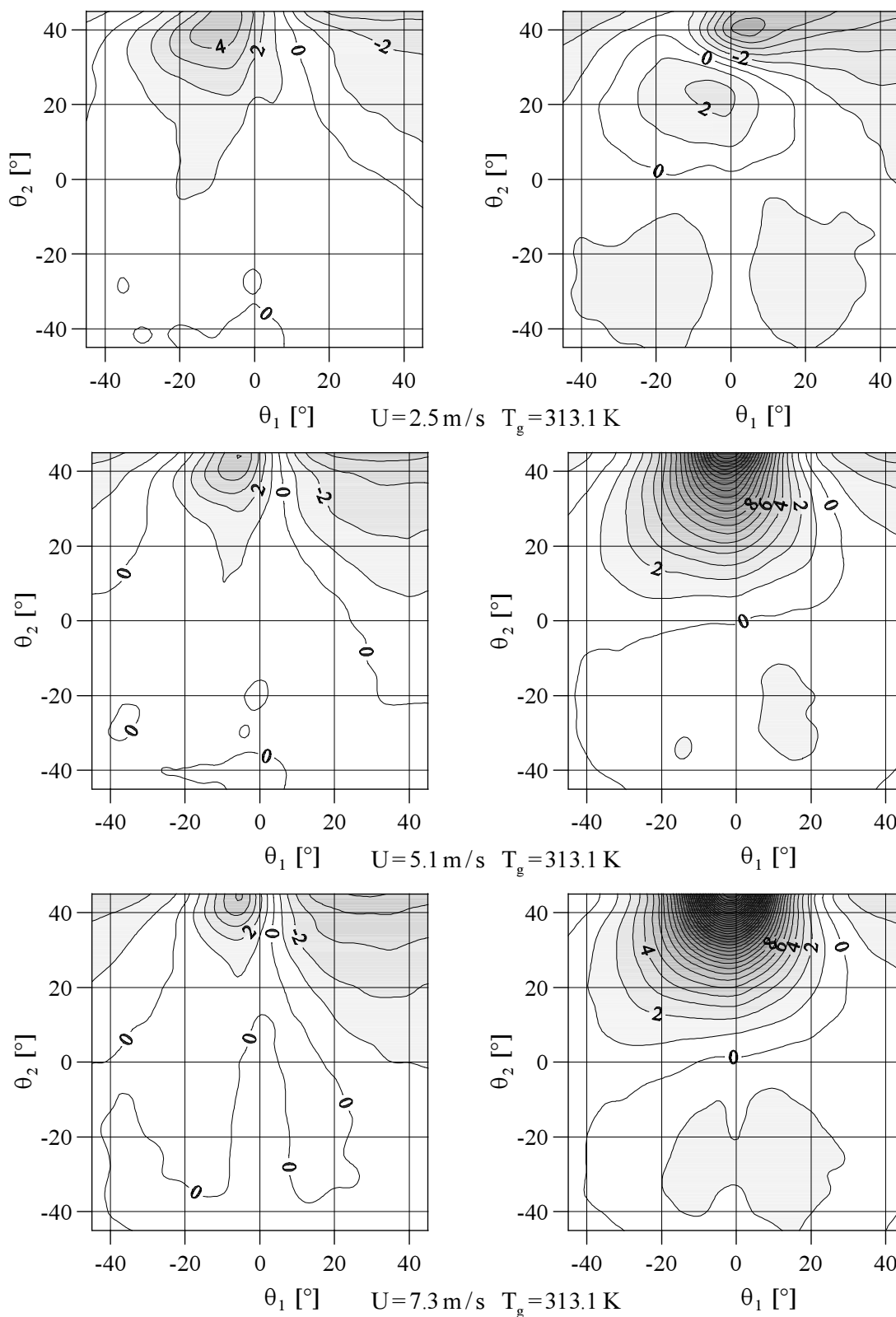


Abbildung 4.13:  $(U_{eff, mess} - U_{eff}) / U_{eff, mess} [\%]$ ; linke Seite:  $U_{eff} = U_{eff}|_{k(U, T_g, \varphi), h(U, T_g, \vartheta)}$ , rechte Seite:  $U_{eff} = U_{eff}|_{k, h=const}$ .

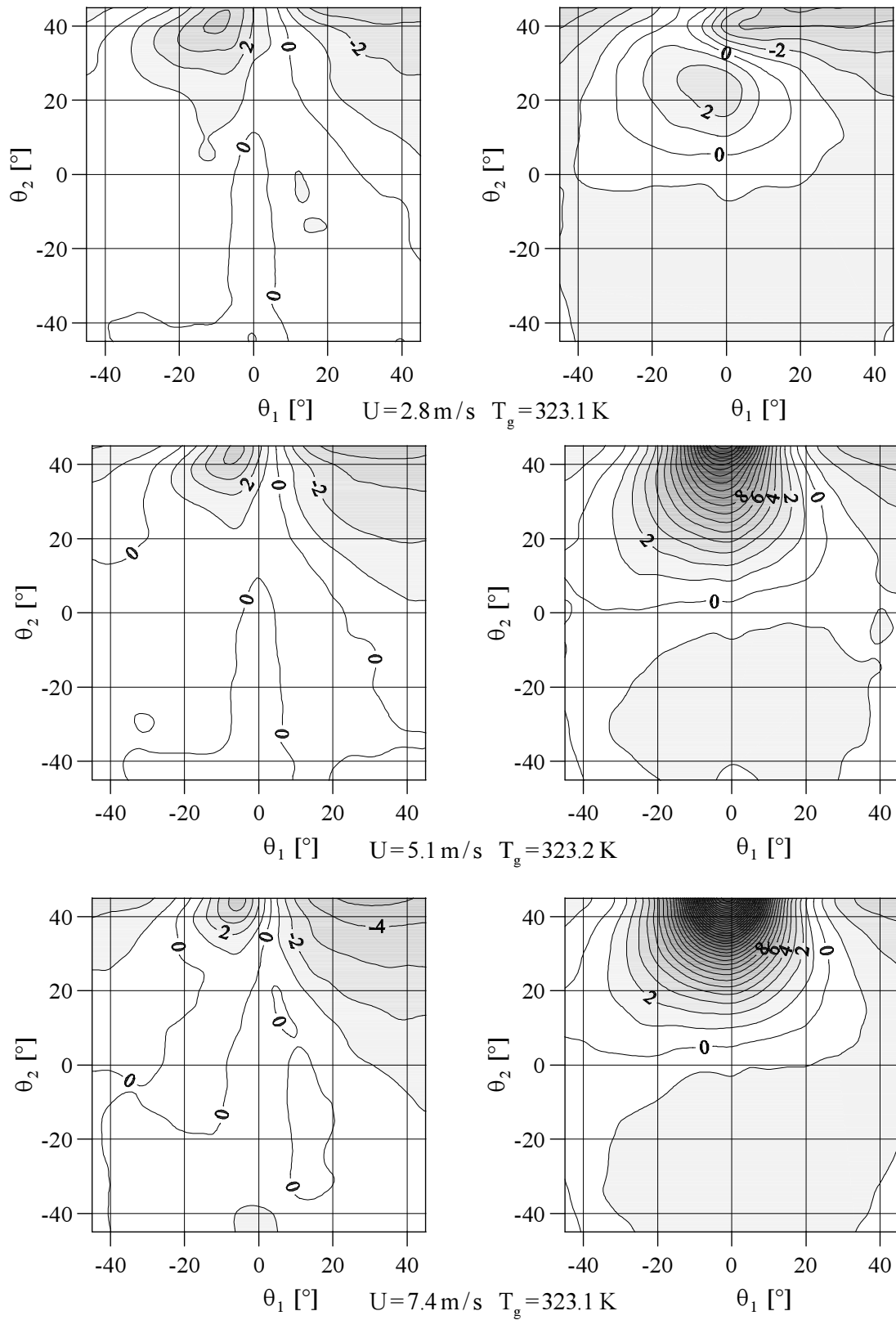


Abbildung 4.14:  $(U_{eff, mess} - U_{eff}) / U_{eff, mess} [\%]$ ; linke Seite:  $U_{eff} = U_{eff}|_{k(U, T_g, \varphi), h(U, T_g, \vartheta)}$ , rechte Seite:  $U_{eff} = U_{eff}|_{k, h=const.}$

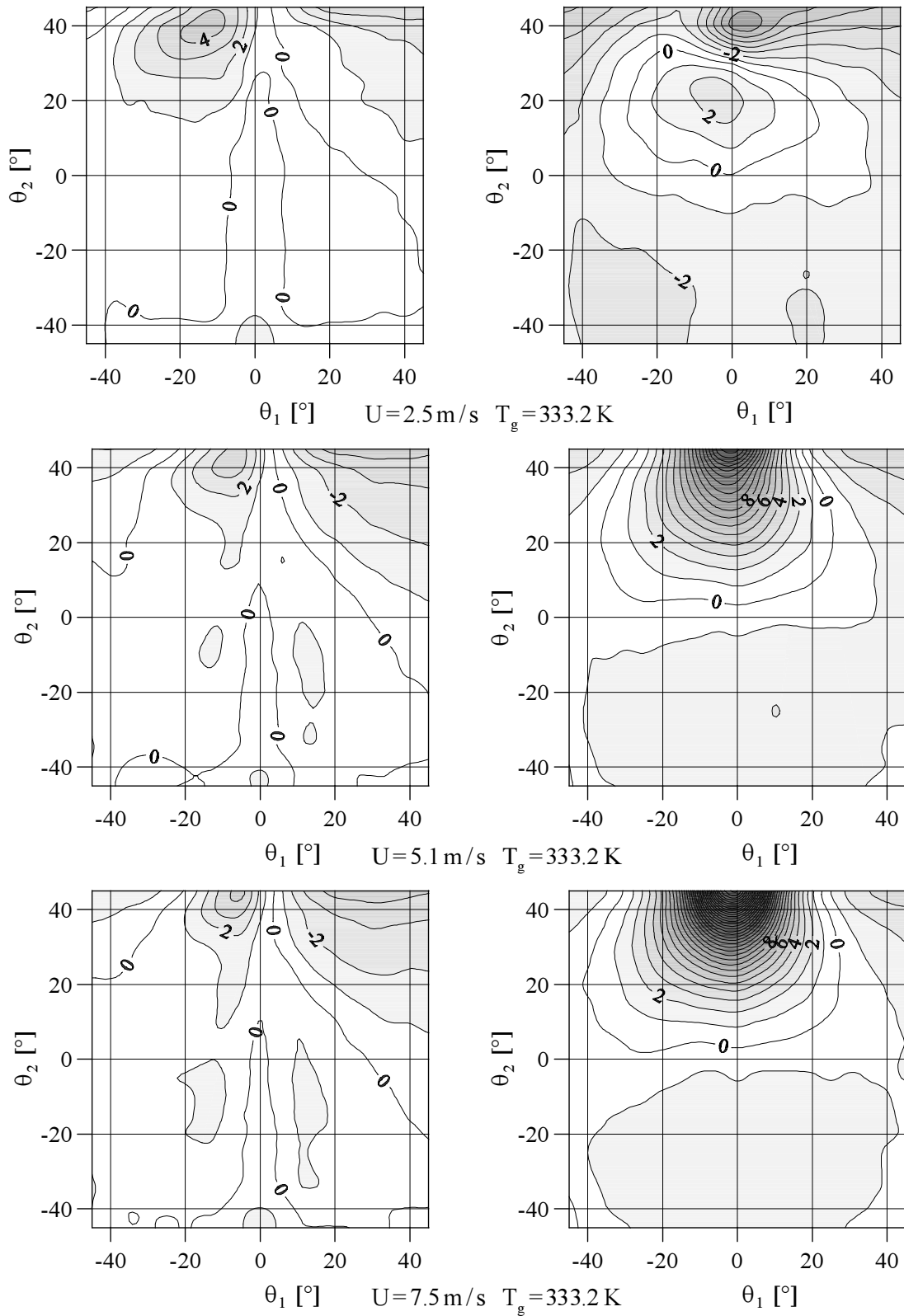


Abbildung 4.15:  $(U_{eff,mess} - U_{eff}) / U_{eff,mess}$  [%]; linke Seite:  $U_{eff} = U_{eff}|_{k(U,T_g,\varphi),h(U,T_g,\vartheta)}$ , rechte Seite:  $U_{eff} = U_{eff}|_{k,h=const.}$

## 5 Temperaturmessung mit Kaltdrahtsonden

Zur Bestimmung der Strömungstemperatur  $T_g$  wird üblicherweise die Konstant-Strom-Anemometrie verwendet. Die entsprechende Brückenschaltung (vgl. DISA<sup>®</sup>-Manual [16]) ist in Abb. 5.1 dargestellt.

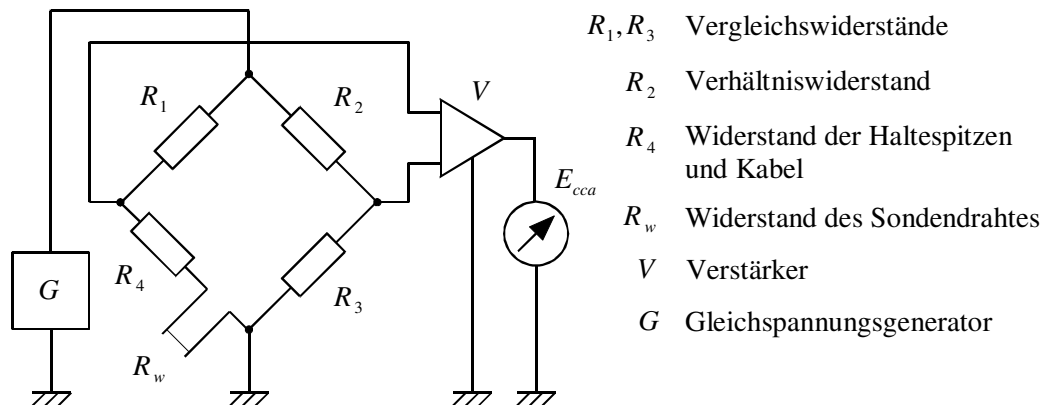


Abbildung 5.1: Sondendraht in Konstant-Strom-Schaltung

Wird der Sondendraht von einem sehr geringen Sondenstrom durchflossen, ist seine Überhitzung vernachlässigbar. Die Anströmgeschwindigkeit des Sondendrahtes hat daher im Gegensatz zur Konstant-Temperatur-Anemometrie aufgrund des fehlenden treibenden Temperaturgefälles  $T_w - T_g$  keinen Einfluß auf die Drahttemperatur  $T_w$ .

Die Temperaturmessung wird auf eine Widerstandsmessung zurückgeführt. Die Temperatur des Sondendrahtes wird von dem umgebenden Strömungsfeld aufgeprägt, wobei das Zeitverhalten der Brückenspannung  $E_{cca}$  bzgl. Änderungen der Strömungstemperatur  $T_g$  umso schlechter wird, je größer die Wärmekapazität des Sondendrahtes ist.

### 5.1 Grundgleichung

Der Zusammenhang zwischen der Brückenspannung  $E_{cca}$  und der Draht- bzw. Strömungstemperatur läßt sich nach Wier [44] für den Temperaturbereich  $283\text{ K} < T_g < 353\text{ K}$  in sehr guter Näherung durch den linearen Ansatz

$$E_{cca} = E_0 + S_{\Theta} T_g \quad (5.1)$$

mit dem *Offset*-Spannungswert  $E_0$  [V] und der Temperaturempfindlichkeit  $S_{\Theta}$  [V/K] beschreiben, was durch eigene Messungen bestätigt wird.

Abb. 5.2 zeigt eine Auftragung von gemessenen Spannungswerten  $E_{cca}$  über der Strömungstemperatur  $T_g$  und der mit Hilfe einer linearen Regression ermittelten Kennlinie nach Gl. 5.1 (Sonde: DANTEC<sup>®</sup> 55P31, Brücke: DANTEC<sup>®</sup> 90P20,  $I_p = 0.2\text{ mA}$ ).

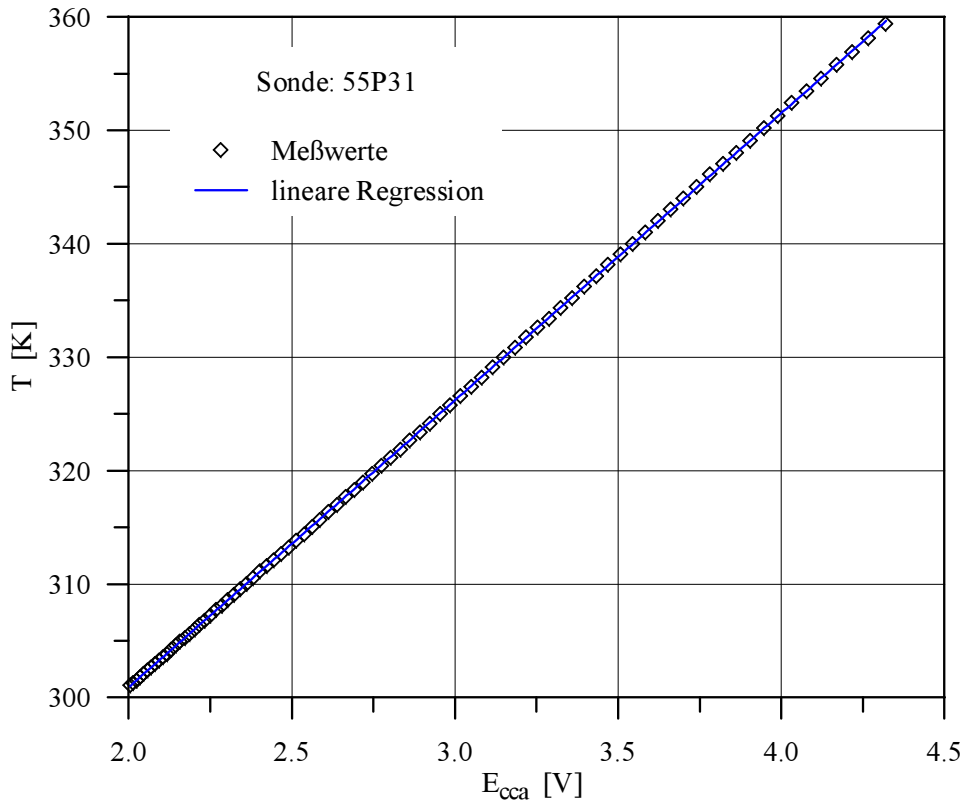


Abbildung 5.2: Kennlinie der Temperatursonde

## 5.2 Frequenzverhalten

Untersuchungen bzgl. des Frequenzverhaltens von Temperatursonden finden sich u.a. bei Weeks *et al.* [43], Antonia *et al.* [3] und Klein [25].

Weeks *et al.* [43] untersuchten an zwei Sondentypen (TSI<sup>®</sup> 1244-T1.5 bzw. 1244-PI2.5) mit Wolfram- ( $d_w = 3.8 \mu m$ ,  $l_w = 1.27 mm$ ) bzw. Platin-Iridium-Draht ( $d_w = 6.3 \mu m$ ,  $l_w = 1.27 mm$ ) mittels eines periodisch beaufschlagten Laserstrahls ( $\Delta T = \{2, 6\} K$ ,  $T_g = 295.2 K$ ) im Geschwindigkeitsbereich  $U < 10 m/s$  den Abfall der Spannungsamplitude abhängig von der Laserpulsfrequenz.

Sie beobachteten bei gleicher Pulsfrequenz bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten einen geringeren Amplitudenabfall und erklären dies mit einem bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten größeren Temperaturgradienten im oberflächennahen Strömungsfeld um den Sondendraht resultierend in einer schnelleren Antwort auf den Temperaturpuls. Für den Wolframdraht wurde eine  $-3 dB$ -Frequenz  $f = 180 Hz$  bei ruhender Strömung und  $f = 420 Hz$  bei  $U = 10 m/s$  unabhängig von der Größe der Temperaturerhöhung  $\Delta T$  gemessen.

Antonia *et al.* [3] verwendeten in ihrem Versuchsaufbau einen gepulsten Hitzdraht im unmittelbaren Vorlauf der Temperatursonden ( $d_w = \{2.5, 1.3, 0.63\} \mu m$ ,  $l_w = 1 mm$ ,  $0.05 mA <$



$I_p < 0.2 \text{ mA}$ ) zur Generierung eines Temperaturanstieges im Anströmfeld.

Die ermittelten  $-3 \text{ dB}$ -Frequenzwerte waren erwartungsgemäß aufgrund der geringeren Wärmekapazität bei ansonsten identischen Sondendrähten mit kleinerem Durchmesser größer und erhöhten sich mit zunehmender Anströmgeschwindigkeit. Für den mittleren Drahtdurchmesser  $d_w = 1.3 \text{ }\mu\text{m}$  wurde z.B. bei  $U = 4 \text{ m/s}$  eine  $-3 \text{ dB}$ -Frequenz  $f = 1.7 \text{ kHz}$ , bei  $U = 12 \text{ m/s}$   $f = 2.8 \text{ kHz}$  ermittelt.

Klein [25] untersuchte u.a. die hier in der 4-Draht-Konfiguration (vgl. Kap. 6.2.1) verwendete Temperatursonde DANTEC® 55P31 ( $d_w = 1 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $l_w = 0.4 \text{ mm}$ ). Der Sondendraht wurde hierbei von einem Laserstrahl in einem ruhenden Strömungsfeld aufgeheizt. Nach dessen Unterbrechung wurde der Abkühlvorgang aufgenommen und die Zeitkonstante  $\tau$  bestimmt. Hieraus ergab sich eine  $-3 \text{ dB}$ -Frequenz  $f = 0.2 \text{ kHz}$ . Der optimale Sondenstrom betrug  $I_w = 0.3 \text{ mA}$ , größere Stromstärken führten zu einem Widerstandsanstieg am Sondendraht bei abnehmenden Anströmgeschwindigkeiten und damit zu einem Geschwindigkeitseinfluß auf die Temperaturmessung.

Der nutzbare Frequenzbereich des Kaltdrahtsignals einer Temperatursonde liegt damit um Größenordnungen unter dem einer Hitzdrahtsonde zur Geschwindigkeitsmessung, dessen obere Grenzfrequenz  $\simeq 1 * 10^5 \text{ Hz}$  für die DANTEC® 55P02-Hitzdrahtsonde beträgt. In Strömungsfeldern mit hochfrequenten Temperaturfluktuationen ist daher aufgrund der niedrigeren Frequenzauflösung des Temperatursignals eine eingeschränkte Temperaturkompensation des zeitlich wesentlich höher aufgelösten Geschwindigkeitssignals zu erwarten.

## 6 Meßwertverarbeitung

Aufgabe der Meßwertverarbeitung ist die Bestimmung des Geschwindigkeitsvektors  $\vec{U}$  und der Temperatur  $T_g$  des Strömungsfeldes am Ort der Messung ausgehend von den Brückenausgangssignalen  $E_{cta,i}$  ( $i$ : Anzahl der Sondendrähte zur Geschwindigkeitsmessung) bzw.  $E_{cca}$  einer Meßsonde, bestehend aus einer Kombination aus Hitzdrähten in CTA- und Kaltdrähten in CCA-Brückenschaltung.

Mit Hilfe der Wärmebilanz am Sondendraht (Kap. 3.1) lassen sich die effektiven Kühlgeschwindigkeiten  $U_{eff,i}$  an den Sondendrähten aus den Spannungswerten  $E_{cta,i}$  und der aus  $E_{cca}$  berechneten Strömungstemperatur  $T_g$  (Kap. 5) bestimmen, ausgehend von der Gl. 3.10

$$E_{cta}^2 = P R^* \pi l_w \lambda Nu (T_w - T_g)$$

und den im Kap. 3.2 dargestellten Ansätzen für die Nusselt-Zahl  $Nu$  mit Hilfe der Reynolds-Zahl  $Re = (U_{eff} * d_w) / \nu$ . Für den Nusselt-Zahl-Ansatz von Kramers [30] folgt für das Quadrat der Brückenausgangsspannung

$$E_{cta}^2 = P R^* \pi l_w \lambda (T_w - T_g) \left[ 0.42 Pr^{0.2} + 0.57 Pr^{0.33} \left( \frac{U_{eff} d_w}{\nu} \right)^m \right]$$

und für die effektive Kühlgeschwindigkeit:

$$U_{eff} = \frac{\nu}{d_w} \left[ \frac{1}{0.57 Pr^{0.33}} \left( \frac{E_{cta}^2}{P R^* \pi l_w \lambda (T_w - T_g)} - 0.42 Pr^{0.2} \right) \right]^{1/m}$$

Ansätze für die Prandtl-Zahl  $Pr$  und die Stoffgrößen  $\lambda$  und  $\nu$  in Abhängigkeit von  $T_g$  finden sich im Kap. 3.3. Die Umrechnung des Vektors der effektiven Kühlgeschwindigkeiten in den Geschwindigkeitsvektor des Strömungsfeldes  $\vec{U}$  wurde in Kap. 4.1 beschrieben.

Nachfolgend werden zwei Hitzdraht-Meßsysteme mit digitaler Meßwertverarbeitung vorgestellt. Entsprechende Ergebnisse von Messungen mit diesen Systemen in neutral und thermisch geschichteten Grenzschichtströmungen sind in Kap. 9.2 zusammen mit Messungen von Liedtke [32] dargestellt.

### 6.1 x-Draht-Sonde

Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten thermisch geschichteten Grenzschichtströmungen können als im Mittel zweidimensional betrachtet werden. Die wesentlichen Energieaustauschvorgänge finden in der Ebene statt, die durch die in Hauptströmungsrichtung und normal zur Wand zeigenden Komponenten des Geschwindigkeitsvektors aufgespannt wird.

Unter Vernachlässigung der Geschwindigkeitskomponente in lateraler Richtung können zur Vermessung des Strömungsfeldes 2-Draht-Sonden, hier x-Draht-Sonden eingesetzt werden.

### 6.1.1 Grundgleichungen

Für die hier eingesetzte x-Draht-Sonde vom Typ Dantec<sup>®</sup> 55P51 lautet der Kühllansatz nach Jørgensen [21] mit  $U_{bn} = 0$  ( $i = \{1, 2\}$ ):

$$U_{eff,i}^2 = U_{n,i}^2 + k_i^2 U_{t,i}^2 \quad (6.1)$$

Die Geschwindigkeitskomponenten  $U_{n,i}$  und  $U_{t,i}$  ergeben sich nach Abb. 6.1 zu

$$U_{n,i} = U \sin \varphi_i - W \cos \varphi_i \quad (6.2)$$

$$U_{t,i} = U \cos \varphi_i + W \sin \varphi_i \quad (6.3)$$

mit  $\varphi_1 = 45^\circ$  und  $\varphi_2 = 135^\circ$ .

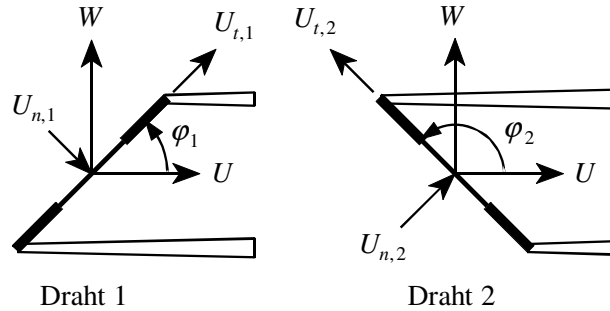


Abbildung 6.1: Geschwindigkeitskomponenten an den Sondendrähten der x-Draht-Sonde

Mit den Gln. 6.2 und 6.3 eingesetzt in Gl. 6.1 folgt:

$$\begin{aligned} U_{eff,i}^2 &= c_{1,i} U^2 + 2 c_{2,i} U W + c_{3,i} W^2 \\ &= U^2 \left[ c_{1,i} + 2 c_{2,i} \frac{W}{U} + c_{3,i} \left( \frac{W}{U} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (6.4)$$

mit

$$c_{1,i} = 1 + (k_i^2 - 1) \cos^2 \varphi_i \quad (6.5)$$

$$c_{2,i} = (k_i^2 - 1) \sin \varphi_i \cos \varphi_i \quad (6.6)$$

$$c_{3,i} = 1 + (k_i^2 - 1) \sin^2 \varphi_i \quad (6.7)$$

Bildet man den Quotienten aus den sich für die beiden Drähte (Index: 1, 2) ergebenden Gln. 6.4, erhält man nach Umformung für  $W/U$  die folgende quadratische Gleichung:

$$\left[ c_{11} - c_{12} \left( \frac{U_{eff,1}}{U_{eff,2}} \right)^2 \right] + 2 \left[ c_{21} - c_{22} \left( \frac{U_{eff,1}}{U_{eff,2}} \right)^2 \right] \frac{W}{U} + \left[ c_{31} - c_{32} \left( \frac{U_{eff,1}}{U_{eff,2}} \right)^2 \right] \left( \frac{W}{U} \right)^2 = 0$$

Die Geschwindigkeitskomponenten  $U$  und  $W$  berechnen sich damit zu

$$U = \frac{U_{\text{eff},i}}{\sqrt{c_{1,i} + 2 c_{2,i} \frac{W}{U} + c_{3,i} \left(\frac{W}{U}\right)^2}}$$

$$W = \frac{W}{U} * U$$

### 6.1.2 Einfluß der Geschwindigkeitsfluktuation $v'$ auf die Auswertung des Geschwindigkeitsvektors

Der Einfluß der bei Verwendung eines Meßsystems mit x-Draht-Sonde nach Kap. 6.1.1 zur Bestimmung des momentanen Geschwindigkeitsvektors vernachlässigten Komponente  $v'$  kann durch Gleichsetzung der nachfolgend dargestellten Kühlanätze bestimmt werden.

Der erste Ansatz läßt sich aus Gl. 4.1 mit den Geschwindigkeitskomponenten

$$U_{n,i} = (\bar{U} + u') \sin \varphi_i - w' \cos \varphi_i$$

$$U_{t,i} = (\bar{U} + u') \cos \varphi_i + w' \sin \varphi_i$$

$$U_{bn,i} = v'$$

herleiten:

$$U_{\text{eff},i}^2 = c_{1,i} (\bar{U} + u')^2 + c_{2,i} (\bar{U} + u') w' + c_{3,i} w'^2 + c_{4,i} v'^2 \quad (6.8)$$

Der obige Ansatz mit den Koeffizienten  $c_{j,i}$  nach den Gln. 6.5 bis 6.7 und  $c_{4,i} = h_i^2$  beinhaltet die Geschwindigkeitskomponente  $v'$ , während der Ansatz

$$U_{\text{eff},i}^2 = c_{1,i} (\bar{U} + u' + \delta u')^2 + c_{2,i} (\bar{U} + u' + \delta u') (w' + \delta w') + c_{3,i} (w' + \delta w')^2 \quad (6.9)$$

die scheinbaren Geschwindigkeitskomponenten  $\delta u'$  und  $\delta w'$  resultierend aus der Vernachlässigung von  $v'$  enthält.

Setzt man die Ansätze 6.8 und 6.9 gleich und normiert mit  $\bar{U}$ , so erhält man:

$$c_{1,i} \left[ 2 \left( 1 + \frac{u'}{\bar{U}} \right) + \frac{\delta u'}{\bar{U}} \right] \frac{\delta u'}{\bar{U}} + c_{2,i} \left[ \left( 1 + \frac{u'}{\bar{U}} \right) \frac{\delta w'}{\bar{U}} + \left( \frac{w'}{\bar{U}} + \frac{\delta w'}{\bar{U}} \right) \frac{\delta u'}{\bar{U}} \right] +$$

$$+ c_{3,i} \left[ 2 \frac{w'}{\bar{U}} + \frac{\delta w'}{\bar{U}} \right] \frac{\delta w'}{\bar{U}} - c_{4,i} \left( \frac{v'}{\bar{U}} \right)^2 = 0$$

Die zusätzlichen scheinbaren Geschwindigkeitskomponenten  $\delta u'$  und  $\delta w'$  lassen sich mit Hilfe der Taylor-Reihenentwicklung

$$f_i \langle \delta u'_0 + \Delta u', \delta w'_0 + \Delta w' \rangle = f_i \langle \delta u'_0, \delta w'_0 \rangle + \frac{\partial}{\partial (\delta u')} f_i \langle \delta u'_0, \delta w'_0 \rangle \Delta u' +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial (\delta w')} f_i \langle \delta u'_0, \delta w'_0 \rangle \Delta w' = 0$$

mit

$$\begin{aligned}
f_i \langle \delta u'_0, \delta w'_0 \rangle &= c_{1,i} \left[ 2 \left( 1 + \frac{u'}{\bar{U}} \right) + \frac{\delta u'_0}{\bar{U}} \right] \frac{\delta u'_0}{\bar{U}} + c_{2,i} \left[ \left( 1 + \frac{u'}{\bar{U}} \right) \frac{\delta w'_0}{\bar{U}} + \left( \frac{w'}{\bar{U}} + \frac{\delta w'_0}{\bar{U}} \right) \frac{\delta u'_0}{\bar{U}} \right] + \\
&\quad + c_{3,i} \left[ 2 \frac{w'}{\bar{U}} + \frac{\delta w'_0}{\bar{U}} \right] \frac{\delta w'_0}{\bar{U}} - c_{4,i} \left( \frac{v'}{\bar{U}} \right)^2 \\
\frac{\partial f_i \langle \delta u'_0, \delta w'_0 \rangle}{\partial (\delta u')} &= 2c_{1,i} \left( 1 + \frac{u'}{\bar{U}} + \frac{\delta u'_0}{\bar{U}} \right) + c_{2,i} \left( \frac{w'}{\bar{U}} + \frac{\delta w'_0}{\bar{U}} \right) \\
\frac{\partial f_i \langle \delta u'_0, \delta w'_0 \rangle}{\partial (\delta w')} &= c_{2,i} \left( 1 + \frac{u'}{\bar{U}} + \frac{\delta u'_0}{\bar{U}} \right) + 2c_{3,i} \left( \frac{w'}{\bar{U}} + \frac{\delta w'_0}{\bar{U}} \right)
\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
\Delta u' &= \frac{f_2 \frac{\partial f_1}{\partial (\delta w')} - f_1 \frac{\partial f_2}{\partial (\delta w')}}{\frac{\partial f_1}{\partial (\delta u')} \frac{\partial f_2}{\partial (\delta w')} - \frac{\partial f_2}{\partial (\delta u')} \frac{\partial f_1}{\partial (\delta w')}} \\
\Delta w' &= - \frac{f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial (\delta u')} \Delta u'}{\frac{\partial f_1}{\partial (\delta w')}}
\end{aligned}$$

berechnen. Für eine x-Draht-Sonde mit den angenommenen konstanten Richtungsempfindlichkeiten  $k_{\{1,2\}} = 0.25$  und  $h_{\{1,2\}} = 1.1$  sind für  $u'/\bar{U} = \{-0.4, 0, 0.4\}$  und die Bereiche  $-0.4 \leq v'/\bar{U}, w'/\bar{U} \leq 0.4$  die Werte für  $\delta u'$  und  $\delta w'$  in der Abb. 6.2 dargestellt. Die gewählten Bereiche der bezogenen Fluktuationsgrößen und damit der momentanen Turbulenzgrade der Geschwindigkeitskomponenten entsprechen einer Anströmung der x-Draht-Sonde innerhalb eines Kegels mit einem halben Öffnungswinkel von  $34^\circ$ .

Der Einfluß der Geschwindigkeitsfluktuation  $u'/\bar{U}$  auf die scheinbaren Geschwindigkeitskomponenten  $\delta u'$  und  $\delta w'$  ist für positive bzw. negative Werte  $u'/\bar{U}$  gleichen Betrages unterschiedlich. Für größere Werte von  $u'/\bar{U}$  nehmen die Komponenten  $\delta u'/\bar{U}$  und  $\delta w'/\bar{U}$  und damit die Verfälschung der tatsächlich vorhandenen Geschwindigkeitskomponenten  $U$  und  $w'$  ab. Während der Einfluß von  $w'/\bar{U}$  auf  $\delta u'/\bar{U}$  im Unterschied zum Einfluß von  $v'/\bar{U}$  vernachlässigbar ist, ist der Einfluß beider Größen auf  $\delta w'/\bar{U}$  dem Betrage nach etwa gleich groß. Auftretende  $v'/\bar{U}$ -Fluktuationen bewirken keine Vorzeichenänderung von  $\delta w'/\bar{U}$ ,  $w'/\bar{U}$ -Fluktuationen prägen ihr Vorzeichen  $\delta w'/\bar{U}$  auf.

Zur Vermeidung der oben genannten scheinbaren Geschwindigkeitsfluktuationen ist in Strömungsfeldern mit einem hohen Turbulenzgrad in lateraler Strömungsrichtung ein Meßverfahren zu verwenden, welches alle drei Komponenten des Geschwindigkeitsvektors auflöst (vgl. 4-Draht-Sonde, Kap. 6.2).

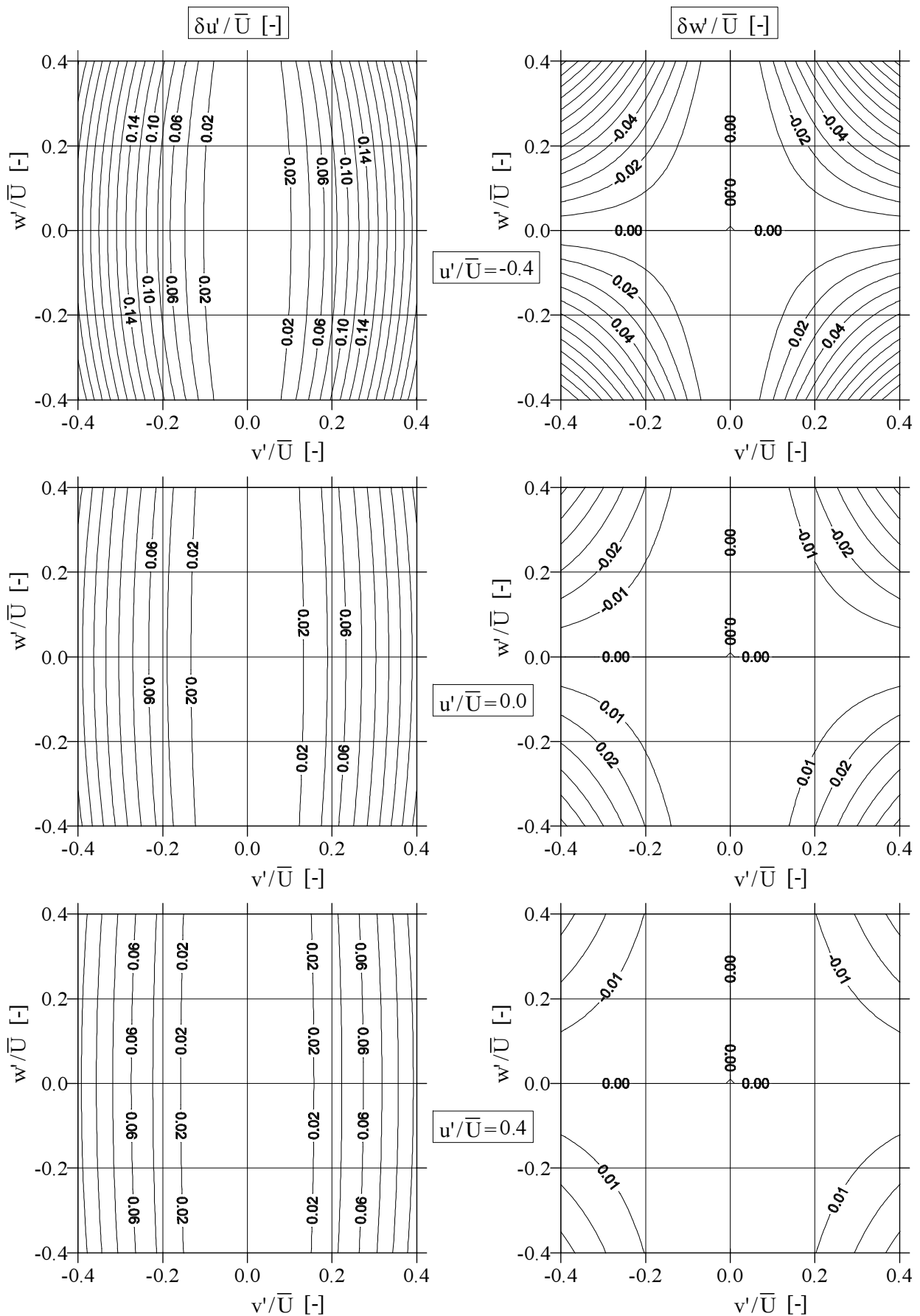


Abbildung 6.2: scheinbare Geschwindigkeitskomponenten  $\delta u' / \bar{U}$  und  $\delta w' / \bar{U}$  durch Vernachlässigung von  $v'$

## 6.2 4-Draht-Sonde

Die Vernachlässigung des Momentanwertes der lateralen Komponente des Geschwindigkeitsvektors führt zu Fehlern in der Bestimmung der übrigen Komponenten, siehe Kap. 6.1.2. Die vollständige Auflösung des Geschwindigkeitsvektors in hochturbulenten Strömungen kann durch den Einsatz von Sonden mit mindestens drei Hitzdrähten realisiert werden, durch Hinzunahme eines Kaltdrahtes zur Temperaturmessung kann der Anwendungsbereich u.a. auf thermisch geschichtete Strömungen erweitert werden.

### 6.2.1 Aufbau der Sonde

Die hier vorgestellte Sonde (Abb. 6.3) beinhaltet vier Einzelsonden: drei Sonden vom Typ DANTEC® 55P02 (Sondendraht  $45^\circ$  zur Sondenachse geneigt), betrieben in einer CTA-Brückenschaltung und eine Sonde vom Typ 55P31 in CCA-Brückenschaltung.

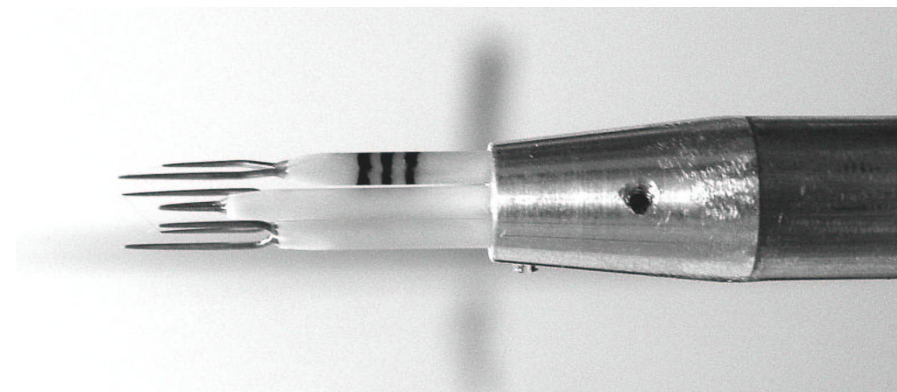


Abbildung 6.3: 4-Draht-Sonde

Der Sondenhalter, in dem die Einzelsonden montiert sind, ist in Abb. 6.4 dargestellt. Er ist so konstruiert, daß die Kaltdrahtsonde zur Messung der Strömungstemperatur mittig im Meßvolumen angeordnet ist, während die Hitzdraht-Einzelsonden ringförmig hier jeweils um  $120^\circ$  gedreht um diese positioniert sind (Abb. 6.5), so daß der Abstand Geschwindigkeits- zu Temperatursonde jeweils gleich groß ist.

Die Ausrichtung der Hitzdrähte in ihren vorgegebenen Halterungen ist grundsätzlich frei wählbar, wobei eine parallele Ausrichtung zweier Drähte keine vollständige Auflösung des dreidimensionalen Geschwindigkeitsvektors mehr zuläßt. Die Anordnung mit dem kleinsten Meßvolumen ergibt sich, wenn die Drahtachsen einen Winkel von  $60^\circ$  mit dem Nachbardraht einschließen, vgl. Abb. 6.5.

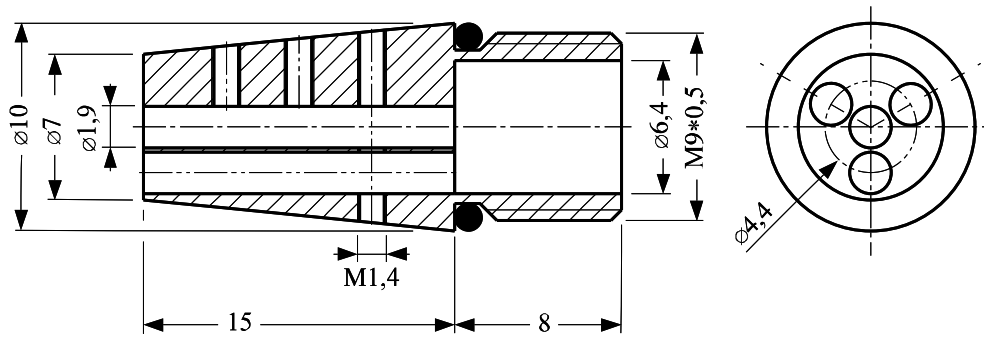


Abbildung 6.4: Sondenhalter der 4-Draht-Sonde

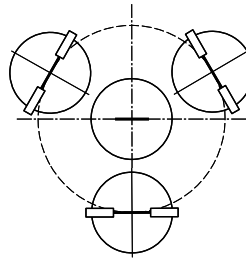


Abbildung 6.5: Anordnung der Einzelsonden der 4-Draht-Sonde

### 6.2.2 Grundgleichungen

Löst man für die Hitzdrähte der drei Einzelsonden mit  $i = \{1, 2, 3\}$  den von Jørgensen [21] beschriebenen Ansatz nach Gl. 4.1

$$U_{\text{eff},i}^2 = U_{n,i}^2 + k_i^2 U_{t,i}^2 + h_i^2 U_{bn,i}^2$$

mit den Geschwindigkeitskomponenten

$$\begin{bmatrix} U_{n,i} \\ U_{t,i} \\ U_{bn,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11,i} & a_{12,i} & a_{13,i} \\ a_{21,i} & a_{22,i} & a_{23,i} \\ a_{31,i} & a_{32,i} & a_{33,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

und den Koeffizienten  $a_{jk}$  ( $j, k = \{1, 2, 3\}$ ) gegeben durch die Einbaulage der Sondendrähte nach Gl. 4.4 auf, so folgt für die Quadrate der effektiven Kühlgeschwindigkeiten  $U_{\text{eff},i}$ :



$$\begin{aligned}
U_{eff,i}^2 &= [a_{11,i}U + a_{12,i}V + a_{13,i}W]^2 + k_i^2 [a_{21,i}U + a_{22,i}V + a_{23,i}W]^2 + \\
&\quad + h_i^2 [a_{31,i}U + a_{32,i}V + a_{33,i}W]^2 \\
&= [a_{11,i}^2 + k_i^2 a_{21,i}^2 + h_i^2 a_{31,i}^2] U^2 + [a_{12,i}^2 + k_i^2 a_{22,i}^2 + h_i^2 a_{32,i}^2] V^2 + \\
&\quad + [a_{13,i}^2 + k_i^2 a_{23,i}^2 + h_i^2 a_{33,i}^2] W^2 + \\
&\quad + 2 [a_{11,i} a_{12,i} + k_i^2 a_{21,i} a_{22,i} + h_i^2 a_{31,i} a_{32,i}] UV + \\
&\quad + 2 [a_{11,i} a_{13,i} + k_i^2 a_{21,i} a_{23,i} + h_i^2 a_{31,i} a_{33,i}] UW + \\
&\quad + 2 [a_{12,i} a_{13,i} + k_i^2 a_{22,i} a_{23,i} + h_i^2 a_{32,i} a_{33,i}] VW
\end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned}
U_{eff,i}^2 &= b_{1,i}U^2 + b_{2,i}V^2 + b_{3,i}W^2 + b_{4,i}UV + b_{5,i}UW + b_{6,i}VW \\
&= U^2 \left[ b_{1,i} + b_{2,i} \left( \frac{V}{U} \right)^2 + b_{3,i} \left( \frac{W}{U} \right)^2 + b_{4,i} \frac{V}{U} + b_{5,i} \frac{W}{U} + b_{6,i} \frac{VW}{U} \right] \quad (6.11)
\end{aligned}$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned}
b_{1,i} &= a_{11,i}^2 + k_i^2 a_{21,i}^2 + h_i^2 a_{31,i}^2 \\
b_{2,i} &= a_{12,i}^2 + k_i^2 a_{22,i}^2 + h_i^2 a_{32,i}^2 \\
b_{3,i} &= a_{13,i}^2 + k_i^2 a_{23,i}^2 + h_i^2 a_{33,i}^2 \\
b_{4,i} &= 2 (a_{11,i} a_{12,i} + k_i^2 a_{21,i} a_{22,i} + h_i^2 a_{31,i} a_{32,i}) \\
b_{5,i} &= 2 (a_{11,i} a_{13,i} + k_i^2 a_{21,i} a_{23,i} + h_i^2 a_{31,i} a_{33,i}) \\
b_{6,i} &= 2 (a_{12,i} a_{13,i} + k_i^2 a_{22,i} a_{23,i} + h_i^2 a_{32,i} a_{33,i})
\end{aligned}$$

Die Auflösung nach dem Geschwindigkeitsvektor  $[U, V, W]$  erfolgt iterativ mit Hilfe einer Taylor-Reihenentwicklung

$$\begin{aligned}
f \langle U_0 + \Delta U, V_0 + \Delta V, W_0 + \Delta W \rangle &= f \langle U_0, V_0, W_0 \rangle + \frac{\partial}{\partial U} f \langle U_0, V_0, W_0 \rangle \Delta U + \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial V} f \langle U_0, V_0, W_0 \rangle \Delta V + \\
&\quad + \frac{\partial}{\partial W} f \langle U_0, V_0, W_0 \rangle \Delta W \quad (6.12)
\end{aligned}$$

beginnend mit den Startwerten  $U_0, V_0$  und  $W_0$  und mit dem Gleichungssystem ( $i = \{1, 2, 3\}$ )

$$\begin{aligned}
f_i \langle U, V, W \rangle &= b_{1,i}U^2 + b_{2,i}V^2 + b_{3,i}W^2 + b_{4,i}UV + b_{5,i}UW + \\
&\quad + b_{6,i}VW - U_{eff,i}^2 = 0
\end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned}
f_i \langle U_0, V_0, W_0 \rangle &+ \frac{\partial f_i \langle U_0, V_0, W_0 \rangle}{\partial U} \Delta U + \\
&+ \frac{\partial f_i \langle U_0, V_0, W_0 \rangle}{\partial V} \Delta V + \frac{\partial f_i \langle U_0, V_0, W_0 \rangle}{\partial W} \Delta W = 0
\end{aligned}$$

Die Werte für die Geschwindigkeitsdifferenzen  $\Delta U$ ,  $\Delta V$  und  $\Delta W$  berechnen sich zu

$$\Delta U = \frac{\left[ f_1 \frac{\partial f_2}{\partial W} - f_2 \frac{\partial f_1}{\partial W} \right] \left[ \frac{\partial f_1}{\partial V} \frac{\partial f_3}{\partial W} - \frac{\partial f_3}{\partial V} \frac{\partial f_1}{\partial W} \right] - \left[ f_1 \frac{\partial f_3}{\partial W} - f_3 \frac{\partial f_1}{\partial W} \right] \left[ \frac{\partial f_1}{\partial V} \frac{\partial f_2}{\partial W} - \frac{\partial f_2}{\partial V} \frac{\partial f_1}{\partial W} \right]}{\left[ \frac{\partial f_1}{\partial U} \frac{\partial f_3}{\partial W} - \frac{\partial f_3}{\partial U} \frac{\partial f_1}{\partial W} \right] \left[ \frac{\partial f_1}{\partial V} \frac{\partial f_2}{\partial W} - \frac{\partial f_2}{\partial V} \frac{\partial f_1}{\partial W} \right] - \left[ \frac{\partial f_1}{\partial U} \frac{\partial f_2}{\partial W} - \frac{\partial f_2}{\partial U} \frac{\partial f_1}{\partial W} \right] \left[ \frac{\partial f_1}{\partial V} \frac{\partial f_3}{\partial W} - \frac{\partial f_3}{\partial V} \frac{\partial f_1}{\partial W} \right]} \quad (6.13)$$

$$\Delta V = \frac{f_1 \frac{\partial f_2}{\partial W} - f_2 \frac{\partial f_1}{\partial W} + \left[ \frac{\partial f_1}{\partial U} \frac{\partial f_2}{\partial W} - \frac{\partial f_2}{\partial U} \frac{\partial f_1}{\partial W} \right] \Delta U}{\frac{\partial f_2}{\partial V} \frac{\partial f_1}{\partial W} - \frac{\partial f_1}{\partial V} \frac{\partial f_2}{\partial W}} \quad (6.14)$$

$$\Delta W = - \frac{f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial f_1}{\partial V} \Delta V}{\frac{\partial f_1}{\partial W}} \quad (6.15)$$

mit den partiellen Ableitungen  $\partial f_i / \partial U$ ,  $\partial f_i / \partial V$  und  $\partial f_i / \partial W$  mit  $f_i = f_i \langle U_0, V_0, W_0 \rangle$ :

$$f_i \langle U_0, V_0, W_0 \rangle = b_{1,i} U_0^2 + b_{2,i} V_0^2 + b_{3,i} W_0^2 + b_{4,i} U_0 V_0 + b_{5,i} U_0 W_0 + b_{6,i} V_0 W_0 - U_{eff,i}^2$$

$$\frac{\partial f_i \langle U_0, V_0, W_0 \rangle}{\partial U} = 2 b_{1,i} U_0 + b_{4,i} V_0 + b_{5,i} W_0$$

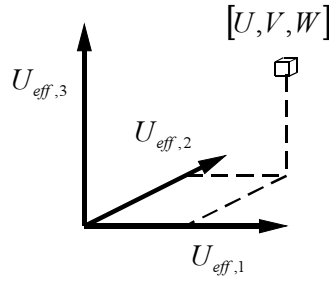
$$\frac{\partial f_i \langle U_0, V_0, W_0 \rangle}{\partial V} = 2 b_{2,i} V_0 + b_{4,i} U_0 + b_{6,i} W_0$$

$$\frac{\partial f_i \langle U_0, V_0, W_0 \rangle}{\partial W} = 2 b_{3,i} W_0 + b_{5,i} U_0 + b_{6,i} V_0$$

Die oben beschriebene iterative Berechnung des Geschwindigkeitsvektors  $[U, V, W]$  ausgehend von  $[U_{eff,1}, U_{eff,2}, U_{eff,3}]$  unter Berücksichtigung der Richtungsempfindlichkeiten  $K_i \langle U, \varphi \rangle$  bzw.  $H_i \langle U, \vartheta \rangle$  nach Gl. 4.2 ist für eine Auswertung während der Messung bei den geforderten Taktraten (vgl. Kap. 7) zu aufwendig und wird daher durch die Generierung eines *Lookup Table* vorweggenommen.

### 6.2.3 *Lookup Table*

Um entsprechende Taktraten bei der Meßwernerfassung (vgl. Kap. 7) mit anschließender Berechnung der Strömungsgrößen  $[U, V, W]$  und  $T_g$  einschließlich statistischer Momente innerhalb der Meßtakte zu ermöglichen, wird die Meßwertverarbeitung nach Kap. 6.2 unter Verwendung eines *Lookup Table* durchgeführt, d.h. die Berechnung des Geschwindigkeitsvektors  $[U, V, W]$  abhängig von den effektiven Kühlgeschwindigkeiten  $U_{eff,i}$  ( $i = \{1, 2, 3\}$ ) wird durch Vorgabe sowohl des Wertebereiches als auch der Auflösung von  $U_{eff,i}$  vor der eigentlichen Messung durchgeführt, während derer dann auf den entsprechenden Datensatz zurückgegriffen wird, vgl. Abb. 6.6.

Abbildung 6.6: *Lookup Table*

Zur Gewinnung von Startwerten  $[U_0, V_0, W_0]$  für die Taylor-Reihenentwicklung nach Gl. 6.12 wird in einem ersten Schritt das *Lookup Table* durch Vorgabe des Geschwindigkeitsvektors  $[U, V, W]$  in entsprechender Auflösung und im vorgegebenen Anströmwinkelbereich vorbelegt. In einem zweiten Schritt erfolgt die Bestimmung des Geschwindigkeitsvektors  $[U, V, W]$  iterativ ausgehend von vorbelegten Nachbarpunkten im *Lookup Table* mit Hilfe der Reihenentwicklung (Gln. 6.13 bis 6.15).

Die zulässige Anströmrichtung der Meßsonde ist zur Vermeidung von Mehrdeutigkeiten bei der Auswertung auf eine Anströmung innerhalb eines Kegels (Anstell- bzw. Neigungswinkel der Sonde:  $-30^\circ \leq \theta_1, \theta_2 \leq 30^\circ$ ) begrenzt, eine Polarkoordinatendarstellung nach Abb. 6.7 mit einer Begrenzung der Winkelbereiche  $\alpha_{eff}$  und  $\beta_{eff}$  ist daher geeignet:

$$\begin{aligned} U_{eff,1} &= |U_{eff}| \cos \alpha_{eff} \sin \beta_{eff} \\ U_{eff,2} &= |U_{eff}| \sin \alpha_{eff} \sin \beta_{eff} \\ U_{eff,3} &= |U_{eff}| \cos \beta_{eff} \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned} \alpha_{eff} &= \arctan \left( \frac{U_{eff,2}}{U_{eff,1}} \right) \\ \beta_{eff} &= \arctan \left( \frac{U_{eff,2}}{U_{eff,3} \sin \alpha_{eff}} \right) \\ |U_{eff}| &= \sqrt{U_{eff,1}^2 + U_{eff,2}^2 + U_{eff,3}^2} \end{aligned}$$

Die Richtungsempfindlichkeiten  $K_i$  und  $H_i$  nach Gl. 4.2 gehen jeweils abhängig von dem Betrag der Anströmgeschwindigkeit und dem Anstell- bzw. Neigungswinkel  $\varphi$  bzw.  $\vartheta$  des jeweiligen Sondendrahtes in die obigen Berechnungen ein.

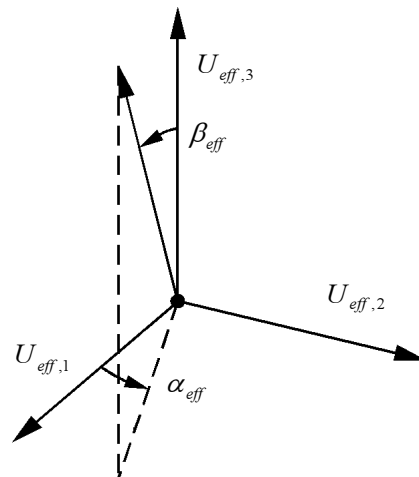


Abbildung 6.7: Polardarstellung des Vektors der effektiven Kühlgeschwindigkeiten

#### 6.2.4 Einfluß der Hitzdrähte der 4-Draht-Sonde auf die Temperaturmessung

Bei einer Anströmung der hier vorgestellten 4-Draht-Sonde (vgl. Kap. 6.2.1) unter großen Anstell- bzw. Neigungswinkeln kann der Einfluß des Nachlaufgebietes eines geheizten Sondendrahtes auf das Anströmfeld des Kaltdrahtes der mittig angeordneten Temperatursonde (vgl. Abb. 6.5) nicht ausgeschlossen werden.

Es wurden daher bei unterschiedlichen Anströmgeschwindigkeiten  $U = \{2, 3, 4\} \text{ m/s}$  und Strömungstemperaturen  $T_g = \{303, 313, 323\} \text{ K}$  in einem Winkelbereich  $-40^\circ \leq \theta_1, \theta_2 \leq 40^\circ$  die aufgenommenen  $E_{cca}$ -Werte der Kaltdrahtsonde untersucht. Die Ergebnisse sind in den Abbn. 6.8 und 6.9 dargestellt. Diese zeigen die Änderung des gemessenen Temperaturwertes abhängig von der Anströmrichtung. Die Einbaulage der einzelnen Hitzdrähte zeichnet sich deutlich in den gemessenen Temperaturwerten ab. Nähert sich das Anströmfeld des Kaltdrahtes dem Nachlaufgebiet eines Hitzdrahtes bzw. überschneiden sich diese, steigen die gemessenen Temperaturwerte stark an.

Innerhalb des hier für die 4-Draht-Sonde zugelassenen Anströmkegels (außerhalb: Mehrdeutigkeiten bei der Meßwertverarbeitung) mit  $-30^\circ \leq \theta_1, \theta_2 \leq 30^\circ$  (vgl. Abb. 4.4) beträgt die maximale Abweichung des gemessenen Temperaturwertes  $\Delta T = 0.5 \text{ K}$ . Mit zunehmender Anströmgeschwindigkeit nimmt  $\Delta T$  bei gleichem Anstell- bzw. Neigungswinkel  $\theta_1, \theta_2$  ab. Wie in Kap.3.2 dargestellt ist der Wärmeübergang am Sondendraht, charakterisiert durch die Nusselt-Zahl  $Nu$ , in erster Näherung proportional zu  $Re^m$  mit dem Geschwindigkeitsexponenten  $m \approx 0.5$ , der Gradient  $\partial Nu / \partial Re$  nimmt daher mit zunehmender Reynoldszahl  $Re$  ab und damit auch die Temperaturerhöhung des Strömungsfeldes um den Hitzdraht.

Ein Einfluß der Strömungstemperatur  $T_g$  auf die Abweichung des gemessenen Temperaturwertes ist im Rahmen des hier untersuchten Temperaturbereiches vernachlässigbar.

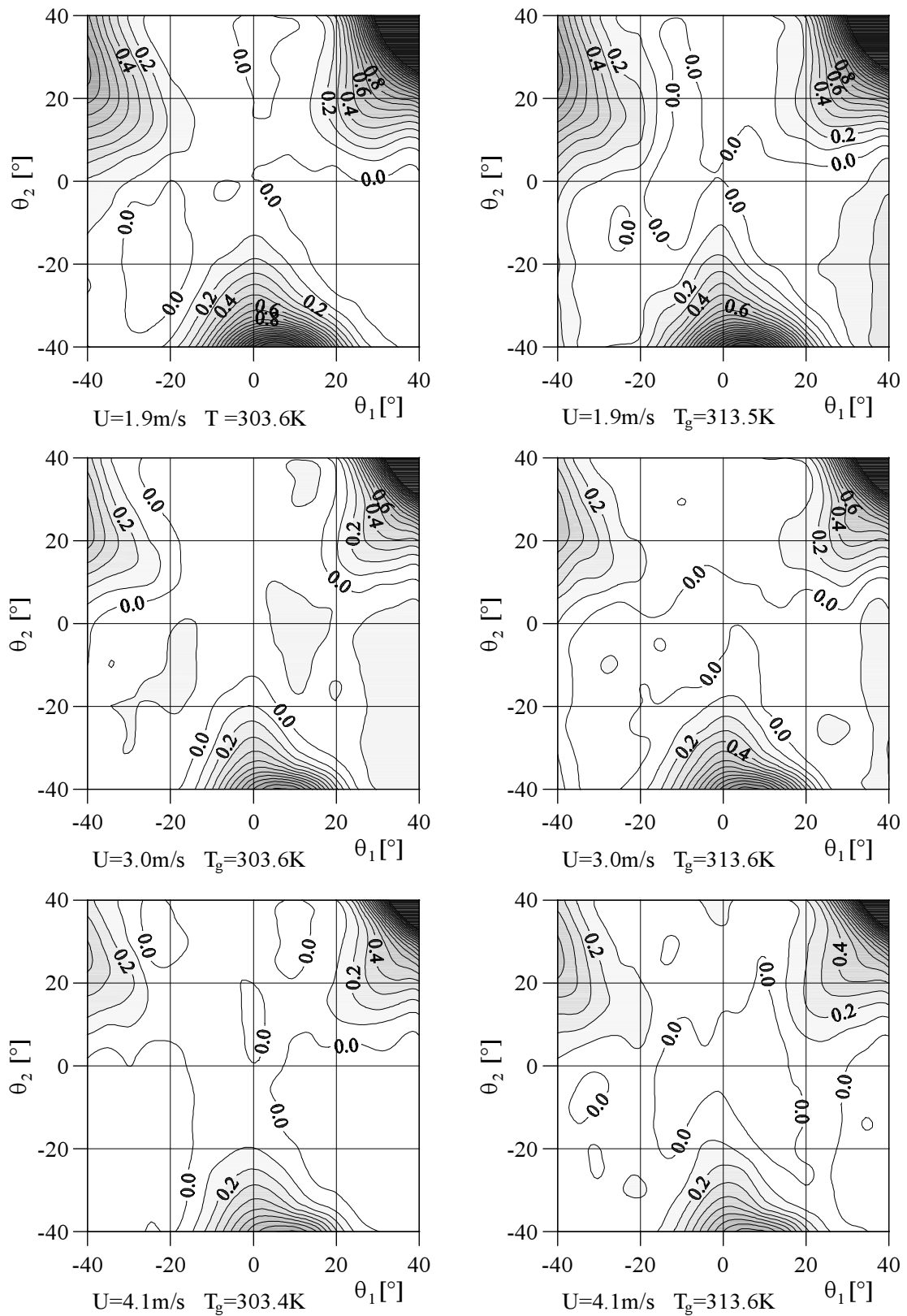


Abbildung 6.8: Änderung  $\Delta T$  des gemessenen Temperaturwertes abhängig von der Anströmrichtung bei  $T_g = \{303, 313\} \text{ K}$ ,  $U = \{2, 3, 4\} \text{ m/s}$

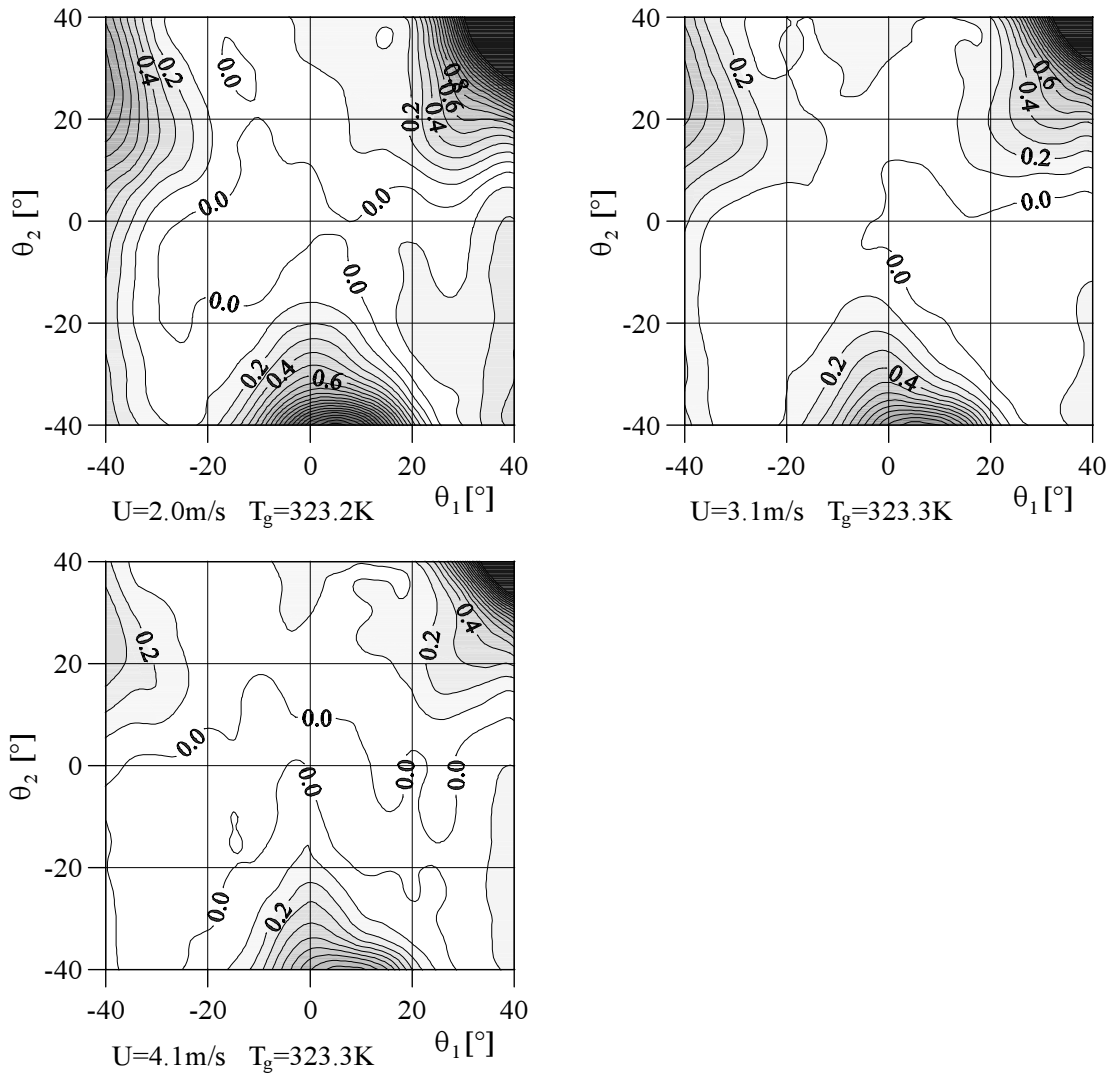


Abbildung 6.9: Änderung  $\Delta T$  des gemessenen Temperaturwertes abhängig von der Anströmrichtung bei  $T_g = 323\text{ K}$ ,  $U = \{2, 3, 4\}\text{ m/s}$

Ausgehend von der funktionalen Abhängigkeit  $E_{cta} \langle U_{eff}, T_g \rangle$  nach Gl. 3.26 mit

$$E_{cta}^2 = P R^* \pi l_w \lambda_g (T_w - T_g) \left( 0.42 Pr^{0.2} + 0.57 Pr^{0.33} Re^m \right)$$

mit den Stoffgrößen  $\lambda_g$  nach Gl. 3.18 und  $\nu$  nach Gl. 3.19, der Prandtl-Zahl  $Pr$  (Gl. 3.20) und der Reynolds-Zahl  $Re$  (Gl. 3.3) läßt sich der Einfluß von  $\Delta T$  bei der Berechnung der effektiven Anströmgeschwindigkeit zu  $\Delta U$  mit

$$\Delta U = \left[ \frac{C_0 \left[ (T_w - T_g) (T_w + T_g)^{0.816} - (T_w - T_g - \Delta T) (T_w + T_g + \Delta T)^{0.816} \right] + C_1 (T_w - T_g) (T_w + T_g)^{0.8069-1.75m} * U_{eff}^m}{C_1 (T_w - T_g - \Delta T) (T_w + T_g + \Delta T)^{0.8069-1.75m}} \right]^{\frac{1}{m}} - U_{eff} \quad (6.16)$$

und den Konstanten  $C_0$  und  $C_1$  mit

$$C_0 = 0.42 \left[ \frac{Pr_0}{(2T_0)^{-0.07}} \right]^{0.2}$$

$$C_1 = 0.57 \left[ \frac{Pr_0}{(2T_0)^{-0.07}} \right]^{0.33} \left[ \frac{(2T_0)^{1.75} * d_w}{\nu_0} \right]^m$$

bestimmen.

Eine grafische Auftragung der Gl. 6.16 für den Bereich  $1 \text{ m/s} \leq U_{eff} \leq 5 \text{ m/s}$  und  $-2 \text{ K} \leq \Delta T \leq 2 \text{ K}$  (Annahmen:  $T_g = 303.6 \text{ K}$ ,  $T_w = 460 \text{ K}$ ,  $m = 0.47$ ) ist in Abb. 6.10 dargestellt.

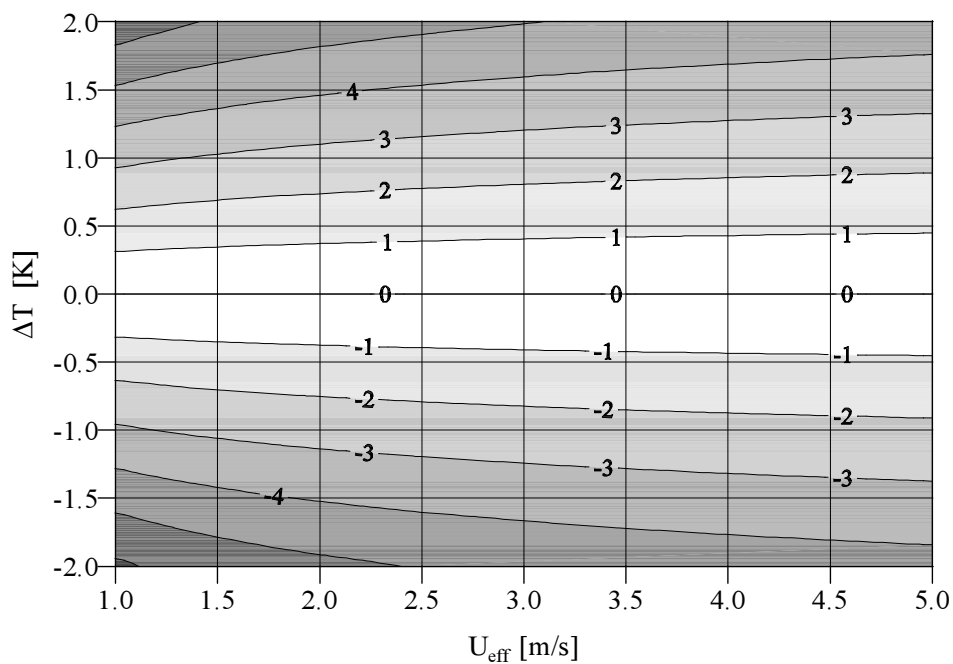


Abbildung 6.10: Abweichung der effektiven Kühlgeschwindigkeit  $\Delta U/U_{eff}$  [%] in Abhängigkeit von der Abweichung der Strömungstemperatur  $\Delta T$  in dem vorgegebenen Wertebereich für  $U_{eff}$

Die innerhalb des gewählten Anströmkegels maximal auftretende Abweichung  $\Delta T = 0.5 \text{ K}$  führt zu einem Fehler  $\Delta U/U_{eff}$  von  $1\% - 1.5\%$  bei der Bestimmung der effektiven Kühlgeschwindigkeit, wobei der Fehler größer wird, je kleiner der Wert der Kühlgeschwindigkeit ist.

### 6.2.5 Einfluß der Geschwindigkeits- und Temperaturgradienten auf die Bestimmung des Geschwindigkeitsvektors

In Strömungsfeldern mit Geschwindigkeits- und Temperaturgradienten werden die Drähte von Mehrdrahtsonden aufgrund ihrer räumlichen Trennung im allgemeinen von unterschiedlichen Geschwindigkeitsvektoren bei unterschiedlichen Strömungstemperaturen beaufschlagt. Dies führt bzgl. des Geschwindigkeitsvektors und der Strömungstemperatur im Zentrum der Sonde zu abweichenden Ergebnissen der Meßwertverarbeitung (MWV), die nachfolgend für die 4-Draht-Sonde in den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Grenzschichtströmungen mit den dort im wandnahen Bereich auftretenden maximalen Geschwindigkeits- und Temperaturgradienten untersucht und anhand eines Beispiels dargestellt werden.

Die hier gewählte Anordnung der Sondendrähte ist in der Tab. 6.1 angegeben und in Abb. 6.11 analog zu den Abbn. 4.4 und 4.5 dargestellt.

HD Nr.:	1	2	3
$\varphi_1$ [°]	0	0	0
$\varphi_2$ [°]	-45	-45	-45
$\varphi_3$ [°]	330	210	90

Tabelle 6.1: Drehwinkel der Sondendrähte bzgl. ihrer Ausgangslage, vgl. Kap. 4.2.3

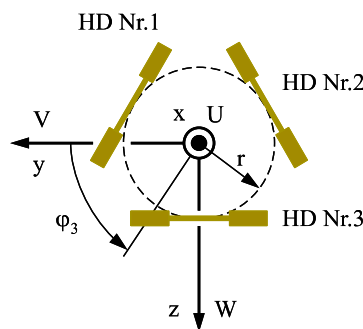


Abbildung 6.11: Einbaulage der Sondendrähte

Für die Ablagen  $\Delta y_i$  und  $\Delta z_i$  der Mittelpunkte der einzelnen Sondendrähte vom Zentrum der Meßsonde nach Tab. 6.1 gilt

$$\Delta y_i = r \cos \varphi_{3,i} \quad , \quad \Delta z_i = r \sin \varphi_{3,i}$$

mit dem Radius  $r = 2.2 \text{ mm}$ . Die Ablage  $\Delta x_i$  ergibt sich aufgrund der in der  $y$ - $z$ -Ebene liegenden Sondenzentren zu Null.



Durch Vorgabe der Geschwindigkeitsgradienten  $dU/dy$ ,  $dV/dy$ ,  $dW/dy$  und  $dU/dz$ ,  $dV/dz$ ,  $dW/dz$  sowie des Geschwindigkeitsvektors  $[U_0, V_0, W_0]$  im Zentrum der Meßsonde lassen sich die Vektoren  $[U_0 + \Delta U_i, V_0 + \Delta V_i, W_0 + \Delta W_i]$  an den einzelnen Sondendrähten mit

$$\begin{aligned}\Delta U_i &= \frac{dU}{dy} \Delta y_i + \frac{dU}{dz} \Delta z_i \\ \Delta V_i &= \frac{dV}{dy} \Delta y_i + \frac{dV}{dz} \Delta z_i \\ \Delta W_i &= \frac{dW}{dy} \Delta y_i + \frac{dW}{dz} \Delta z_i\end{aligned}$$

berechnen. Mit Hilfe des Gleichungssystems 6.10 können weiter die Geschwindigkeitskomponenten an den einzelnen Sondendrähten

$$\begin{bmatrix} U_{n,i} \\ U_{t,i} \\ U_{bn,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11,i} & a_{12,i} & a_{13,i} \\ a_{21,i} & a_{22,i} & a_{23,i} \\ a_{31,i} & a_{32,i} & a_{33,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U + \Delta U_i \\ V + \Delta V_i \\ W + \Delta W_i \end{bmatrix}$$

und unter Vorgabe von Richtungsempfindlichkeiten (für diese beispielhafte Betrachtung werden konstante Werte  $k_i = 0.25$  und  $h_i = 1.1$  angenommen) die effektiven Kühlgeschwindigkeiten  $U_{eff,i}$  mit

$$U_{eff,i} = \sqrt{U_{n,i}^2 + k_i^2 U_{t,i}^2 + h_i^2 U_{bn,i}^2}$$

bestimmt werden. Diese Kühlgeschwindigkeiten werden nun dazu verwendet, mit dem in Kap. 6.2.2 beschriebenen Verfahren mittels einer Taylor-Reihenentwicklung den Geschwindigkeitsvektor  $[U, V, W]$  im Zentrum der Meßsonde zu bestimmen.

Den Vergleich des ursprünglichen (Index: 0) mit dem rückgerechneten Vektor (Index:  $MWV$ ) in seinen einzelnen Komponenten zeigen die Abbn. 6.12 und 6.13 für die Geschwindigkeitskomponenten  $U$  und  $W$  in Abhängigkeit von den ausgewählten Gradienten  $dU/dz$  und  $dW/dz$ .

Hierbei wurde ein Vektor  $[U_0, V_0, W_0] = [1.7, 0.0, 0.0] \text{ m/s}$  entsprechend den wandnächsten Meßwerten der hier untersuchten Grenzschichtströmungen gewählt. Die obere Grenze der Bereiche der Geschwindigkeitsgradienten  $dU/dz$  und  $dW/dz$  stimmt in guter Näherung mit dem doppelten Wert des dort gemessenen zeitlich gemittelten Maximalwertes des Gradienten  $dU/dz$  überein. Die Bestimmung der Geschwindigkeitskomponente  $V$  ist von den hier ausgewählten Geschwindigkeitsgradienten aufgrund der Einbaulage der Sondendrähte (6.1) unbeeinflusst.

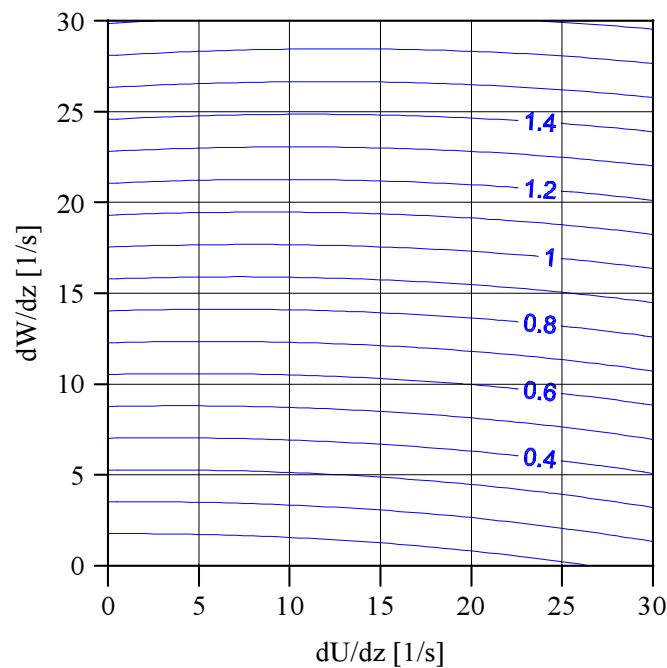


Abbildung 6.12: Abweichung  $(U_0 - U_{MWV}) / U_0$  [%] der Geschwindigkeitskomponente  $U$  aufgrund der Geschwindigkeitsgradienten  $dU/dz$  und  $dW/dz$

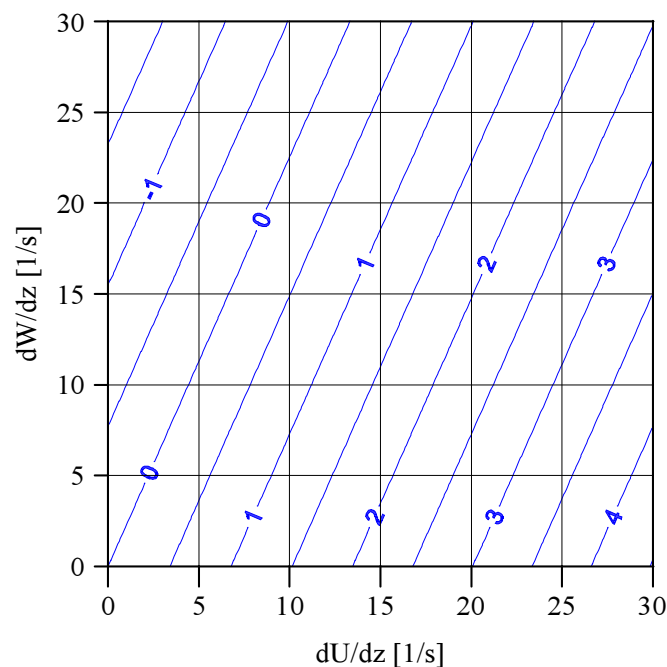


Abbildung 6.13: Abweichung  $(W_0 - W_{MWV}) / U_0$  [%] der Geschwindigkeitskomponente  $W$  aufgrund der Geschwindigkeitsgradienten  $dU/dz$  und  $dW/dz$

Der Einfluß des Temperaturgradienten  $dT_g/dz$  auf die Bestimmung des Geschwindigkeits-

vektors kann unter Verwendung der Gl. 6.16

$$\Delta U_{eff} = \left[ \frac{C_0 \left[ (T_w - T_g) (T_w + T_g)^{0.816} - (T_w - T_g - \Delta T) (T_w + T_g + \Delta T)^{0.816} \right] + C_1 (T_w - T_g) (T_w + T_g)^{0.8069-1.75m} * U_{eff}^m}{C_1 (T_w - T_g - \Delta T) (T_w + T_g + \Delta T)^{0.8069-1.75m}} \right]^{\frac{1}{m}} - U_{eff} ,$$

mit deren Hilfe die Änderung der effektiven Kühlgeschwindigkeit  $\Delta U_{eff}$  durch eine Änderung  $\Delta T$  der Strömungstemperatur berechnet werden kann, untersucht werden. Mit einem vorgegebenen konstanten Temperaturgradienten werden die an den einzelnen Sondendrähten auftretenden Temperaturänderungen  $\Delta T_i$  und die hieraus resultierenden  $\Delta U_{eff,i}$ -Werte bestimmt. Analog zum oben beschriebenen Verfahren erfolgt die Rückrechnung des Geschwindigkeitsvektors  $[U_{MWV}, V_{MWV}, W_{MWV}]$ . Die Abbn. 6.14 und 6.15 zeigen die entsprechenden Abweichungen in den Geschwindigkeitskomponenten  $U$  und  $W$ . Die Bestimmung der Geschwindigkeitskomponente  $V$  ist hier ebenfalls aufgrund der gewählten Einbaulage der Sondendrähte von dem Temperaturgradienten unbeeinflusst.

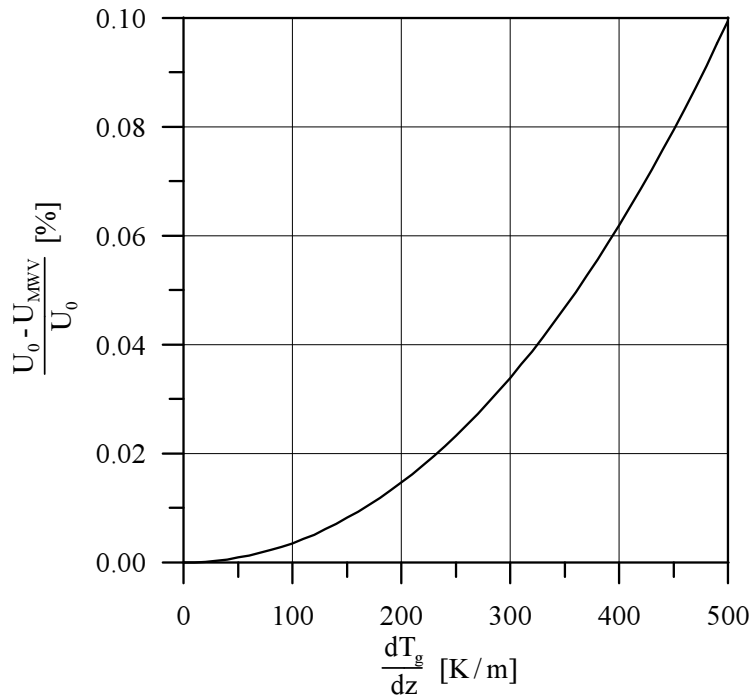


Abbildung 6.14: Abweichung  $(U_0 - U_{MWV})/U_0$  [%] der Geschwindigkeitskomponente  $U$  aufgrund des Temperaturgradienten  $dT_g/dz$

Vorgegeben wurden folgende Strömungsgrößen: Geschwindigkeitsvektor  $[1.7, 0.0, 0.0]$  m/s, mittlere Strömungstemperatur  $\bar{T}_g = 325$  K. Für die Sondendrähte wurden folgende Annahmen getroffen: Drahttemperatur  $T_w = 460$  K, Geschwindigkeitsexponent  $m = 0.47$ , identisch für alle Einzeldrähte. Die obere Grenze des dargestellten Bereiches des Temperaturgradienten-

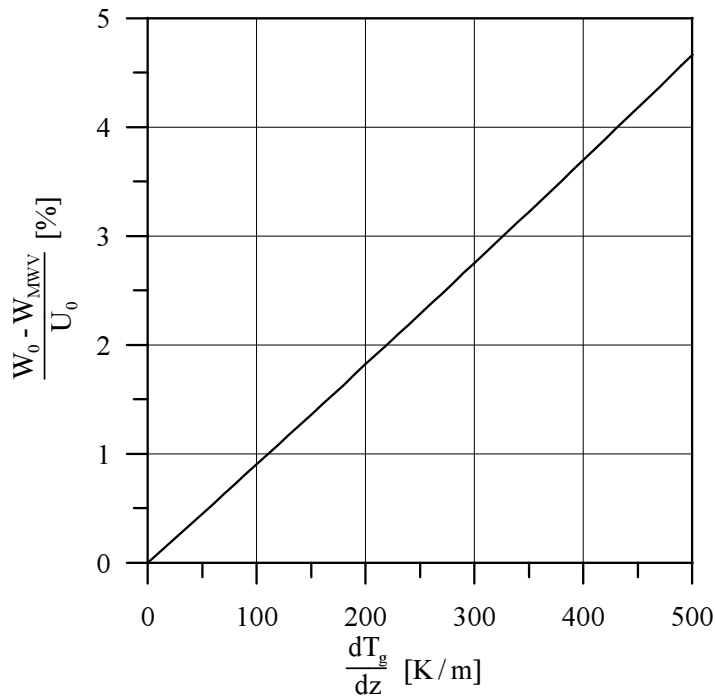


Abbildung 6.15: Abweichung  $(W_0 - W_{MWV})/U_0$  [%] der Geschwindigkeitskomponente  $W$  aufgrund des Temperaturgradienten  $dT_g/dz$

ten stimmt in guter Näherung mit dem doppelten maximalen Meßwert der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Grenzschichtuntersuchungen überein.

Die oben dargestellten Untersuchungen zeigen für die Bestimmung der Geschwindigkeitskomponente  $U$  einen Einfluß des Gradienten  $dW/dz$ , während die Einflüsse der Gradienten  $dU/dz$  und  $dT_g/dz$  vernachlässigbar sind. Die Ermittlung der Geschwindigkeitskomponente  $W$  wird durch den Gradienten  $dW/dz$  und in noch stärkerem Maße durch  $dU/dz$  verfälscht, ebenso durch den Temperaturgradienten  $dT_g/dz$ .

Für Gradientenbereiche mit Obergrenzen  $dU/dz|_{max} = 15 \text{ s}^{-1}$  und  $dT_g/dz|_{max} = 250 \text{ K/m}$ , die in guter Näherung Maximalwerte der Gradienten in den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen repräsentieren, und unter der Annahme  $dW/dz|_{max} = dU/dz|_{max}$  überwiegt der Einfluß von  $dT_g/dz$ .

Können die Sondenabmessungen von Mehrdrahtsonden nicht wesentlich reduziert werden, sind damit entsprechende Meßfehler in Strömungsfeldern mit großen Geschwindigkeits- bzw. Temperaturgradienten (d.h. insbesondere in Wandnähe) unvermeidbar.

## 7 Untersuchungen in turbulenten Grenzschichten mit Bodenrauigkeit

Mit den im Rahmen dieser Arbeit dargestellten Hitzdraht-Meßsystemen (4-Draht- und x-Draht-Sonde mit Temperaturfühlern) wurden Untersuchungen in neutral und instabil geschichteten Gleichdruck-Grenzschichten mit Bodenrauigkeit im atmosphärischen Windkanal des Instituts für Strömungsmechanik und Aerodynamik der Universität der Bundeswehr München durchgeführt.

Kap. 7.1 beschreibt den Aufbau des Windkanals, in Kap. 7.2 sind die Windkanaleinbauten zur Generierung der Grenzschichtströmungen dargestellt. Kap. 7.3 hat den Aufbau des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Programmes zur Durchführung der Windkanalmessungen sowie die Versuchsaufbauten für die einzelnen Meßsonden (x-Draht-, 4-Draht-Sonde) zum Inhalt. Die durchgeführten Untersuchungen und beschreibende Ähnlichkeitshypothesen sind für eine Grenzschicht mit neutraler Schichtung in Kap. 7.4, mit instabiler Schichtung in Kap. 7.5 beschrieben. Messungen und Auswertungen integraler Zeitmaße zur statistischen Beschreibung turbulenter Strömungsfelder sind im Kap. 9.1 dargestellt.

Ziel der hier dargestellten Grenzschichtuntersuchungen ist die Bestimmung von charakteristischen Größen und beschreibenden Parametern von Ähnlichkeitstheorien für entsprechende Abschnitte der Grenzschicht sowie ein Vergleich der Ergebnisse der verschiedenen Meßsysteme. Für den wandnahen Bereich der Grenzschicht (*Surface Layer*) wird die Ähnlichkeitshypothese von Kader und Yaglom [22] verwendet, für den äußeren Bereich der Grenzschicht (*Mixed Layer*) die Ähnlichkeitstheorie von Zilitinkevich [47]. Zum Vergleich der Meßergebnisse werden zusätzlich Meßwerte aus Untersuchungen von Liedtke [32] herangezogen. Diese wurden im gleichen Versuchsaufbau mit einem x-Draht-Meßsystem mit analoger Meßwertverarbeitung gewonnen.

### 7.1 Aufbau des Windkanals

Zur Simulation atmosphärischer Grenzschichtströmungen betreibt das Institut für Strömungsmechanik und Aerodynamik der Universität der Bundeswehr München einen Windkanal, der mit umfangreichen Heiz- und Kühlvorrichtungen ausgestattet ist.

Der in Abb. 7.1 dargestellte Windkanal, der bei Römer und Völbel [37] und Römer und Wier [38] ausführlich beschrieben ist, ist ein Niedergeschwindigkeits-Windkanal mit geschlossener Meßstrecke, der im offenen Kreislauf entweder über Ansaugklappen außerhalb ( $U_{max} = 40 \text{ m/s}$ ) oder innerhalb ( $U_{max} = 5 \text{ m/s}$ ) des umgebenden Gebäudes betrieben werden kann.

Die Strömung passiert nach den Ansaugklappen und einem Schalldämpfer ein Heizregister, das diese bis auf eine Strömungstemperatur  $T_g = 80^\circ\text{C}$  im Geschwindigkeitsbereich

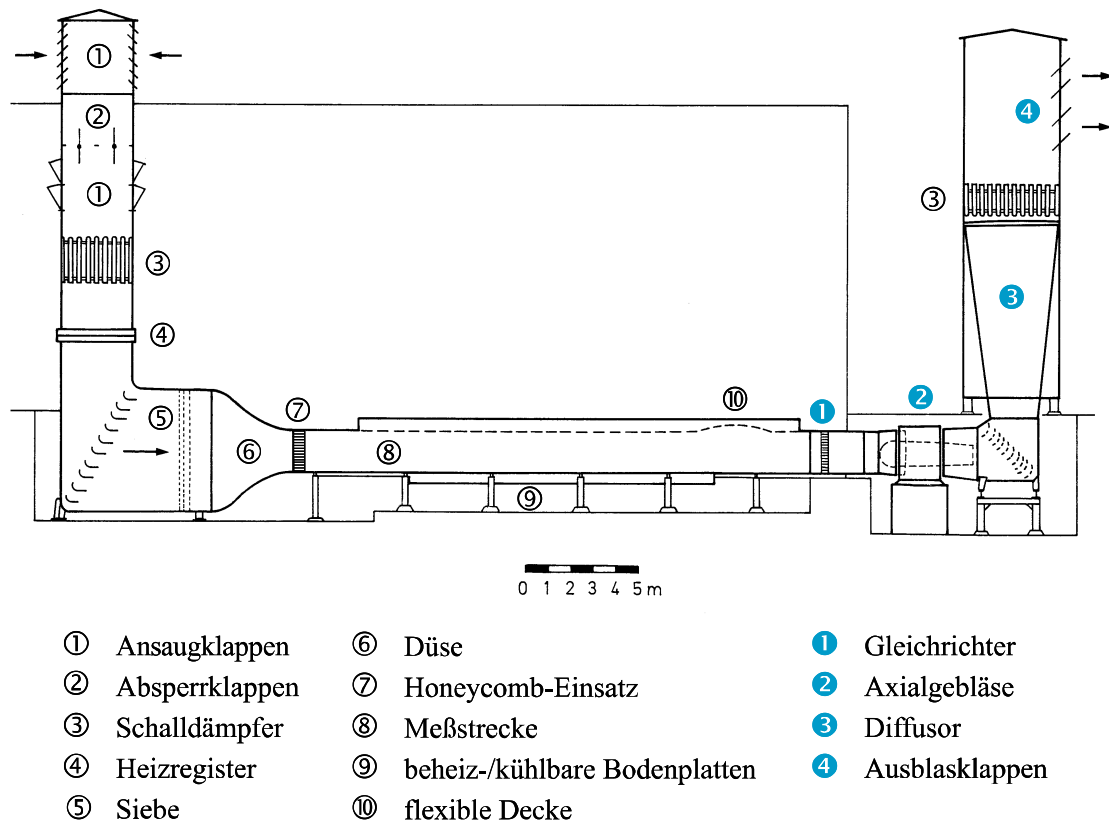


Abbildung 7.1: Aufbau des Windkanals

$U < 6 \text{ m/s}$  aufheizen kann. Nach der Umlenkung der Strömung durch Leitbleche folgen drei Lagen Siebe, um eine möglichst gute räumliche Gleichförmigkeit des Geschwindigkeits- und Temperaturprofils zu erzielen. Anschließend wird die Strömung durch eine Düse mit einem Flächenverhältnis von 9 : 1 (Austrittsöffnung:  $1.85 \text{ m} * 1.85 \text{ m}$ ) beschleunigt. Nach einem direkt an der Düsenaustrittsebene angeordneten *Honeycomb*-Einsatz zur weiteren Vergleichmäßigung des Strömungsfeldes folgt die Meßstrecke, die eine Länge von ca.  $23 \text{ m}$  aufweist.

Um den statischen Druck zur Simulation von Gleichdruck-Grenzschichten über die Meßstreckenlänge konstant zu halten, weitet sich die Kanalbreite von  $b = 1.85 \text{ m}$  am Düsenaustritt auf  $b = 1.95 \text{ m}$  am Ende der Meßstrecke auf, zusätzlich kann die Decke durch Höhenverstellung angepaßt werden.

Über eine Länge von  $14 \text{ m}$  können die Bodenplatten durch elektrische Heizung auf bis zu  $150^\circ \text{C}$  aufgeheizt oder durch ein Kühlsystem auf bis zu  $-10^\circ \text{C}$  abgekühlt werden.

Das Axialgebläse saugt die Strömung über einen Gleichrichter an, nach einer Umlenkung über Leitbleche und einer Verzögerung im Diffusor verläßt diese den Windkanal nach Passieren eines Schalldämpfers über die Ausblasklappen.

## 7.2 Generierung der Grenzschicht

### 7.2.1 Anlaufhilfen

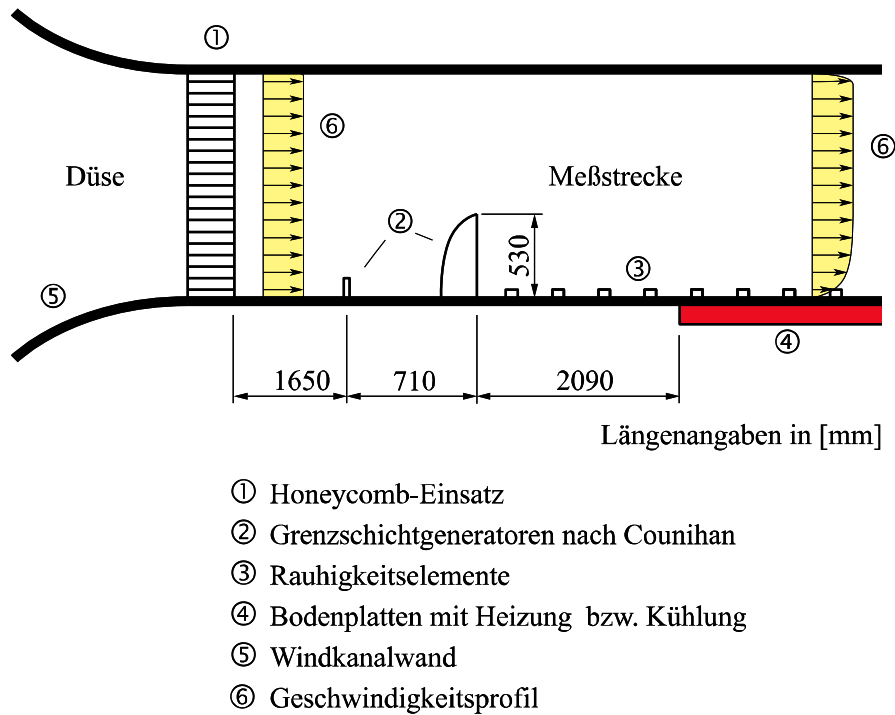


Abbildung 7.2: Anlaufstrecke der Windkanalströmung mit Grenzschichtgeneratoren

Der Versuchsaufbau zur Generierung einer Grenzschicht nach Counihan [15] ist in Abb. 7.2 dargestellt. Er besteht aus einer Barriere und stromabwärts folgenden Wirbelgeneratoren, die turbulente Grenzschichten mit einer Dicke ähnlich der Höhe der Wirbelgeneratoren erzeugen. Aufgrund der eingebrachten Wirbelstrukturen wird schon nach einer kurzen Einlaufstrecke der turbulenten Grenzschicht von ca. fünf bis zehn Grenzschichtdicken ein bezüglich der dynamisch generierten Turbulenz (auf die Bodenrauigkeit eingestellt) quasistationärer Zustand erreicht.

Zur Generierung thermisch geschichteter Grenzschichten steht mit einer Meßstreckenlänge von ca. 23 m (vgl. Kap. 7.1) ausreichend Lauflänge zur Verfügung, damit die thermisch generierte Turbulenzbewegung in die Grenzschicht eingebracht und diese sich in guter Näherung in einem Gleichgewichtszustand befinden kann.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Grenzschichtuntersuchungen wurden in einem Abstand  $x \simeq 14 \text{ m}$  hinter den Wirbelgeneratoren durchgeführt.

### 7.2.2 Bodenrauigkeit

Die Simulation der atmosphärischen Grenzschichtströmung beinhaltet neben der thermischen Schichtung auch die Nachbildung von Bodenrauigkeit. Hierfür wurde der gesamte Boden der Meßstrecke mit Rauigkeitselementen belegt.

Die hier vorgestellten Ergebnisse wurden bei einer Belegung mit Aluminiumquadern der Kantenlängen  $25\text{ mm} \times 25\text{ mm} \times 12\text{ mm}$  und einer Belegungsdichte von 11 % in einer regelmäßigen versetzten Anordnung gemessen (Bodenrauigkeit *R2* nach Liedtke [32]).

## 7.3 Meßsysteme

Zur Untersuchung der neutral und instabil geschichteten Grenzschichtströmungen werden Hitzdraht-Sonden in Verbindung mit Wheatstone'schen Brückenschaltungen nach der Konstant-Temperatur- (CTA) bzw. Konstant-Strom-Anemometrie (CCA) verwendet. Die Vorteile dieses Meßverfahrens sind die hohe zeitliche und räumliche Auflösung der Meßreihen bei kleinen Sondenabmessungen, insbesondere im Vergleich zur Dicke der untersuchten Grenzschichtströmungen, und ein im Vergleich z.B. zur Laser-Doppler-Anemometrie kostengünstiger apparativer Aufbau. Weiter erlaubt dieses Meßverfahren die gleichzeitige Messung von Geschwindigkeits- und Temperaturwerten und deren Korrelationen.

Durch Verwendung von Mehrdrahtsonden kann sowohl der Geschwindigkeitsvektor bzw. einzelne seiner Komponenten als auch die Strömungstemperatur gemessen werden. Hierbei wird zur Geschwindigkeitsmessung die CTA verwendet, während die Strömungstemperatur mit Hilfe der CCA bestimmt wird.

Die Bestimmung des Geschwindigkeitswertes in Strömungsfeldern mit zeitlich und/oder örtlich wechselnder Temperatur setzt bei der CTA die Kenntnis der Strömungstemperatur voraus. Wird diese durch eine CCA-Sonde zur Verfügung gestellt, können Messungen auch in thermisch geschichteten Strömungen durchgeführt werden.

Die Meßwertverarbeitung, d.h. die Umrechnung der Brückenausgangssignale in physikalische Strömungsgrößen und deren statistische Verarbeitung, findet hier innerhalb der Takte der Meßwerterfassung statt, durch eine Visualisierung der Meßreihen kann ohne Verzug eine Bewertung der Messung durchgeführt werden.

Eine entsprechende Bereitstellung von Rechenleistung für die Meßwertverarbeitung ist notwendig, um eine zeitliche Auflösung der Meßreihen zu erreichen, die höher ist als die vom Meßvolumen der Sonde abhängige räumliche Auflösung des Meßsignals. Für die Meßsonden-Konfiguration mit x-Draht-Sonde ergibt sich eine räumliche Ausdehnung des Meßvolumens der Hitzdrähte omnidirektional von ca.  $1\text{ mm}$ . Für eine maximale Strömungsgeschwindigkeit  $U_{max} = 5\text{ m/s}$  folgt damit für die Mindestabtastrate  $f_{min} = 5\text{ kHz}$ . Für die 4-Draht-Sonde (vgl. Kap. 6.2.1) verringert sich  $f_{min}$  entsprechend aufgrund einer omnidirektionalen Aus-



dehnung von ca. 4.5 mm. Zur Durchführung einer Signalanalyse z.B. durch Fouriertransformationen erhöht sich die minimale Abtastrate um den Faktor 2 (*Aliasing*-Faktor).

### 7.3.1 Aufbau des Programmes zur Meßwerterfassung und -Bearbeitung

Zur Meßwerterfassung und -Bearbeitung wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Programm unter der grafischen Programmieroberfläche *LabVIEW*<sup>®</sup> (National Instruments Corp.) entwickelt, das zusätzlich die Positioniervorrichtung zum Anfahren verschiedener Meßorte und via IEEE-Bus Meßgeräte zur Erfassung weiterer Strömungsgrößen im Windkanal ansteuert. Der schematische Aufbau dieses Programmes ist in Abb. 7.3 dargestellt.

Zu Beginn werden Eingabedateien eingelesen, die die Koordinaten der Meßorte, die Parameter der Sondendrähte wie aus der Kalibrierung gewonnene Größen oder deren Einbaulage sowie das *Lookup Table* (vgl. Kap. 6.2.3) beinhalten. Anschließend erfolgt die Initialisierung der Ansteuerung der Positioniervorrichtung.

Die nachfolgenden Programmteile sind in eine Schleife über alle Meßorte eingebunden.

Der Ablauf beginnt mit der Ansteuerung der Positioniervorrichtung. Nach Erreichen des Meßortes werden mit Meßgeräten, die über den IEEE-Bus mit dem Computer verbunden sind, die Geschwindigkeit (Druckmessung mittels Prandtl-Sonde) und die Temperatur (Pt100-Meßfühler) im ungestörten Strömungsfeld des Windkanals aufgenommen, um Abweichungen vom vorgegebenen Zustand während des Zeitraumes der Messung zu erkennen.

Danach wird der A/D-Wandler zur Meßwerterfassung initialisiert. Dies beinhaltet die Anpassung an den Spannungsbereich des Eingangssignals, die Vorgabe der Puffer-Größe und der Abtastfrequenz.

Anschließend beginnt die Erfassung der Ausgangssignale der Meßbrücken, deren Umrechnung in Strömungsgrößen und deren statistische Auswertung. Zuerst werden die zeitlichen Mittelwerte der aufgelösten Komponenten des Geschwindigkeitsvektors und der Strömungstemperatur ermittelt. Die Werte werden ohne Speicherung der Zeitreihen durch eine dynamische Mittelwertbildung

$$\bar{\xi}_i = \frac{(i-1)\bar{\xi}_{i-1} + \xi_i}{i}, \quad i = \{1, 2, \dots, N\}$$

mit dem Startwert  $\bar{\xi}_0$  bestimmt.

In einem zweiten Schritt werden die zeitlichen Mittelwerte von Korrelationen der Fluktuationsgrößen als Differenz zwischen Momentan- und Mittelwert

$$\xi' = \xi - \bar{\xi}$$

der Strömungsgrößen gemessen.

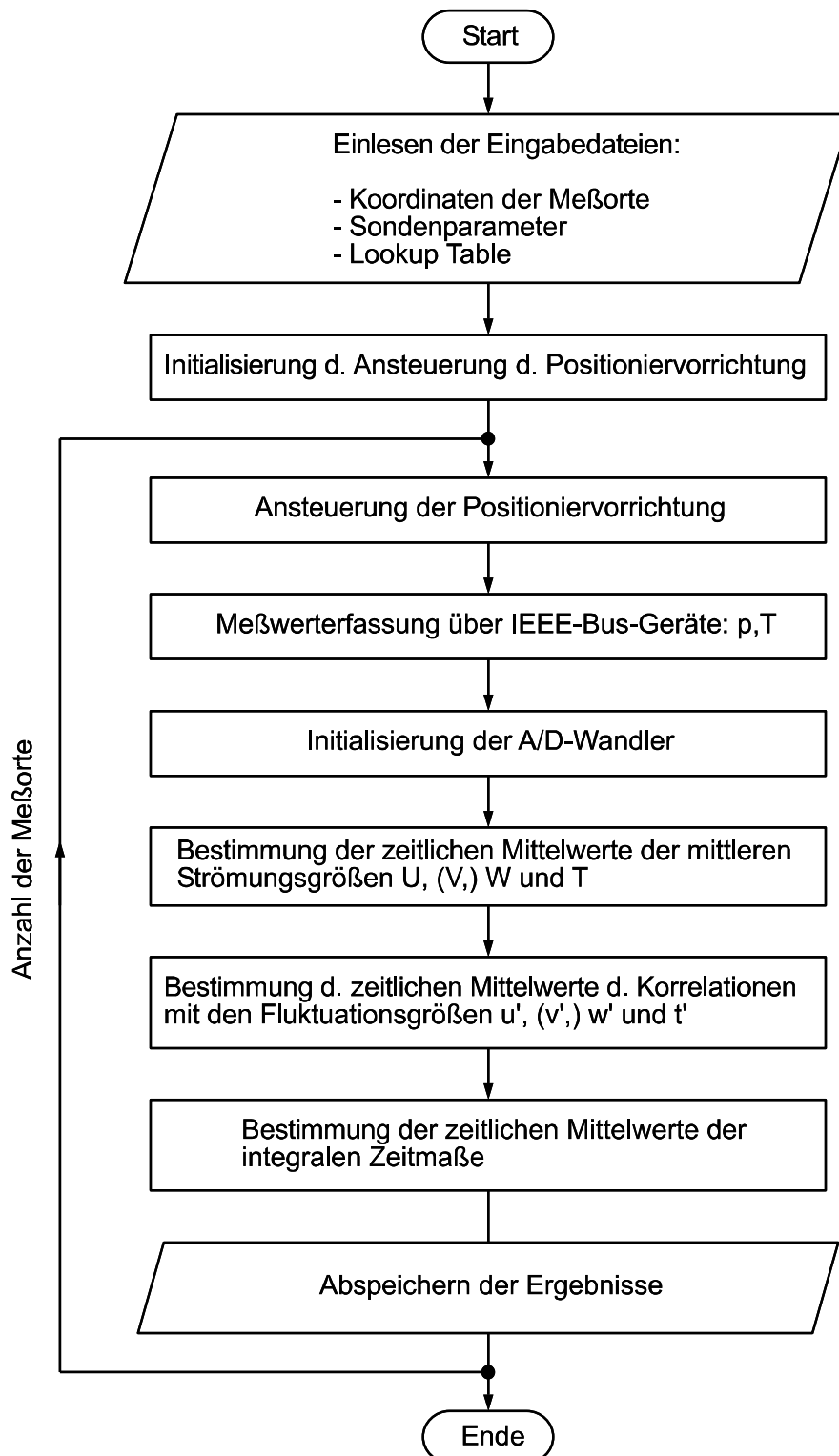


Abbildung 7.3: schematischer Aufbau des Meßprogrammes (4-Draht-/x-Draht-Sonde)

Abgeschlossen wird die statistische Auswertung durch zeitliche Korrelationen der Fluktuationsgrößen zur Bestimmung integraler Zeitmaße. Hierbei werden Zeitreihen über 1024 Zeittakte verwendet und entsprechend zeitlich verschoben miteinander korreliert. Die Korrelationskoeffizienten werden entsprechend dem vorgegebenen Stichprobenumfang gemittelt.

Den Abschluß der Schleife über alle Meßorte bildet das Abspeichern der lokalen Meßergebnisse. Nach der Messung am letzten Meßort wird das Programm beendet.

Die Meßwerterfassung und -Bearbeitung wurde in der Sprache *G* unter der Programmierumgebung *LabVIEW*<sup>®</sup> (Nat. Instr. Corp.) erstellt. Diese unterstützt die Verwendung von 2-Prozessor-PCs, so daß die zeitkritischen Teile des Meßprogrammes exklusiv auf einem Prozessor ablaufen können.

Die maximale Taktrate der Meßwertverarbeitung beträgt  $f_{max} = 25 \text{ kHz}$  auf einem PC mit zwei Intel<sup>®</sup> Pentium<sup>®</sup> II-333 MHz-Prozessoren (512 MB RAM), die mögliche zeitliche Auflösung der Meßreihen ist damit wesentlich höher als die räumliche Auflösung verbunden mit dem Meßvolumen der hier vorgestellten Meßsonden.

Die in den hier durchgeführten Untersuchungen gewählten Meßzeiten je Meßpunkt sind in den Tabellen 7.1 (neutrale Schichtung) und 7.4 (instabile Schichtung) jeweils für die einzelnen Schritte Mittelwertbildung und Korrelationsmessung dargestellt, ebenso die Stichproben-Anzahl zur Bestimmung der integralen Zeitmaße.

### 7.3.2 x-Draht-Meßsystem

Die verwendete Sondenkonfiguration mit einer x-Draht- und zwei Temperatursonden ist bei Wier [44] beschrieben. Die Hitzdrähte der x-Draht-Sonde liegen in einer Ebene, die durch die Richtungen der Geschwindigkeitskomponenten  $U$  und  $w$  aufgespannt wird, die Kaltdrähte der Temperatursonden sind vertikal ausgerichtet, wobei die Mittelpunkte aller Sondendrähte auf einer Geraden in lateraler Strömungsrichtung liegen, vgl. Abb. 7.4.

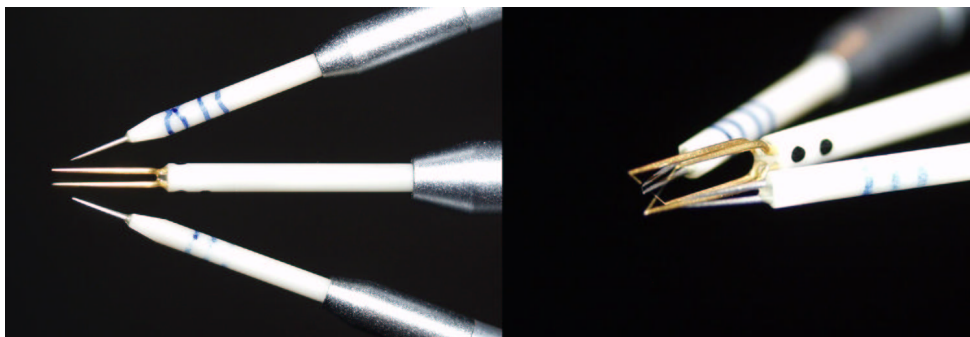


Abbildung 7.4: x-Draht-Sonde mit Temperatursonden

Die Kombination der x-Draht-Sonde mit zwei Temperatursonden ermöglicht den gleichen minimalen Abstand zwischen dem jeweiligen Hitzdraht und dem zur Ermittlung der Strömungs-

temperatur und damit zur Temperaturkompensation des Geschwindigkeitswertes benötigten Kaltdraht.

Der bei Wier [44] verwendete analoge Versuchsaufbau wurde ersetzt durch eine digitale Meßwerterfassung nach Abb. 7.5. Die Ausgangssignale der CTA- und CCA-Brücken (DANTEC®

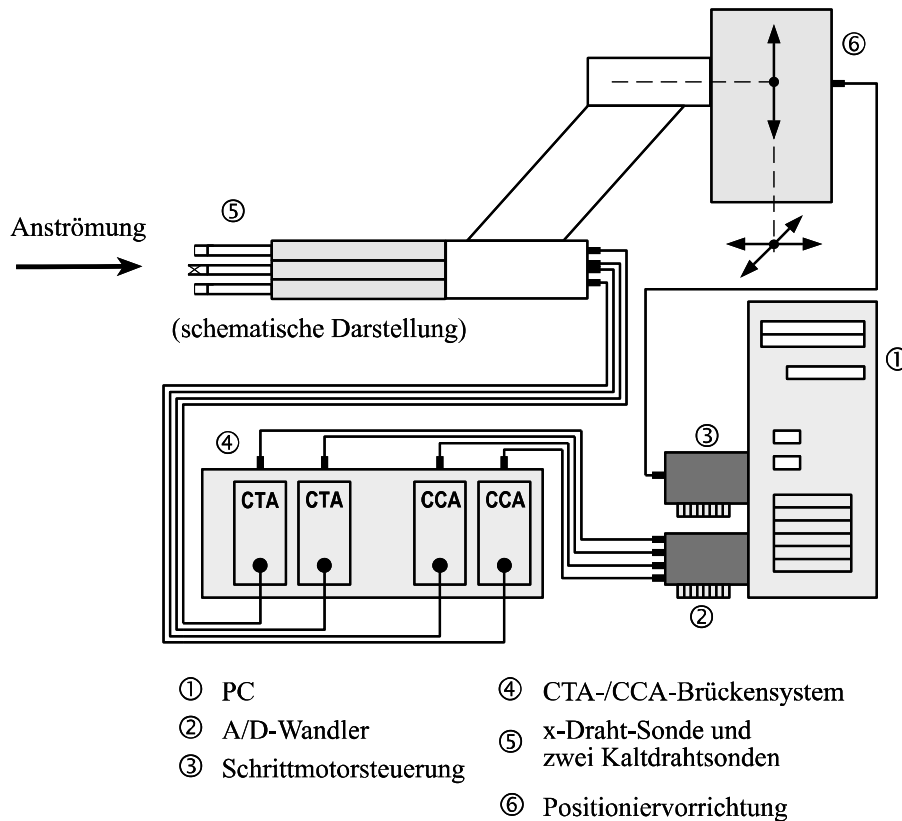


Abbildung 7.5: Meßsystem mit x-Draht-Sonde: Versuchsaufbau zur Meßwerterfassung

StreamLine®) werden entsprechend dem Eingangsbereich des verwendeten 4-Kanal-A/D-Wandlers konditioniert und von diesem digitalisiert.

### 7.3.3 4-Draht-Meßsystem

Der Versuchsaufbau zur Messung des Geschwindigkeitsvektors und der Temperatur in einer thermisch geschichteten Grenzschichtströmung mittels einer 4-Draht-Sonde ist in der Abb. 7.6 dargestellt. Die Sonden sind über angelötete Verbindungskabel mit einem CTA-/CCA-Brückensystem (DANTEC® StreamLine®) verbunden. Die Ausgänge des Brückensystems verfügen über Signalkonditionierer, so daß die Brückenausgangssignale an den Eingangsbereich des im PC integrierten A/D-Wandlers (PCI-6110E, National Instrum. Corp.) angepaßt werden können.

Abb. 7.7 zeigt die 4-Draht-Sonde in ihrer Halterung am Schwert der Positioniervorrichtung, in Abb. 7.8 ist die Positioniervorrichtung im Windkanal dargestellt.

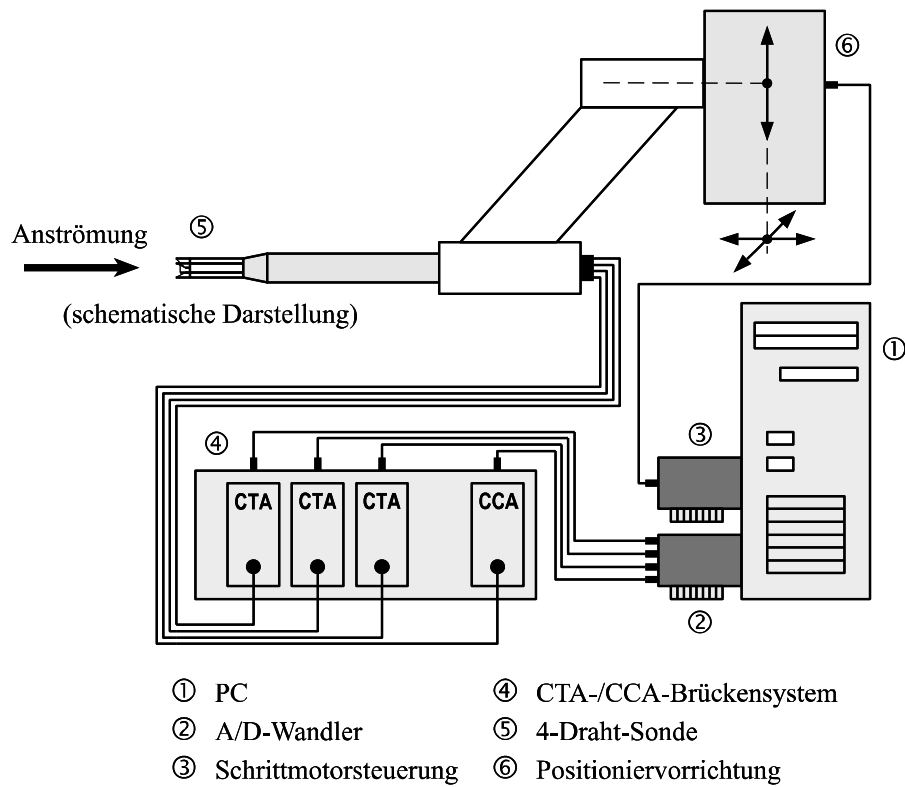


Abbildung 7.6: Meßsystem mit 4-Draht-Sonde: Versuchsaufbau zur Meßwerterfassung

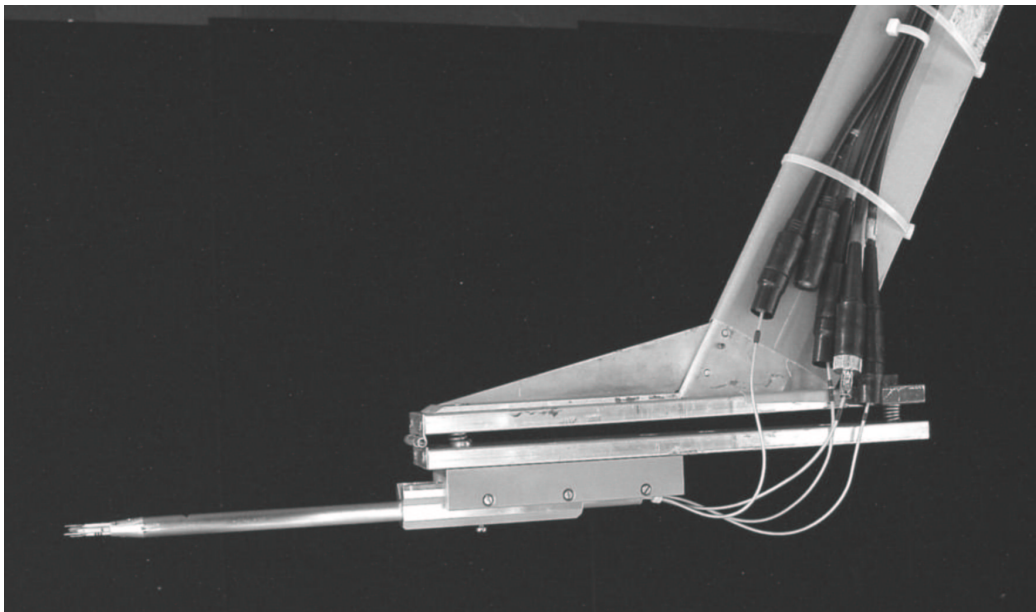


Abbildung 7.7: 4-Draht-Sonde an der Positioniervorrichtung

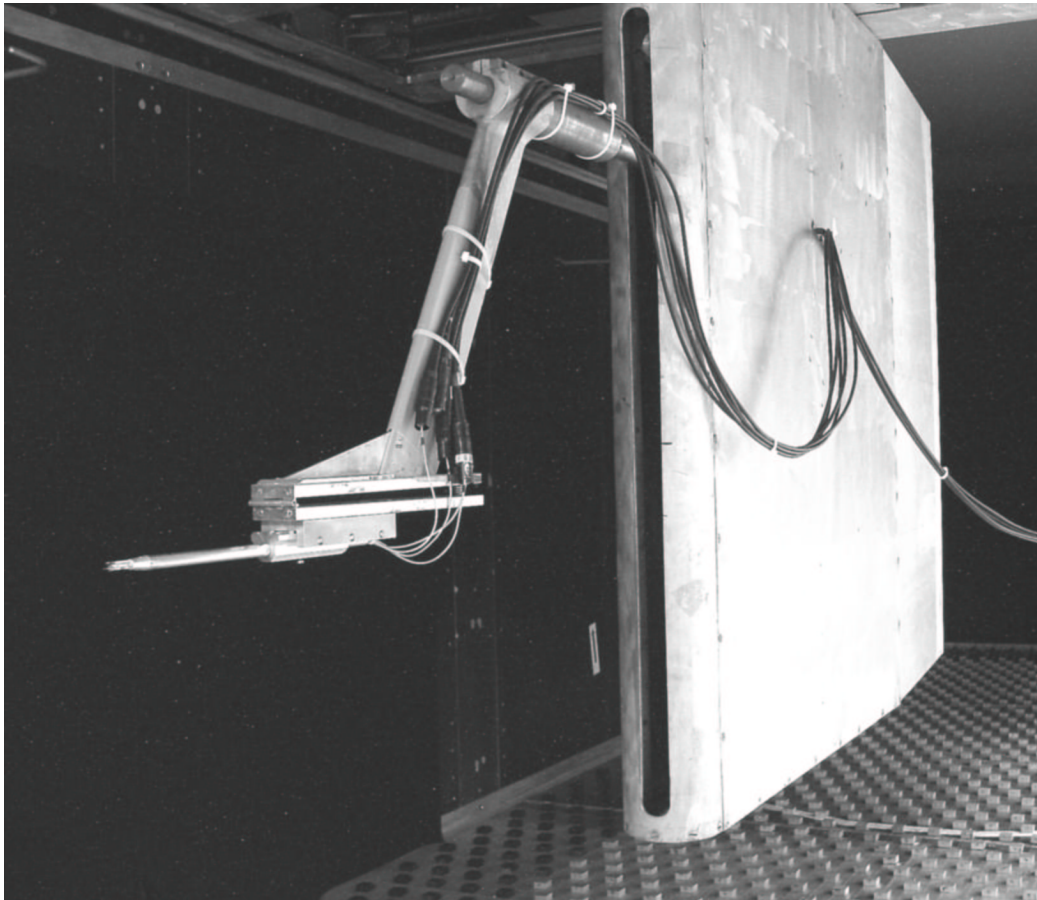


Abbildung 7.8: Positioniervorrichtung im Windkanal

## 7.4 Untersuchungen in neutral geschichteter Grenzschicht

Die Messungen in neutral geschichteter Grenzschichtströmung dienen der Überprüfung des im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Meßsystems mit 4-Draht-Sonde (Kap. 6.2): erstens durch Vergleich mit den Ergebnissen anderer Meßverfahren unter Verwendung von x-Draht-Sonden, zweitens durch Plausibilitätsprüfung der Ergebnisse z.B. durch unterschiedliche Auswerteverfahren für ein und denselben beschreibenden Strömungsparameter.

Messungen mit digitaler Meßwertverarbeitung (MWV) wurden selbst durchgeführt, während für solche mit analoger MWV von Liedtke [32] aufgenommene Meßwerte herangezogen wurden. Alle Messungen wurden im selben Windkanal (Kap. 7.1) durchgeführt, der Versuchsaufbau zur Generierung der Grenzschicht (Kap. 7.2) war weitgehend identisch.

Bei der Auswertung der Messungen in neutral geschichteter Grenzschicht wurde die Grenzschichtdicke  $\delta$  als Wandabstand  $z - d$  ( $d$ : Displacement-Dicke, ermittelt im wandnahen Bereich der Grenzschicht), bei dem 99% des Geschwindigkeitswertes  $U_\infty$  der ungestörten Außenströmung erreicht werden, durch lineare Interpolation zwischen den benachbarten Meßpunkten berechnet.

Die Verdrängungsdicke  $\delta_1$  und die Impulsverlustdicke  $\delta_2$  nach Rotta [39] mit

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\bar{U}}{U_\infty}\right) dz$$

und

$$\delta_2 = \int_0^\infty \frac{\bar{U}}{U_\infty} \left(1 - \frac{\bar{U}}{U_\infty}\right) dz$$

wurden für die diskreten Meßpunkte  $[z_i, \bar{U}_i]$  zu

$$\delta_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-2} \left[2 - \frac{\bar{U}_i}{U_\infty} - \frac{\bar{U}_{i+1}}{U_\infty}\right] [z_{i+1} - z_i]$$

bzw.

$$\delta_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-2} \left[ \frac{\bar{U}_i}{U_\infty} \left(1 - \frac{\bar{U}_i}{U_\infty}\right) + \frac{\bar{U}_{i+1}}{U_\infty} \left(1 - \frac{\bar{U}_{i+1}}{U_\infty}\right) \right] [z_{i+1} - z_i]$$

bestimmt.

Die Versuchsparameter der Untersuchungen sind in Tab. 7.1 dargestellt, Tab. 7.2 zeigt die Ergebnisse der Auswertung der Grenzschichtprofile.

Die Bestimmung des Geschwindigkeitsexponenten  $n$  des Potenzgesetzes

$$\frac{\bar{U}}{U_\infty} = \left(\frac{z}{\delta}\right)^n \quad (7.1)$$

Sondentyp	4-Draht	x-Draht	x-Draht
Meßwertverarbeitung	digital	digital	analog nach Wier [44] Meßwerte: Liedtke [32]
Meßfrequenz [ $kHz$ ]	3.1	3.1	5
Mittelwertbildung [ $s$ ]	200	240	keine Angaben
Korrelationsmessung [ $s$ ]	200	240	keine Angaben
Integrale Zeitmaße [ $samples$ ]	500	500	keine Angaben
Einlauflänge ab Grenzschichtgeneratoren [ $m$ ]	14.0	14.0	13.7

Tabelle 7.1: Untersuchung der neutral geschichteten Grenzschicht mit Bodenrauigkeit; Versuchsparameter

Sondentyp	4-Draht	x-Draht	x-Draht
Meßwertverarbeitung	digital	digital	analog nach Wier [44] Meßwerte: Liedtke [32]
$U_\infty$ [ $m/s$ ]	3.009	2.961	3.033
$T_\infty$ [ $^\circ K$ ]	302.0	302.3	303.5
$\delta$ [ $mm$ ]	661	668	481
$\delta_1$ [ $mm$ ]	113.4	110.6	83.3
$\delta_2$ [ $mm$ ]	78.4	76.3	56.8
$n$ [—]	0.213	0.207	0.208
$z_0$ [ $mm$ ]	0.7	0.6	0.6
$d$ [ $mm$ ]	10	8	9
$U_\tau/U_\infty$ [—]	0.053	0.052	0.054

Tabelle 7.2: gemessene Größen der neutral geschichteten Grenzschicht mit Bodenrauigkeit

erfolgte durch eine Fehlerquadrat-Approximation der Steigung des sich bei logarithmischer Auftragung als Gerade darstellenden Verlaufes der Meßwerte  $\overline{U}(z-d)$  mit der *Displacement-Dicke*  $d$  im Bereich  $0.1 < (z-d)/\delta \leq 1$ , vgl. Abb. 7.10.

Nach Rotta [39] lassen sich die verschiedenen Grenzschichtdickenverhältnisse  $\delta_1/\delta$  und  $\delta_2/\delta$  als Funktion des Exponenten  $n$  ausdrücken mit

$$\frac{\delta_1}{\delta} = \frac{n}{n+1}$$



und

$$\frac{\delta_2}{\delta} = \frac{n}{(n+1)(2n+1)}$$

Die in Tab. 7.3 gegenübergestellten Ergebnisse der auf unterschiedliche Weise ermittelten Geschwindigkeitsexponenten  $n$  zeigen eine gute Übereinstimmung und bestätigen damit den voll entwickelten Zustand der Grenzschichtströmung.

Sondentyp	4-Draht	x-Draht	x-Draht
Meßwertverarbeitung	digital	digital	analog nach Wier [44] Meßwerte: Liedtke [32]
$n \langle \log. \text{ Darstellung} \rangle$	0.213	0.207	0.208
$n \langle \delta_1, \delta \rangle$	0.207	0.198	0.210
$n \langle \delta_2, \delta \rangle$	0.199	0.186	0.197

Tabelle 7.3: Unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung des Geschwindigkeitsexponenten  $n$

Bei einer halblogarithmischen Auftragung der Meßwerte  $\bar{U}(z-d)$  nach Abb. 7.9 zeigt sich der im Gültigkeitsbereich des universellen Wandgesetzes nach Prandtl mit  $z-d \leq 0.1 \delta$  geforderte lineare Verlauf

$$\frac{d\bar{U}}{dz} = \frac{U_\tau}{\kappa z} \quad (7.2)$$

bei geeigneter Wahl der *Displacement*-Dicke  $d$ . Aufgrund der Rauigkeitselemente auf dem Windkanalboden, die eine Verschiebung des Ursprungs des Geschwindigkeitsprofils bedingen (Ursprung der  $z$ -Koordinatenachse am Windkanalboden), ist die Einführung dieser Korrekturgröße notwendig.

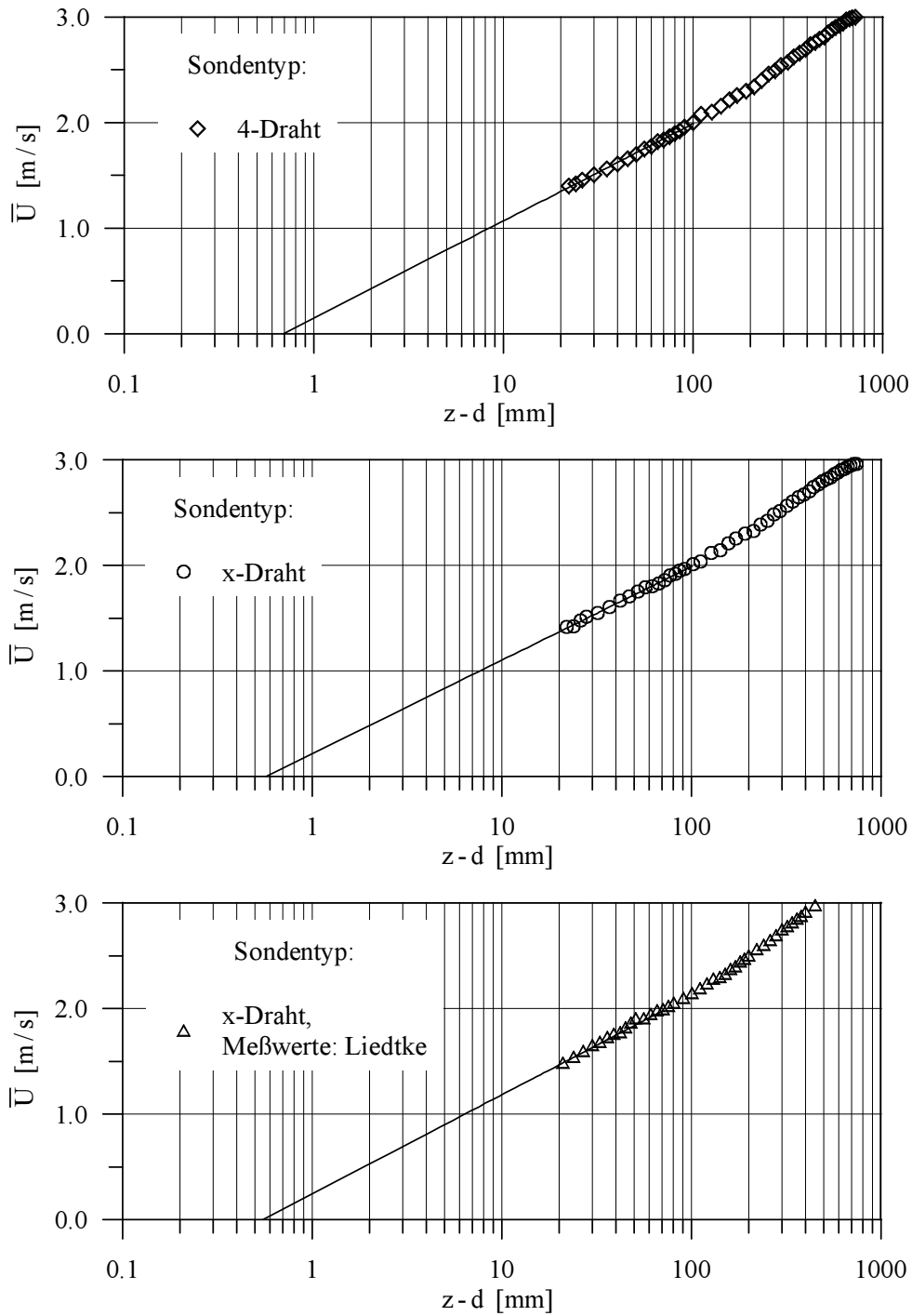
Die Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $U_\tau$  kann sowohl aus der Steigung des Verlaufes von  $\bar{U}$  (vgl. Gl. 7.2) als auch aus der Auswertung der Geschwindigkeitskorrelation  $u'w'$  (Abb. 9.18) mit

$$U_\tau = \sqrt{-\overline{u'w'}|_{wB}}$$

jeweils im wandnahen Bereich  $z-d < 0.1 \delta$  bestimmt werden. Den Gradienten der in Abb. 7.9 dargestellten Geradenverläufe wie auch den bezogenen Verläufen der Korrelationen  $u'w'$  (Abb. 9.18) liegen für die jeweiligen Messungen identische Bezugsgrößen  $U_\tau$  zugrunde, d.h. beide Möglichkeiten der Auswertung führen zu

einem gemeinsamen Ergebnis.

Die Extrapolation des Geschwindigkeitsverlaufes unter der Annahme konstanter Schubspannungsgeschwindigkeit führt für den Wert  $\bar{U}(z-d) = 0 \text{ m/s}$  zur Rauigkeitslänge  $z_{0,U}$  als Maß für die Bodenrauigkeit.

Abbildung 7.9: Geschwindigkeit  $\bar{U}(z-d)$ , halblogarithmische Darstellung

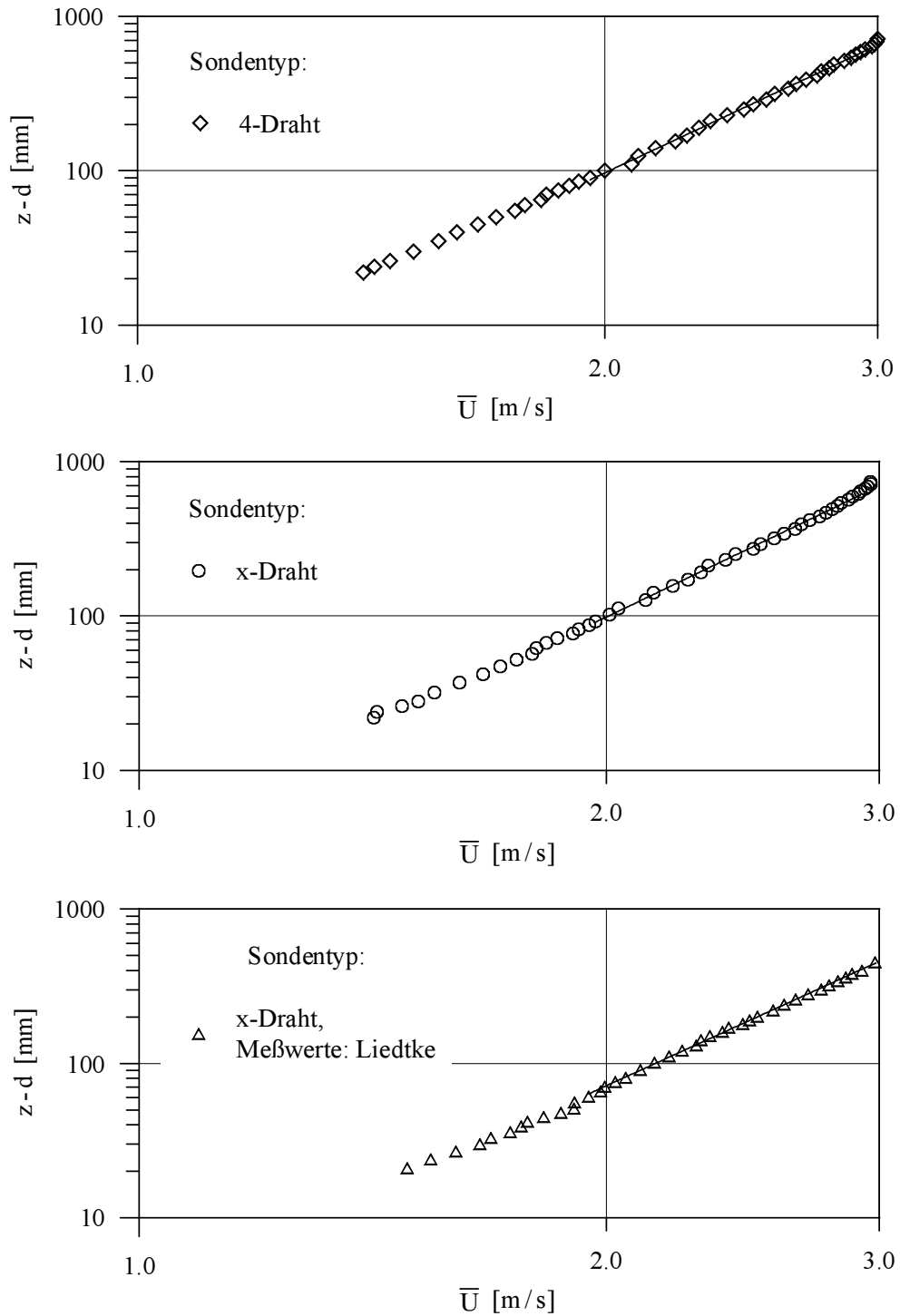


Abbildung 7.10: Geschwindigkeitsprofile in logarithmischer Darstellung

Ein Vergleich der mit verschiedenen Meßsystemen gewonnenen Ergebnisse zeigt beim Profil der bezogenen Geschwindigkeit  $\bar{U}/U_\infty$  (Abb. 9.14) eine sehr gute Übereinstimmung.

Bzgl. der bezogenen Werte der Geschwindigkeitsfluktuationen  $\sqrt{u'^2}/U_\infty$  (Abb. 9.15) und  $\sqrt{w'^2}/U_\infty$  (Abb. 9.17) weichen die von Liedtke [32] gemessenen Verläufe von den hier ermittelten ab, wobei die Ergebnisse der 4-Draht- und der x-Draht-Sonden-Messung nahezu identisch sind. Den Verlauf von  $\sqrt{u'^2}/U_\infty$  betreffend weisen die von Liedtke [32] bestimmten Werte eine konstante Verschiebung  $\Delta(\sqrt{u'^2}/U_\infty) \simeq 0.3$  auf, bzgl.  $\sqrt{w'^2}/U_\infty$  ergibt sich ein  $\Delta(\sqrt{w'^2}/U_\infty) \simeq 0.1$ , wobei die von Liedtke gemessenen Werte im wandnahen Bereich bis  $z/\delta = 0.2$  im Unterschied zu den Messungen hier deutlich rückläufig sind.

Die erhöhten Werte der obigen Geschwindigkeitsfluktuationen führen zu erhöhten Werten im Verlauf der Schubspannung bei den Messungen von Liedtke [32], dargestellt durch den Verlauf der bezogenen Korrelation  $\sqrt{-\overline{u'w'}}/U_\tau$ , Abb. 9.18; die hier mit der 4-Draht- bzw. x-Draht-Sonde mit digitaler MWV gemessenen Verläufe sind wiederum nahezu übereinstimmend.

Die mit dem 4-Draht-Sonden-Meßsystem zusätzlich aufgenommenen Verläufe der Geschwindigkeitsfluktuation  $\sqrt{v'^2}/U_\infty$  sowie der Korrelation  $\overline{u'v'}/U_\tau^2$  sind in den Abbn. 9.16 und 9.19 dargestellt. Ein Vergleich der Geschwindigkeitskorrelationen  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$  und  $\overline{w'^2}$  zeigt (vgl. Rotta [39]):

$$\overline{u'^2} > \overline{v'^2} > \overline{w'^2}$$

In Abb. 9.20 ist exemplarisch für die Messung der mittleren Strömungsgrößen der Anteil der Meßwerte dargestellt, der bei der MWV des 4-Draht-Sonden-Meßsystems als außerhalb des Auswertebereiches, d.h. des zulässigen Anströmbereiches liegend erkannt und bei der Auswertung nicht berücksichtigt wurde, wobei der höhere Anteil in Wandnähe aus den dort größeren Turbulenzgraden resultiert.

Das Ergebnis dieser Untersuchungen ist eine sehr gute Übereinstimmung der beiden Meßsysteme mit digitaler MWV verbunden mit einer entsprechenden Plausibilität der Ergebnisse. Im Unterschied zum x-Draht-Meßsystem erlaubt die Verwendung der 4-Draht-Sonde die zusätzliche Messung der Geschwindigkeitskomponente  $v'$  und damit gebildeter Korrelationen, darüber hinaus ist das Meßsystem nicht auf eine Ausrichtung der Sondenachse in Hauptströmungsrichtung angewiesen, da es voll dreidimensional ist.

Basierend auf eigenen Erfahrungen mit dem von Liedtke [32] verwendeten Versuchsaufbau nach Wier [44] kann nicht ausgeschlossen werden, daß die von Liedtke [32] gemessenen Korrelationen  $\overline{u'^2}$  und  $\overline{w'^2}$  sowie  $-\sqrt{\overline{u'w'}}$  durch eine Nullpunktverschiebung der eingesetzten Verstärker mit der Folge einer konstanten Verschiebung des Meßwerteverlaufes beeinflusst sind.

## 7.5 Untersuchungen in instabil geschichteten Grenzschichten

Die atmosphärische Grenzschicht ist ein typischer Vertreter einer Grenzschichtströmung mit thermischer und dynamischer Turbulenzproduktion (*Convective Boundary Layer*, CBL). Diese läßt sich in zwei Bereiche untergliedern, den bodennahen *Surface Layer* und den sich anschließenden *Mixed Layer*, vgl. Abb. 7.11.

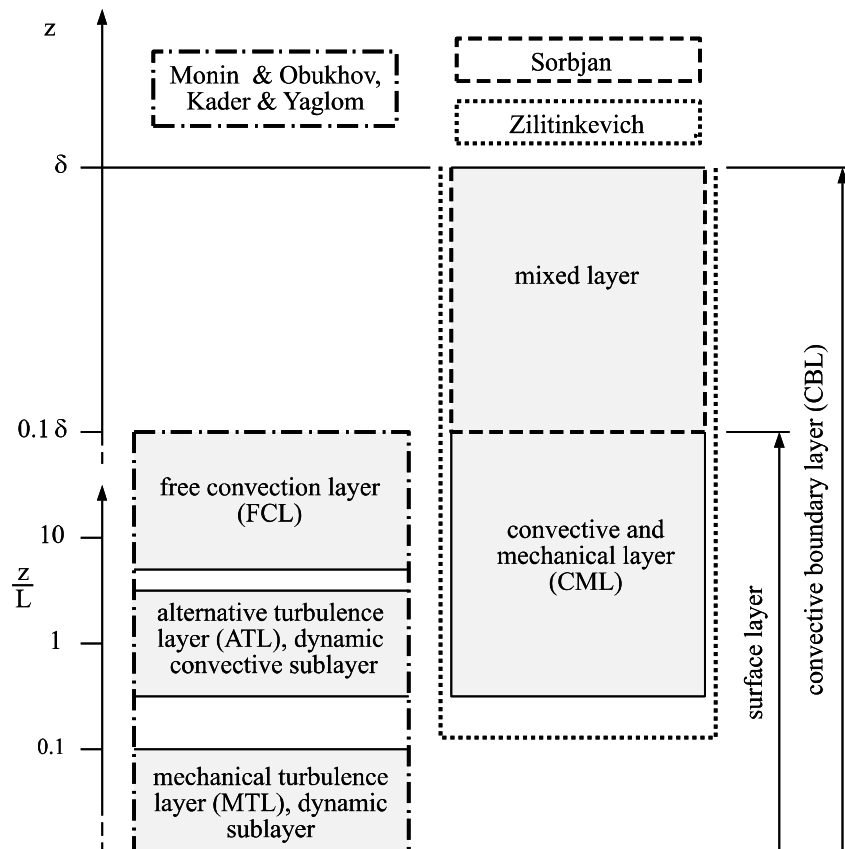


Abbildung 7.11: Definition der Bereiche einer Grenzschicht mit thermischer und dynamischer Turbulenzproduktion nach Monin und Obukhov [33] bzw. Kader und Yaglom [22], Sorbjan [40] und Zilitinkevich [47]

Der *Surface Layer* ist im Unterschied zum *Mixed Layer* durch von der Höhenkoordinate  $z$  unabhängige Werte für den vertikalen Temperaturfluß  $Q_{wand} = \overline{w't'}|_{wB}$  und die mit der Dichte  $\rho$  normierte Schubspannung  $\tau_* = \tau_{wand}/\rho = -\overline{u'w'}|_{wB}$  charakterisiert. Er beginnt bei einem Wandabstand  $z$ , der groß genug ist gegenüber den Längen des molekularen Transports und den Rauigkeitslängen und reicht bis etwa  $0.1 \delta$  (Kader und Yaglom [22]).

Unter der Annahme einer stationären zweidimensionalen Strömung ( $\overline{V}, \overline{W} = 0$ ) beschreiben ihn Kader und Yaglom [22] aufbauend auf der Ähnlichkeitstheorie von Obukhov [36] bzw. Monin und Obukhov [33] aufgeteilt in verschiedene Bereiche (MTL, ATL, FCL; vgl. Abb. 7.11) mittels einer gerichteten Dimensionsanalyse bzgl. der Gradienten der Hauptströmungsgeschwindigkeit  $dU/dz$  und der Temperatur  $dT/dz$  bzw. der Korrelationen der

Fluktuationsgrößen  $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$  und  $t'$ .

Zilitinkevich [47] gibt ein Modell zur Beschreibung des CML an, der den ATL und den FCL beinhaltet, basierend auf einer Dekomposition der Korrelationen der Fluktuationen, d.h. die Größe einer Korrelation wird in zwei Anteile resultierend aus der dynamischen und der thermischen Turbulenzproduktion aufgeteilt. Die Gradienten der Verläufe der Hauptströmungsgeschwindigkeit bzw. der Temperatur in  $z$ -Richtung können hierbei alleinig über die Lösung der jeweiligen Energiegleichungen bestimmt werden.

Eine Ähnlichkeitstheorie zur Beschreibung des sich an den *Surface Layer* anschließenden *Mixed Layer* einer ausschließlich konvektiven Grenzschicht findet sich bei Sorbjan [40] unter Berücksichtigung einer optionalen darüberliegenden Sperrschicht, die den *Mixed Layer* von einer Inversionsschicht trennt. Die auftretenden Wärmeströme von der Wand bzw. vom oberen Rand des *Mixed Layer* in die Grenzschichtströmung werden separat in ihrem Einfluß auf die Turbulenzproduktion betrachtet und führen zu eigenen Ähnlichkeitsparametern. Zilitinkevich [47] erweitert diese Ähnlichkeitstheorie für Grenzschichten mit thermisch und dynamisch generierter Turbulenz durch Hinzunahme der normierten Schubspannung  $\tau_*$  als beschreibenden Parameter. Die Gradienten der Verläufe der Hauptströmungsgeschwindigkeit bzw. der Temperatur in  $z$ -Richtung können hierbei ebenfalls ausschließlich über die Lösung der jeweiligen Energiegleichungen bestimmt werden.

Zur Bestimmung der Parameter, die in den Ähnlichkeitstheorien nach Kader und Yaglom [22] für den Bereich des *Surface Layer* und nach Zilitinkevich [47] für den Bereich des *Mixed Layer* auftreten, wurden Untersuchungen sowohl mit der 4-Draht- als auch mit der x-Draht-Sonde mit digitaler Meßwertverarbeitung in zwei Instabilitätsklassen ( $I_1$ ,  $I_2$ , vgl. Liedtke [32]) durchgeführt. Die Versuchsparameter sind in Tabelle 7.4, die den Instabilitätsklassen entsprechenden Strömungsgrößen in Tabelle 7.9 dargestellt. Zum Vergleich wurden von Liedtke [32] durchgeführte Messungen ausgewertet und zum Vergleich herangezogen.

Sondentyp	4-Draht	x-Draht	x-Draht
Meßwertverarbeitung	digital	digital	analog nach Wier [44] Meßwerte: Liedtke [32]
Meßfrequenz [ $kHz$ ]	3.1	3.1	5
Mittelwertbildung [ $s$ ]	240	240	keine Angaben
Korrelationsmessung [ $s$ ]	240	240	keine Angaben
Integrale Zeitmaße [ $samples$ ]	500	500	keine Angaben
Einlauflänge ab Grenzschichtgeneratoren [ $m$ ]	13.7	14.0	13.7

Tabelle 7.4: Untersuchung der instabil geschichteten Grenzschicht mit Bodenrauigkeit: Versuchsparameter

Die Abbn. 9.21 und 9.22 im Kap. 9.2.2 zeigen das Profil der bezogenen mittleren Hauptströmungsgeschwindigkeit  $\bar{U}/U_\infty$ , die Abbn. 9.23 und 9.24 das Profil der Differenz zwischen mittlerer Strömungstemperatur und Temperatur der ungestörten Anströmung  $\Delta T = \bar{T}_g - T_\infty$  bezogen auf  $T_{Wand} - T_\infty$ , jeweils für die Instabilitäten *I1* und *I2*. Die Grenzschichtdicke  $\delta$  entspricht der Höhenkoordinate  $z$  mit  $\bar{U}(z) = 0.99 U_\infty$ .

Betrachtet man die Profile der bezogenen Geschwindigkeitsfluktuationen  $\sqrt{u'^2}/U_\infty$  (Abbn. 9.25, 9.26) und  $\sqrt{w'^2}/U_\infty$  (Abbn. 9.27, 9.28), so sind die Verläufe der Fluktuation  $\sqrt{u'^2}$  für alle drei Meßsysteme weitgehend identisch, während die Verläufe der Fluktuation  $\sqrt{w'^2}$  zumindest dieselbe Charakteristik aufweisen. Mögliche Gründe für diese Abweichungen in einem Bereich des Strömungsfeldes, in dem die Gradienten der Hauptströmungsgeschwindigkeit  $U$  und der Temperatur  $T_g$  am größten sind, sind die geringere räumliche Auflösung der 4-Draht-Sonde mit einem Meßvolumen entsprechend einer Kugel mit ca. 4.5 mm Durchmesser (Kap. 6.2.1) im Vergleich zu der x-Draht-Sonde mit einer vertikalen räumlichen Auflösung von ca. 1 mm (vgl. Wier [48]) und eine unzureichende Temperaturkompensation des Signals der Hitzdrähte der 4-Draht-Sonde aufgrund des vertikalen Abstandes von 2.2 mm zur Kaltdrahtsonde. Im Gegensatz hierzu zeigen die in den Abbn. 9.29 und 9.30 dargestellten Verläufe der bezogenen Temperaturfluktuationen  $\sqrt{t'^2}/(T_{Wand} - T_\infty)$  eine gute Übereinstimmung.

### 7.5.1 Beschreibung der Grenzschicht im Bereich des *Surface Layer*

Der Bereich des *Surface Layer* (vgl. Abb. 7.11) in einer temperaturgeschichteten turbulenten Grenzschichtströmung wurde erstmals von Monin und Obukhov (Obukhov [36], Monin und Obukhov [33]) durch Aufnahme einer Störfunktion in das logarithmische Wandgesetz beschrieben, die die Wirkung von Auf- und Abtriebskräften auf das Strömungsfeld berücksichtigen soll.

In ihrer Ähnlichkeitshypothese gehen Monin und Obukhov davon aus, daß der wandnahe Bereich der Grenzschichtströmung ausschließlich von folgenden Parametern bestimmt wird: Höhenkoordinate  $z$ , Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $U_\tau$ , charakteristische Temperatur  $T_* = Q_{Wand}/U_\tau$  und Auftriebsparameter  $\beta = g/T_0$ . Eine Dimensionsanalyse dieser Parameter liefert die Ähnlichkeitsfunktion  $\zeta = z/L_{MO}$  mit der Stabilitätslänge

$$L_{MO} = \frac{U_\tau^2}{\kappa \beta T_*}$$

Die modifizierten Gleichungen für die Gradienten von Geschwindigkeit und Temperatur lauten dann in Analogie zum logarithmischen Wandgesetz:

$$\frac{\kappa z}{U_\tau} \frac{\partial U}{\partial z} = \phi_M(z/L_{MO}) = \left(1 - \gamma_M \frac{z}{L_{MO}}\right)^p \quad (7.3)$$

bzw.

$$\frac{\kappa z}{Pr_t T_*} \frac{\partial T_g}{\partial z} = \phi_H(z/L_{MO}) = \left(1 - \gamma_H \frac{z}{L_{MO}}\right)^q \quad (7.4)$$

mit den experimentell zu bestimmenden Konstanten  $\gamma_M$  und  $\gamma_H$  sowie den Exponenten  $p$  und  $q$ .

Der Grenzübergang für  $z \rightarrow 0$  bzw.  $L_{MO} \rightarrow \infty$  führt die Gln. 7.3 und 7.4 auf die Ausgangsbasis logarithmisches Wandgesetz zurück.

Kader und Yaglom [22] modifizierten das Modell von Monin und Obukhov durch eine Aufteilung des *Surface Layer* in drei Teilbereiche, die durch unterschiedliche physikalische Vorgänge der Entstehung von Turbulenzenergie charakterisiert sind.

Im wandnächsten Bereich *Dynamic Sublayer* (nach Zilitinkevich [47]: *Mechanical Turbulence Layer* (MTL)) haben die Auftriebskräfte keinen Einfluß auf die Turbulenzstruktur. Die Turbulenzenergie der vertikalen Geschwindigkeitskomponente  $w'$  wird maßgeblich durch Druckfluktuationen von der longitudinalen Geschwindigkeitskomponente  $u'$  übertragen, der Anteil direkter Turbulenzproduktion durch Auftriebskräfte ist vernachlässigbar.

In einem anschließenden Übergangsbereich nimmt der Anteil thermisch generierter Turbulenzenergie von  $w'$  immer mehr zu, bis im zweiten Bereich des *Surface Layer*, dem sog. *Dynamic-Convective Sublayer* (nach Zilitinkevich [47]: *Alternative Turbulence Layer* (ATL)) der Anteil thermisch generierter Turbulenzenergie von  $w'$  überwiegt, so daß der Anteil, der von der ausschließlich dynamisch generierten Turbulenzenergie von  $u'$  durch Druckfluktuationen übertragen wird, vernachlässigt werden kann.

Nach einem weiteren Übergangsbereich, in dem der Anteil thermisch generierter Turbulenzenergie weiter ansteigt und deutlich größer wird als der dynamisch generierte Anteil, schließt sich der *Free Convection Layer* (FCL) an. Hier stellt der Transfer von Turbulenzenergie von der vertikalen zur longitudinalen Geschwindigkeitskomponente den überwiegenden Anteil der Turbulenzproduktion von  $u'$  dar, d.h. der Anteil dynamischer Turbulenzproduktion ist zu vernachlässigen.

Die vertikale Unterteilung der Grenzschichtströmung in die drei Bereiche bzgl. dort dominanter Vorgänge der Energieübertragung geht aus von dem Gleichungssystem 7.5 für die Komponenten der kinetische Energie der turbulenten Schwankungsbewegung (Monin und Yaglom [34]) mit folgenden Annahmen:

- Hauptströmungsrichtung parallel zur  $x$ -Achse;  $\overline{V}, \overline{W} = 0$
- homogene Verteilung der Turbulenz in  $x$ - und  $y$ -Richtung: die charakteristischen Turbulenzgrößen sind nur von der  $z$ -Koordinate abhängig

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \overline{u'^2}) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\rho}{2} \overline{u'^2 w'} - \frac{\nu}{2} \frac{\partial}{\partial z} (\rho \overline{u'^2}) \right] &= -\overline{p' \frac{\partial v'}{\partial y}} - \overline{p' \frac{\partial w'}{\partial z}} - \rho \overline{\varepsilon_u} - \rho \overline{u' w'} \frac{\partial \overline{U}}{\partial z} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \overline{v'^2}) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\rho}{2} \overline{v'^2 w'} - \frac{\nu}{2} \frac{\partial}{\partial z} (\rho \overline{v'^2}) \right] &= \overline{p' \frac{\partial v'}{\partial y}} - \rho \overline{\varepsilon_v} \end{aligned} \quad (7.5)$$



$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \overline{w'^2}) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\rho}{2} \overline{w'^3} + \overline{p'w'} - \frac{\nu}{2} \frac{\partial}{\partial z} (\rho \overline{w'^2}) \right] = \overline{p' \frac{\partial w'}{\partial z}} - \rho \overline{\varepsilon_w} + \frac{g\rho}{\overline{T}} \overline{w't'}$$

Die zeitliche Ableitung der Energie der Geschwindigkeitsfluktuationen zusammen mit den Termen für deren turbulente und molekulare Diffusion bilden die linke Seite des Gleichungssystems 7.5. Auf der rechten Seite stehen die Terme  $\overline{p' \frac{\partial w'}{\partial y}}$  und  $\overline{p' \frac{\partial w'}{\partial z}}$  für den wechselseitigen Austausch der Energie der Geschwindigkeitsfluktuationen in Hauptströmungsrichtung mit denen in lateraler und vertikaler Richtung mit

$$\overline{p' \frac{\partial w'}{\partial x}} = - \left( \overline{p' \frac{\partial v'}{\partial y}} + \overline{p' \frac{\partial w'}{\partial z}} \right),$$

die Terme für die Dissipation  $\rho \overline{\varepsilon}$ , für die Turbulenzproduktion aus der Scherung des Hauptströmungsfeldes  $\rho \overline{u'w'} \frac{\partial \overline{U}}{\partial z}$  und für die thermische Turbulenzproduktion  $(g\rho/\overline{T}) \overline{w't'}$  aufgrund von Auftriebskräften in  $z$ -Richtung.

Unter der Annahme eines stationären und inkompressiblen Strömungszustandes, der in erster Näherung gültig ist für kleine Temperaturdifferenzen  $\Delta T = T_{Wand} - T_\infty$  und unter Vernachlässigung der molekularen Diffusion, ergeben sich die von Kader und Yaglom [22] dargestellten Energiegleichungen

$$\begin{aligned} -\overline{u'w'} \frac{dU}{dz} + \frac{1}{\rho} \overline{p' \frac{\partial u'}{\partial x}} &= \varepsilon_u + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'^2 w'}) \\ \frac{1}{\rho} \overline{p' \frac{\partial v'}{\partial y}} &= \varepsilon_v + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v'^2 w'}) \\ \overline{w't'} \frac{g}{T_0} + \frac{1}{\rho} \overline{p' \frac{\partial w'}{\partial z}} &= \varepsilon_w + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w'^3 + 2 p' w' / \rho}) \end{aligned}$$

mit  $T_0$  als integralem Temperaturwert des *Surface Layer*.

Kader und Yaglom [22] verwenden eine gerichtete Dimensionsanalyse zur genaueren Beschreibung des Transports von thermischer und dynamischer Turbulenzenergie. Diese erweitert mittels Substitution der Basisdimension  $\mathbf{L}$  durch die Längendimensionen  $\mathbf{L}_x$  in longitudinaler und  $\mathbf{L}_z$  in vertikaler Richtung die Liste der beschreibenden Parameter, vgl. Tab. 7.5. Der hinzukommende Parameter mit der Dimension  $(\mathbf{L}_x/\mathbf{L}_z)^n$  ist die v. Kármánsche Konstante  $\kappa$  hier als Maß für die Größe des Energieaustausches zwischen longitudinaler und vertikaler Bewegung. Dieser entfällt, wenn die Bewegungen energetisch entkoppelt sind.

In dem der Wand nächsten Bereich MTL dominiert die Energieübertragung von der longitudinalen Geschwindigkeitsfluktuation  $u'$  in die vertikale Fluktuation  $w'$  aufgrund von Druckfluktuationen  $p'$  gegenüber der direkten Generierung der Energie in der Vertikalkomponente durch die Auftriebskräfte. Für eine turbulente Grenzschichtströmung mit somit neutraler bzw. annähernd neutraler Schichtung gelten hier die Gleichungen des logarithmischen Wandgesetzes

$$\frac{dU}{dz} = \frac{U_\tau}{z} \frac{1}{\kappa} = A_U \frac{U_\tau}{z} \quad (7.6)$$

Bezeichnung	Definition	Dimension
Wandschubspannungsgeschwindigkeit	$U_\tau = \sqrt{-\overline{u'w'}} _{wB}$	$\mathbf{L}_x^{1/2} \mathbf{L}_z^{1/2} \mathbf{T}^{-1}$
charakteristische Temperatur	$T_* = Q_{Wand}/U_\tau$ mit: $Q_{Wand} = \overline{w't'} _{wB}$	$\mathbf{L}_x^{-1/2} \mathbf{L}_z^{1/2} \Theta$
vertikale Koordinate	$z$	$\mathbf{L}_z$
Auftriebsparameter	$\beta = \frac{g}{T_0}$	$\mathbf{L}_z \mathbf{T}^{-2} \Theta^{-1}$
v. Kármánsche Konstante	$\kappa$	$\mathbf{L}_x^{-1/2} \mathbf{L}_z^{1/2}$

Tabelle 7.5: beschreibende Größen der instabil geschichteten turbulenten Grenzschicht nach Kader und Yaglom [22]

und

$$\frac{dT_g}{dz} = -\frac{T_*}{z} \frac{Pr_t}{\kappa} = -A_T \frac{T_*}{z} \quad (7.7)$$

mit  $Pr_t \simeq 0.85$  (Kader und Yaglom [22]) für die turbulente Prandtl-Zahl im wandnahen Bereich und den Konstanten  $A_U$  und  $A_T$ .

Die Verläufe der Geschwindigkeit  $U$  in Hauptströmungsrichtung und der Temperatur  $T_g$  in Abhängigkeit von der  $z$ -Koordinate berechnen sich durch Integration der Gln. 7.6 bzw. 7.7 zu

$$U\langle z \rangle = \frac{U_\tau}{\kappa} \ln \frac{z}{z_{0,U}} \quad (7.8)$$

und

$$T_g\langle z \rangle = T_{Wand} - \frac{T_* Pr_t}{\kappa} \ln \frac{z}{z_{0,T}} \quad (7.9)$$

mit den Rauigkeitslängen  $z_{0,U}$  und  $z_{0,T}$  für Grenzschichtströmungen über einer rauhen Wand, wobei nach Kader und Yaglom [22] gilt:  $z_{0,T} \ll z_{0,U}$ .

Mit zunehmenden Werten für  $z$  nimmt die Energieübertragung auf  $w'$  mittels Druckfluktuationen immer mehr ab und kann im Bereich des ATL gegenüber der thermischen Turbulenzproduktion durch Auftriebskräfte vernachlässigt werden, die Bewegungen in longitudinaler und vertikaler Richtung sind energetisch entkoppelt. Die Anzahl der beschreibenden Parameter der gerichteten Dimensionsanalyse reduziert sich daher um den Parameter  $\kappa$ .

Die Anwendung der gerichteten Dimensionsanalyse mit den Basisdimensionen  $\mathbf{L}_x$  und  $\mathbf{L}_z$  im Bereich des ATL macht eine Substitution des beschreibenden Parameters  $U_\tau$  mit der Dimension  $\mathbf{L}_x^{1/2} \mathbf{L}_z^{1/2} \mathbf{T}^{-1}$  durch den Parameter  $w_*$  mit

$$w_* = (Q_{Wand} \beta z)^{\frac{1}{3}}$$

in vertikaler Richtung mit der Dimension  $\mathbf{L}_z \mathbf{T}^{-1}$  und den Parameter  $u_*$  mit

$$u_* = \frac{U_\tau^2}{w_*}$$

in longitudinaler Richtung mit der Dimension  $\mathbf{L}_x \mathbf{T}^{-1}$  notwendig. Die charakteristische Temperatur  $T_* = Q_{Wand}/U_\tau$  wird entsprechend durch den Parameter

$$\Theta_* = \frac{Q_{Wand}}{w_*} = Q_{Wand}^{2/3} (\beta z)^{-\frac{1}{3}}$$

ersetzt. Die Gradienten der Strömungsgrößen  $U$  und  $T_g$  lassen sich damit wie folgt darstellen:

$$\frac{dU}{dz} = B_U \frac{u_*}{z} = B_U U_\tau^2 (Q_{Wand} \beta)^{-\frac{1}{3}} z^{-\frac{4}{3}}$$

und

$$\frac{dT_g}{dz} = -B_T \frac{\Theta_*}{z} = -B_T Q_{Wand}^{2/3} \beta^{-\frac{1}{3}} z^{-\frac{4}{3}}$$

mit den dimensionslosen Konstanten  $B_U$  und  $B_T$ .

Unter der Annahme, daß die thermische und die dynamische Turbulenzproduktion von gleicher Größenordnung sind, führt die gerichtete Dimensionsanalyse der dynamischen Turbulenzproduktion  $-\overline{u'w'}$   $\frac{dU}{dz}$  mit

$$-\overline{u'w'} \frac{dU}{dz} = \frac{(\kappa U_\tau)^3}{z}$$

und den beschreibenden Parametern  $U_\tau$   $[\mathbf{L}_x^{1/2} \mathbf{L}_z^{1/2} \mathbf{T}^{-1}]$ ,  $\kappa$   $[\mathbf{L}_x^{-1/2} \mathbf{L}_z^{1/2}]$  und  $z$   $[\mathbf{L}_z]$  mit dem Ziel der Dimensionsgleichheit mit der thermischen Turbulenzproduktion  $\overline{w't'}$   $\frac{g}{T_0}$  (Dimension:  $\mathbf{L}_z^2 \mathbf{T}^{-3}$ ) für die Koordinate  $z$  zu der charakteristischen Länge  $L_*$  (Dimension:  $\mathbf{L}_z$ ) mit

$$L_* = \frac{(\kappa U_\tau)^3}{\overline{w't'}|_{wB} \frac{g}{T_0}} = \frac{(\kappa U_\tau)^3}{Q_{Wand} \beta} \quad ,$$

Bei  $z$ -Koordinaten ab  $z \simeq L_*$  tragen überwiegend die Auftriebskräfte zur Energie der  $w'$ -Komponente bei. Die Geschwindigkeitsfluktuationen  $u'$  und  $v'$  werden weiterhin nur dynamisch produziert.

Oberhalb des Bereiches des ATL wird der Anteil dynamischer gegenüber thermischer Turbulenzproduktion mit zunehmender Höhe  $z$  immer kleiner und kann schließlich vernachlässigt werden, die Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $U_\tau$  ist damit kein beschreibender Parameter mehr, übrig bleibt der vertikale Parameter  $w_*$ . Die Energie der  $u'$ -Fluktuationen wird nun von den  $w'$ -Fluktuationen erbracht. In diesem Bereich (FCL) lassen sich die Gradienten der Strömungsgrößen  $U$  und  $T_g$  wie folgt darstellen:

$$\frac{dU}{dz} = C_U \frac{w_*}{z} = C_U (Q_{Wand} \beta)^{\frac{1}{3}} z^{-\frac{2}{3}}$$

bzw.

$$\frac{dT_g}{dz} = -C_T \frac{\Theta_*}{z} = -C_T Q_{Wand}^{2/3} \beta^{-1/3} z^{-4/3}$$

mit den Konstanten  $C_U$  und  $C_T$ . Während  $C_T$  dimensionslos ist, weist  $C_U$  die Dimension  $\mathbf{L}_x \mathbf{L}_z^{-1}$  auf und erweitert damit die Liste der beschreibenden Parameter. Daraus folgt eine weitere charakteristische Länge  $L_{**}$  mit

$$L_{**} = \frac{U_\tau^3}{C_U^{3/2} Q_{Wand} \beta} \quad ,$$

welche die untere Grenze des FCL darstellt, während die obere Grenze durch den Einfluß der Grenzschichtdicke  $\delta$  charakterisiert ist.

Ausgehend von den von Monin und Obukhov [33] für den Bereich des *Surface Layer* dargestellten funktionalen Zusammenhängen für die Verläufe der mittleren Hauptströmungsgeschwindigkeit und der Temperatur

$$\frac{dU}{dz} = \frac{U_\tau}{z} \phi_U \langle \zeta \rangle$$

und

$$\frac{dT_g}{dz} = -\frac{T_*}{z} \phi_T \langle \zeta \rangle$$

mit der bezogenen vertikalen Koordinate  $\zeta$

$$\zeta = \frac{z}{L}$$

und der charakteristischen Länge  $L$

$$L = \frac{U_\tau^3}{Q_{Wand} \beta}$$

bestimmten Kader und Yaglom [22] mit Hilfe der oben hergeleiteten Beziehungen für  $dU/dz$  und  $dT_g/dz$  die Funktionen  $\phi_U$  und  $\phi_T$  zusätzlich erweitert im Bereich des FCL, vgl. Tab. 7.6.

<i>Layer:</i>	MTL	ATL	FCL
$\zeta :$	$0 < \zeta \leq 0.1$	$0.3 \leq \zeta \leq 3$	$5 \leq \zeta$
$\phi_U$	$= \text{const.} = A_U$	$= B_U \zeta^{-1/3}$	$= C_U \zeta^{1/3}$
$\phi_T$	$= \text{const.} = A_T$	$= B_T \zeta^{-1/3}$	$= C_T \zeta^{-1/3}$

Tabelle 7.6: mittlere Strömungsgrößen:  $\phi_U$ ,  $\phi_T$ ; nach Kader und Yaglom [22]

Layer:	MTL	ATL	FCL
$\zeta$ :	$0 < \zeta \leq 0.1$	$0.3 \leq \zeta \leq 3$	$5 \leq \zeta$
$\sqrt{u'^2}$	$= A_1 U_\tau$	$= B_1 u_*$ $= B_1 U_\tau^2 (Q_{Wand} \beta z)^{-\frac{1}{3}}$	$= C_1 w_*$ $= C_1 (Q_{Wand} \beta z)^{\frac{1}{3}}$
$\sqrt{v'^2}$	$= A_2 U_\tau$	$= B_2 u_*$ $= B_2 U_\tau^2 (Q_{Wand} \beta z)^{-\frac{1}{3}}$	$= C_2 w_*$ $= C_2 (Q_{Wand} \beta z)^{\frac{1}{3}}$
$\sqrt{w'^2}$	$= A_3 U_\tau$	$= B_3 w_*$ $= B_3 (Q_{Wand} \beta z)^{\frac{1}{3}}$	$= C_3 w_*$ $= C_3 (Q_{Wand} \beta z)^{\frac{1}{3}}$
$\sqrt{t'^2}$	$= A_4 T_*$	$= B_4 \Theta_*$ $= B_4 Q_{Wand}^{2/3} (\beta z)^{-\frac{1}{3}}$	$= C_4 \Theta_*$ $= C_4 Q_{Wand}^{2/3} (\beta z)^{-\frac{1}{3}}$
$\overline{u't'}$	$= -A_5 Q_{Wand}$	$= -B_5 u_* \Theta_*$ $= -B_5 U_\tau^2 Q_{Wand}^{1/3} (\beta z)^{-\frac{2}{3}}$	$= -C_5 w_* \Theta_*$ $= -C_5 Q_{Wand}$

Tabelle 7.7: Verläufe der Korrelationen der Fluktuationsgrößen nach Kader und Yaglom [22]

Analog zu den mittleren Strömungsgrößen lassen sich die Verläufe der Korrelationen  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{w'^2}$ ,  $\overline{t'^2}$  und  $\overline{u't'}$  der Fluktuationsgrößen in den jeweiligen Bereichen der Grenzschicht mit den in Tab. 7.7 angegebenen Produkten aus einem zu bestimmenden Koeffizienten und einem oder mehreren beschreibenden Parametern darstellen.

Die entsprechenden Koeffizienten  $A_i$  und  $B_i$  mit  $i = \{1, 2, \dots, 5\}$  sind Inhalt der Tab. 7.10. Abweichungen zwischen den Koeffizienten  $A_{i=\{1,2,3\}}$  aus Freiland- (Meßbereich: 1 m – 40 m Höhe) und Labormessungen führen Kader und Yaglom [22] auf Meßfehler bei den Freilandmessungen u.a. durch Schwankungen der Windrichtung zurück. Die Abweichungen in den Koeffizienten  $A_{i=\{4,5\}}$  werden damit erklärt, daß bei annähernd neutraler Schichtung, d.h. gemittelte Auftriebskräfte gleich Null, bei Freilandmessungen im Gegensatz zu Labormessungen trotzdem Temperaturfluktuationen vorhanden sind.

Von Kader und Yaglom [22] dargestellte Ähnlichkeitsbeziehungen für ausgewählte Triple-Korrelationen finden sich in Tab. 7.8, die entsprechenden aus Freilandmessungen ausgewerteten Koeffizienten in Tab. 7.10.

Die von Kader und Yaglom [22] im Bereich des ATL geforderte Entkopplung von dynamischer und thermischer Turbulenzproduktion führt zu einer lokalen Begrenzung mit  $0.3 \leq \zeta \leq 3$ , der Bereich des FCL schließt deshalb ebenso wie der Bereich des MTL nicht direkt oben oder unten an den ATL an.

Layer:	MTL	ATL	FCL
$\zeta$ :	$0 < \zeta \leq 0.1$	$0.3 \leq \zeta \leq 3$	$5 \leq \zeta$
$\overline{w'^2 t'}$	$= A_6 U_\tau^2 T_*$	$= B_6 Q_{Wand}^{4/3} (\beta z)^{\frac{1}{3}}$	$= C_6 Q_{Wand}^{4/3} (\beta z)^{\frac{1}{3}}$
$\overline{w' t'^2}$	$= A_7 Q_{Wand}^2 / U_\tau$	$= B_7 Q_{Wand}^{5/3} (\beta z)^{-\frac{1}{3}}$	$= C_7 Q_{Wand}^{5/3} (\beta z)^{-\frac{1}{3}}$
$\overline{u' w' t'}$	$= -A_8 U_\tau Q_{Wand}$	$= -B_8 U_\tau^2 Q_{Wand}^{2/3} (\beta z)^{-\frac{1}{3}}$	$= -C_8 Q_{Wand}^{4/3} (\beta z)^{\frac{1}{3}}$
$\overline{u' w'^2}$	$= -A_9 U_\tau^3$	$= -B_9 U_\tau^2 (Q_{Wand} \beta z)^{\frac{1}{3}}$	$= -C_9 Q_{Wand} \beta z$
$\overline{u' t'^2}$	$= -A_{10} Q_{Wand}^2 / U_\tau$	$= -B_{10} U_\tau^2 Q_{Wand} (\beta z)^{-1}$	$= -C_{10} Q_{Wand}^{5/3} (\beta z)^{-\frac{1}{3}}$
$\overline{t'^3}$	$= A_{11} T_*^3$	$= B_{11} Q_{Wand}^2 (\beta z)^{-1}$	$= C_{11} Q_{Wand}^2 (\beta z)^{-1}$

Tabelle 7.8: Verläufe von Triple-Korrelationen der Fluktuationsgrößen nach Kader und Yaglom [22]

### 7.5.2 Auswertung der Messungen im Bereich des *Surface Layer*

Zu den beschreibenden Parametern des *Surface Layer* gehören nach der Ähnlichkeitstheorie von Kader und Yaglom [22] die Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $U_\tau = \sqrt{-\overline{u'w'}|_{wB}}$ , der vertikale Temperaturfluß  $Q_{Wand} = \overline{w't'}|_{wB}$  im wandnahen Bereich und der Auftriebsparameter  $\beta = g/T_0$ .

Die Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $U_\tau$  kann durch Auswertung der Geschwindigkeitskorrelation  $\overline{u'w'}$  im wandnahen Bereich sowie des Verlaufes der zeitlich gemittelten Hauptströmungsgeschwindigkeit  $\overline{U}$  bei halblogarithmischer Auftragung  $\overline{U}(\log(z-d))$  mit der *Displacement*-Dicke  $d$  durch Bestimmung der Steigung des Meßwerteverlaufes (vgl. Gl. 7.8) für Koordinaten  $z \rightarrow 0$  ermittelt werden. Die Rauigkeitslänge  $z_{0,U}$  ergibt sich zu  $z_{0,U} = (z-d)|_{\overline{U}=0}$ .

Analog zur Auswertung von  $U_\tau$  kann der vertikale Temperaturfluß an der Wand  $Q_{Wand} = \overline{w't'}|_{wB}$  sowohl durch Auswertung des Profils der mittleren Strömungstemperatur  $\overline{T_g}$  für Koordinaten  $z \rightarrow 0$  als auch durch Messung der Korrelation  $\overline{w't'}$  im wandnahen Bereich ermittelt werden.

Ein hinreichend großer Wandabstand zur Vermeidung lokaler Einflüsse der Rauigkeitselemente am Boden auf die Strömungsgrößen am Meßort sowie die räumliche Ausdehnung der Meßsonden erlauben keine bzw. nur wenige Meßpunkte in diesem von extremen Gradienten des Geschwindigkeits- und Temperaturverlaufes charakterisierten wandnahen Bereich der Grenzschicht, dessen obere Begrenzung  $L_*$  umso kleiner wird, je größer die thermische Instabilität der Grenzschicht ist.

Die Bestimmung von  $U_\tau$  und  $Q_{Wand}$  aus den gemessenen Geschwindigkeits- und Tempera-

turprofilen erfolgt mit Hilfe der Gln. 7.3 und 7.4. Mit  $L_{MO} = -L/\kappa$  und den von Businger *et al.* [10] angegebenen Zahlenwerten für die Exponenten mit  $p = -1/4$  und  $q = -1/2$  (siehe Liedtke [32]) erhält man nach Integration die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{U\langle z \rangle - U\langle z_{ref} \rangle}{U_\tau/\kappa} &= \ln \frac{(1 + \gamma_M \kappa \zeta)^{1/4} - 1}{(1 + \gamma_M \kappa \zeta)^{1/4} + 1} - \ln \frac{\left(1 + \gamma_M \kappa \frac{z_{ref}}{L}\right)^{1/4} - 1}{\left(1 + \gamma_M \kappa \frac{z_{ref}}{L}\right)^{1/4} + 1} + \\ &+ 2 \left[ \arctan(1 + \gamma_M \kappa \zeta)^{1/4} - \arctan\left(1 + \gamma_M \kappa \frac{z_{ref}}{L}\right)^{1/4} \right] \end{aligned} \quad (7.10)$$

$$\frac{T_g\langle z \rangle - T_g\langle z_{ref} \rangle}{T_* Pr_t/\kappa} = \ln \frac{(1 + \gamma_H \kappa \zeta)^{1/2} - 1}{(1 + \gamma_H \kappa \zeta)^{1/2} + 1} - \ln \frac{\left(1 + \gamma_H \kappa \frac{z_{ref}}{L}\right)^{1/2} - 1}{\left(1 + \gamma_H \kappa \frac{z_{ref}}{L}\right)^{1/2} + 1} \quad (7.11)$$

Für die Konstanten  $\gamma_M$  und  $\gamma_H$  werden die von Wier [44] experimentell ermittelten Werte  $\gamma_M = 15$  und  $\gamma_H = 7$  verwendet.

Die Grenzschichtdicke  $\delta$  entspricht der Höhenkoordinate  $z$  mit  $\bar{U}\langle z \rangle = 0.99 U_\infty$ , die *Displacement*-Dicke  $d$  wird aus der Auswertung der Profile bei neutraler Schichtung übernommen. Die zur Berechnung von  $L$  benötigte mittlere Temperatur  $T_0$  des *Surface Layer* wird durch Integration des Verlaufes der Temperatur  $\bar{T}_g$  im Bereich  $0 \leq z - d \leq 0.1 \delta$  mit  $\bar{T}_g\langle z - d = 0 \rangle = T_{Wand}$  ermittelt. Weiterhin werden  $\kappa = 0.4$  und  $Pr_t = 0.85$  gesetzt.

Die durch eine Fehlerquadrat-Approximation der Gln. 7.10 und 7.11 mit den gemessenen Profilen gewonnenen Werte für  $U_\tau$  und  $Q_{Wand}$ , weiter  $U_\infty$  und  $T_\infty$ , die Wandtemperatur  $T_{Wand}$  und  $T_0$ , die Grenzschichtdicke  $\delta$  und die *Displacement*-Dicke  $d$  sowie die Rauigkeitslängen  $z_{0,U}$  und  $z_{0,T}$  sind in Tab. 7.9 zusammengestellt ebenso wie die hieraus berechneten Größen Auftriebsparameter  $\beta$ ,  $U_\tau/U_\infty$ ,  $Q_{Wand}/[U_\infty(T_{Wand} - T_\infty)]$ , charakteristische Temperatur  $T_*$  und die Stabilitätslängen  $L$  und  $L_*$ . Die approximierten Kurvenverläufe nach den Gln. 7.10 und 7.11 sind in den Abbn. 7.12 bis 7.15 zusammen mit den Meßwerten dargestellt.

Bzgl. der Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $U_\tau$  stimmen die aus den Korrelationsmessungen (vgl. Abb. 9.31) gewonnenen Werte für  $\sqrt{-u'w'}$  bei  $(z - d) \simeq 0.1(\delta - d)$  für die Stabilitätsklasse *I1* sehr gut mit den aus Gleichung 7.10 ermittelten Werten überein. Für den Wertebereich  $(z - d) < 0.1(\delta - d)$  steigen die Werte bei der Messung mit der 4-Draht-Sonde an, bei den x-Draht-Messungen läßt sich aufgrund der Streuung der Meßwerte keine eindeutige Aussage treffen.

Für die Stabilitätsklasse *I2* zeigen die Korrelationsmessungen im Unterschied zur Stabilitätsklasse *I1* einen weniger systematischen Verlauf, vgl. Abb. 9.32. Die Korrelationswerte  $\sqrt{-u'w'}$  nehmen erst in dem Bereich  $(z - d) > 0.4(\delta - d)$  systematisch ab, die aus der Gl. 7.10 gewonnenen  $U_\tau$ -Werte (Abb. 7.13) stimmen jedoch bei  $(z - d) \simeq 0.1(\delta - d)$  speziell für die 4-Draht-Messung und die Meßwerte von Liedtke [32] sehr gut mit den Korrelationswerten überein.

Die Auswertung der Korrelationsmessungen  $\overline{w't'}$  (vgl. Abb. 9.33) bei  $(z - d) \simeq 0.1(\delta - d)$  und die Auswertung der Temperaturprofile  $T_{Wand} - \overline{T}_g$  mit Hilfe der Gleichung 7.11 liefern in beiden Stabilitätsklassen für die x-Draht-Messung mit digitaler MWV sehr gut übereinstimmende Werte. Die Ergebnisse der anderen Meßsysteme zeigen im Vergleich dazu größere Abweichungen, wobei das von Liedtke [32] verwendete x-Draht-Meßsystem bei gleicher räumlicher Auflösung durch seine analoge MWV nur für Strömungen mit mittleren Turbulenzgraden geeignet ist. Das Meßsystem mit der 4-Draht-Sonde weist eine geringere räumliche Auflösung auf, die im wandnahen Bereich, der durch sehr große Geschwindigkeits- und Temperaturgradienten charakterisiert ist, zu entsprechenden Abweichungen führt.

Eine Betrachtung der Verläufe der Autokorrelationen  $\sqrt{w'^2}$  (vgl. Abbn. 9.27 und 9.28) und  $\sqrt{t'^2}$  (Abbn. 9.29 und 9.30) zeigt für die Geschwindigkeitsfluktuation eine ähnliche Charakteristik, während die Verläufe der Temperaturfluktuation gut übereinstimmen.

Sondentyp	4-Draht		x-Draht		x-Draht	
Meßwertverarbeitung	digital		digital		analog nach Wier [44], Meßwerte: Liedtke [32]	
Instabilität	<i>I1</i>	<i>I2</i>	<i>I1</i>	<i>I2</i>	<i>I1</i>	<i>I2</i>
$U_\infty$ [m/s]	2.78	2.81	2.96	2.82	3.02	2.67
$T_\infty$ [K]	308	308	303	304	303	305
$T_{Wand}$ [K]	358	413	353	413	353	413
$T_0$ [K]	325	344	321	341	320	343
$\delta$ [mm]	625	575	550	525	500	475
$\beta = g/T_0$ [K m/s <sup>2</sup> ]	0.030	0.028	0.031	0.029	0.031	0.029
$d$ [mm]	10	10	10	10	8	8
$U_\tau$ [m/s]	0.17	0.20	0.19	0.20	0.19	0.19
$U_\tau/U_\infty$ [-]	0.061	0.071	0.064	0.071	0.061	0.071
$z_{0,U}$ [mm]	0.5	0.6	0.6	0.5	0.5	0.7
$Q_{Wand}$ [K m/s]	0.37	0.95	0.46	1.07	0.47	1.06
$Q_{Wand} / [U_\infty (T_{Wand} - T_\infty)]$ [-]	0.0027	0.0032	0.0031	0.0035	0.0031	0.0037
$z_{0,T}$ [mm]	0.02	0.01	0.03	0.02	0.04	0.04
$T_* = Q_{Wand}/U_\tau$ [K]	2.24	4.75	2.38	5.33	2.54	5.56
$L$ [m]	0.40	0.30	0.48	0.26	0.44	0.23
$L_*$ [m]	0.026	0.019	0.031	0.017	0.028	0.015

Tabelle 7.9: gemessene Größen der instabil geschichteten turbulenten Grenzschicht mit Bodenrauigkeit, Stabilitätsklassen *I1* und *I2*



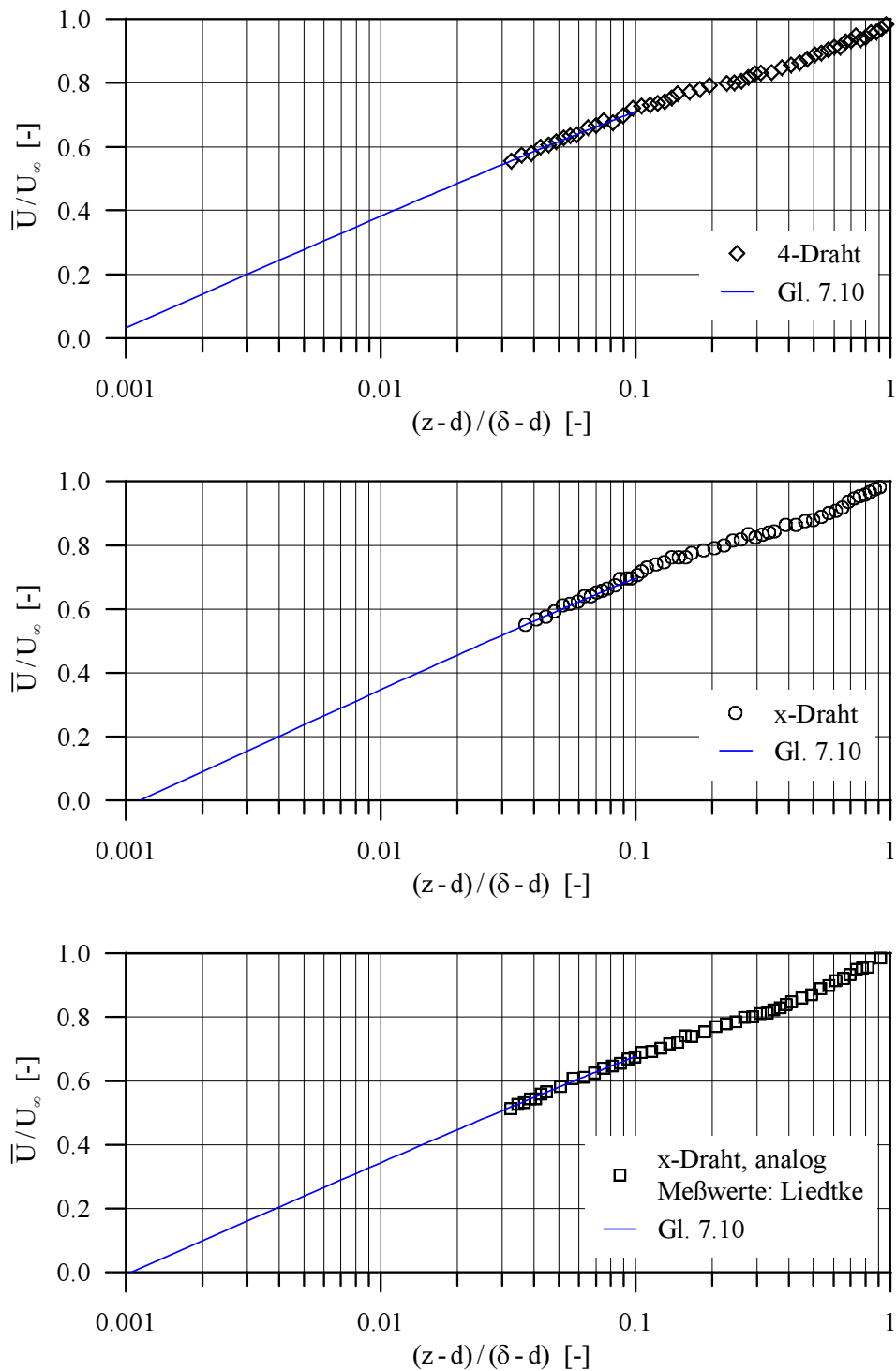


Abbildung 7.12: bezogene Geschwindigkeit  $\bar{U}/U_\infty$ , halblogarithmische Darstellung; Stabilitätsklasse I1; Approximationsfunktion nach Gl. 7.10

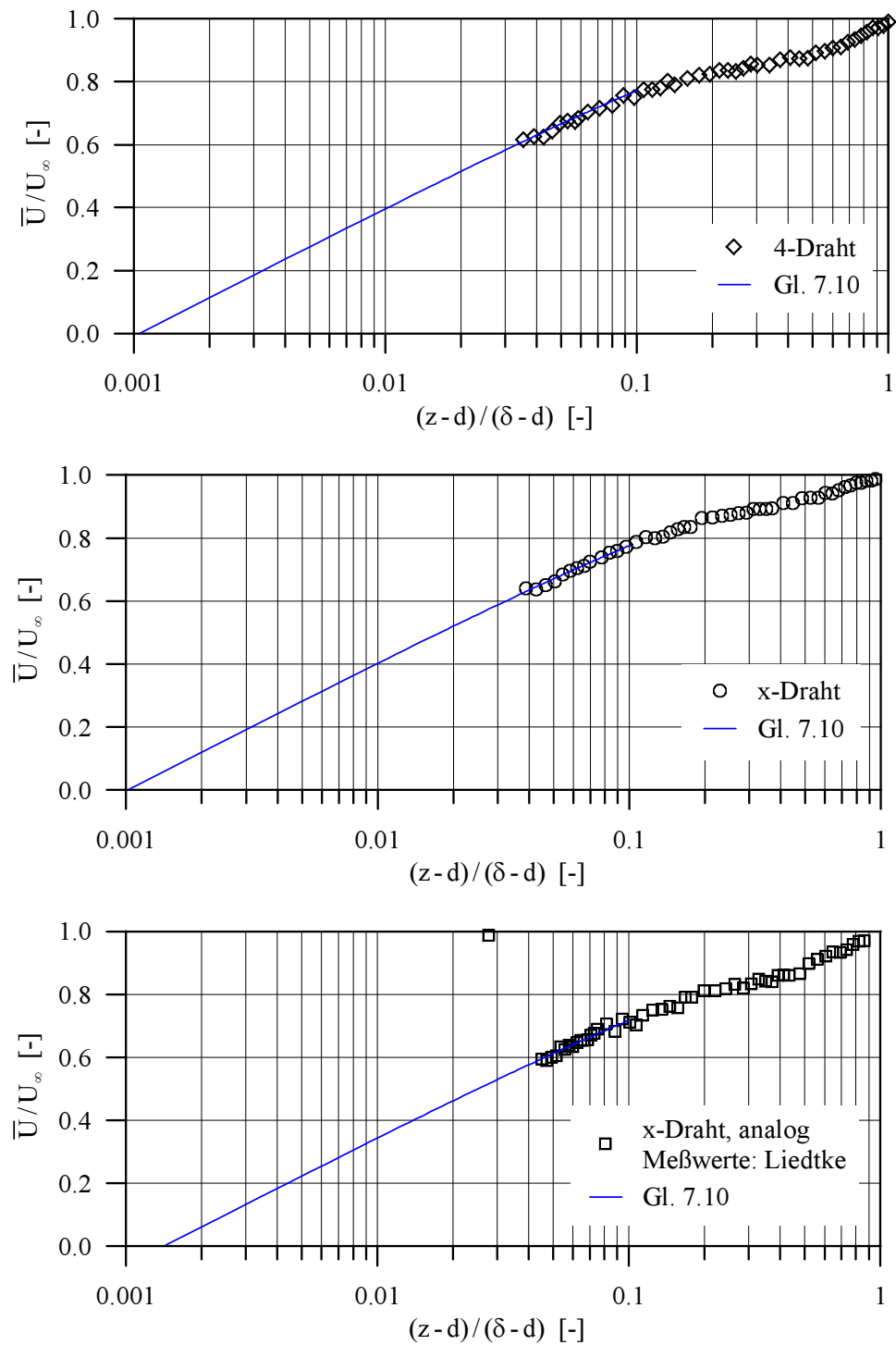


Abbildung 7.13: bezogene Geschwindigkeit  $\bar{U}/U_\infty$ , halblogarithmische Darstellung; Stabilitätsklasse *I2*; Approximationsfunktion nach Gl. 7.10

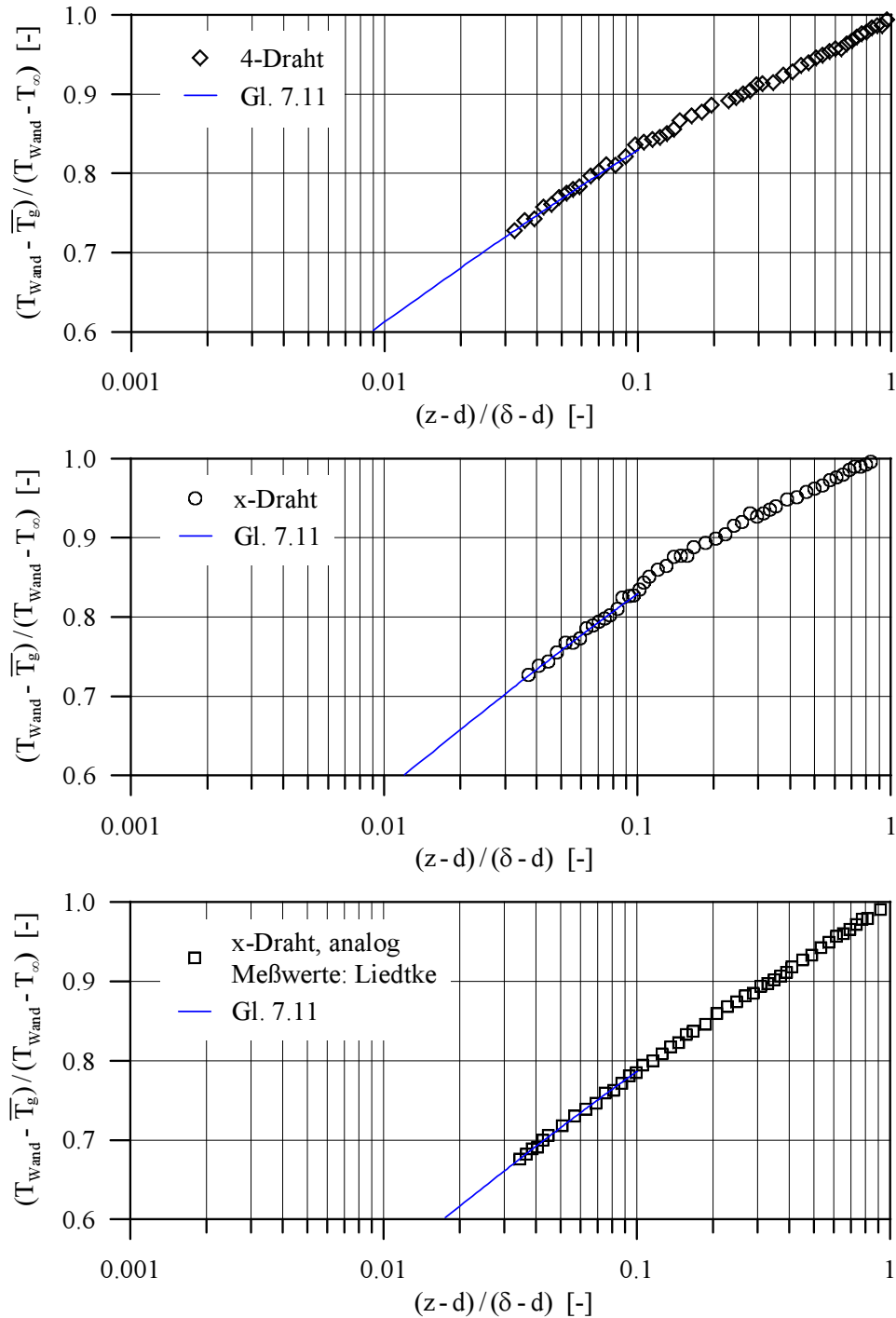


Abbildung 7.14: bezogene Temperaturdifferenz  $(T_{Wand} - \bar{T}_g) / (T_{Wand} - T_\infty)$ , halblogarithmische Darstellung; Stabilitätsklasse I1; Approximationsfunktion nach Gl. 7.11

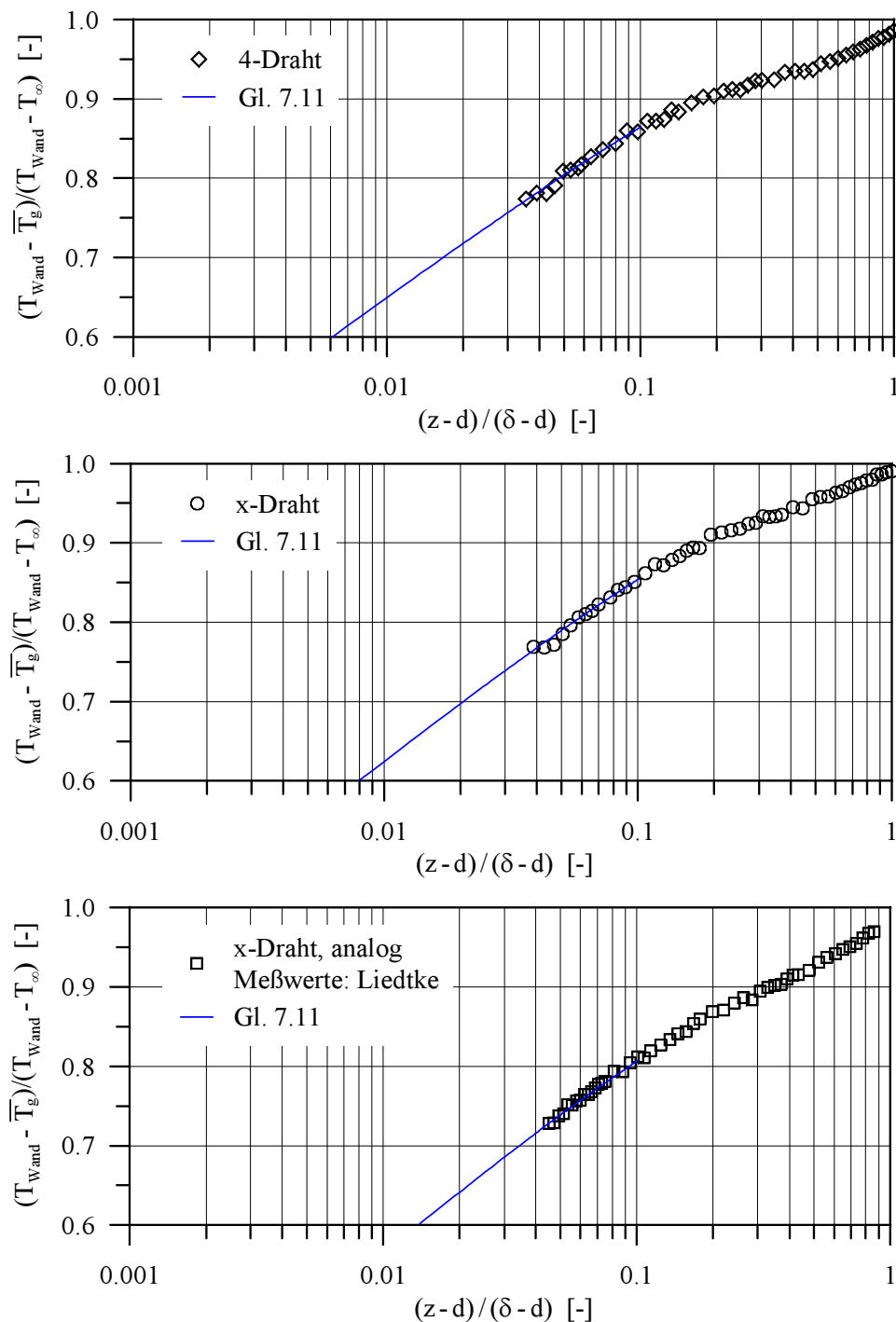


Abbildung 7.15: bezogene Temperaturdifferenz  $(T_{Wand} - \bar{T}_g) / (T_{Wand} - T_\infty)$ , halblogarithmische Darstellung; Stabilitätsklasse  $I2$ ; Approximationsfunktion nach Gl. 7.11

Die Abbn. 7.16 und 7.17 zeigen die mit  $\kappa$  und der Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $U_\tau$  (vgl. Tab. 7.9) dimensionslos gemachten Geschwindigkeitsgradienten  $d\bar{U}/dz$  über der dimensionslosen Koordinate  $\zeta = (z - d)/L$ . Die Gradienten wurden mit Hilfe einer bereichsweisen Regression dritter Ordnung aus dem gemessenen Verlauf von  $\bar{U}\langle z \rangle$  bestimmt. Zusätzlich sind die von Kader und Yaglom [22] postulierten Proportionalitäten mit  $d\bar{U}/dz \sim z^{-1}$  für den Bereich des MTL und  $d\bar{U}/dz \sim z^{-4/3}$  für den Bereich des ATL dargestellt, die durch die Messungen bestätigt werden.

Analog zeigen die Abbn. 7.18 und 7.19 die mit der turbulenten Prandtl-Zahl  $Pr_t$  und der charakteristischen Temperatur  $T_*$  (Tab. 7.9) dimensionslos gemachten Temperaturgradienten  $d\bar{T}_g/dz$  über  $\zeta$ . Zur Bestimmung der Temperaturgradienten aus dem gemessenen Verlauf von  $\bar{T}_g\langle z \rangle$  wurde hier ebenfalls eine bereichsweise Regression dritter Ordnung verwendet. Die Proportionalitäten  $d\bar{T}_g/dz \sim z^{-1}$  (MTL) und  $d\bar{T}_g/dz \sim z^{-4/3}$  (ATL) sind in sehr guter Übereinstimmung mit den Messungen.

Wie die Abbn. 7.16 bis 7.19 zeigen, sind in den untersuchten Grenzschichtströmungen beider Instabilitätsklassen  $I1$  und  $I2$  der Bereich des MTL und der Bereich des ATL vorhanden. Damit lassen sich die in der Ähnlichkeitstheorie von Kader und Yaglom [22] auftretenden Koeffizienten  $A_i$  und  $B_i$  aus den gemessenen Geschwindigkeits-, Temperatur- und Korrelationsverläufen bestimmen.

Der Bereich des ATL und damit die obere Grenze des *Surface Layer* erstreckt sich, wie aus den Abbn. 7.16 bis 7.19 ersichtlich ist, bis zu Werten von  $\zeta \simeq 0.3$ . Da in den Abbildungen 7.16 bis 7.19 in Wandnähe kein Bereich mit einem entsprechenden Gradienten auftritt, muß davon ausgegangen werden, daß der FCL in den untersuchten Strömungsfeldern nicht vorhanden ist. Bezogen auf die Grenzschichtdicke hat der *Surface Layer* in den hier untersuchten Grenzschichtströmungen mit hoher Bodenrauigkeit eine Ausdehnung in der Größenordnung von 20% der Grenzschichtdicke. Für Freilandmessungen, die allerdings bei vergleichsweise wesentlich geringerer Bodenrauigkeit durchgeführt wurden, geben Kader und Yaglom [22] einen Wert von 10% der Grenzschichtdicke an.

Ursache für die hier gemessene große Ausdehnung des Bereiches des *Surface Layer* im Vergleich zu den Angaben von Kader und Yaglom [22] ist vermutlich die hohe Bodenrauigkeit. Untersuchungen von Liedtke [32] in Grenzschichten mit verschiedenen Stabilitätsklassen und Bodenrauigkeitsgraden zeigen, daß mit zunehmendem Grad der Bodenrauigkeit die Geschwindigkeitsgradienten  $d\bar{U}/dz$  im wandnahen Bereich abnehmen. Erklärt werden kann dies damit, daß an den zur Einbringung von Bodenrauigkeit verwendeten Quadern Wirbel ablösen, die dem Grad der Bodenrauigkeit entsprechend zur dynamischen Turbulenzproduktion beitragen. Die Energie der dynamischen Turbulenzbewegung wird der Energie des mittleren Strömungsfeldes entnommen, die Geschwindigkeitsgradienten im wandnahen Bereich nehmen ab. Je nach Stärke der dynamischen Turbulenzproduktion dehnt sich der hierdurch charakterisierte Bereich und damit auch der Bereich des *Surface Layer* aus.

In Abb. 7.20 ist die auf  $U_\tau$  bzw.  $U_\tau^2 (Q_{Wand} \beta z)^{-1/3}$  bezogene Geschwindigkeitsfluktuation

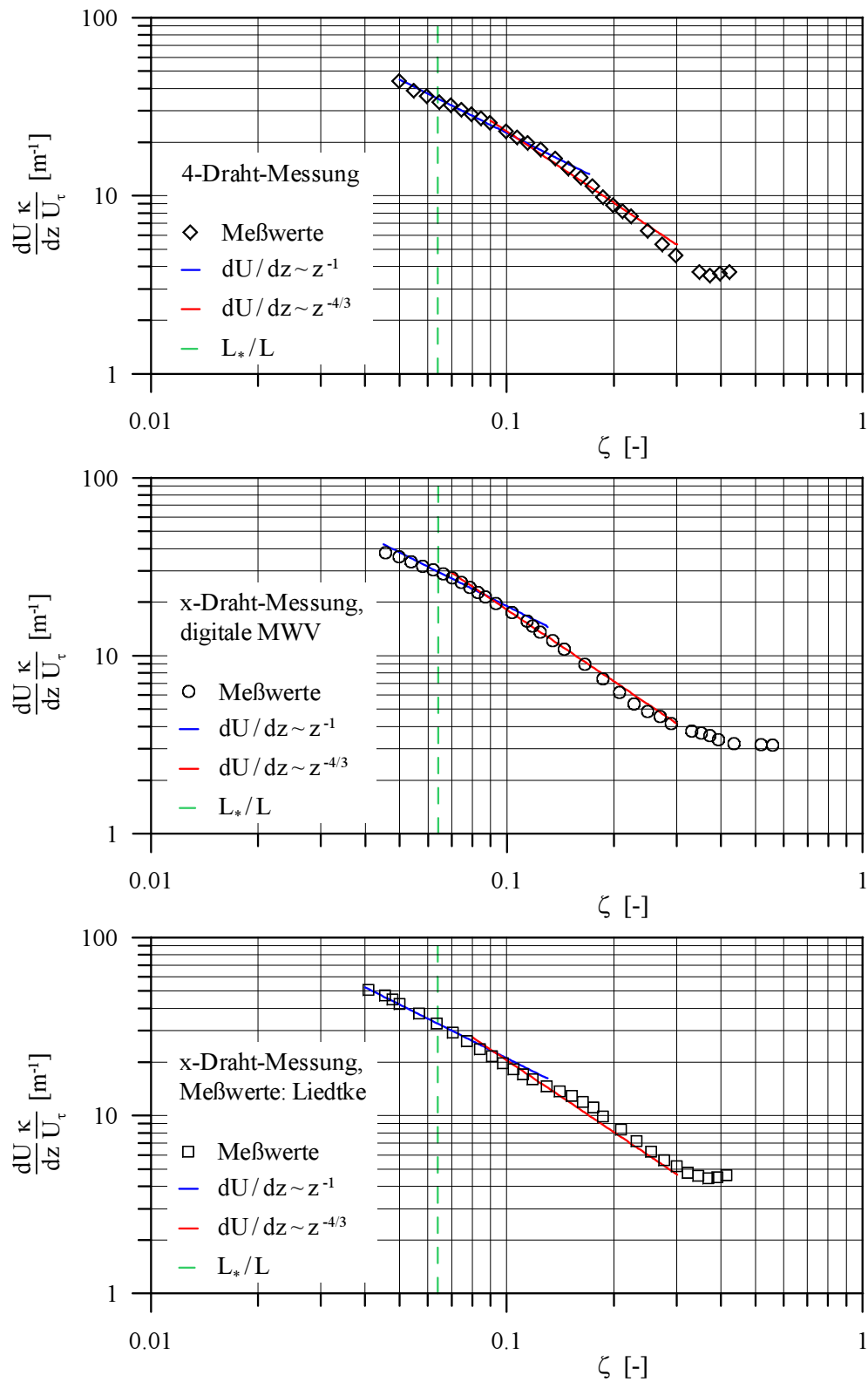


Abbildung 7.16: Geschwindigkeitsgradient  $\frac{d\bar{U}}{dz} \frac{\kappa}{U_\tau} (\zeta)$ ; Stabilitätsklasse I1; charakteristische Größen nach Tab. 7.9

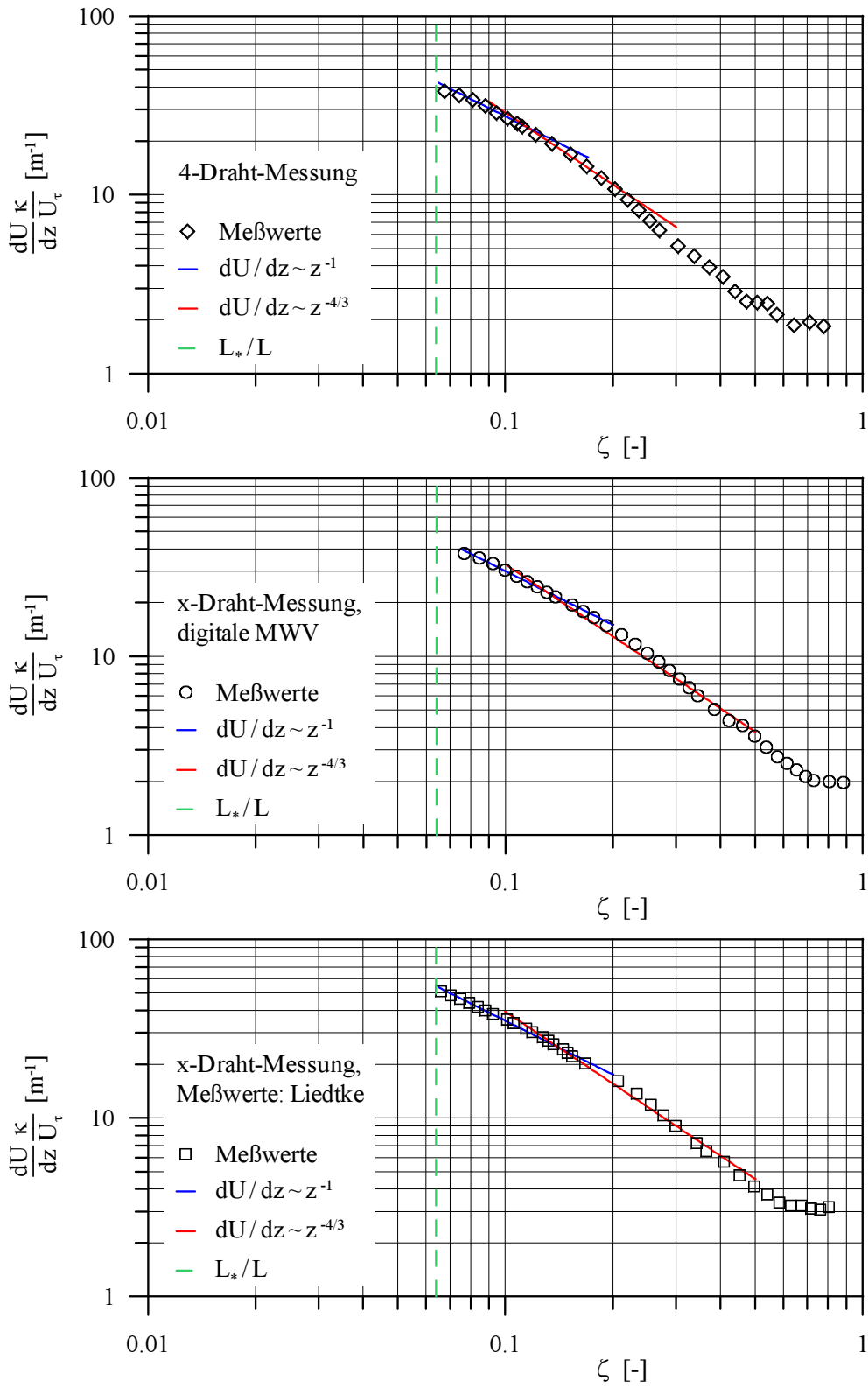


Abbildung 7.17: Geschwindigkeitsgradient  $\frac{d\bar{U}}{dz} \frac{\kappa}{U_\tau}(\zeta)$ ; Stabilitätsklasse  $I2$ ; charakteristische Größen nach Tab. 7.9

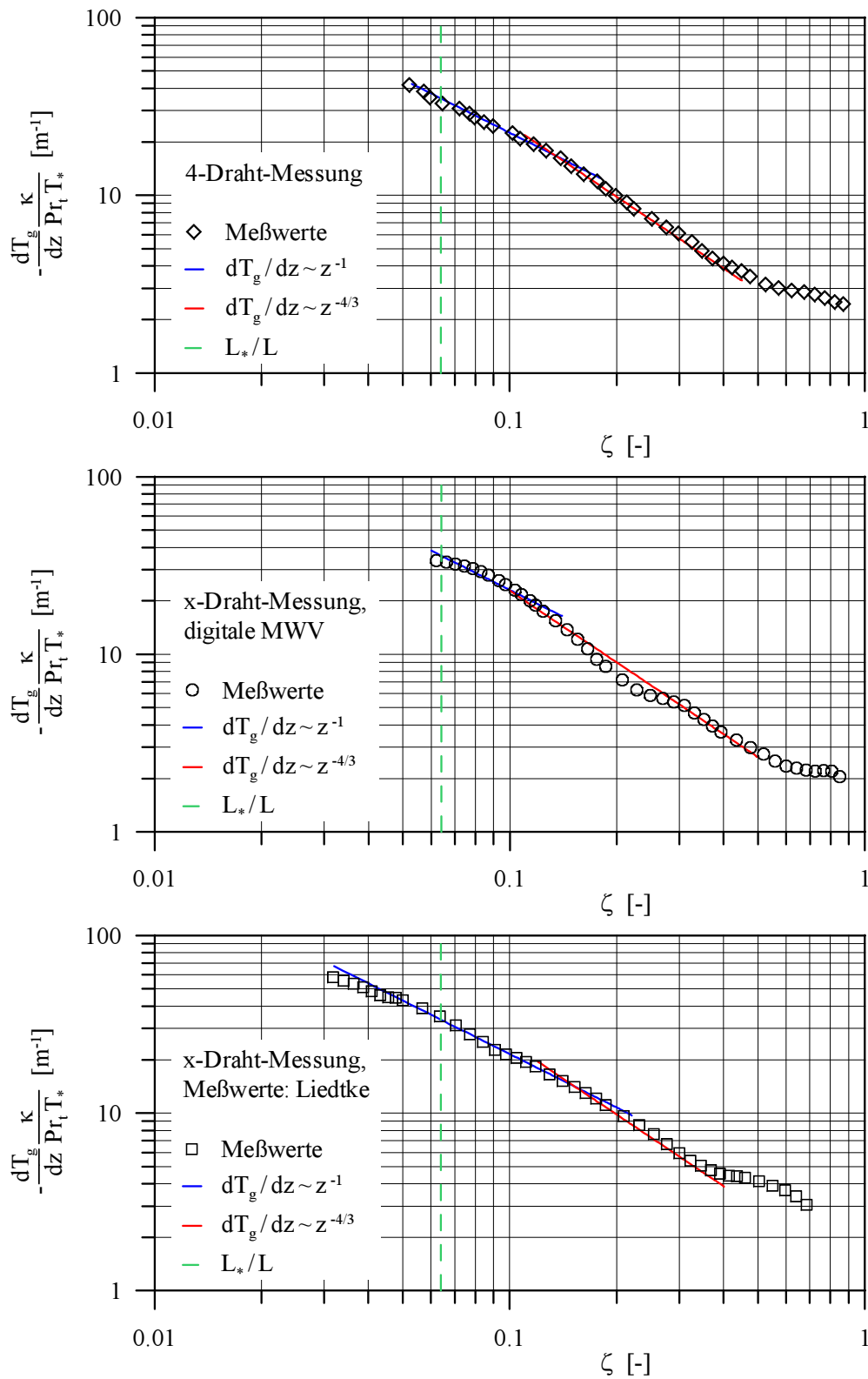


Abbildung 7.18: Temperaturgradient  $-\frac{dT_g}{dz} \frac{\kappa}{Pr_t T_*}(\zeta)$ ; Stabilitätsklasse I1; charakteristische Größen nach Tab. 7.9



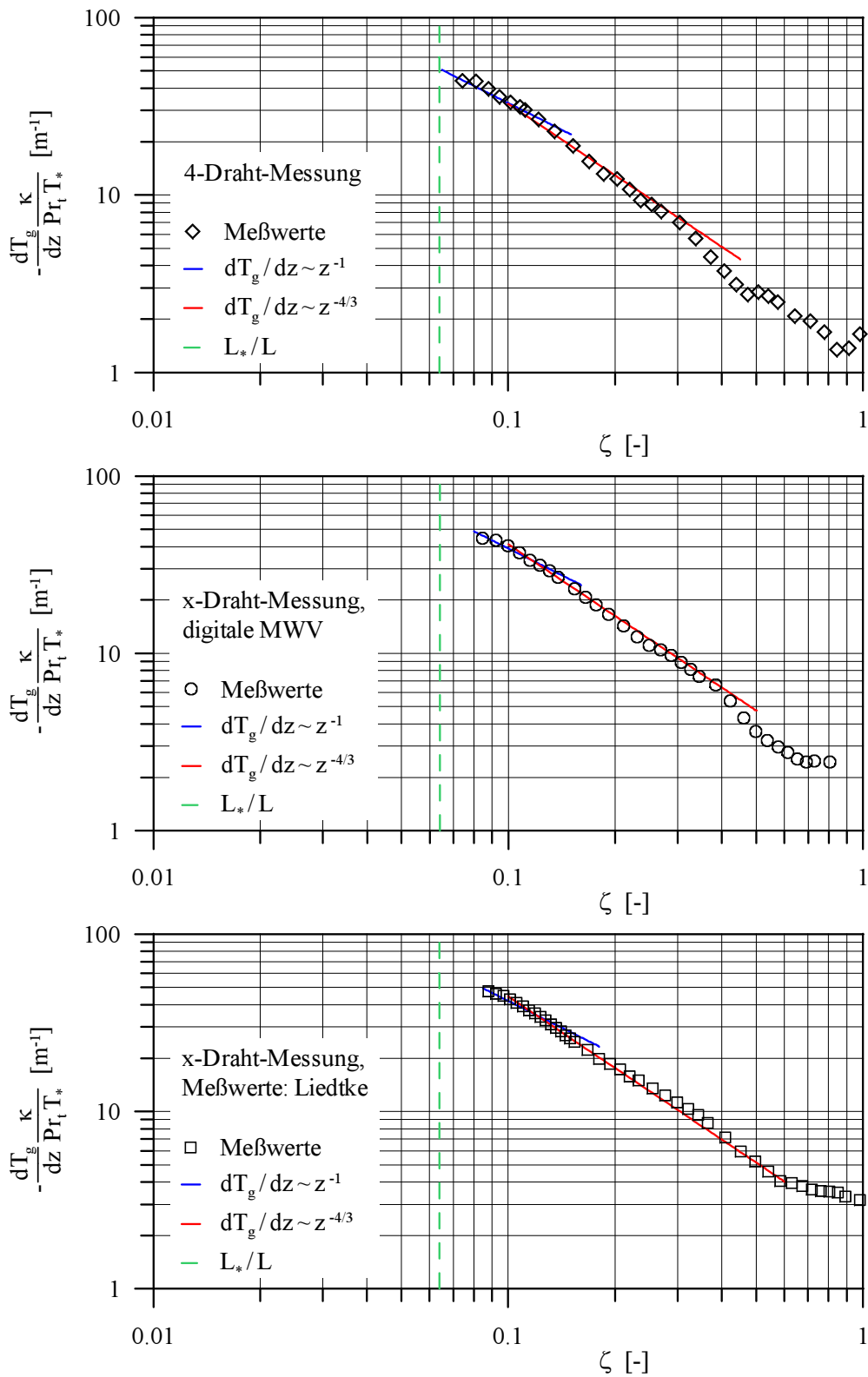


Abbildung 7.19: Temperaturgradient  $-\frac{dT_g}{dz} \frac{\kappa}{Pr_i T_*} \langle \zeta \rangle$ ; Stabilitätsklasse  $I_2$ ; charakteristische Größen nach Tab. 7.9

$\sqrt{u'^2}$  differenziert nach dem jeweiligen Meßsystem dargestellt.

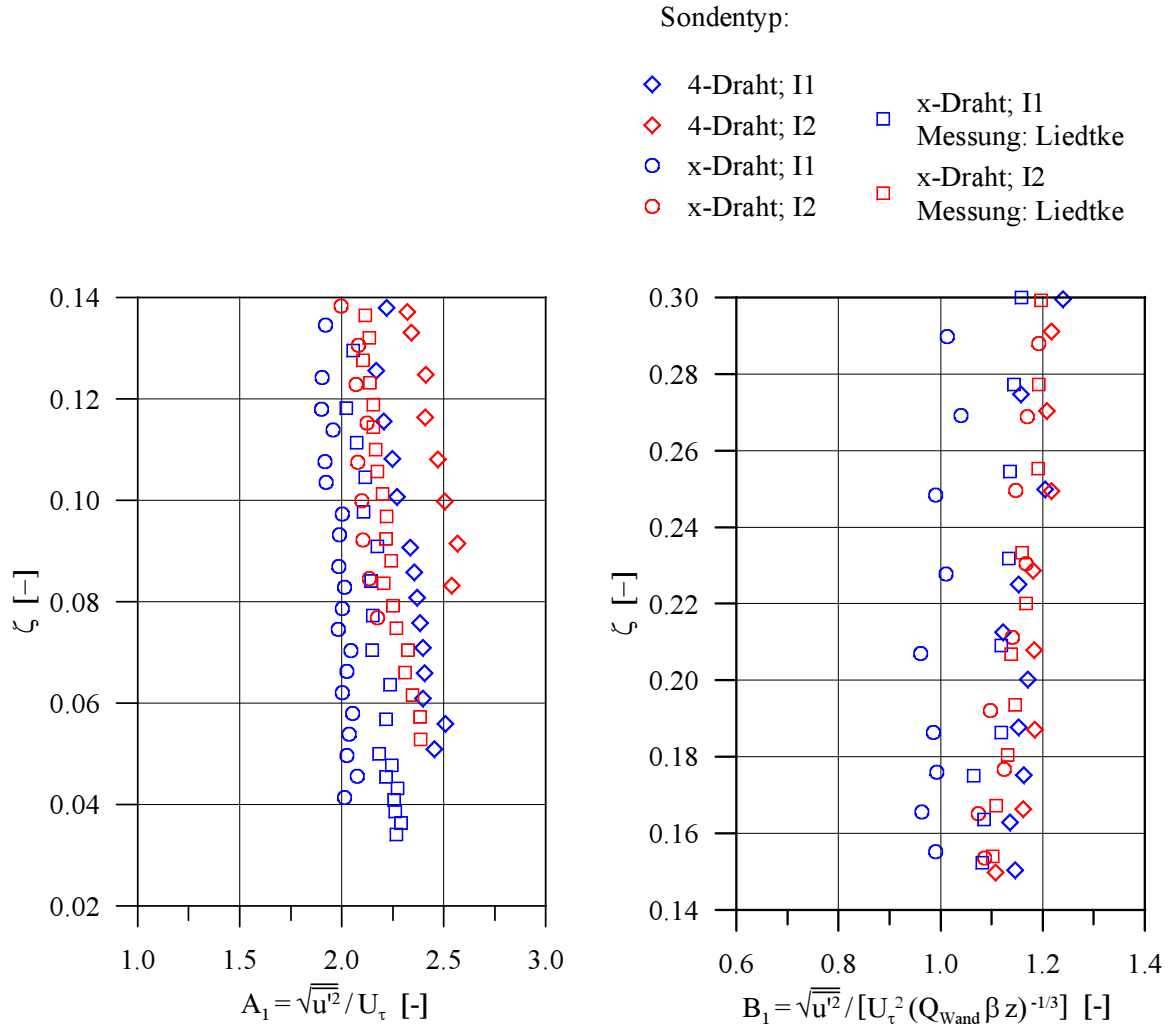


Abbildung 7.20: Geschwindigkeitsfluktuation  $\sqrt{u'^2}$ , bezogen auf  $U_\tau$  bzw.  $U_\tau^2 (Q_{Wand} \beta z)^{-1/3}$

Der Bereich der gemessenen Werte für  $\zeta \leq 0.1$  (MTL) mit

$$2.0 \leq A_1 = \sqrt{u'^2}/U_\tau \leq 2.6$$

beinhaltet den von Kader und Yaglom [22] angegebenen Wert für Laborexperimente mit  $A_1 \approx 2.3$ .

Für den Bereich  $0.15 \leq \zeta \leq 0.3$  (ATL) ergibt sich der Koeffizient  $B_1$  zu

$$1.1 \leq B_1 = \sqrt{u'^2}/[U_\tau^2 (Q_{Wand} \beta z)^{-1/3}] \leq 1.2$$

ohne Berücksichtigung der Meßreihe mit der x-Draht-Sonde mit digitaler Meßwertverarbeitung in der Stabilitätsklasse I1 mit  $B_1 \approx 1.0$ . Kader und Yaglom [22] geben für  $B_1$  keinen Vergleichswert an.

Abb. 7.21 zeigt bezogen auf  $U_\tau$  bzw.  $U_\tau^2 (Q_{Wand} \beta z)^{-1/3}$  die mit der 4-Draht-Sonde gemessene Geschwindigkeitsfluktuation  $\sqrt{v'^2}$ .

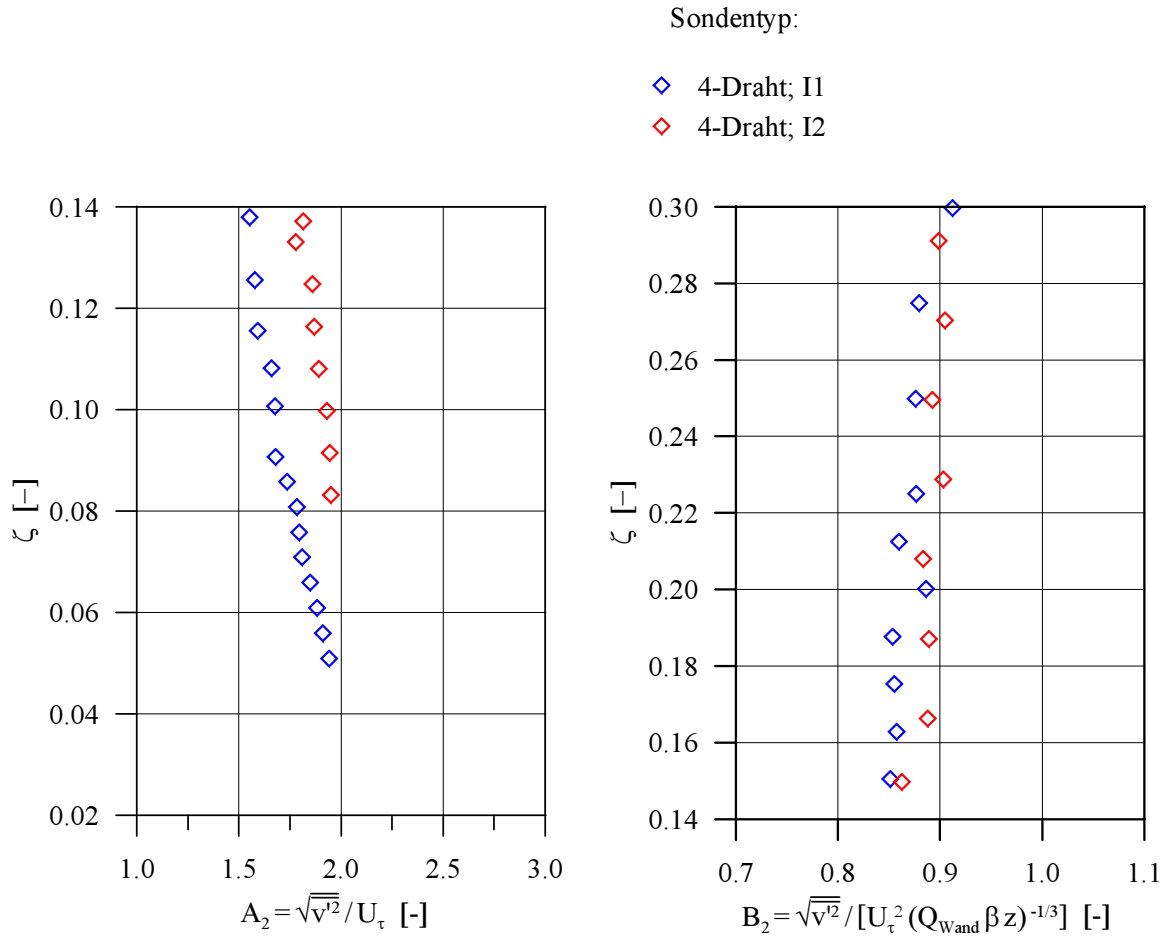


Abbildung 7.21: Geschwindigkeitsfluktuation  $\sqrt{v'^2}$ , bezogen auf  $U_\tau$  bzw.  $U_\tau^2 (Q_{Wand} \beta z)^{-1/3}$

Für den Koeffizienten  $A_2$  gilt für  $\zeta \leq 0.1$ :

$$1.7 \leq A_2 = \sqrt{v'^2}/U_\tau \leq 1.9$$

Der Wertebereich schließt damit den von Kader und Yaglom [22] für Laborexperimente angegebenen Wert  $A_2 \approx 1.7$  ein.

Die Auswertung der Messung im Bereich des ATL ( $0.15 \leq \zeta \leq 0.3$ ) ergibt für den Koeffizienten  $B_2$ :

$$B_2 = \sqrt{v'^2}/[U_\tau^2 (Q_{Wand} \beta z)^{-1/3}] \approx 0.9$$

Ein Vergleichswert wird von Kader und Yaglom [22] nicht angegeben.

Die Geschwindigkeitsfluktuation  $\sqrt{w'^2}$  bezogen auf  $U_\tau$  bzw.  $(Q_{Wand} \beta z)^{1/3}$  ist in Abb. 7.22 dargestellt. Der Bereich der mit Hilfe der x-Draht-Sonden gemessenen Werte mit

$$1.2 \leq A_3 = \sqrt{w'^2}/U_\tau \leq 1.3$$

paßt gut mit den von Kader und Yaglom [22] vorgegebenen Werten  $A_3 \approx 1.25$  für Freilandmessungen und  $A_3 \approx 1.0$  für Labormessungen überein. Die in der Stabilitätsklasse

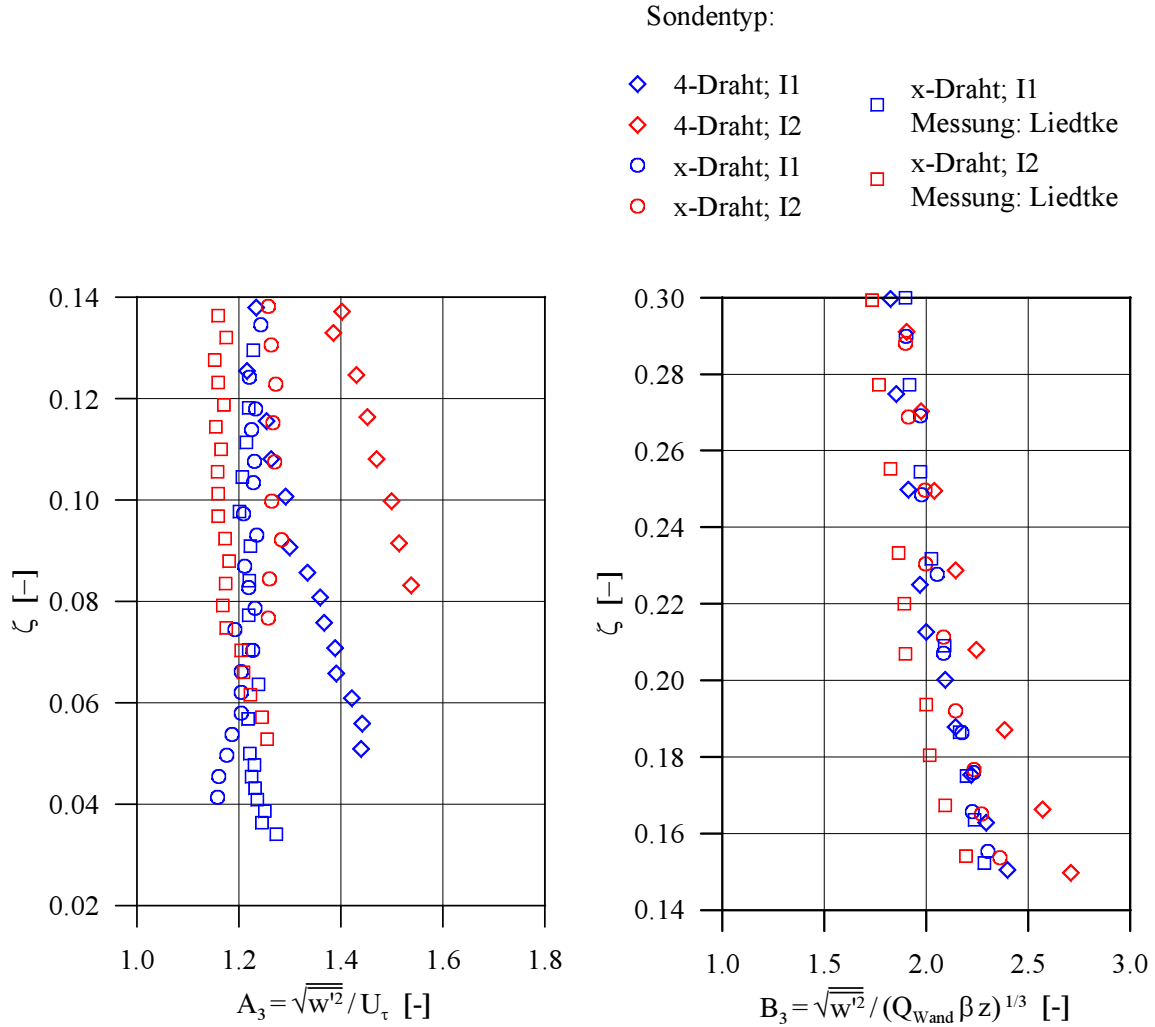


Abbildung 7.22: Geschwindigkeitsfluktuation  $\sqrt{w'^2}$ , bezogen auf  $U_\tau$  bzw.  $(Q_{Wand} \beta z)^{1/3}$

I1 durchgeführte Messung mit der 4-Draht-Sonde weist beginnend bei  $\sqrt{w'^2}/U_\tau = 1.4$  mit zunehmender Koordinate  $\zeta$  rückläufige Werte auf ( $\sqrt{w'^2}/U_\tau \langle \zeta = 0.14 \rangle = 1.2$ ). Die in I2 gemessenen Werte beginnen bei  $\sqrt{w'^2}/U_\tau \langle \zeta = 0.08 \rangle = 1.5$  und gehen zurück auf  $\sqrt{w'^2}/U_\tau \langle \zeta = 0.14 \rangle = 1.4$ .

Für  $0.15 \leq \zeta \leq 0.3$  ergeben sich für  $B_3$  mit zunehmendem  $\zeta$  abnehmende Werte. Am oberen Ende des Bereiches nähern sich die  $B_3$ -Werte asymptotisch

$$B_3 = \sqrt{w'^2}/(Q_{Wand} \beta z)^{-1/3} \approx 1.8 \quad ,$$

was in guter Übereinstimmung mit dem von Kader und Yaglom [22] vorgegebenen Wert  $B_3 \approx 1.65$  ist.

Abb. 7.23 zeigt bezogen auf die charakteristische Temperatur  $T_* = Q_{Wand}/U_\tau$  (Tab. 7.9) bzw.  $Q_{Wand}^{2/3}(\beta z)^{-1/3}$  die Temperaturfluktuation  $\sqrt{t'^2}$ . Die bezogenen Meßwerte im Bereich

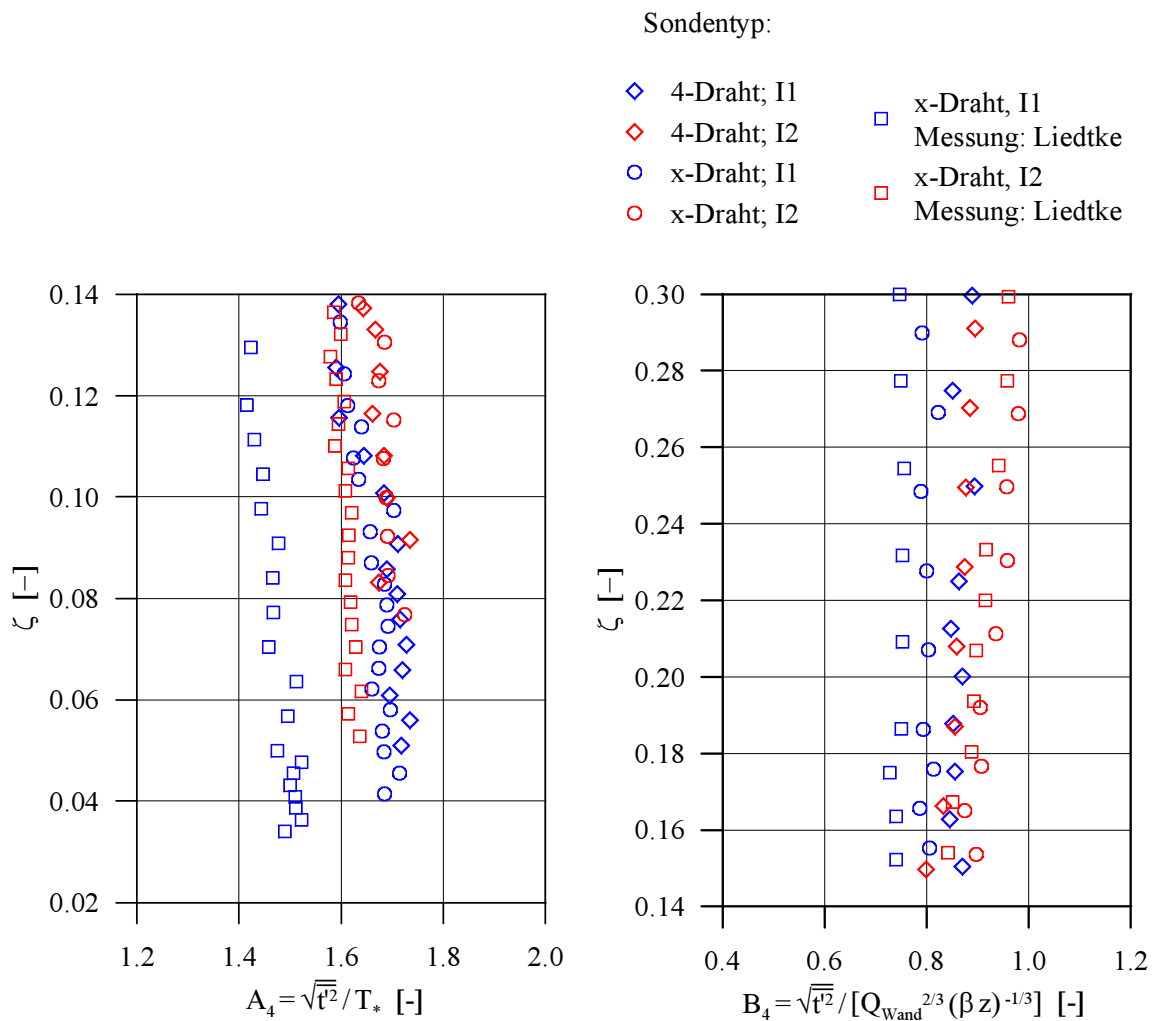


Abbildung 7.23: Temperaturfluktuation  $\sqrt{t^2}$ , bezogen auf  $T_*$  bzw.  $Q_{Wand}^{2/3}(\beta z)^{-1/3}$

des MTL liegen im Wertebereich

$$1.6 \leq A_4 = \sqrt{t^2}/T_* \leq 1.7$$

mit Ausnahme der von Liedtke [32] in der Stabilitätsklasse *I1* aufgenommenen Meßwerte ( $1.4 \leq A_4 \leq 1.5$ ). Kader und Yaglom [22] geben einen Wert von  $A_4 \approx 1.3$  für Labormessungen an, der bei Freilandmessungen gewonnene Wert mit  $A_4 \approx 2.9$  weicht hiervon deutlich ab. Begründet wird dies damit, daß in der atmosphärischen Grenzschichtströmung bei neutraler Schichtung (Auftriebskräfte gleich Null) im Gegensatz zu Labormessungen bereits Temperaturfluktuationen vorhanden sind.

Der von Kader und Yaglom [22] angegebene Vergleichswert für den Bereich des ATL mit  $B_4 \approx 1.4$  wurde aus Freilandmessungen ermittelt. Hier ergibt sich für den Koeffizienten  $B_4$  der Wertebereich

$$0.7 \leq B_4 = \sqrt{t^2}/[Q_{Wand}^{2/3}(\beta z)^{-1/3}] \leq 1.0 \quad ,$$

der damit ebenfalls deutlich unter dem Vergleichswert liegt.

Die Korrelation  $\overline{u't'}$  als longitudinaler Temperaturfluß bezogen auf den vertikalen Temperaturfluß an der Wand  $Q_{Wand}$  bzw.  $U_\tau^2 Q_{Wand}^{1/3} (\beta z)^{-2/3}$  ist in Abb. 7.24 dargestellt. Der

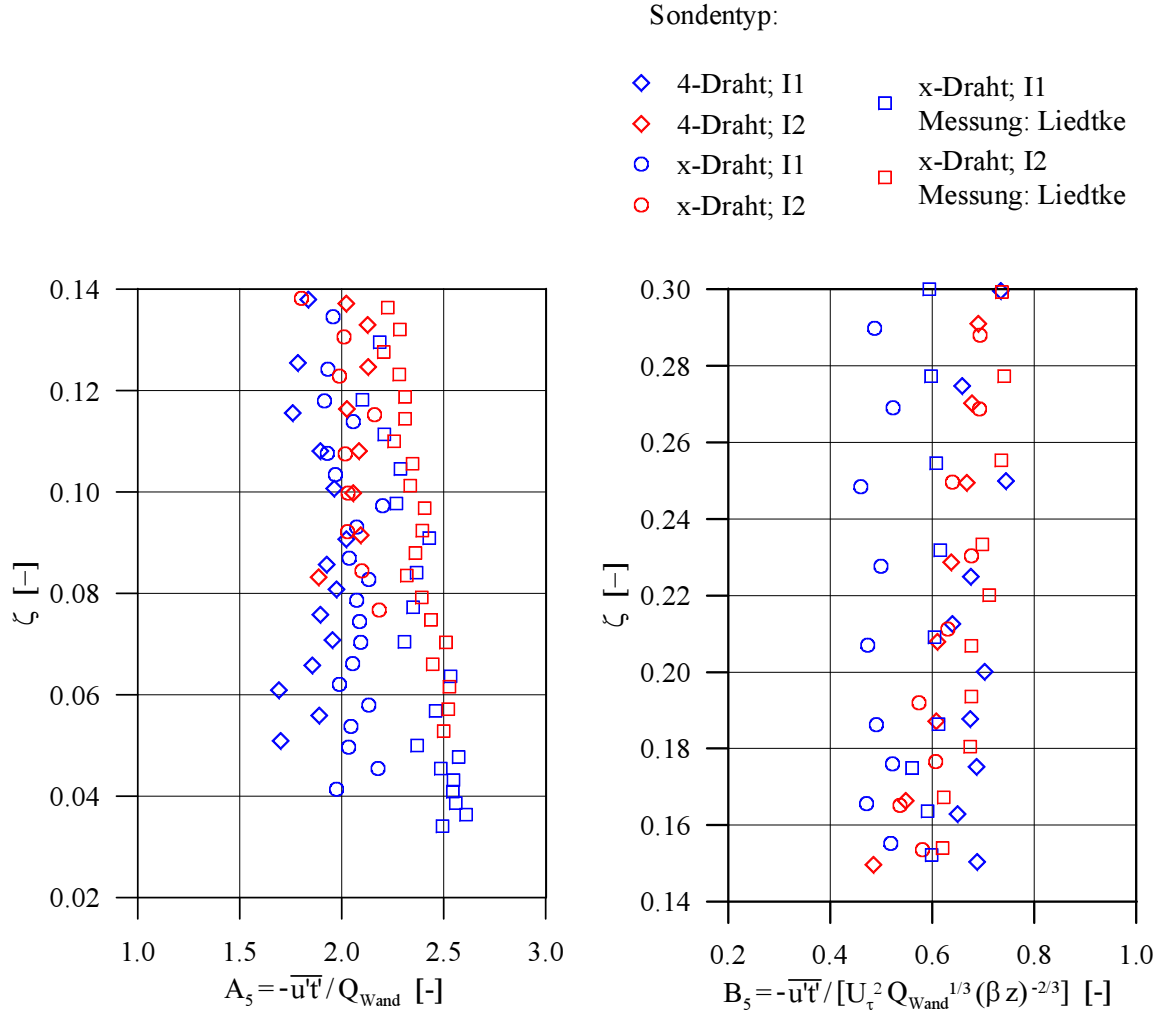


Abbildung 7.24: Longitudinaler Temperaturfluß  $-\overline{u't'}$ , bezogen auf  $Q_{Wand}$  bzw.  $U_\tau^2 Q_{Wand}^{1/3} (\beta z)^{-2/3}$

Vorgabewert für Labormessungen mit  $A_5 = -\overline{u't'}/Q_{Wand} \approx 2.5$  im Bereich des MTL bildet die obere Grenze des Bereiches der bezogenen Meßwerte mit

$$1.7 \leq A_5 \leq 2.5$$

Im Bereich des ATL liegen die ermittelten Koeffizienten  $B_5$  im Bereich

$$0.5 \leq B_5 = -\overline{u't'}/\left[U_\tau^2 Q_{Wand}^{1/3} (\beta z)^{-2/3}\right] \leq 0.7$$

und damit unterhalb des Vergleichswertes von Kader und Yaglom [22] mit  $B_5 \approx 1.2$ , ermittelt aus Freilandmessungen. Als Erklärung für diese Abweichung sei auf die obige Begründung bzgl. der  $\sqrt{t'^2}$ -Werte hingewiesen.

Mit der 4-Draht- und der x-Draht-Sonde mit digitaler Meßwertverarbeitung gemessene Werte der von Kader und Yaglom [22] dargestellten Korrelationen  $\overline{w'^2 t'}$ ,  $\overline{w' t'^2}$ ,  $\overline{u' w' t'}$ ,  $\overline{u' t'^2}$  und  $\overline{t'^3}$  dimensionslos gemacht mit  $U_\tau$ ,  $Q_{wand}$  und  $\beta$  nach Tab. 7.9 zeigen die Abbn. 7.25 bis 7.29.

Die Meßwerte weisen allgemein eine große Streuung auf, was darauf zurückzuführen ist, daß zur Ermittlung von Triple-Korrelationen wesentlich höhere Mittelungszeiten als zur Bestimmung der statistischen Momente erster und zweiter Ordnung nötig sind. Die nachfolgend angegebenen Werte berücksichtigen daher die Meßwerte maximaler Streuung nicht.

Die von Kader und Yaglom [22] angegebenen Koeffizienten  $A_i$  und  $B_i$  ( $i = \{6, \dots, 11\}$ ) beruhen auf der Auswertung von Freilandmessungen. Die mit Ausnahme von  $\overline{u' w'^2}$  in den Korrelationen enthaltene Temperaturfluktuation  $t'$  führt nach Kader und Yaglom [22] für Labor- und Freilandmessungen zu unterschiedlichen Ergebnissen, wobei die aus Labormessungen ermittelten Werte der Koeffizienten kleiner sind als diejenigen aus Freilandmessungen (siehe obige Begründung).

Im Bereich des MTL ergeben die Werte der auf  $U_\tau^2 T_*$  bezogenen Korrelation  $\overline{w'^2 t'}$  (Abb. 7.25) für die Messung mit der 4-Draht-Sonde einen Mittelwert  $\overline{A_6} = 0.51$ , der gut mit dem Vergleichswert  $A_6 \approx 0.55$  übereinstimmt. Der Mittelwert der x-Draht-Sonden-Messung beträgt  $\overline{A_6} = 0.24$ , der Mittelwert aus beiden Messungen

$$\overline{A_6} = 0.40 \quad ,$$

der damit im erwarteten Wertebereich der mit der Fluktuationsgröße  $t'$  gebildeten Korrelation liegt.

Für den Bereich des ATL ergibt sich ein aus allen Messungen gebildeter Mittelwert

$$\overline{B_6} = \overline{w'^2 t'} / [Q_{wand}^{4/3} (\beta z)^{1/3}] = 1.2 \quad ,$$

der Vorgabewert ist  $B_6 \approx 1.0$ . Unterschiede zwischen den für die jeweiligen Meßsysteme gewonnenen Mittelwerten sind vernachlässigbar.

Die Auswertung des Koeffizienten  $A_7$  (vgl. Abb. 7.26) mit  $A_7 = \overline{w' t'^2} * (U_\tau / Q_{wand})$  im Bereich des MTL ergibt für die 4-Draht-Sonden-Messung einen Mittelwert

$$\overline{A_7} = 0.3$$

Die wandnächsten Meßwerte weisen aufgrund nicht ausreichender Mittelungszeit eine große Streuung auf, wobei auch Meßwerte mit negativem Vorzeichen auftreten, diese wurden bei der Auswertung von  $A_7$  nicht berücksichtigt. Eine Hinzunahme der Meßwerte der x-Draht-Sonden-Messung, die eine wesentlich größere Streuung aufweisen, und von Meßpunkten im erweiterten Bereich  $0.1 \leq \zeta < 0.14$  führt für den Mittelwert von  $A_7$  zum gleichen Ergebnis, das wie erwartet unter dem Vergleichswert mit  $A_7 \approx 1.2$  liegt.

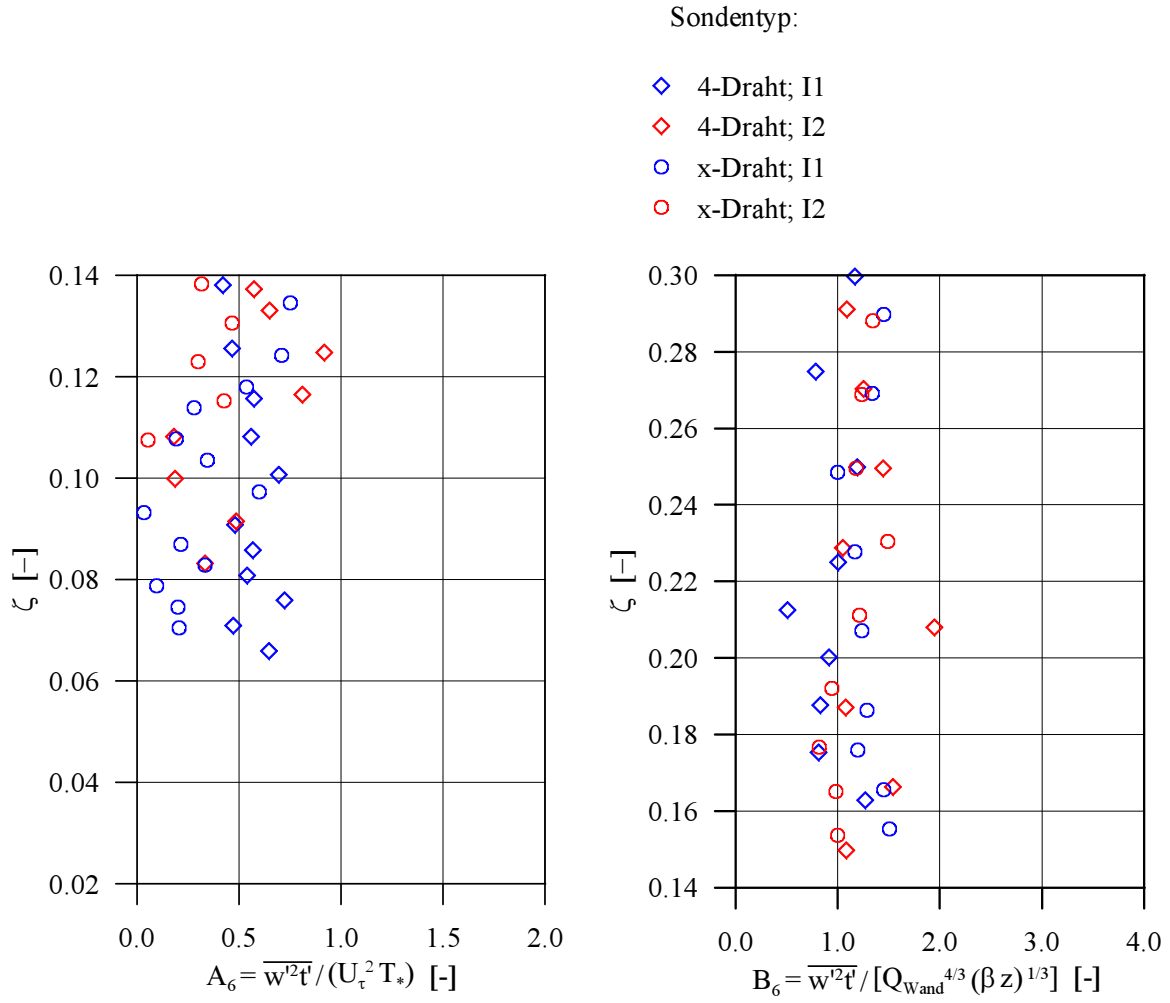


Abbildung 7.25: Triple-Korrelation  $\overline{w'^2 t'}$ , bezogen auf  $U_\tau^2 T_*$  bzw.  $Q_{Wand}^{4/3} (\beta z)^{1/3}$

Gleiches gilt auch für den Koeffizienten  $B_7$  (Abb. 7.26) im Bereich des ATL, dessen Mittelwert sich unter Einbeziehung aller Meßreihen zu

$$\overline{B_7} = \overline{w' t'^2} / [Q_{Wand}^{5/3} (\beta z)^{-1/3}] = 0.4$$

ergibt, wobei keine signifikanten Unterschiede zwischen den Messungen der einzelnen Sondentypen vorhanden sind. Der Vergleichswert nach Kader und Yaglom ist hier  $B_7 \approx 1.1$ .

Für die Koeffizienten  $A_8 = -\overline{u' w' t'} / (U_\tau Q_{Wand})$  und  $A_9 = \overline{u' w'^2} / U_\tau^3$  im Bereich des MTL geben Kader und Yaglom [22] keine Vergleichswerte an. Die eigenen Messungen ergeben nur für den Koeffizienten  $A_8$  (Abb. 7.27) einen gemittelten Wert mit

$$\overline{A_8} = 0.5 \quad ,$$

gebildet mit allen Meßreihen sowohl im Bereich des MTL ( $\zeta \leq 0.1$ ) als auch zusätzlich erweitert durch den Bereich  $0.1 < \zeta < 0.14$ . Betrachtet man die Meßreihen der jeweiligen



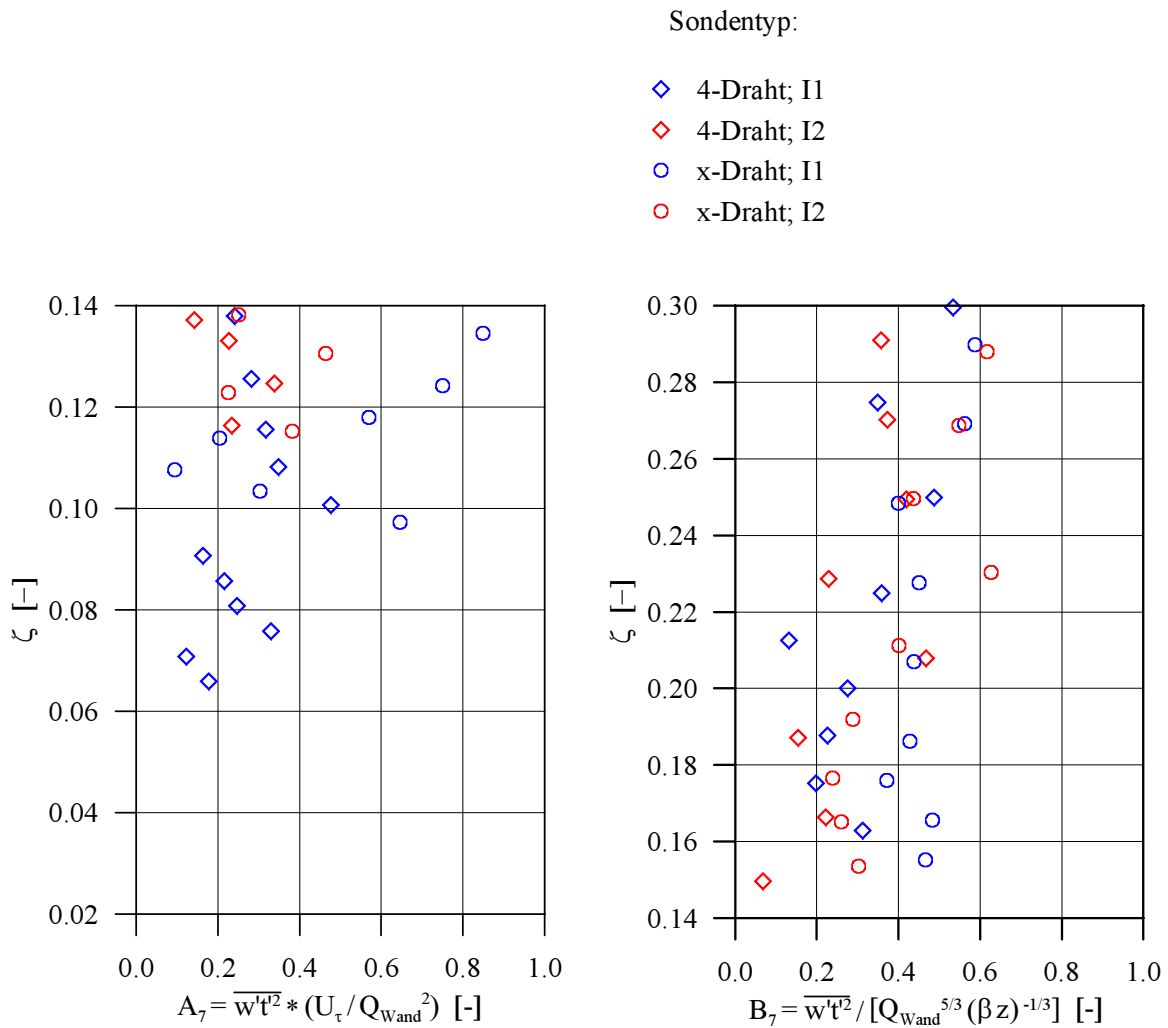


Abbildung 7.26: Triple-Korrelation  $\overline{w't'^2}$ , bezogen auf  $Q_{Wand}^2|_{\overline{T}}/U_{\tau}|\overline{U}$  bzw.  $Q_{Wand}^{5/3}(\beta z)^{-1/3}$

Sondentypen getrennt, ist der Mittelwert für die 4-Draht-Sonden-Messung  $\overline{A_8} = 0.7$ , für die x-Draht-Sonden-Messung  $\overline{A_8} = 0.3$ .

Im Bereich des ATL ergibt sich für den Koeffizienten  $B_8$  (Abb. 7.27) unter Einbeziehung aller Messungen ein Mittelwert

$$\overline{B_8} = -\overline{u'w't'}/\left[U_{\tau}^2 Q_{Wand}^{2/3}(\beta z)^{-1/3}\right] = 0.4 \quad ,$$

wobei die aus den einzelnen Meßreihen ermittelten Mittelwerte hiervon nicht bzw. nur vernachlässigbar abweichen. Der Vergleichswert von Kader und Yaglom [22] ist mit  $B_8 \approx 1.0$  erwartungsgemäß größer.

Der im Bereich des MTL und des ATL ermittelte Verlauf der bezogenen Korrelation  $\overline{u'w'^2}$  weist eine sehr große Streuung auf und wurde daher nicht dargestellt bzw. ausgewertet.

Die Auswertung des Koeffizienten  $A_{10} = -\overline{u't'^2} * U_{\tau}/Q_{Wand}^2$ , vgl. Abb. 7.28 führt zu einem

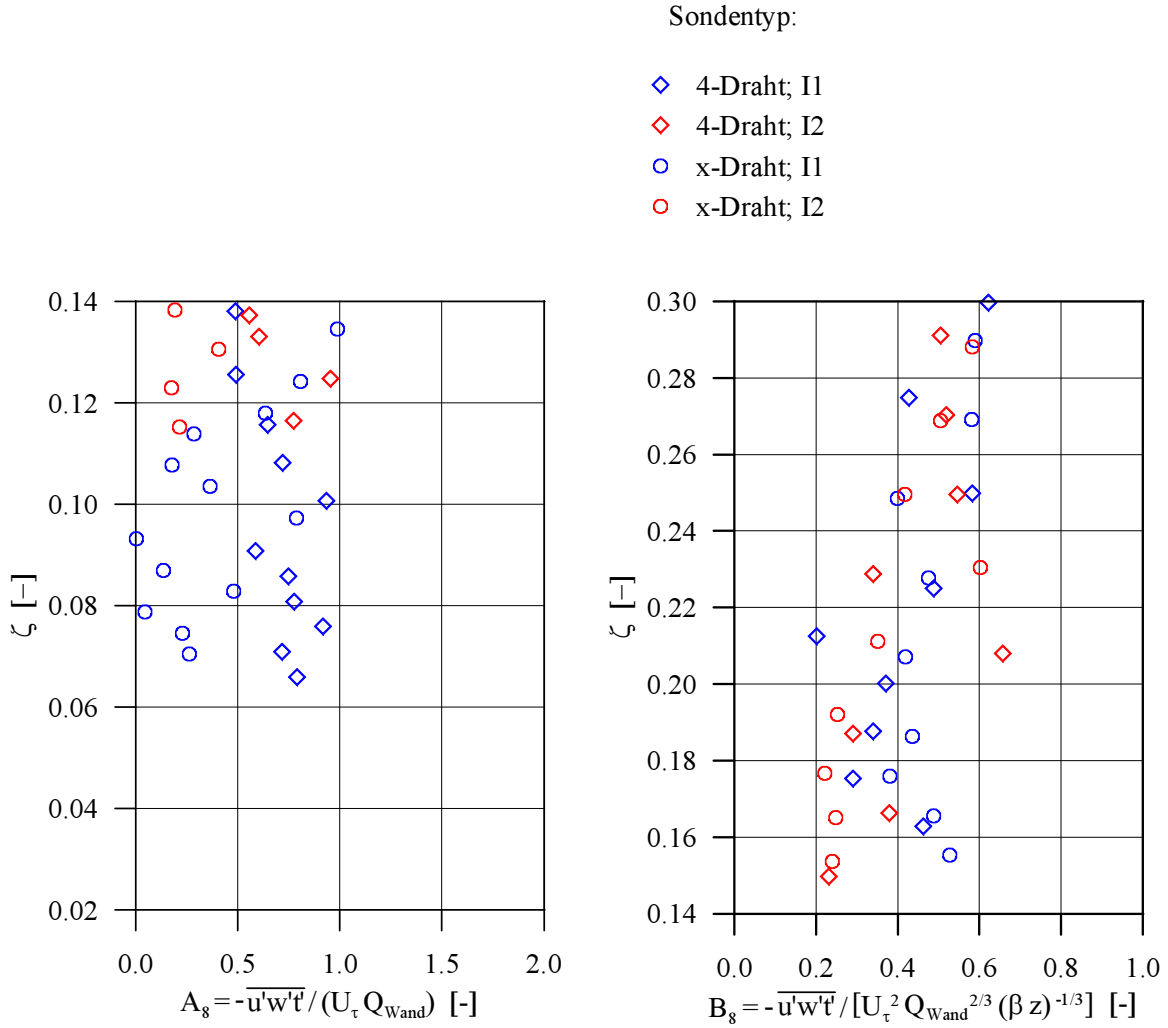


Abbildung 7.27: Triple-Korrelation  $-\overline{u'w't'}$ , bezogen auf  $Q_{Wand} U_\tau$  bzw.  $U_\tau^2 Q_{Wand}^{2/3} (\beta z)^{-1/3}$

Mittelwert

$$\overline{A_{10}} = 1.0$$

unabhängig vom Meßsystem sowohl im Bereich des MTL als auch erweitert durch den Bereich  $0.1 < \zeta < 0.14$ . Ähnlich der Bestimmung der Korrelation  $\overline{w't'^2}$  im Bereich des MTL weisen die wandnächsten Meßwerte aufgrund nicht ausreichender Mittelungszeit eine große Streuung auf, wobei u.a. Meßwerte mit negativem Vorzeichen vorkommen. Dieser Bereich wurden bei der Auswertung von  $A_{10}$  nicht

berücksichtigt. Auch hier ist der Vergleichswert von Kader und Yaglom [22] mit  $A_{10} \approx 4.5$  wie erwartet größer.

Für den Koeffizienten  $B_{10} = -\overline{u't'^2} / [U_\tau^2 Q_{Wand} (\beta z)^{-1}]$  (Abb. 7.28) im Bereich des ATL ergibt sich sowohl für die einzelnen Messungen als auch über alle Meßreihen der folgende Mittelwert:

$$\overline{B_{10}} = 0.3$$

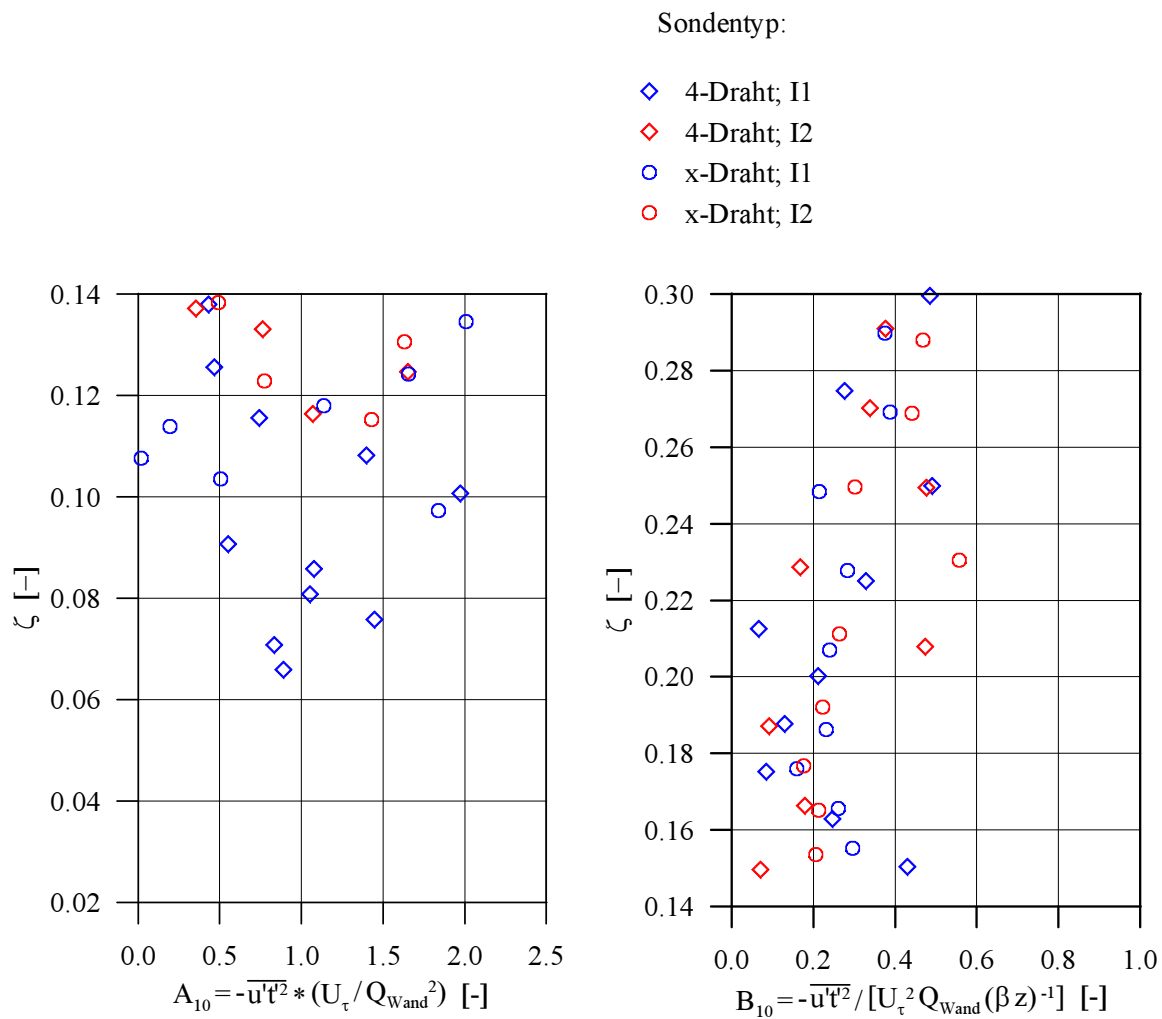


Abbildung 7.28: Triple-Korrelation  $-\overline{u't'^2}$ , bezogen auf  $Q_{Wand}^2|_{\overline{T}}/U_\tau|\overline{U}$  bzw.  $U_\tau^2 Q_{Wand} (\beta z)^{-1}$

Der Vergleichswert ist  $B_{10} \approx 1.0$ .

Die oben angeführten Unterschiede bzgl. der Temperaturfluktuationen  $t'$  in Freiland- und Laboruntersuchungen sowie nicht ausreichende Mittelungszeiten im wandnächsten Bereich des MTL treten bei der Auswertung des Koeffizienten  $A_{11} = \overline{t'^3}/T_*^3$  verstärkt auf. Der wandnächste Bereich mit teilweise negative Vorzeichen aufweisenden Meßwerten wurde daher in der Auswertung nicht berücksichtigt, die für die Auswertung verwendeten Meßpunkte sind in der Abb. 7.29 dargestellt. Mit nur geringer Abweichung zwischen den einzelnen Meßreihen ergibt sich hieraus ein Gesamtmittelwert für  $A_{11}$  mit

$$\overline{A_{11}} = 1.1$$

im Vergleich zum von Kader und Yaglom angegebenen Wert  $A_{11} \approx 10$ .

Für den Mittelwert des Koeffizienten  $B_{11} = \overline{t'^3}/[Q_{Wand}^2 (\beta z)^{-1}]$  (Abb. 7.29) im Bereich des ATL folgt

$$\overline{B_{11}} = 0.3$$

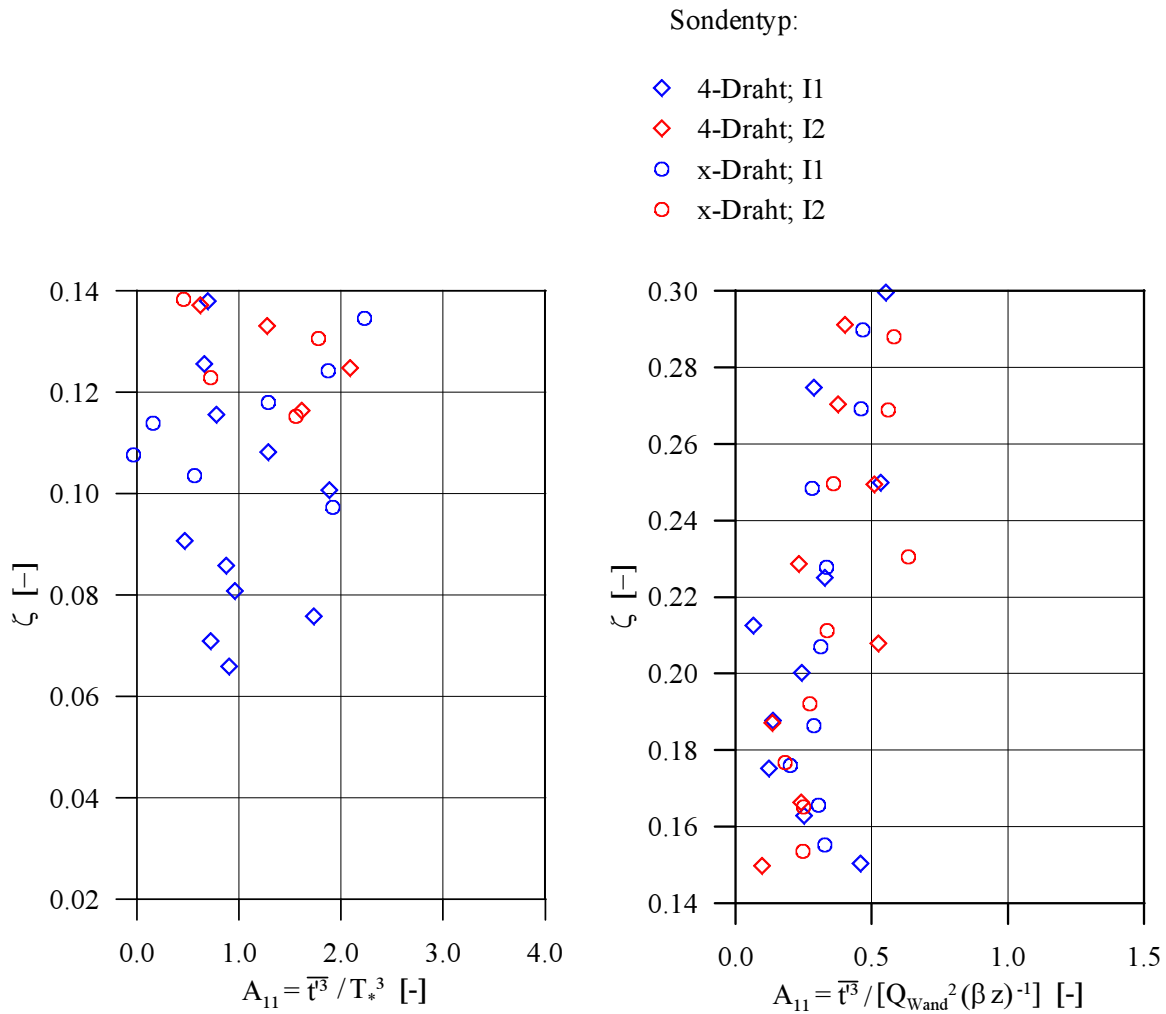


Abbildung 7.29: Triple-Korrelation  $\overline{t'^3}$ , bezogen auf  $T_*^3$  bzw.  $Q_{Wand}^2 (\beta z)^{-1}$

nahezu unabhängig vom verwendeten Sondentyp. Der Vergleichswert ist  $B_{11} \approx 2$ . Zusammengefaßt sind die ermittelten Koeffizienten mit den von Kader und Yaglom [22] angegebenen Werten in der Tabelle 7.10 dargestellt.

Die hier bis auf die Korrelation  $\overline{u'w'^2}$  vollständig ermittelten Werte der Koeffizienten der von Kader und Yaglom [22] dargestellten Ähnlichkeitsfunktionen stimmen, soweit sie Korrelationen ohne die Temperaturfluktuation  $t'$  beschreiben, gut mit den von Kader und Yaglom [22] angegebenen Werten für Labor- und Freilandmessungen überein. Signifikante Differenzen zwischen den Vergleichswerten von Kader und Yaglom [22] aus Freiland- und Labormessungen treten bei Korrelationen auf, die die Temperaturfluktuation beinhalten (siehe obige Begründung). Stehen daher nur Vergleichswerte aus Freilandmessungen für Koeffizienten von Ähnlichkeitsfunktionen, die Korrelationen mit der Temperaturfluktuation beschreiben, zur Verfügung, kann nur das Kriterium herangezogen werden, daß die Werte der Koeffizienten aus Labormessungen kleiner sein müssen, was für die eigenen Messungen zutrifft.

Koeffizient	Kader und Yaglom [22]		eigene Untersuchung
	Freilandmessung	Labormessung	
$A_1$	$\approx 2.7$	$\approx 2.3$	$2.0 \leq A_1 \leq 2.6$
$B_1$	–	–	$1.1 \leq B_1 \leq 1.2$
$A_2$	$\approx 2.5$	$\approx 1.7$	$1.7 \leq A_2 \leq 1.9$
$B_2$	–	–	$B_2 \approx 0.9$
$A_3$	$\approx 1.25$	$\approx 1.0$	$1.2 \leq A_3 \leq 1.3$
$B_3$	$\approx 1.65$	–	$B_3 \approx 1.8$
$A_4$	$\approx 2.9$	$\approx 1.3$	$1.6 \leq A_4 \leq 1.7$
$B_4$	$\approx 1.4$	–	$0.7 \leq B_4 \leq 1.0$
$A_5$	$\approx 3.8$	$\approx 2.5$	$1.7 \leq A_5 \leq 2.5$
$B_5$	$\approx 1.2$	–	$0.5 \leq B_5 \leq 0.7$
$A_6$	$\approx 0.55$	–	$\overline{A_6} = 0.40$
$B_6$	$\approx 1.0$	–	$\overline{B_6} = 1.2$
$A_7$	$\approx 1.2$	–	$\overline{A_7} = 0.3$
$B_7$	$\approx 1.1$	–	$\overline{B_7} = 0.4$
$A_8$	–	–	$\overline{A_8} = 0.5$
$B_8$	$\approx 1.0$	–	$\overline{B_8} = 0.4$
$A_9$	–	–	–
$B_9$	$\approx 0.8$	–	–
$A_{10}$	$\approx 4.5$	–	$\overline{A_{10}} = 1.0$
$B_{10}$	$\approx 1.0$	–	$\overline{B_{10}} = 0.3$
$A_{11}$	$\approx 10$	–	$\overline{A_{11}} = 1.1$
$B_{11}$	$\approx 2$	–	$\overline{B_{11}} = 0.3$

Tabelle 7.10: Koeffizienten der Funktionen zur Beschreibung der Korrelationsverläufe nach Kader und Yaglom [22]

### 7.5.3 Beschreibung der Grenzschicht im Bereich des *Mixed Layer*

Der sich an den *Surface Layer* anschließende und bis zur oberen Begrenzung reichende Bereich der Grenzschicht, der sog. *Mixed Layer*, ist nach Sorbjan [40] bei Strömungen ohne dynamische Turbulenzproduktion bzgl. seiner Turbulenzstruktur durch lokale Ähnlichkeit charakterisiert. Die für den Bereich des *Surface Layer* hergeleitete Ähnlichkeitstheorie kann unter Verwendung der lokalen Größe des vertikalen Wärmestromes als Ursache der thermischen Turbulenzproduktion und mit Hilfe des Wandabstandes zur Bestimmung von charakteristischer Länge sowie Temperatur- und Geschwindigkeitswert auch im Bereich des *Mixed Layer* angewandt werden. Nach Sorbjan [40] ist diese Betrachtung jedoch nur dann zulässig, wenn am oberen Rand der Grenzschicht der vertikale Temperaturfluß gleich Null ist, was für die hier durchgeführten Untersuchungen zutrifft.

Sowohl Messungen in der atmosphärischen Grenzschicht als auch numerische Studien zeigen nach Sorbjan [40] für den Temperaturfluß  $Q\langle z \rangle$  im Bereich des *Mixed Layer* eine lineare Abhängigkeit von der Höhenkoordinate  $z$ :

$$Q\langle z \rangle = Q_+ (1 - \xi) \quad (7.12)$$

mit dem Temperaturfluß  $Q_+ = Q|_{\xi=0}$  extrapoliert auf den unteren Rand der Grenzschicht und der dimensionslosen Höhe  $\xi$  mit

$$\xi = \frac{z}{\delta} \quad (7.13)$$

In Tab. 7.11 sind die beschreibenden Parameter des *Mixed Layer* sowie die sich aus der Dimensionsanalyse ergebenden charakteristischen Größen dargestellt.

beschreibende Parameter:	$\beta, Q_+\langle z \rangle, z$
charakteristische Größe:	
• Länge	$L_+\langle z \rangle = z$
• vertikale Geschw.	$w_+\langle z \rangle = [\beta L_+ Q_+\langle z \rangle]^{1/3}$
• Temperatur	$\Theta_+\langle z \rangle = -Q_+\langle z \rangle / w_+\langle z \rangle$

Tabelle 7.11: Beschreibende Parameter und charakteristische Größen des *Mixed Layer*

Für eine allgemeine Darstellung der statistischen Momente  $M$  gilt:

$$\frac{M}{L_+^{\gamma_1} w_+^{\gamma_2} \Theta_+^{\gamma_3}} = const.$$

mit den Exponentialkoeffizienten  $\gamma_i$  ( $i = \{1, 2, 3\}$ ) abhängig von der Dimension von  $M$ .

Unter Verwendung der Gl. 7.12 und den Bezugswerten für Geschwindigkeit und Temperatur im Bereich des *Mixed Layer*

$$w_{ml} = (\beta \delta Q_+)^{1/3} \quad (7.14)$$

$$\Theta_{ml} = -\frac{Q_+}{w_{ml}} \quad (7.15)$$

zur Darstellung der charakteristischen vertikalen Geschwindigkeit  $w_+$

$$w_+ = w_{ml} \xi^{1/3} (1 - \xi)^{1/3}$$

und der charakteristischen Temperatur  $\Theta_+$

$$\Theta_+ = \Theta_{ml} \xi^{-1/3} (1 - \xi)^{2/3}$$

folgt für die statistischen Momente  $\overline{w'^3}$ ,  $\overline{w'^2}$  und  $\overline{t'^2}$  in Abhängigkeit von  $\xi$ :

$$\overline{w'^3} = c_3 w_{ml}^3 \left(1 - \frac{\xi}{2}\right) \xi \quad (7.16)$$

$$\overline{w'^2} = c_w w_{ml}^2 \xi^{2/3} (1 - \xi)^{2/3} \quad (7.17)$$

$$\overline{t'^2} = c_\theta \Theta_{ml}^2 \frac{(1 - \xi)^{4/3}}{\xi^{2/3}} \quad (7.18)$$

Die Auswertung von Freilandmessungen ergibt nach Sorbjan [40] für die obigen Koeffizienten:  $c_3 = 0.4$ ,  $c_w = 1$  und  $c_\theta = 2$ .

Bei konvektiven Grenzschichtströmungen mit dynamischer Turbulenzproduktion erweitert sich die Liste der das Strömungsproblem beschreibenden relevanten Parameter nach Zilitinkevich [47] um die mit der Dichte  $\rho$  normierte Schubspannung  $\tau_*$ , wobei ähnlich dem Verlauf des Temperaturflusses  $Q$  (vgl. Gl. 7.12) eine lineare Abhängigkeit von der dimensionslosen Höhe  $\xi$  angenommen wird:

$$\tau_* \langle z \rangle = U_{\tau,+}^2 (1 - \xi) \quad (7.19)$$

mit der Schubspannungsgeschwindigkeit  $U_{\tau,+}$  extrapoliert auf den unteren Rand der Grenzschicht.

Für den resultierenden vertikalen Temperaturfluß  $Q \langle z \rangle$  und die resultierende normierte Schubspannung  $\tau_* \langle z \rangle$  folgt damit:

$$Q \langle z \rangle = Q_+ (1 - \xi)$$

bzw.

$$\tau_* \langle z \rangle = U_{\tau,+}^2 (1 - \xi)$$

Die charakteristischen Größen ergeben sich zu:

- konvektive Länge  $L_{th}$  [ $\mathbf{L}_z$ ]:

$$L_{th} = z = \delta \xi$$

- konvektive vertikale Geschwindigkeit  $w_{th}$  [ $\mathbf{L}_z \mathbf{T}$ ]:

$$w_{th}\langle z \rangle = (\beta Q_+\langle z \rangle L_{th})^{1/3} = w_{ml} [\xi (1 - \xi)]^{1/3}$$

- dynamische vertikale Geschwindigkeit  $w_{dyn}$  [ $\mathbf{L}_x \mathbf{T}$ ]:

$$w_{dyn}\langle z \rangle = \frac{\tau_\star\langle z \rangle}{w_{th}\langle z \rangle} = \frac{U_{\tau,+}^2}{w_{ml}} \xi^{-1/3} (1 - \xi)^{2/3}$$

- Temperatur  $\Theta$  [ $\Theta$ ]:

$$\Theta\langle z \rangle = \frac{Q_+\langle z \rangle}{w_{th}\langle z \rangle} = -\Theta_{ml} \xi^{-1/3} (1 - \xi)^{2/3}$$

mit den Bezugswerten  $w_{ml}$  und  $\Theta_{ml}$  für Geschwindigkeit und Temperatur nach den Gln. 7.14 und 7.15.

Der vertikale Verlauf eines statistischen Momentes  $M$  ist nach Zilitinkevich [47] in der konvektiven Grenzschicht im Bereich oberhalb des MTL durch die Summe konvektiv und dynamisch generierter sowie kovarianter Anteile durch Energieeintrag am Boden der Grenzschicht bestimmt:

$$M = M_{th} + M_{dyn} + \sum_k M_{cov,k}$$

mit

$$\frac{\{M_{th}, M_{dyn}, M_{cov,k}\}}{L_{th}^{\gamma_1} w_{th}^{\gamma_2} w_{dyn}^{\gamma_3} \Theta^{\gamma_4}} = const.$$

und den Exponentialkoeffizienten  $\gamma_i$  ( $i = \{1, \dots, 4\}$ ) abhängig von der Dimension von  $M$ .

Nachfolgende Beispiele statistischer Momente sind bei Zilitinkevich [47] dargestellt:

- spezifische kinetische Turbulenzenergie:

$$e = \underbrace{c_{e,th} w_{th}^2}_A + \underbrace{c_{e,cov} w_{th} w_{dyn}}_B + \underbrace{c_{e,dyn} w_{dyn}^2}_C \quad (7.20)$$

- Varianz der Temperatur:

$$\overline{t'^2} = c_t \Theta^2 \quad (7.21)$$

- longitudinaler Temperaturfluß:

$$Q_x = (c_{Q_x,th} w_{th} + c_{Q_x,dyn} w_{dyn}) \Theta \quad (7.22)$$



Die obigen Darstellungen lassen unterschiedliche Entstehungsmechanismen von Turbulenzenergie erkennen. Die mit  $A$  markierten Terme stehen für die Produktion durch Konvektion in Form von dreidimensionalen Rayleigh-Benard-Zellen, die mit  $B$  markierten Terme für die Produktion durch Konvektion gekoppelt mit Scherung in Form von zweidimensionalen Rollen mit einer Achse in lateraler Richtung und die mit  $C$  markierten Terme für eine dynamische Produktion aufgrund von Scherung. Welcher Entstehungsmechanismus wirksam ist, läßt sich durch das Verhältnis von dynamischer zu thermischer Turbulenzproduktion

$$\Pi_+ = \left( \frac{U_{\tau,+}}{w_{ml}} \right)^2$$

bestimmen. Produktion durch Konvektion tritt im Bereich  $\Pi_* < 0.35$  auf, gekoppelte Turbulenzproduktion im Bereich  $0.35 < \Pi_* < 2$ . Für  $\Pi_* > 2$  hat die Grenzschichtströmung den Charakter einer Ekman-Strömung, der Einfluß der Erdrotation auf die atmosphärische Grenzschichtströmung ist nicht mehr zu vernachlässigen.

#### 7.5.4 Auswertung der Messungen im Bereich des *Mixed Layer*

Die von Zilitinkevich [47] im Bereich des *Mixed Layer* geforderte lineare Abhängigkeit der mit der Dichte  $\rho$  normierten Schubspannung  $\tau_* \langle z \rangle = -\overline{u'w'} \langle z \rangle$  und des vertikalen Temperaturflusses  $Q \langle z \rangle = \overline{w'\theta'} \langle z \rangle$  von der dimensionslosen Höhe  $\xi = z/\delta_{ml}$  mit

$$\tau_* \langle z \rangle = U_{\tau,+}^2 (1 - \xi)$$

und

$$Q \langle z \rangle = Q_+ (1 - \xi)$$

(Gln. 7.19 und 7.12) ist in den Abbn. 7.30 bis 7.33 klar ersichtlich.

Die sich aus dieser Forderung ergebenden Grenzschichtdicken  $\delta_{ml}|_\tau$  und  $\delta_{ml}|_Q$  für dynamische (aus dem Verlauf  $\tau \langle z \rangle$ ) und thermische Turbulenzproduktion ( $Q \langle z \rangle$ ) sowie die Bezugsgrößen  $U_{\tau,+}$  und  $Q_+$  wurden durch lineare Regression bestimmt. Die Ergebnisse zeigen, daß das Verhältnis der Grenzschichtdicken  $\delta_{ml}|_\tau/\delta_{ml}|_Q$  mit zunehmender Instabilität abnimmt.

Die ermittelten Werte für  $U_{\tau,+}$  und  $Q_+$  stellen die Bezugsgrößen für die Ansätze nach den Gln. 7.12 und 7.19 dar, in denen ein Bereich konstanter Wandschubspannung bzw. vertikalen Temperaturflusses nicht berücksichtigt ist. Sie sind in Tab. 7.12 zusammen mit den hieraus berechneten charakteristischen Größen  $w_{ml}$  und  $\Theta_{ml}$  dargestellt, wobei der im Bereich des *Surface Layer* bestimmte Auftriebsparameter  $\beta$  (vgl. Kap. 7.5.2) und als Grenzschichtdicke  $\delta_{ml} = \delta_{ml}|_Q$  verwendet wurden.

Die von Kader und Yaglom [22] im Bereich des *Surface Layer* beschriebenen Korrelationen lassen sich nach der Ähnlichkeitstheorie von Zilitinkevich [47] wie folgt darstellen:

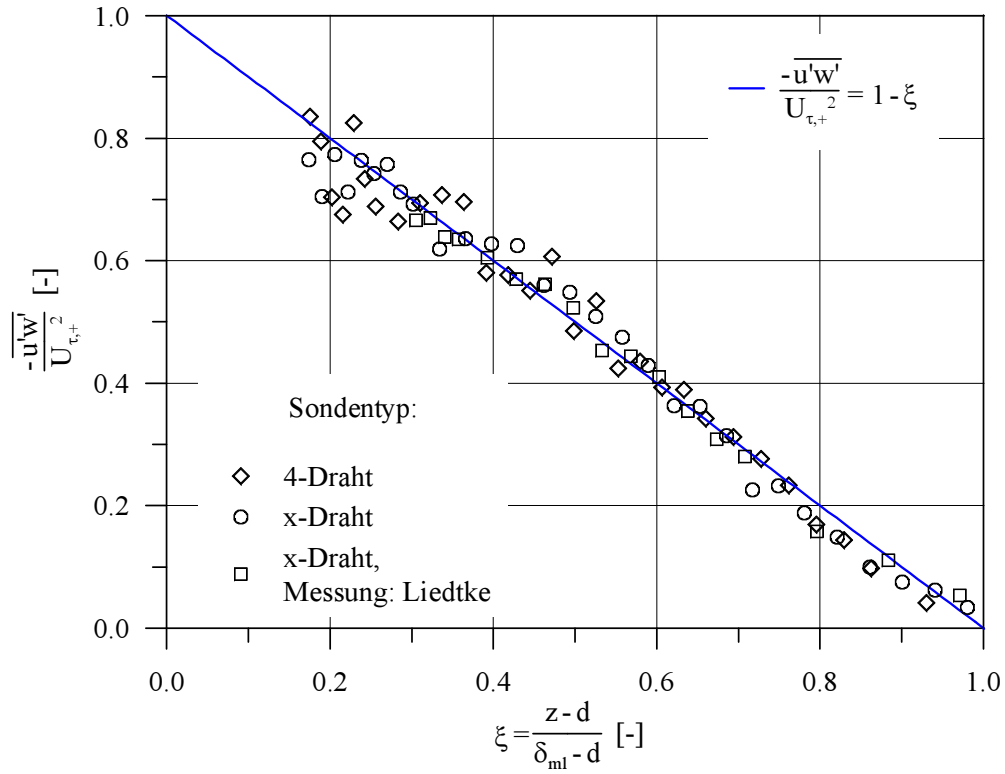


Abbildung 7.30: mit  $\rho$  normierte Schubspannung  $\tau_* \langle z \rangle$  bezogen auf  $U_{\tau,+}^2$ , Grenzschichtdicke:  $\delta_{ml} = \delta_{ml}|_{\tau}$ ; Stabilitätsklasse I1

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{\overline{u'^2}}{v'^2} \\ \frac{\overline{v'^2}}{w'^2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c_{u2,th} \\ c_{v2,th} \\ c_{w2,th} \end{bmatrix} w_{ml}^2 [\xi (1 - \xi)]^{2/3} + \begin{bmatrix} c_{u2,dyn} \\ c_{v2,dyn} \\ c_{w2,dyn} \end{bmatrix} \frac{U_{\tau,+}^4 (1 - \xi)^{4/3}}{w_{ml}^2 \xi^{2/3}} + \\ &+ \begin{bmatrix} c_{u2,kov} \\ c_{v2,kov} \\ c_{w2,kov} \end{bmatrix} U_{\tau,+}^2 (1 - \xi) \end{aligned} \quad (7.23)$$

$$\overline{t'^2} = -c_{t2} \Theta_{ml}^2 \frac{(1 - \xi)^{4/3}}{\xi^{2/3}} \quad (7.24)$$

$$\overline{u't'} = -c_{ut,th} w_{ml} \Theta_{ml} (1 - \xi) - c_{ut,dyn} \frac{U_{\tau,+}^2}{w_{ml}} \Theta_{ml} \frac{(1 - \xi)^{4/3}}{\xi^{2/3}} \quad (7.25)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\overline{u'w't'}}{w'^2 t'} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_{uwt,th} \\ c_{w2t,th} \end{bmatrix} w_{ml}^2 \Theta_{ml} \xi^{1/3} (1 - \xi)^{4/3} - \begin{bmatrix} c_{uwt,dyn} \\ c_{w2t,dyn} \end{bmatrix} \left( \frac{U_{\tau,+}^2}{w_{ml}} \right)^2 \Theta_{ml} \frac{(1 - \xi)^2}{\xi} -$$

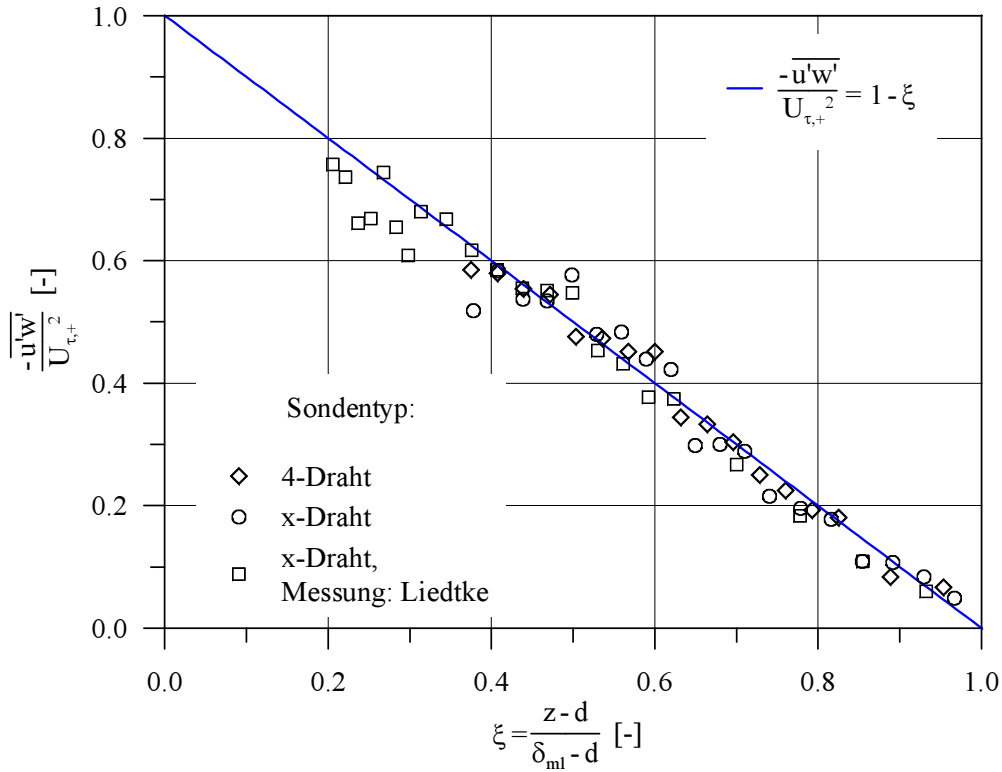


Abbildung 7.31: mit  $\rho$  normierte Schubspannung  $\tau_*(z)$  bezogen auf  $U_{\tau,+}^2$ , Grenzschichtdicke:  $\delta_{ml} = \delta_{ml}|_{\tau}$ ; Stabilitätsklasse  $I2$

$$- \begin{bmatrix} c_{uwt,kov} \\ c_{w2t,kov} \end{bmatrix} U_{\tau,+}^2 \Theta_{ml} \frac{(1-\xi)^{5/3}}{\xi^{1/3}} \quad (7.26)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{u't'^2} \\ \overline{w't'^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{ut2,th} \\ c_{wt2,th} \end{bmatrix} w_{ml} \Theta_{ml}^2 \frac{(1-\xi)^{5/3}}{\xi^{1/3}} + \begin{bmatrix} c_{ut2,dyn} \\ c_{wt2,dyn} \end{bmatrix} \frac{U_{\tau}^2}{w_{ml}} \Theta_{ml}^2 \frac{(1-\xi)^2}{\xi} \quad (7.27)$$

$$\overline{t'^3} = -c_{t3} \Theta_{ml}^3 \frac{(1-\xi)^2}{\xi} \quad (7.28)$$

Die Auswertung der Messungen erfolgte im Bereich  $0.1 (\delta_{ml}|_Q - d) \leq z - d \leq \delta_{ml}|_Q - d$ . Die auf der Basis einer Fehlerquadrat-Approximation ermittelten Koeffizienten  $c$  sind in Tab. 7.13 dargestellt, die Verläufe der Korrelationen und die entsprechenden Ähnlichkeitsfunktionen in den Abbn. 9.35 bis 9.54 im Kap. 9.2.2 exemplarisch für die 4-Draht-Sonden-Messung.

Die ermittelten entsprechenden Koeffizienten sind mit nur wenigen Ausnahmen in der Stabilitätsklasse  $I2$  kleiner als in der Stabilitätsklasse  $I1$ . Betrachtet man das Verhältnis der Koeffizienten einer Korrelationsgröße zueinander, so stimmt dieses gut überein. Für die Korrelationen  $\overline{u'^2}$  und  $\overline{v'^2}$  gilt in guter Näherung

$$c_{th} : c_{dyn} : c_{kov} = 2 : 1 : 4 \quad ,$$

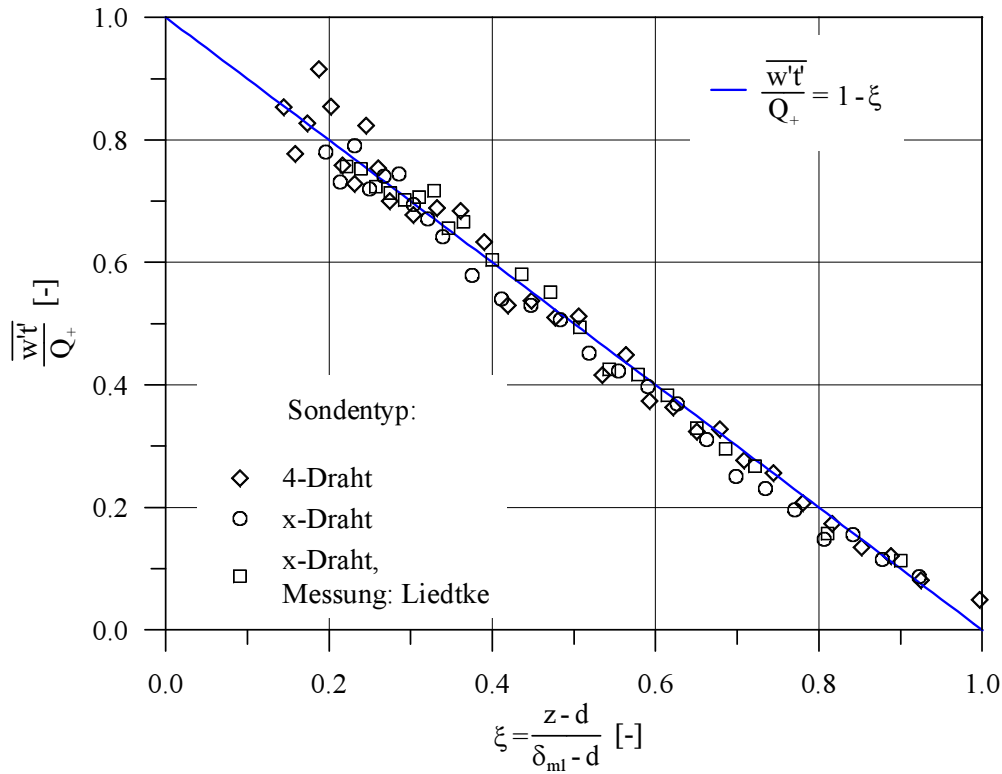


Abbildung 7.32: vertikaler Temperaturfluß  $Q\langle z \rangle$  bezogen auf  $Q_+$ , Grenzschichtdicke:  $\delta_{ml} = \delta_{ml}|_Q$ ; Stabilitätsklasse I1

während die Koeffizienten der Korrelation  $\overline{w'^2}$  folgendes Verhältnis aufweisen:

$$c_{w2,th} : c_{w2,dyn} : c_{w2,kov} = 10 : 1 : 15 \quad ,$$

d.h. der dynamisch generierte Anteil von  $\overline{w'^2}$  ist im Vergleich zu dem von  $\overline{u'^2}$  und  $\overline{v'^2}$  wesentlich kleiner.

Bei den Korrelationen  $\overline{u'w't'}$ ,  $\overline{w'^2t'}$ ,  $\overline{u't'^2}$  und  $\overline{w't'^2}$  ergeben sich die Koeffizienten der dynamischen Anteile zu Null, formal auftretende kovariante Anteile sind daher ebenfalls gleich Null. Die verbleibenden Koeffizienten des dynamischen Anteils liegen (ohne Berücksichtigung der Werte mit der größten Streuung) im Bereich

$$1.0 \leq c_{dyn} \leq 1.5$$

Die Koeffizienten der Temperaturkorrelationen  $\overline{t'^2}$  und  $\overline{t'^3}$  ergeben sich mit sehr guter Übereinstimmung zu  $c_{t2}, c_{t3} \simeq 1$ , wobei die Meßwerte mit abnehmendem Wandabstand sowohl für  $\overline{t'^2}$  als auch für  $\overline{t'^3}$  vom Verlauf der Ähnlichkeitsfunktion zu kleineren Werten hin abweichen. Ursache ist die unzureichende zeitliche Auflösung der Temperaturfluktuationen durch die Kaltdrahtsonde bei zunehmender thermischer Turbulenz mit Annäherung an die Wand.

Während die Korrelationen zweier Fluktuationsgrößen eine sehr kleine Streuung bzgl. des Verlaufes der jeweiligen Ähnlichkeitsfunktion aufweisen, ist diese bei den Triplekorrelationen

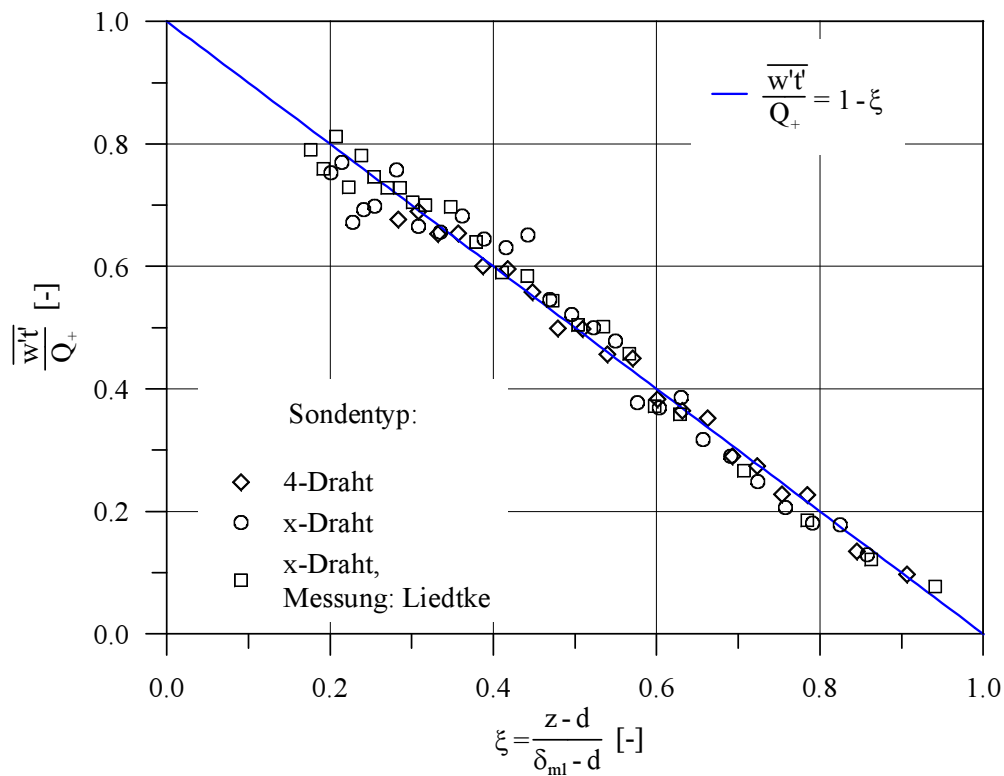


Abbildung 7.33: vertikaler Temperaturfluß  $Q(z)$  bezogen auf  $Q_+$ , Grenzschichtdicke:  $\delta_{ml} = \delta_{ml}|_Q$ ; Stabilitätsklasse  $I2$

bei gleicher Mittelungszeit wesentlich größer und steigt mit abnehmendem Wandabstand an, so daß hier offensichtlich deutlich längere Mittelungszeiten notwendig sind, um eine gleichwertige Streuung der Meßwerte zu erreichen.

Abb. 9.55 zeigt für die Messung der mittleren Strömungsgrößen den Anteil der Meßwerte, der bei der Meßwertverarbeitung des 4-Draht-Sonden-Meßsystems als außerhalb des Auswertebereiches, d.h. des zulässigen Anströmbereiches liegend erkannt und bei der Auswertung nicht berücksichtigt wurde, wobei ähnlich wie bei der Messung in neutral geschichteter Grenzschicht der höhere Anteil in Wandnähe aus den dort größeren Turbulenzgraden resultiert.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die hier gemessenen Korrelationsverläufe im Bereich  $0.2 (\delta_{ml}|_Q - d) \leq z - d \leq \delta_{ml}|_Q - d$  gut mit der von Zilitinkevich [47] dargestellten Ähnlichkeitstheorie beschrieben werden können. Gleich der Auswertung im Bereich des *Surface Layer* zeigen die Verläufe von Korrelationen zweier Strömungsgrößen eine wesentlich geringere Streuung bzgl. der Funktion der Ähnlichkeitshypothese als Triple-Korrelationen.

Sondentyp	4-Draht		x-Draht		x-Draht	
Meßwertverarbeitung	digital		digital		analog nach Wier [44] Meßwerte: Liedtke [32]	
Instabilität	I1	I2	I1	I2	I1	I2
Auswertung der Messung der norm. Wandschubspannung $\tau_* \langle z \rangle = -\overline{u'w'} \langle z \rangle$						
$U_{\tau,+} [m/s]$	0.19	0.25	0.20	0.25	0.23	0.22
$\delta_{ml} [mm]$	752	786	637	683	576	655
Auswertung der Messung des Temperaturflusses $Q \langle z \rangle = \overline{w't'} \langle z \rangle$						
$Q_+ [K m/s]$	0.33	0.95	0.50	1.39	0.42	1.12
$\delta_{ml} [mm]$	702	826	557	736	566	649
charakteristische Größen						
$w_{ml} [m/s] (\delta_{ml} = \delta_{ml Q})$	0.19	0.28	0.20	0.31	0.19	0.28
$\Theta_{ml} [K]$	-1.72	-3.37	-2.43	-4.52	-2.16	-4.08
$\Pi_+ [-]$	0.94	0.77	0.97	0.65	1.4	0.63

Tabelle 7.12: gemessene Größen der instabil geschichteten turbulenten Grenzschicht mit Bodenrauigkeit im Bereich des *Mixed Layer*, Stabilitätsklassen *I1* und *I2*

Sondentyp		4-Draht		x-Draht		x-Draht	
Meßwertverarbeitung		digital		digital		analog nach Wier [44] Meßwerte: Liedtke [32]	
Instabilität		I1	I2	I1	I2	I1	I2
Korrelationen							
$\overline{u'^2}$	$c_{u2,th}$	1.0	0.6	1.0	0.4	1.0	0.8
	$c_{u2,dyn}$	0.4	0.3	0.4	0.3	0.2	0.2
	$c_{u2,kov}$	1.8	1.4	1.7	1.1	1.8	1.2
$\overline{v'^2}$	$c_{v2,th}$	0.6	0.4	-	-	-	-
	$c_{v2,dyn}$	0.2	0.2	-	-	-	-
	$c_{v2,kov}$	1.1	0.6	-	-	-	-
$\overline{w'^2}$	$c_{w2,th}$	0.7	0.5	1.0	0.8	0.9	0.5
	$c_{w2,dyn}$	0.07	0.08	0.05	0.04	0.03	0.04
	$c_{w2,kov}$	1.0	0.8	1.5	1.1	1.1	1.3
$\overline{t'^2}$	$c_{t2}$	1.0	1.0	0.9	0.9	1.0	1.0
$\overline{u't'}$	$c_{ut,th}$	1.0	0.9	0.8	0.5	1.0	0.7
	$c_{ut,dyn}$	0.4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4
$\overline{u'w't'}$	$c_{uwt,th}$	1.4	1.2	1.4	0.9	-	-
	$c_{uwt,dyn}$	0.0	0.0	0.0	0.0	-	-
	$c_{uwt,kov}$	0.0	0.0	0.0	0.0	-	-
$\overline{w'^2t'}$	$c_{w2t,th}$	1.5	1.3	1.7	1.3	-	-
	$c_{w2t,dyn}$	0.0	0.0	0.0	0.0	-	-
	$c_{w2t,kov}$	0.0	0.0	0.0	0.0	-	-
$\overline{u't'^2}$	$c_{ut2,th}$	1.5	1.4	1.1	0.8	-	-
	$c_{ut2,dyn}$	0.0	0.0	0.0	0.0	-	-
$\overline{w't'^2}$	$c_{wt2,th}$	1.0	1.2	1.0	1.0	-	-
	$c_{wt2,dyn}$	0.0	0.0	0.0	0.0	-	-
$\overline{t'^3}$	$c_{t3}$	1.0	1.0	0.9	0.9	-	-

Tabelle 7.13: ausgewertete Koeffizienten der Ansätze nach Zilitinkevich [47], Gln. 7.23 bis 7.28

## 8 Zusammenfassung

Inhalt der vorliegenden Arbeit ist die Untersuchung neutral und instabil geschichteter Gleichdruck-Grenzschichten mit Bodenrauigkeit bzgl. charakteristischer Eigenschaften und deren Darstellung durch Ähnlichkeitshypothesen im wandnahen (*Surface Layer*) und äußeren Bereich (*Mixed Layer*) der Grenzschicht. Zur Ermittlung von Strömungsgrößen und damit gebildeter Korrelationen in diesen von sehr großen Geschwindigkeits- und (bei instabiler Schichtung) Temperaturgradienten charakterisierten Strömungsfeldern mit ausreichender zeitlicher Auflösung wird ein 4-Draht-Meßsystem auf Basis der Hitzdrahtanemometrie vorgestellt.

Für die Grenzschichtuntersuchungen wird neben dem 4-Draht-Meßsystem ein Meßaufbau mit x-Draht-Sonde und zwei Temperatursonden nach Wier [44] jedoch mit digitaler Meßwertverarbeitung verwendet, zusätzlich werden Meßwerte herangezogen, die von Liedtke [32] mit dem bei Wier beschriebenen Aufbau mit analoger Meßwerterfassung ermittelt wurden.

Für die Darstellung des *Surface Layer* wird die Ähnlichkeitshypothese von Kader und Yaglom [22] verwendet, die in diesem Bereich mit Hilfe einer gerichteten Dimensionsanalyse drei Schichten beschreibt, die durch jeweils unterschiedliche physikalische Vorgänge der Entstehung von Turbulenzenergie gekennzeichnet sind.

Von den drei dargestellten Bereichen können in den hier untersuchten Stabilitätsklassen *I1* und *I2* (nach Liedtke [32]) die zwei wandnächsten Bereiche MTL und ATL ausgewertet werden, der dritte Bereich FCL ist (wenn in *I1* und *I2* überhaupt vorhanden) durch die Meßpunkte räumlich nicht ausreichend aufgelöst.

Die hier bis auf die Korrelation  $\overline{u'w'^2}$  vollständig ermittelten Werte der Koeffizienten der von Kader und Yaglom [22] dargestellten Ähnlichkeitsfunktionen stimmen, soweit sie Korrelationen ohne die Temperaturfluktuation  $t'$  beschreiben, gut mit den von Kader und Yaglom [22] angegebenen Werten für Labor- und Freilandmessungen überein. Signifikante Differenzen zwischen den Vergleichswerten von Kader und Yaglom [22] aus Freiland- und Labormessungen treten bei Korrelationen auf, die die Temperaturfluktuation beinhalten. Kader und Yaglom [22] begründen dies damit, daß in der atmosphärischen Grenzschichtströmung bei neutraler Schichtung (Auftriebskräfte gleich Null) im Gegensatz zu Labormessungen bereits Temperaturfluktuationen vorhanden sind. Stehen daher nur Vergleichswerte aus Freilandmessungen für Koeffizienten von Ähnlichkeitsfunktionen, die Korrelationen mit der Temperaturfluktuation beschreiben, zur Verfügung, kann nur das Kriterium herangezogen werden, daß die Werte der Koeffizienten aus Labormessungen kleiner sein müssen, was für die eigenen Messungen zutrifft.

In den hier untersuchten Grenzschichtströmungen mit hoher Bodenrauigkeit erstreckt sich der Bereich des *Surface Layer* bis zu Werten von  $\zeta \simeq 0.3$ , was einer Ausdehnung in der Größenordnung von 20% der Grenzschichtdicke entspricht. Für Freilandmessungen, die allerdings bei vergleichsweise wesentlich geringerer Bodenrauigkeit durchgeführt wurden, geben Kader und Yaglom [22] einen Wert von 10% der Grenzschichtdicke an. Ursache für die hier



gemessene große Ausdehnung des Bereiches des *Surface Layer* im Vergleich zu den Angaben von Kader und Yaglom [22] ist vermutlich die hohe Bodenrauigkeit. Untersuchungen von Liedtke [32] in Grenzschichten mit verschiedenen Stabilitätsklassen und Bodenrauigkeitsgraden zeigen, daß mit zunehmendem Grad der Bodenrauigkeit die Geschwindigkeitsgradienten  $d\bar{U}/dz$  im wandnahen Bereich abnehmen. An den als Rauigkeitselemente verwendeten Quadern lösen Wirbel ab, die zur dynamischen Turbulenzproduktion beitragen. Die Energie der dynamischen Turbulenzbewegung wird der Energie des mittleren Strömungsfeldes entnommen, die Geschwindigkeitsgradienten im wandnahen Bereich nehmen ab. Je nach Stärke der dynamischen Turbulenzproduktion dehnt sich der hierdurch charakterisierte Bereich und damit auch der Bereich des *Surface Layer* aus.

Für die Darstellung des *Mixed Layer* wird die Ähnlichkeitshypothese von Zilitinkevich [47] verwendet, die auf einer Dekomposition der Korrelationen von Fluktuationen der Strömungsgrößen basiert, d.h. die Größe einer Korrelation wird in zwei Anteile resultierend aus der dynamischen und der thermischen Turbulenzproduktion aufgeteilt.

Die von Zilitinkevich [47] vorausgesetzte lineare Abhängigkeit der beschreibenden Parameter normierte Schubspannung  $\tau_*\langle z \rangle$  und vertikaler Temperaturfluß  $Q\langle z \rangle$  von der dimensionslosen Höhe  $\xi = z/\delta_{ml}$  wird durch die eigenen Messungen klar bestätigt. Die vollständig für die im Bereich des *Surface Layer* dargestellten Korrelationen ermittelten Koeffizienten der Ähnlichkeitsfunktionen sind mit nur wenigen Ausnahmen in der Stabilitätsklasse *I2* kleiner als in der Stabilitätsklasse *I1*. Betrachtet man jedoch das Verhältnis der Koeffizienten einer Korrelationsgröße zueinander, so stimmt dieses gut überein. Für die einzelnen Messungen gilt, daß die gemessenen Korrelationsverläufe im Bereich  $0.2(\delta_{ml}|_Q - d) \leq z - d \leq \delta_{ml}|_Q - d$  gut mit den Ähnlichkeitsfunktionen beschrieben werden können.

Die obigen Ähnlichkeitshypothesen ermöglichen damit zusammen mit den hier ausgewerteten Koeffizienten der Ähnlichkeitsfunktionen in Abhängigkeit von der Stabilitätsklasse bei gegebener Bodenrauigkeit eine Beschreibung der Korrelationen  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{w'^2}$ ,  $\overline{t'^2}$ ,  $\overline{u't'}$ ,  $\overline{u'w't'}$ ,  $\overline{w'^2t'}$ ,  $\overline{u't'^2}$ ,  $\overline{w't'^2}$  und  $\overline{t'^3}$  im gesamten Bereich der Grenzschicht.

Die Auswertung integraler Zeitmaße (Kap. 9.1) in den hier untersuchten Grenzschichtströmungen neutraler und instabiler Schichtung mit Bodenrauigkeit zeigt, daß der von Liedtke [32] für die integralen Wirbelabmessungen  $L_{w'^2,x}$  dargestellte Ansatz  $L_{w'^2,x} = a_{L_w} * z$  zur Beschreibung des wandnahen Verlaufes in der allgemeinen Form  $T_{ij} = a_{T_{ij}}(z/\delta)$  auch für die integralen Zeitmaße  $T_{u'^2}$ ,  $T_{v'^2}$ ,  $T_{w'^2}$ ,  $T_{u'w'}$ ,  $T_{t'^2}$ ,  $T_{u't'}$  und  $T_{w't'}$  angewendet werden kann. Die Steigungswerte im bodennächsten Bereich zeigen die Unabhängigkeit des Verlaufes der integralen Zeitmaße von der thermischen Schichtung der Strömung. Oberhalb des bodennahen Bereiches stellt sich bei gleichem Wandabstand eine Erhöhung der integralen Zeitmaße mit zunehmender Instabilitätsklasse in den Messungen für alle Zeitmaße klar dar.

Das hier vorgestellte Meßsystem auf Basis der Hitzdrahtanemometrie verwendet eine Sonde, die aus vier Einzelsonden (drei Hitzdraht-Sonden, eine Kaltdraht-Sonde) zur Bestimmung der Momentanwerte der drei Komponenten des Geschwindigkeitsvektors und der Temperatur

der Strömung besteht.

Verschiedene Ansätze zur Modellierung des Wärmestromes bei der Normalanströmung eines Sondendrahtes werden untersucht, wobei sich der von Kramers [30] dargestellte Nusselt-Zahl-Ansatz im vorgegebenen Geschwindigkeits- und Temperaturbereich ( $1.5 \text{ m/s} < U < 9.0 \text{ m/s}$ ,  $298 \text{ K} < T_g < 338 \text{ K}$ ) als am besten geeignet erweist. Sowohl der Einfluß der Strömungsgeschwindigkeit als auch der -Temperatur auf den Wärmestrom werden sehr gut wiedergegeben, die Anzahl der Kalibrierparameter und der damit verbundene Rechenaufwand sind mit am geringsten.

Für den zur Modellierung des Wärmestromes bei einer Anströmung ungleich der Normalanströmung gewählten Kühllansatz von Jørgensen [21] mit den Richtungsempfindlichkeiten  $k$  und  $h$  tangential bzw. binormal zur Längsachse des Sondendrahtes werden deren Abhängigkeiten von der Anströmrichtung, -Geschwindigkeit und -Temperatur untersucht. Ergebnis dieser Untersuchung ist, daß die Berücksichtigung zumindest des Richtungs- und Geschwindigkeitseinflusses der Richtungsempfindlichkeit  $k$  die Meßgenauigkeit stark verbessert. Der Vergleich der bei gegebener Anströmgeschwindigkeit, -Richtung und -Temperatur mit Hilfe des Kühllansatzes berechneten Kühlgeschwindigkeit  $U_{eff}$  mit der Kühlgeschwindigkeit  $U_{eff,mess}$ , die sich aus dem Ausgangssignal der Meßbrücke mit Hilfe der Modellierung des Wärmestromes ergibt, zeigt, daß die Bestimmung der Kühlgeschwindigkeit durch Superposition der einzelnen Geschwindigkeitskomponenten gewichtet mit den jeweiligen Richtungsempfindlichkeiten zulässig ist. Dies reduziert den Aufwand bei der Kalibrierung gegenüber der Erstellung einer *Lookup Table* zur Erfassung des Einflusses der Anströmrichtung erheblich.

Der Einfluß des erwärmten Nachlaufes der Geschwindigkeitssonden auf die im Zentrum des Meßvolumens liegende Temperatursonde wird untersucht. Dieser ist bei der hier gewählten Einbaulage der Einzelsonden und einem zulässigen Bereich der Anströmrichtung mit einem halben Öffnungswinkel des Anströmkegels  $\leq 35^\circ$ , der im wandnahen Bereich der untersuchten Strömungsfelder teils überschritten wird, zu vernachlässigen. Weiter wird eine Abschätzung bzgl. des Einflusses der Vernachlässigung der Geschwindigkeitskomponente  $V$  in lateraler Strömungsrichtung bei Verwendung einer x-Draht-Sonde auf die Bestimmung der Geschwindigkeitskomponenten  $U$  in Hauptströmungsrichtung und  $W$  senkrecht zum Boden dargestellt.

Der Einfluß eines Geschwindigkeits- bzw. Temperaturgradienten des Anströmfeldes auf die Ermittlung von Komponenten des Geschwindigkeitsvektors (Momentanwerte) wird bei gegebener räumlicher Anordnung der Sondendrahte für die hier vorgestellte 4-Draht-Sonde untersucht. Die Konfiguration der Sonde erweist sich in ihren Abmessungen als ausreichend klein gegenüber den angenommenen (auf Maximalwerten der hier durchgeführten Grenzschichtuntersuchungen beruhenden) Geschwindigkeits- und Temperaturgradienten.

Bzgl. der Meßwertverarbeitung werden die wesentlichen Algorithmen zur Berechnung der Strömungsgrößen vorgestellt. Ausgehend von den Ausgangssignalen der CTA-Brücken wer-

den die effektiven Kühlgeschwindigkeiten unter Berücksichtigung der Temperatur  $T_g$  der Strömung, ermittelt aus dem Ausgangssignal der CCA-Brücke, berechnet. Die Bestimmung des Geschwindigkeitsvektors  $[U, V, W]$  erfolgt mit Hilfe der  $U_{eff}$ -Werte der einzelnen Sonden-drähte unter Vorgabe der jeweiligen Einbaulage und der Richtungsempfindlichkeiten  $k$  und  $h$ . Bedingt durch die Nichtlinearität des Gleichungssystems  $U_{eff,i} = f\langle k, h, U, V, W \rangle$  sowie die Abhängigkeiten der Richtungsempfindlichkeiten und den damit verbundenen Rechenaufwand wird bei der Messung ein vorab erstelltes *Lookup Table* verwendet, das den zulässigen Bereich des Anströmkegels der Sonde mit der geforderten Auflösung des Geschwindigkeitsvektors abdeckt.

Das hier vorgestellte 4-Draht-Meßsystem kann aufgrund der vollständigen Auflösung des Geschwindigkeitsvektors auch in dreidimensionalen Strömungsfeldern eingesetzt werden bzw. ist in zweidimensionalen Strömungsfeldern wie den hier beschriebenen Grenzschichtströmungen nicht darauf angewiesen, in der Hauptströmungsrichtung ausgerichtet zu sein. Die Bestimmung der Momentanwerte der Geschwindigkeitskomponenten wird nicht wie z.B. bei der Verwendung von 2-Draht-Sonden durch Vernachlässigung einer Geschwindigkeitskomponente beeinflusst. Alle interessierenden Korrelationen können gemessen werden. Aufgrund des größeren Meßvolumens verringert sich jedoch im Vergleich z.B. zu x-Draht-Sonden die räumliche Auflösung bzw. die Meßgenauigkeit in Strömungsfeldern mit sehr großen Geschwindigkeits- und Temperaturgradienten.

## Literatur

- [1] Abdel-Rahman, A.A.; Tropea, C.; Slawson, P.; Strong, A. 1987: On Temperature Compensation in Hot-Wire Anemometry. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **20**, 315-9
- [2] Abdel-Rahman, A.A.; Hitchman, G.J.; Slawson, P.R.; Strong, A.B. 1989: An X-Array Hot-Wire Technique for Heated Turbulent Flows of Low Velocity. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **22**, 638-44
- [3] Antonia, R.A.; Browne, L.W.B.; Chambers, A.J. 1981: Determination of Time Constants of Cold Wires. *Review of Scientific Instruments*, **52(9)**, 1382-5
- [4] Boman, U.R. 1992: Hot-Wire Calibration over a Large Temperature Range. *Experiments in Fluids*, **12**, 427-8
- [5] Bradshaw, P. 1971: An Introduction to Turbulence and its Measurement. *Oxford: Pergamon*
- [6] Browne, L.W.B.; Antonia, R.A.; Chua, L.P. 1989: Calibration of Probes for Turbulent Flow Measurements. *Experiments in Fluids*, **7**, 201-8
- [7] Bruun, H.H. 1971: Interpretation of a Hot Wire Signal Using a Universal Calibration Law. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **4**, 225-31
- [8] Bruun, H.H.; Tropea, C. 1985: The Calibration of Inclined Hot-Wire Probes. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **18**, 405-13
- [9] Bruun, H.H.; Nabhani, N.; Al-Kayiem, H.H.; Fardad, A.A.; Khan, M.A.; Hogarth, E. 1990: Calibration and Analysis of X Hot-Wire Probe Signals. *Measurement Science and Technology*, **1**, 782-5
- [10] Businger, J.A.; Wyngaard, J.C.; Jzumi, Y.; Bradley, E.F. 1971: Fluxprofile Relationship in the Atmospheric Surface Layer. *Journal of Atmospheric Science*, **28**
- [11] Champagne, F.J.; Sleicher, C.A.; Wehrmann, O.H. 1967: Turbulence Measurements with Inclined Hot Wires, Part 1. Heat Transfer Experiments with Inclined Hot Wire. *Journal of Fluid Mechanics*, **28**, 153-75
- [12] Chew, Y.T.; Ha, S.M. 1988: The Directional Sensitivities of Crossed and Triple Hot-Wire Probes. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **21**, 613-20
- [13] Cimbala, J.M.; Park, W.J. 1990: A Direct Hot-Wire Calibration Technique to Account for Ambient Temperature Drift in Incompressible Flow. *Experiments in Fluids*, **8**, 299-300

- [14] Collis, D.C.; Williams, M.J. 1959: Two-Dimensional Convection from Heated Wires at Low Reynolds Numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, **6**, 357-84
- [15] Counihan, J. 1969: An Improved Method of Simulating an Atmospheric Boundary Layer in a Wind Tunnel. *Atmospheric Environment*, **3**, 197-214
- [16] DISA®-Manual: Beschreibung des DISA 55M-Systems. DISA ELEKTRONIK A/S, Dänemark
- [17] Friehe, C.A.; Schwarz, W.H. 1968: Deviation from the Cosine Law for Yawed Cylindrical Anemometers. *Journal of Applied Mechanics*, **35**, 655-62
- [18] Graham, L.J.W.; Bremhorst, K. 1990: A Linear Compensation Technique for Inclined Hot-Wire Anemometers Subjected to Fluid Temperature Changes. *Measurement Science and Technology*, **1**, 1322-5
- [19] Grigull, U.; Sandner, H. 1986: Wärmeleitung. *Springer-Verlag*
- [20] Hinze, J.O.: Turbulence. *McGraw-Hill*
- [21] Jørgensen, F.E. 1971: Directional Sensitivity of Wire and Fiber Film Probes. *DISA Inform.*, **11**, 31-7
- [22] Kader, B.A.; Yaglom, A.M. 1990: Mean Fields and Fluctuation Moments in Unstably Stratified Turbulent Boundary Layers. *Journal of Fluid Mechanics*, **212**, 637-62
- [23] Kakaç, S.; Shah, R.K.; Aung, W. 1987: Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer. *Wiley-Interscience Publication*
- [24] King, L.V. 1914: On the Convection of Heat from Small Cylinders in a Stream of Fluid: Determination of the Convection Constants of Small Platinum Wires with Applications to Hot Wire Anemometry. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, **A214**, 373-432
- [25] Klein, B. 1992: LDA- und Hitzdraht-Meßsysteme für turbulente Wärmeströme in Grenzschicht- und rezirkulierenden Strömungen. *Fortschrittsberichte VDI*
- [26] Koch, F.A.; Gartshore, I.S. 1972: Temperature Effects on Hot Wire Anemometer Calibrations. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **5**, 58-61
- [27] Kohlrausch, F. 1986: Praktische Physik, **Bd. 3**, *B.G. Teubner*
- [28] Koppius, A.M.; Trines, G.R.M. 1975: The Dependence of Hot-Wire Calibration on Gas Temperature at Low Reynolds Numbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **19**, 967-74
- [29] Kostka, M.; Vasanta Ram, V. 1992: On the Effects of Fluid Temperature on Hot Wire Characteristics. *Experiments in Fluids*, **13**, 155-162

- [30] Kramers, H. 1946: Heat Transfer from Spheres to Flowing Media. *Physica*, **12**, 61-80
- [31] Krishnamoorthy, L.V.; Wood, D.H.; Antonia, R.A.; Chambers, A.J. 1985: Effect of Wire Diameter and Overheat Ratio near a Conducting Wall. *Experiments in Fluids*, **3**, 121-7
- [32] Liedtke, J. 1992: Experimentelle Untersuchung des Ausbreitungsverhaltens eines gasförmigen Stoffes in neutral und instabil geschichteten turbulenten Gleichdruckgrenzschichten bei unterschiedlicher Bodenrauigkeit. *Dissertation am Institut für Strömungsmechanik und Aerodynamik, Universität der Bundeswehr München*
- [33] Monin, A.S.; Obukhov, A.M. 1954: Fundamentale Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Vermischung in der bodennahen Schicht der Atmosphäre. *Sammelband zur statistischen Theorie der Turbulenz, Akademie-Verlag Berlin*
- [34] Monin, A.S.; Yaglom, A.M.: Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence, vol.1. *The MIT Press, Cambridge and London*
- [35] Nishioka, M.; Asai, M. 1988: A New Approximate Expression for the Response of a Hot-Wire Anemometer. *Journal of Fluid Mechanics*, **190**, 113-9
- [36] Obukhov, A.M. 1946: Turbulence in Thermally Inhomogeneous Atmosphere. *Übersetzung 1971 in: Boundary Layer Met.*, **3**, 7-29
- [37] Römer, L.; Völbel, L. 1977: Auslegung des geplanten Atmosphärischen Windkanals der Hochschule der Bundeswehr München, Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. E. Truckenbrodt, Eigenverlag, Institut für Strömungsmechanik TU München
- [38] Römer, L.; Wier, M. 1982: Simulation von temperaturgeschichteten atmosphärischen Grenzschichten im Windkanal, Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. E. Truckenbrodt, Eigenverlag, Institut für Strömungsmechanik TU München
- [39] Rotta, J.C. 1972: Turbulente Strömungen. Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik, Bd.15 *B.G. Teubner, Stuttgart*
- [40] Sorbjan, Z. 1988: Local Similarity in the Convective Boundary Layer (CBL). *Boundary-Layer Meteorology*, **45**, 237-50
- [41] Vagt, J.-D. 1979: Hot Wire Probes in Low Speed Flow. *Progress in Aerospace Sciences*, **18**, 271-323
- [42] Wagner, T.C.; Kent, J.C. 1988: On the Directional Sensitivity of Hot-Wires: a New Look at an Old Phenomenon. *Experiments in Fluids*, **6**, 553-60
- [43] Weeks, A.R.; Beck, J.K.; Joshi, M.L. 1988: Response and Compensation of Temperature Sensors. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **21**, 989-93

- [44] Wier, M. 1985: Experimentelle Untersuchung von stabil und instabil geschichteten turbulenten Plattengrenzschichten mit Bodenrauigkeit. *Dissertation am Institut für Strömungsmechanik und Aerodynamik, Universität der Bundeswehr München*
- [45] Yeung; C.P.; Squire, L.C. 1993: Numerical Calibration and Verification Tests of an Orthogonal Triple-Hot-Wire Probe. *Measurement Science and Technology*, **4**, 1446-56
- [46] Yoshino, F.; Waka, R.; Hayashi, T. 1989: Hot-Wire Direction-Error Response Equations in Two-Dimensional Flow. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **22**, 480-90
- [47] Zilitinkevich, S. 1994: A Generalized Scaling for Convective Shear Flows. *Boundary-Layer Meteorology*, **70**, 51-78
- [48] Žukauskas, A.; Žiugžda, J. 1985: Heat Transfer of a Cylinder in Crossflow. *Experimental and Applied Heat Transfer Guide Books, Hemisphere Publishing Corporation*

## 9 Anhang

Für die hier untersuchten neutral und instabil geschichteten Grenzschichtströmungen mit Bodenrauigkeit sind im Kap 9.1 Messungen und Auswertungen integraler Zeitmaße dargestellt. Verläufe gemessener Strömungsgrößen und Korrelationen in Abhängigkeit von dimensionslos gemachten Höhenkoordinaten sind Inhalt der Kap. 9.2.1 und 9.2.2.

### 9.1 Integrale Zeitmaße

Zur statistischen Beschreibung turbulenter Strömungsfelder dienen Korrelationen zwischen den Fluktuationsgrößen zweier Geschwindigkeitskomponenten. Nach Rotta [39] ergibt sich die Korrelationsfunktion  $R_{ij}$  für die Fluktuationen zweier Geschwindigkeitskomponenten an zwei Orten (Abstand  $r$ ) zu verschiedenen Zeiten (Zeitdifferenz  $\tau$ ) zu:

$$R_{ij}\langle x, t, r, \tau \rangle = \overline{u'_i\langle x, t \rangle u'_j\langle x + r, t + \tau \rangle}$$

Die Korrelationsfunktion  $R_{ij}$  dient zur Definition integraler Längen- und Zeitmaße  $L_{ij,k}\langle x, t \rangle$  und  $T_{ij}\langle x, t \rangle$  mit

$$L_{ij,k}\langle x, t \rangle = \frac{1}{2 \overline{u'_i\langle x, t \rangle u'_j\langle x, t \rangle}} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ij}\langle x, t, r_k, \tau = 0 \rangle dr_k \quad (9.1)$$

und

$$T_{ij}\langle x, t \rangle = \frac{1}{2 \overline{u'_i\langle x, t \rangle u'_j\langle x, t \rangle}} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ij}\langle x, t, r_k = 0, \tau \rangle d\tau \quad (9.2)$$

Nach Rotta [39] lassen sich in erster Näherung die integralen Längenmaße als Abmessungen von Wirbeln, charakterisiert als momentan einheitlich bewegte Fluidmassen, deuten. Die integralen Zeitmaße kennzeichnen die Zeit, die ein Wirbel zum Passieren eines Ortes benötigt.

Die Bestimmung integraler Längenmaße nach Gl. 9.1 bedingt die Verwendung zweier Meßsonden an verschiedenen Orten, während die integralen Zeitmaße nach Gl. 9.2 sich durch Verschieben der aufgenommenen Zeitreihen einer Sonde um die Zeitdifferenz  $\tau$  bestimmen lassen.

Die im Rahmen dieser Arbeit mit einer Sonde ermittelten integralen Zeitmaße normiert mit der Geschwindigkeit  $U_\infty$  und der Grenzschichtdicke  $\delta$  sind in den Abbn. 9.1 bis 9.13 in Kap. 9.1 dargestellt. Die Auswertung wurde mit Zeitreihen über 1024 Meßpunkte bei einer Abtastrate  $f = 3.1 \text{ kHz}$  durchgeführt, die Mittelung der Zeitreihen erfolgte über 500 Stichproben der Korrelationen.

Die Abbildungen zeigen neben den oben beschriebenen Korrelationen zweier Geschwindigkeitsfluktuationen auch Korrelationen zwischen den Fluktuationen einer Geschwindigkeitskomponente und der Strömungstemperatur, deren Verläufe dieselbe Charakteristik aufweisen wie die Verläufe der Geschwindigkeitskorrelationen.



Ein Ansatz zur Beschreibung des wandnahen Verlaufes findet sich bei Liedtke [32] für die integralen Wirbelabmessungen  $L_{w'^2,x}$  zu

$$L_{w'^2,x} = a_{L_w} * z$$

mit der Höhenkoordinate  $z$  und der Steigung  $a_{L_w}$ , wobei diese nach Liedtke [32] nur von der Rauigkeit des Bodens und nicht von der Stabilität abhängt.

Angewandt in der allgemeinen Form

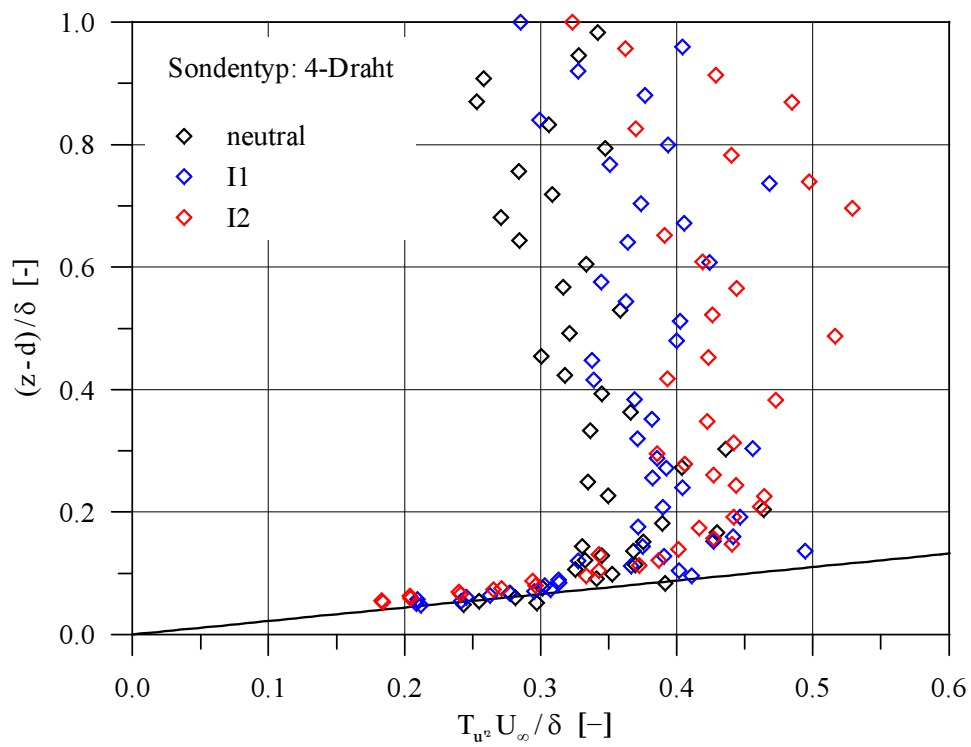
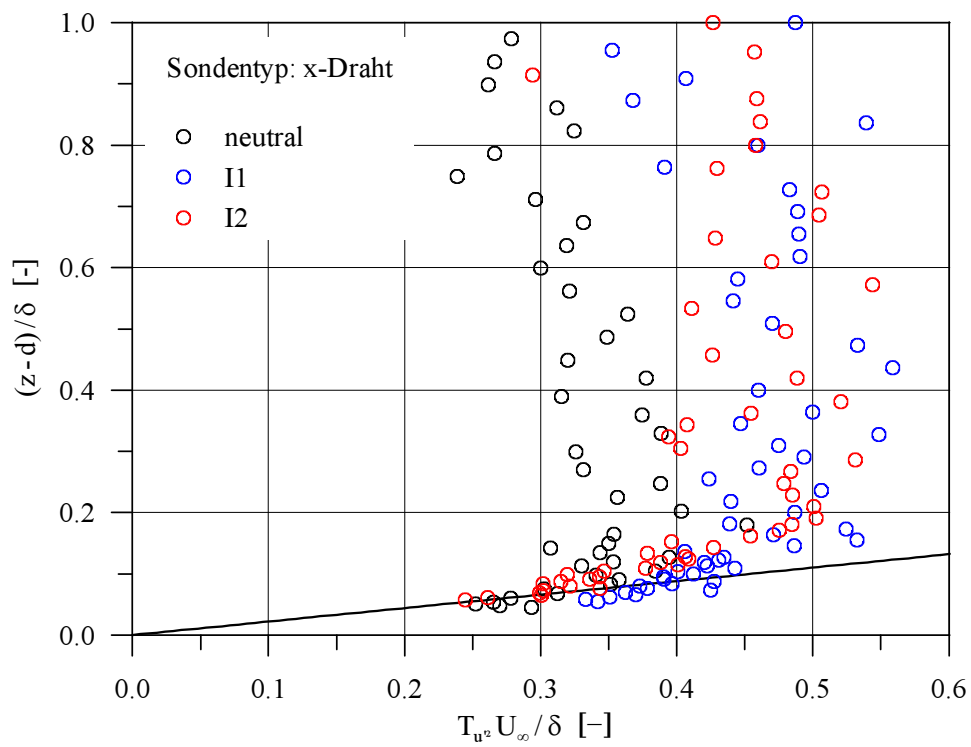
$$T_{ij} = a_{T_{ij}} \frac{z}{\delta}$$

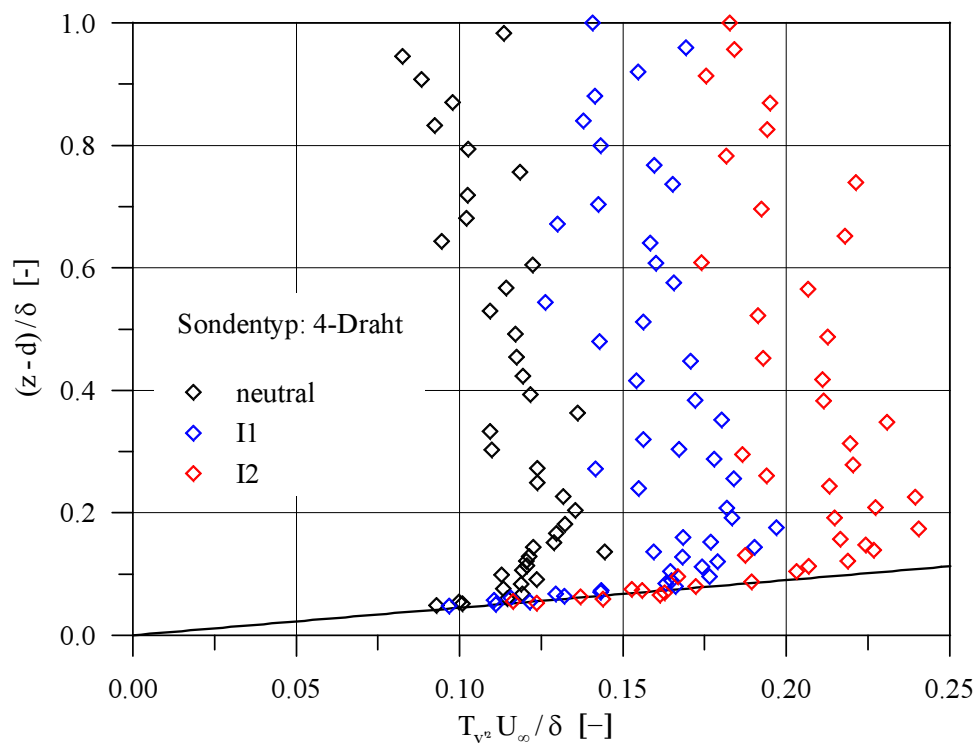
ergeben sich für die hier durchgeführten Messungen bei der gewählten Bodenrauigkeit die Steigungen  $a_{T_{ij}}$  nach Tab. 9.1. Geraden mit den entsprechenden Steigungswerten sind in den Abbn. 9.1 bis 9.13 dargestellt und zeigen im bodennächsten Bereich die Unabhängigkeit des Verlaufes der integralen Zeitmaße von der thermischen Schichtung der Strömung.

	$T_{u'^2}$	$T_{v'^2}$	$T_{w'^2}$	$T_{u'w'}$	$T_{t'^2}$	$T_{u't'}$	$T_{w't'}$
$a_{T_{ij}}$	0.22	0.45	1.0	0.25	0.25	0.12	0.35

Tabelle 9.1: Steigungen  $a_{T_{ij}}$  des wandnahen Bereiches der Zeitmaße  $T_{ij}$

Oberhalb des bodennahen Bereiches stellt sich bei gleichem Wandabstand eine Erhöhung der integralen Zeitmaße mit zunehmender Instabilitätsklasse in den Messungen für alle Zeitmaße klar dar.

Abbildung 9.1: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{u'^2} * U_\infty / \delta$ , 4-Draht-SondeAbbildung 9.2: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{u'^2} * U_\infty / \delta$ , x-Draht-Sonde

Abbildung 9.3: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{v/2} * U_\infty / \delta$ , 4-Draht-Sonde

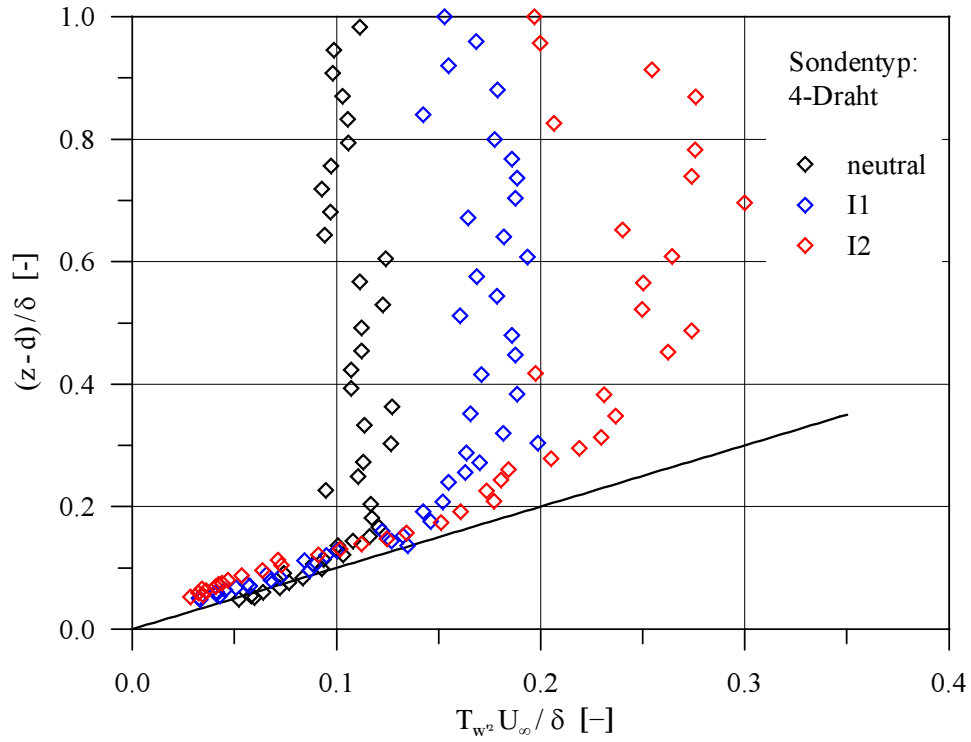


Abbildung 9.4: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{w^2} * U_\infty / \delta$ , 4-Draht-Sonde

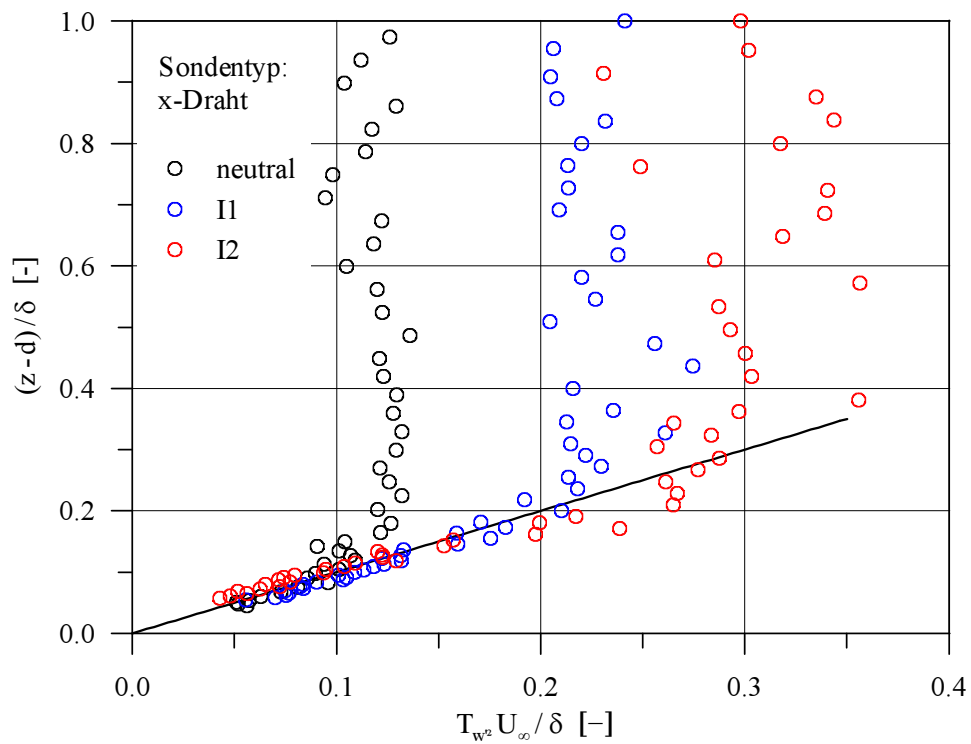


Abbildung 9.5: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{w^2} * U_\infty / \delta$ , x-Draht-Sonde

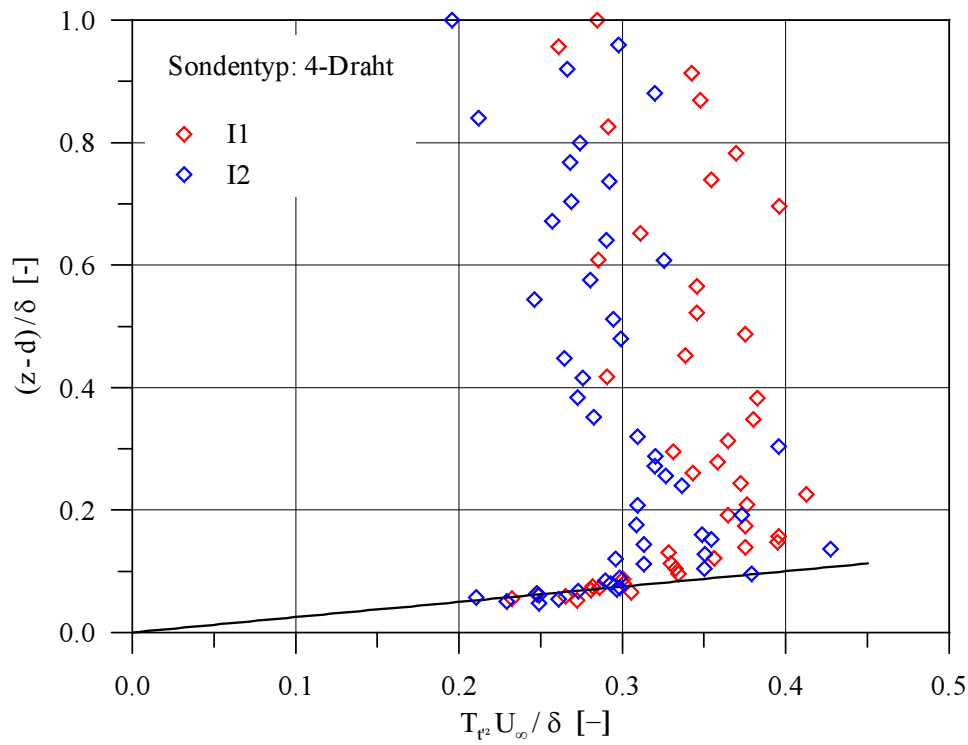


Abbildung 9.6: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{t^2} * U_{\infty} / \delta$ , 4-Draht-Sonde

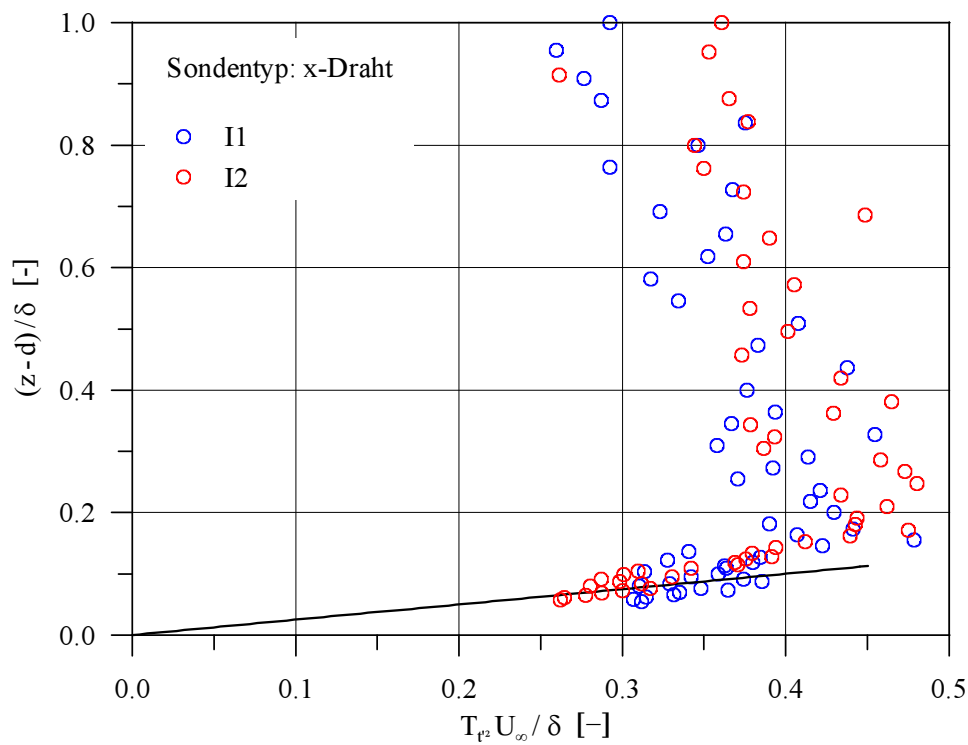


Abbildung 9.7: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{t^2} * U_{\infty} / \delta$ , x-Draht-Sonde

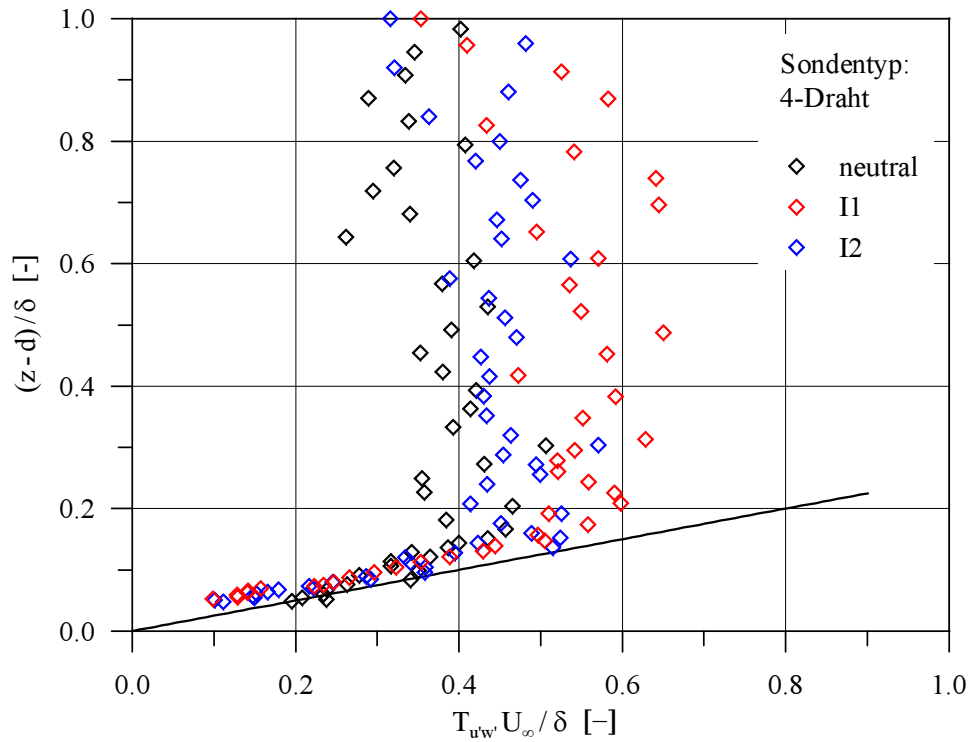


Abbildung 9.8: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{u'w'} * U_\infty / \delta$ , 4-Draht-Sonde

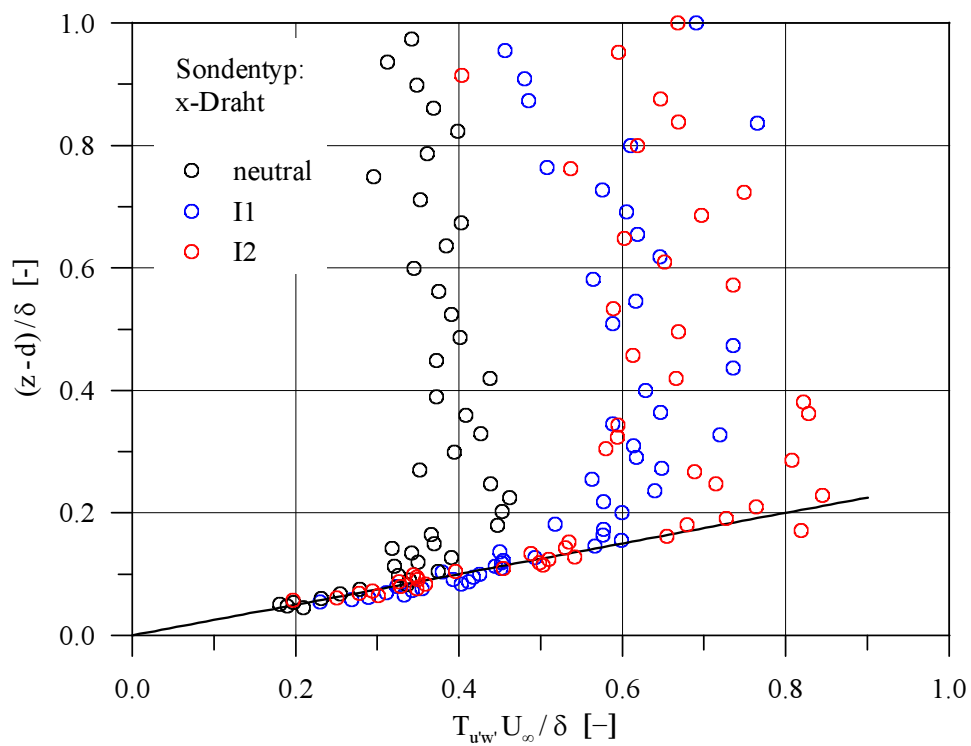


Abbildung 9.9: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{u'w'} * U_\infty / \delta$ , x-Draht-Sonde

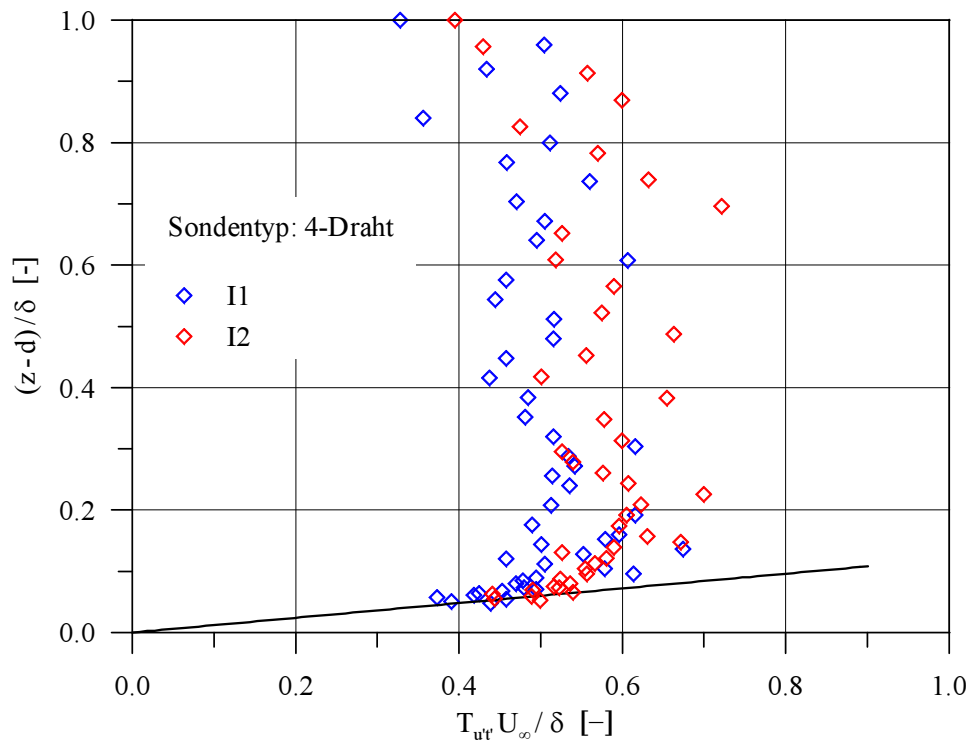


Abbildung 9.10: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{w'} * U_{\infty} / \delta$ , 4-Draht-Sonde

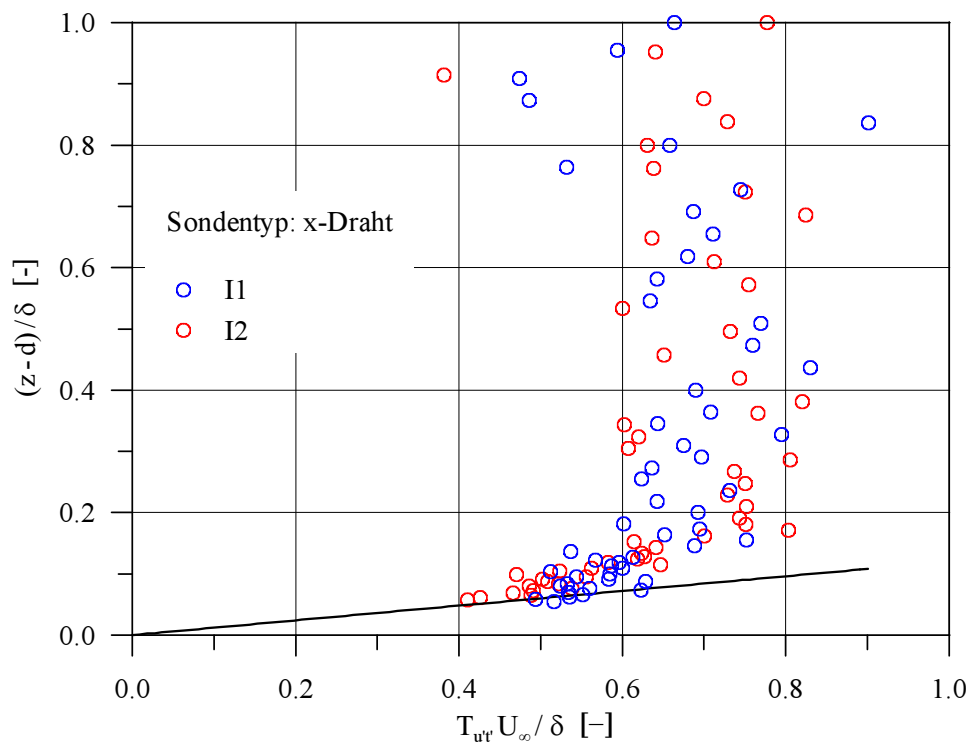


Abbildung 9.11: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{w'} * U_{\infty} / \delta$ , x-Draht-Sonde

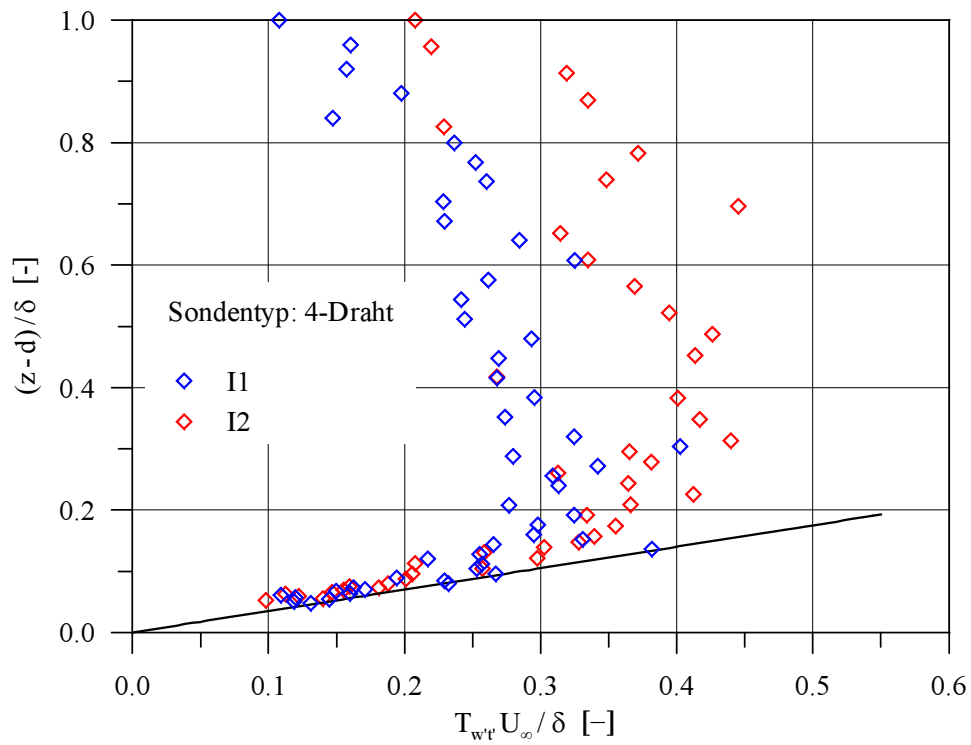


Abbildung 9.12: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{w't'} * U_\infty / \delta$ , 4-Draht-Sonde

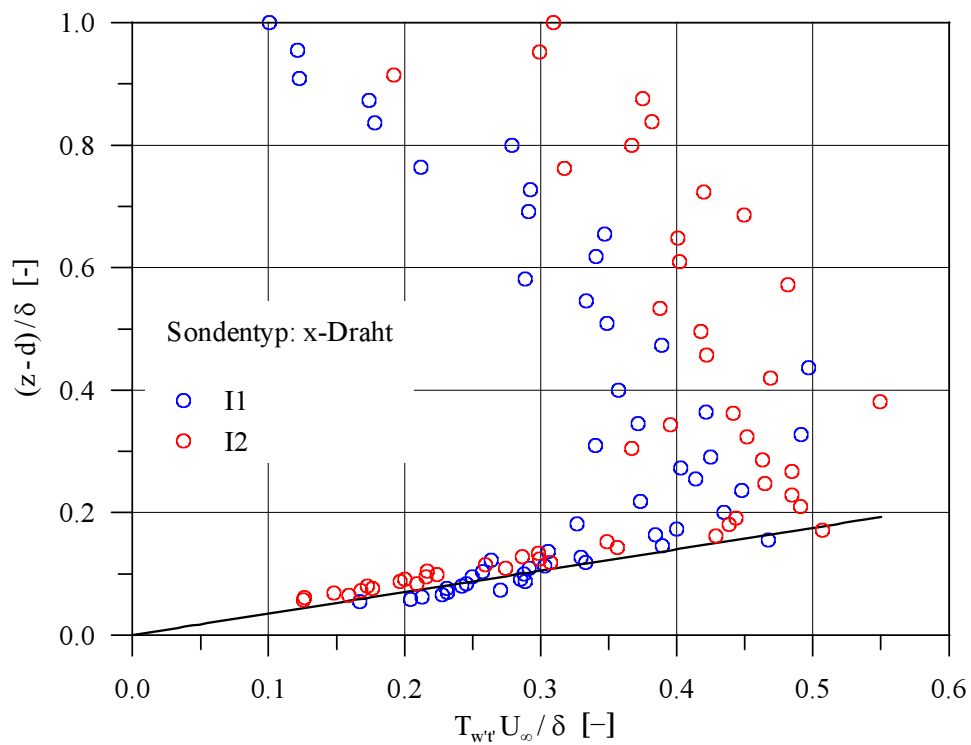


Abbildung 9.13: bezogenes integrales Zeitmaß  $T_{w't'} * U_\infty / \delta$ , x-Draht-Sonde



## 9.2 Abbildungen

Nachfolgend sind die gemessenen Verläufe von bezogenen Strömungsgrößen und Korrelationen in Abhängigkeit von dimensionslosen Höhenkoordinaten für neutral (Kap. 9.2.1) und instabil (Kap. 9.2.2) geschichtete Grenzschichtströmungen dargestellt, zusätzlich für die 4-Draht-Sonden-Messung der Anteil der Meßwerte, die in den jeweiligen Meßpunkte außerhalb des für die Meßwertverarbeitung zulässigen Anströmkegels (halber Öffnungswinkel  $\leq 30^\circ$ ) liegen.

In neutral geschichteter Grenzschicht sind  $\bar{U}/U_\infty$ ,  $\sqrt{\overline{u'^2}}/U_\infty$ ,  $\sqrt{\overline{v'^2}}/U_\infty$ ,  $\sqrt{\overline{w'^2}}/U_\infty$ ,  $\sqrt{-\overline{u'w'}}/U_\tau$  und  $\overline{u'v'}/U_\tau^2$  jeweils in Abhängigkeit von  $(z-d)/(\delta-d)$  dargestellt.

Für die Messungen in instabil geschichteten Grenzschichten zeigen die Abbildungen jeweils für die Stabilitätsklassen *I1* und *I2* im wandnahen Bereich (*Surface Layer*) die Verläufe von  $\bar{U}/U_\infty$ ,  $(\bar{T}_g - T_\infty)/(T_{Wand} - T_\infty)$ ,  $\sqrt{\overline{u'^2}}/U_\infty$ ,  $\sqrt{\overline{w'^2}}/U_\infty$ ,  $\sqrt{\overline{t'^2}}/(T_{Wand} - T_\infty)$ ,  $\sqrt{-\overline{u'w'}}/U_\infty$  und  $\overline{w't'}/[U_\infty(T_{Wand} - T_\infty)]$  in Abhängigkeit von  $(z-d)/(\delta-d)$ , im Bereich des *Mixed Layer*  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{w'^2}$ ,  $\overline{t'^2}$ ,  $\overline{u't'}$ ,  $\overline{w'^2t'}$ ,  $\overline{w't'^2}$ ,  $\overline{u'w't'}$ ,  $\overline{u't'^2}$  und  $\overline{t'^3}$  in Abhängigkeit von  $(z-d)/(\delta_{ml}-d)$  sowie die zugehörigen Verläufe der Ähnlichkeitsfunktionen nach Zilitinkevich [47].

### 9.2.1 Messungen in neutral geschichteter Grenzschicht

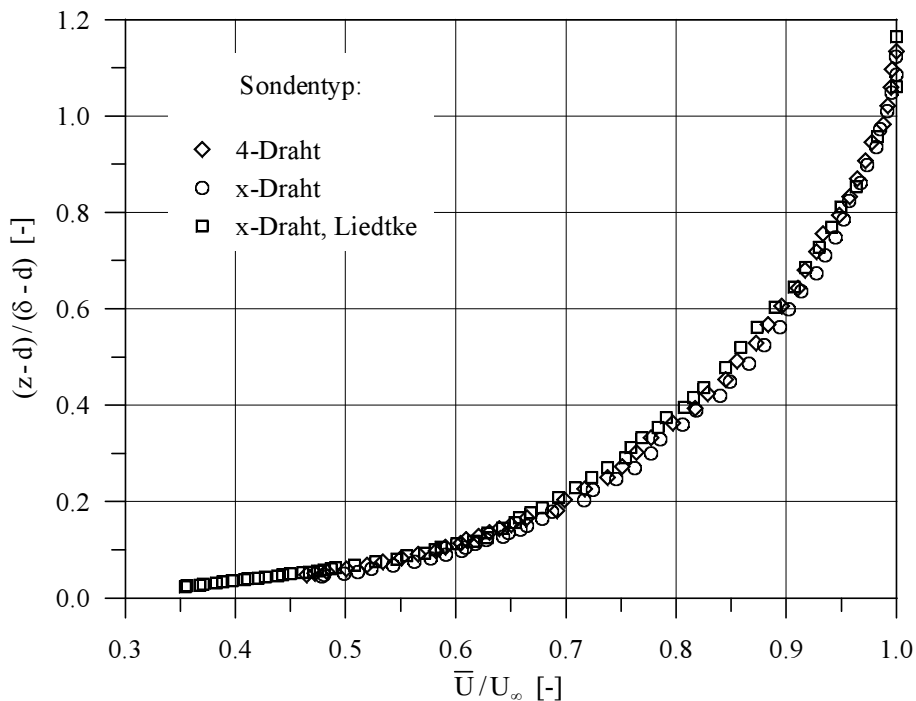


Abbildung 9.14: bezogene mittlere Geschwindigkeit  $\bar{U}/U_\infty$

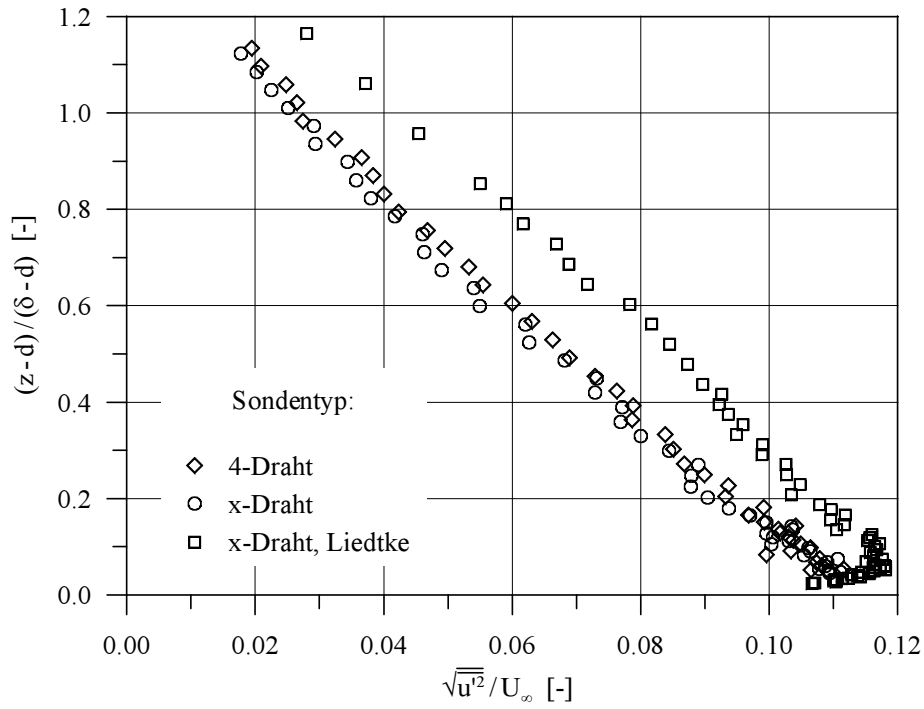


Abbildung 9.15: bezogene Geschwindigkeitsfluktuation  $\sqrt{u'^2}/U_\infty$

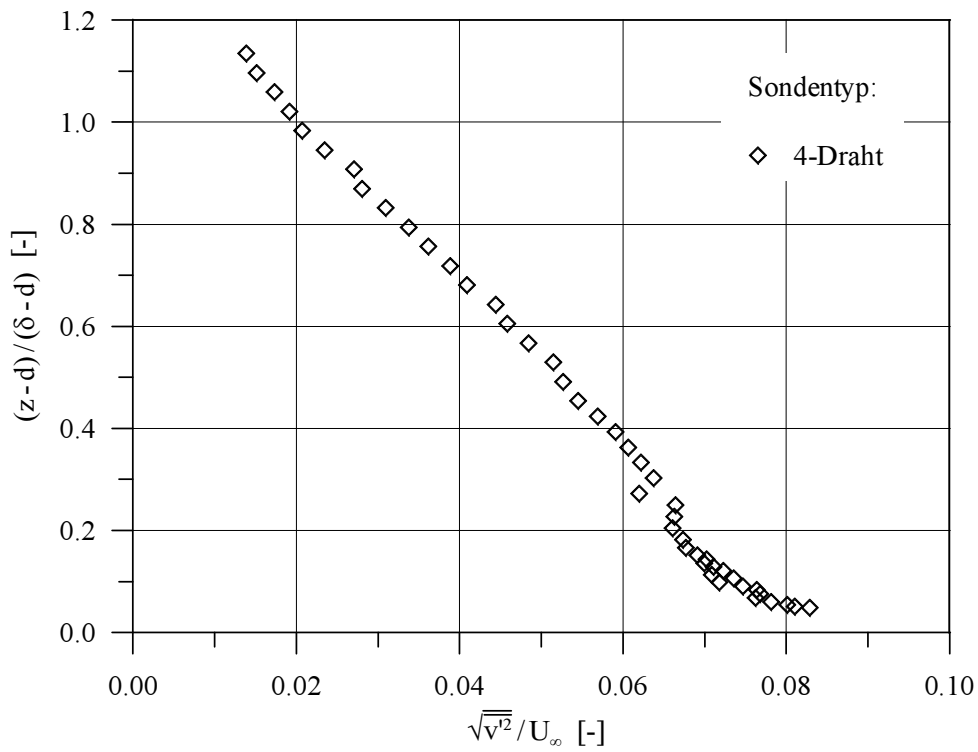


Abbildung 9.16: bezogene Geschwindigkeitsfluktuation  $\sqrt{v'^2}/U_\infty$

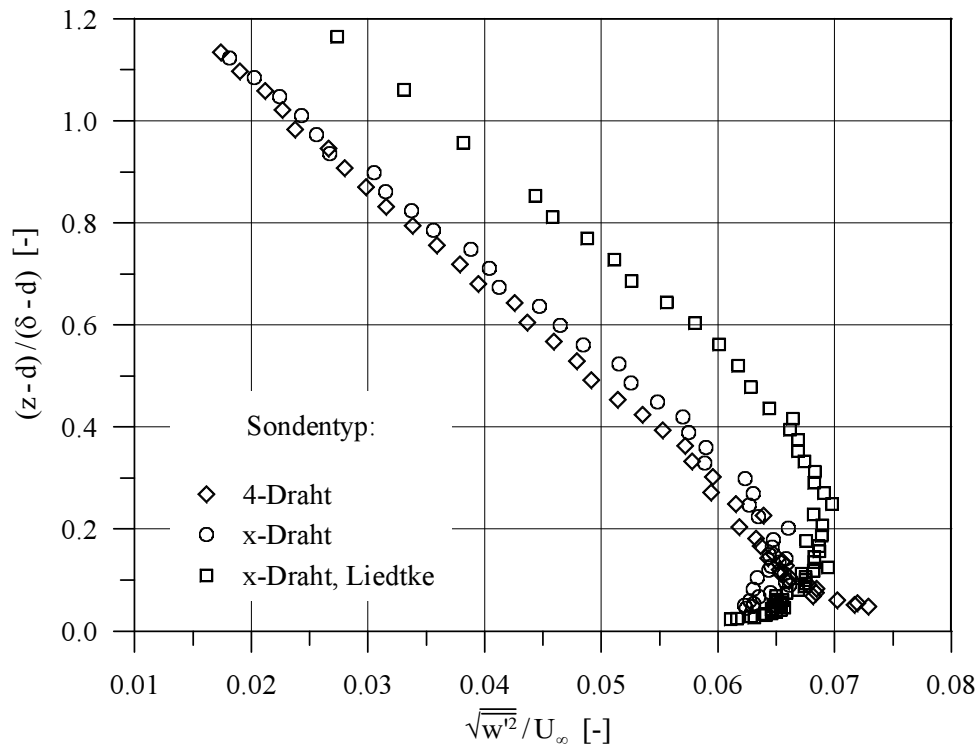


Abbildung 9.17: bezogene Geschwindigkeitsfluktuation  $\sqrt{w'^2}/U_\infty$

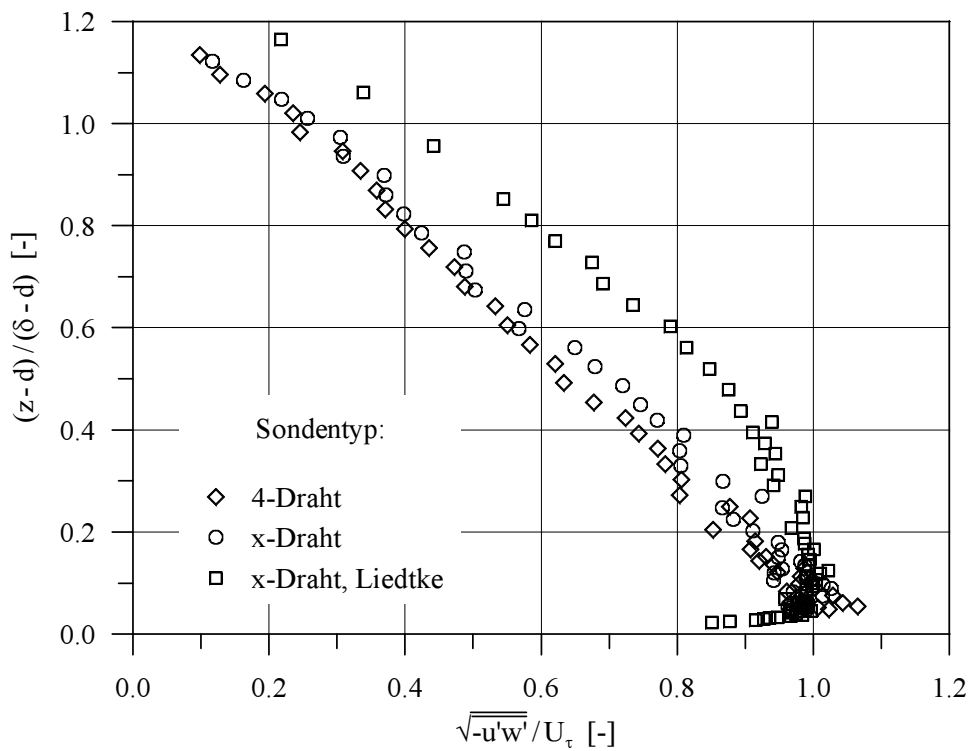


Abbildung 9.18: bezogene Geschwindigkeitskorrelation  $\sqrt{-u'w'}/U_\tau$

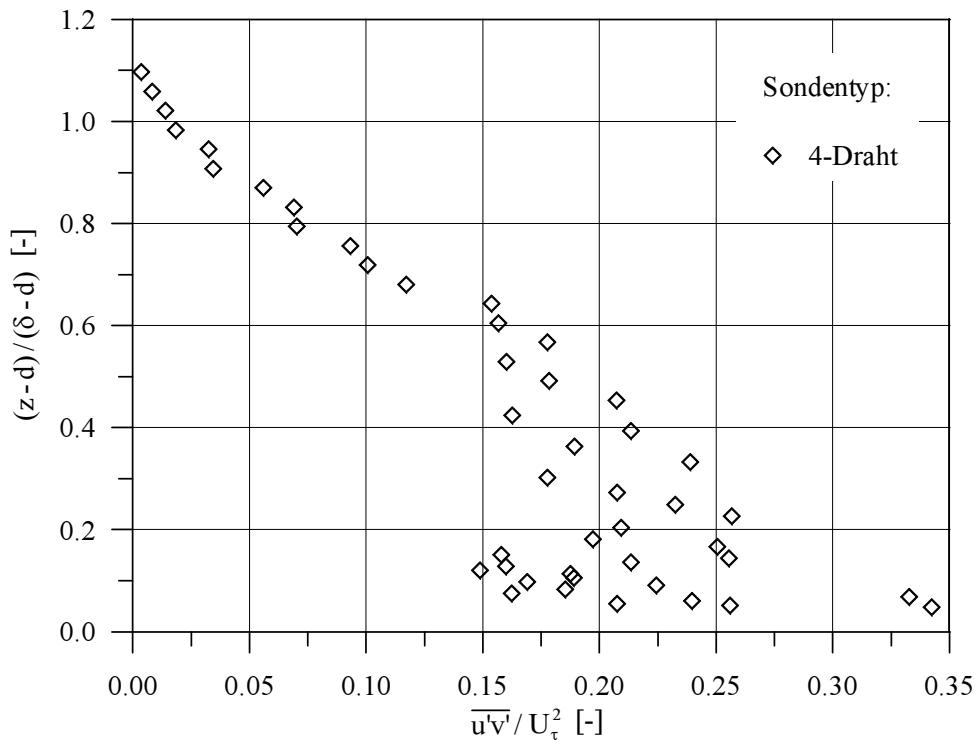


Abbildung 9.19: bezogene Geschwindigkeitskorrelation  $\overline{u'v'}/U_\tau^2$

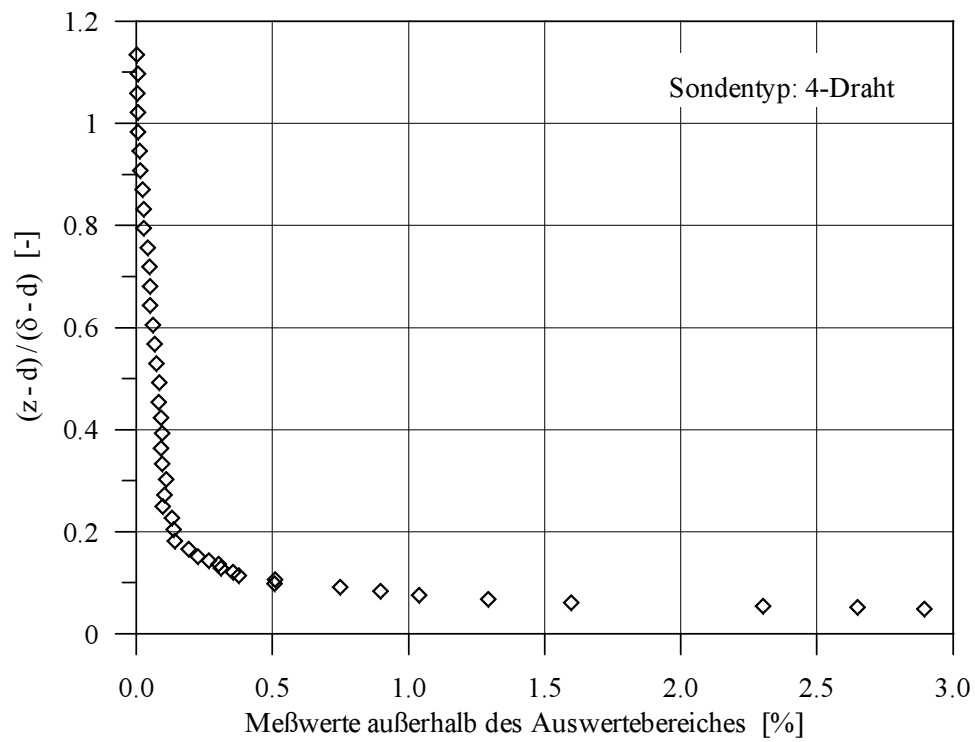


Abbildung 9.20: Meßwerte außerhalb des Auswertebereiches der Meßwertverarbeitung (4-Draht-Sonden-Messung)

9.2.2 Messungen in instabil geschichteten Grenzschichten

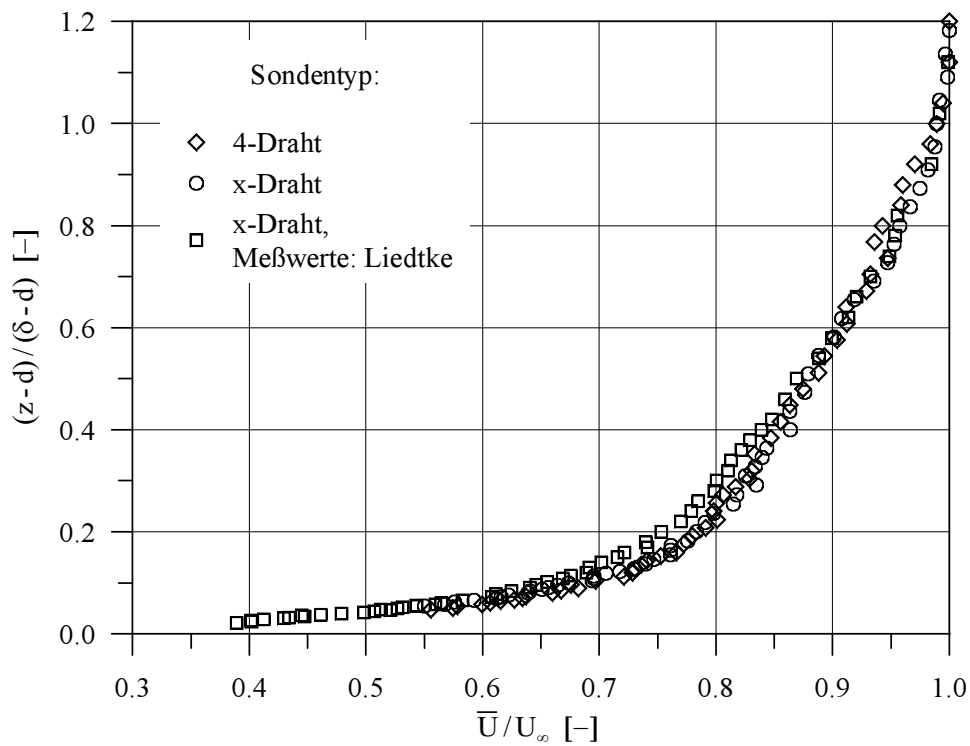


Abbildung 9.21: bezogene mittlere Geschwindigkeit  $\bar{U}/U_\infty$ , Instabilität I1

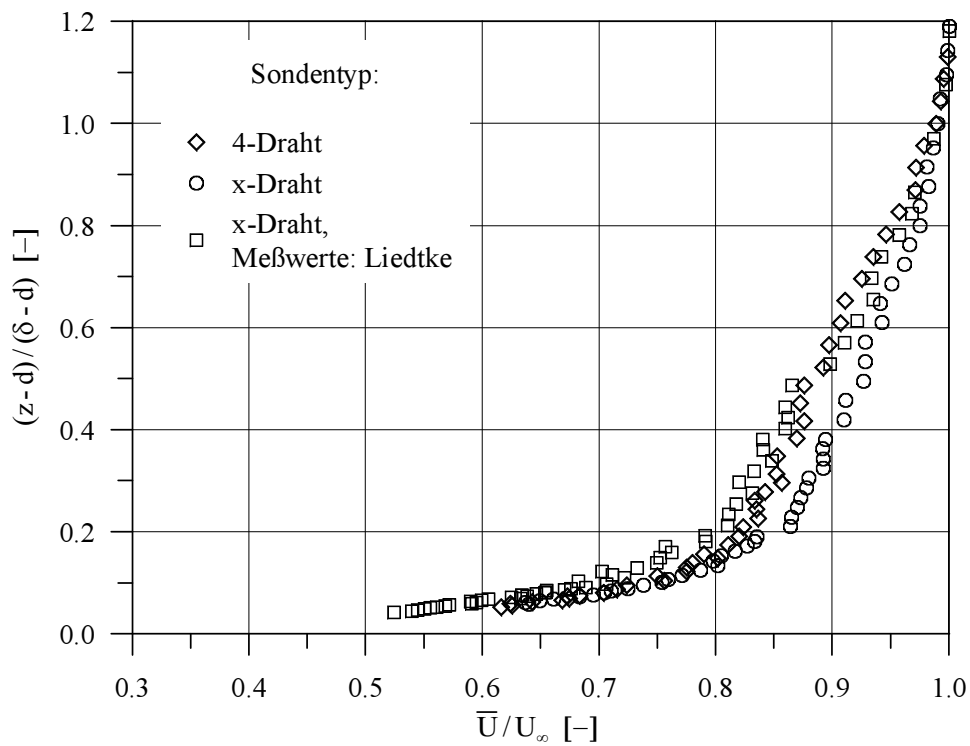


Abbildung 9.22: bezogene mittlere Geschwindigkeit  $\bar{U}/U_\infty$ , Instabilität I2

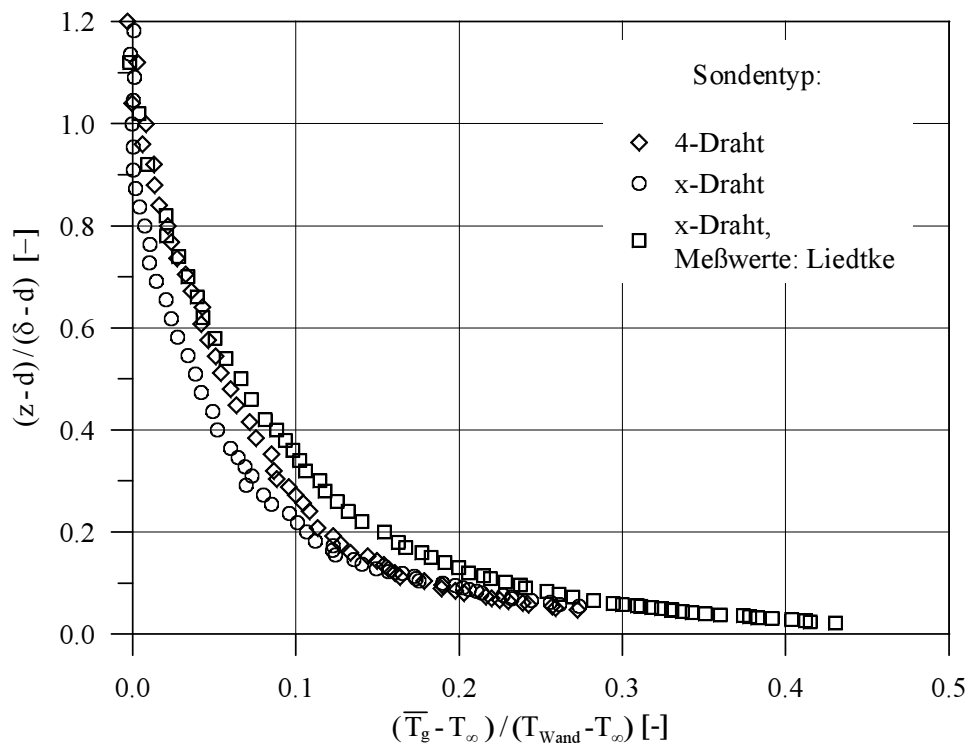


Abbildung 9.23: bezogene Temperaturdifferenz  $(\bar{T}_g - T_\infty) / (T_{Wand} - T_\infty)$ , Instabilität I1

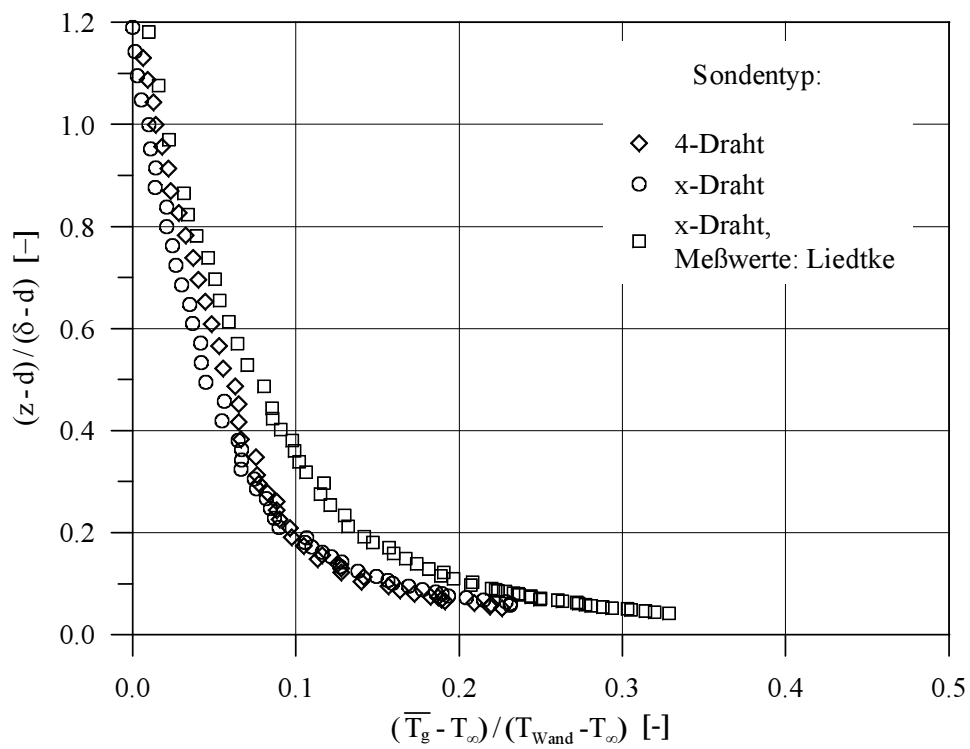


Abbildung 9.24: bezogene Temperaturdifferenz  $(\bar{T}_g - T_\infty) / (T_{Wand} - T_\infty)$ , Instabilität I2

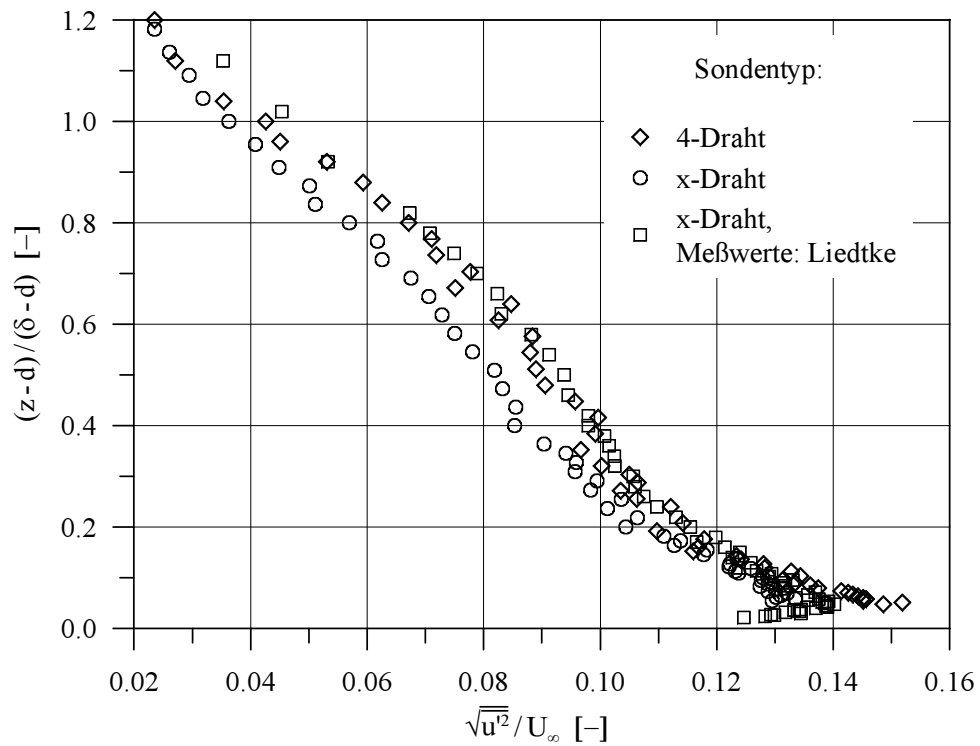


Abbildung 9.25: bezogene Geschwindigkeitskorrelation  $\sqrt{u'^2}/U_\infty$ , Instabilität I1

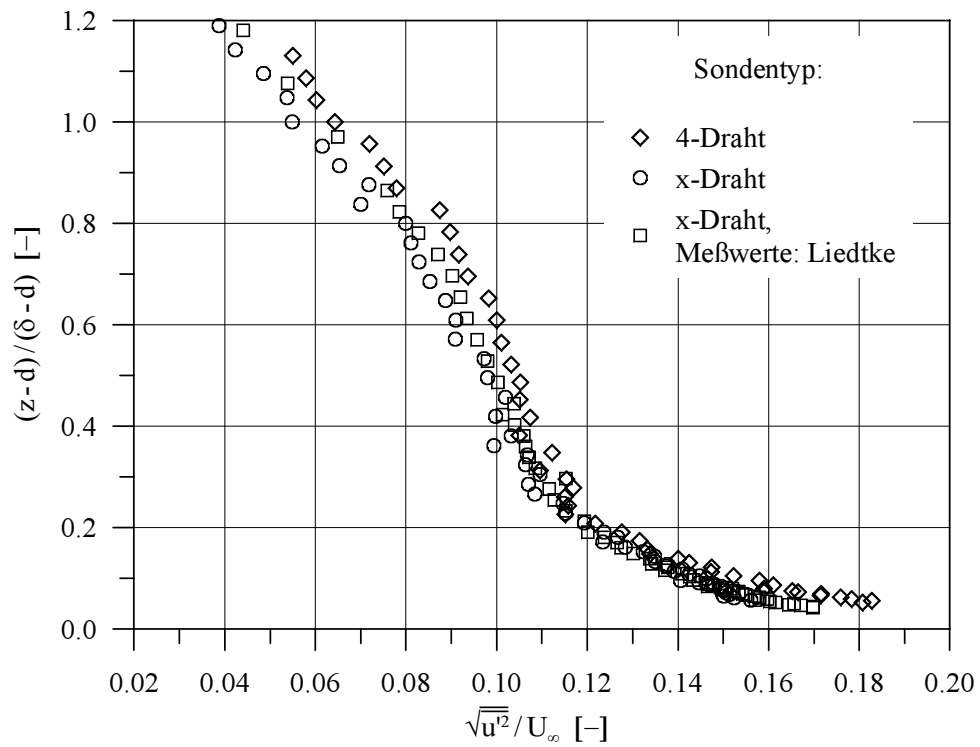


Abbildung 9.26: bezogene Geschwindigkeitskorrelation  $\sqrt{u'^2}/U_\infty$ , Instabilität I2

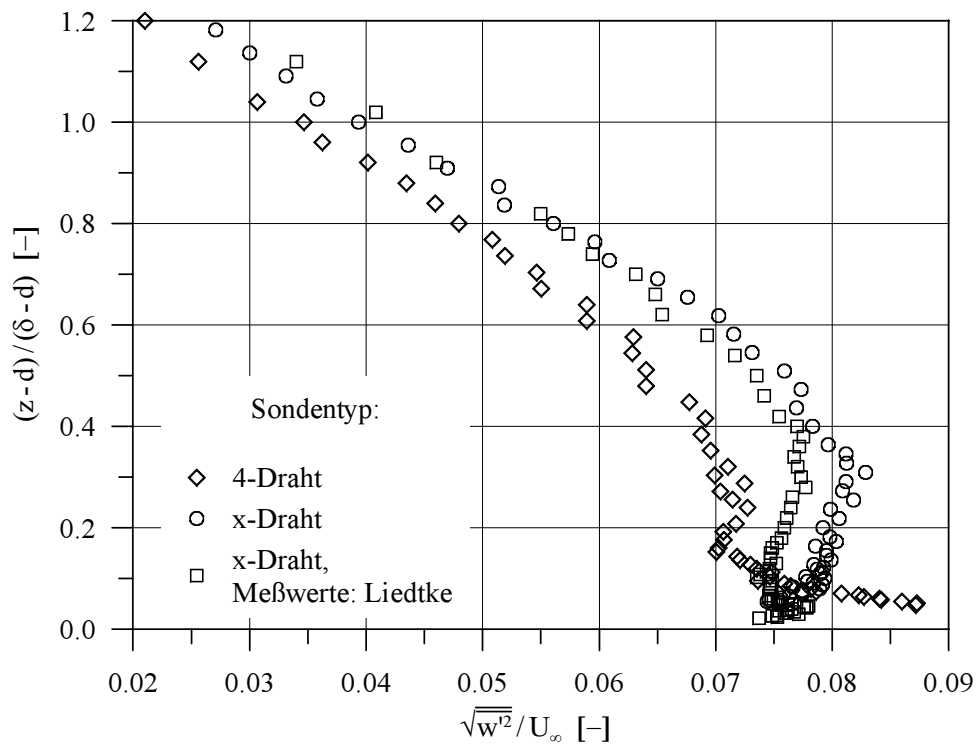


Abbildung 9.27: bezogene Geschwindigkeitskorrelation  $\sqrt{w'^2}/U_\infty$ , Instabilität I1

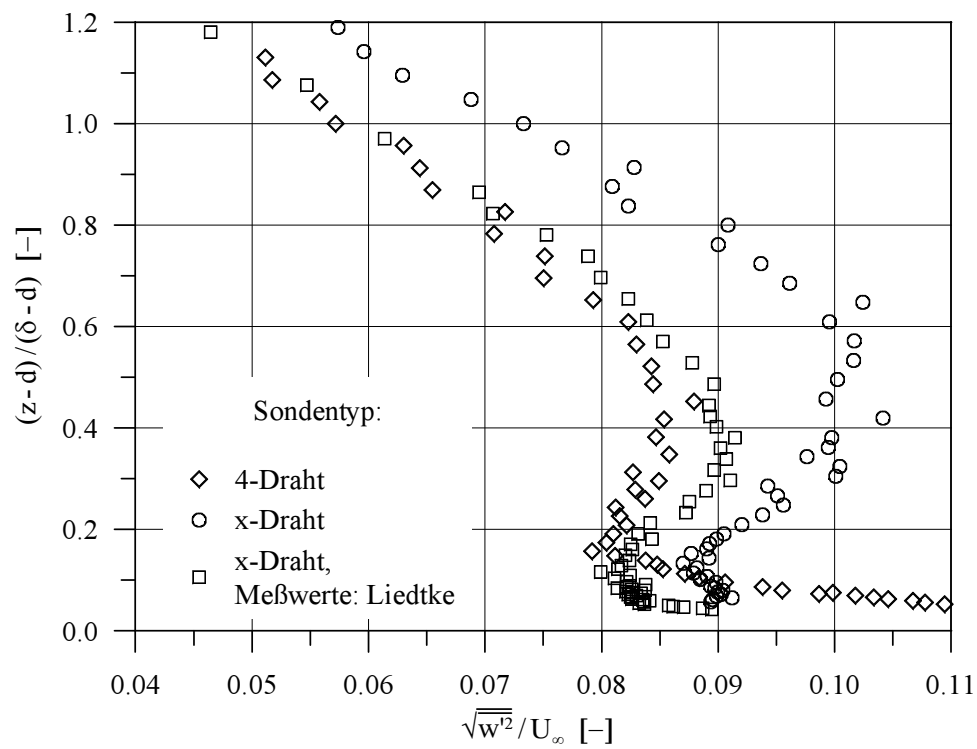


Abbildung 9.28: bezogene Geschwindigkeitskorrelation  $\sqrt{w'^2}/U_\infty$ , Instabilität I2



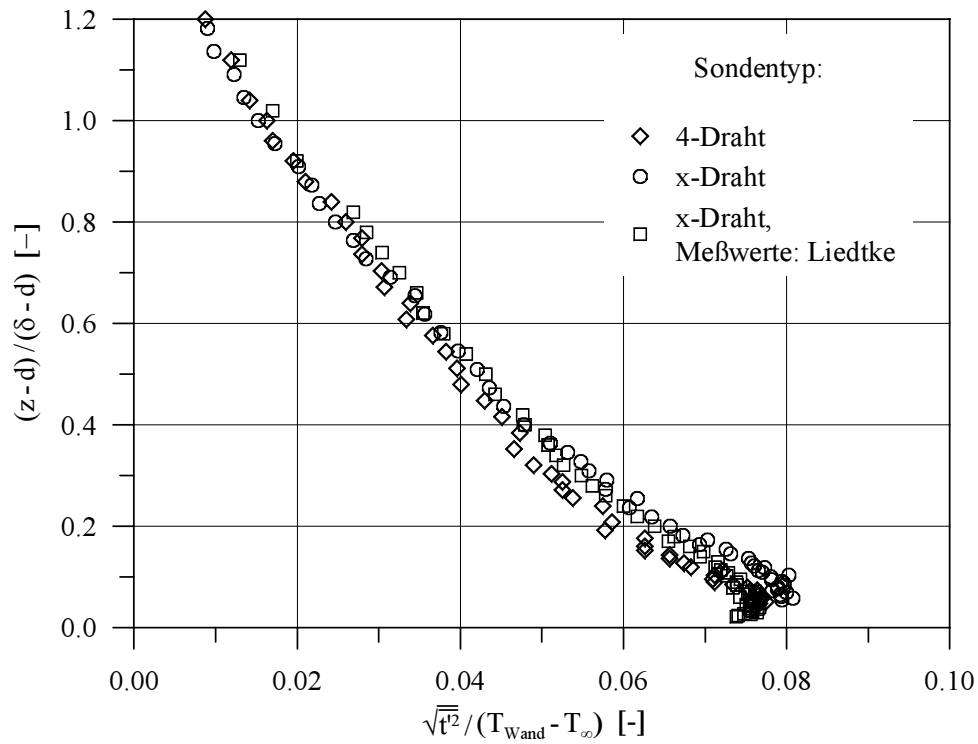


Abbildung 9.29: bezogene Temperaturkorrelation  $\sqrt{t'^2}/(T_{Wand} - T_\infty)$ , Instabilität I1

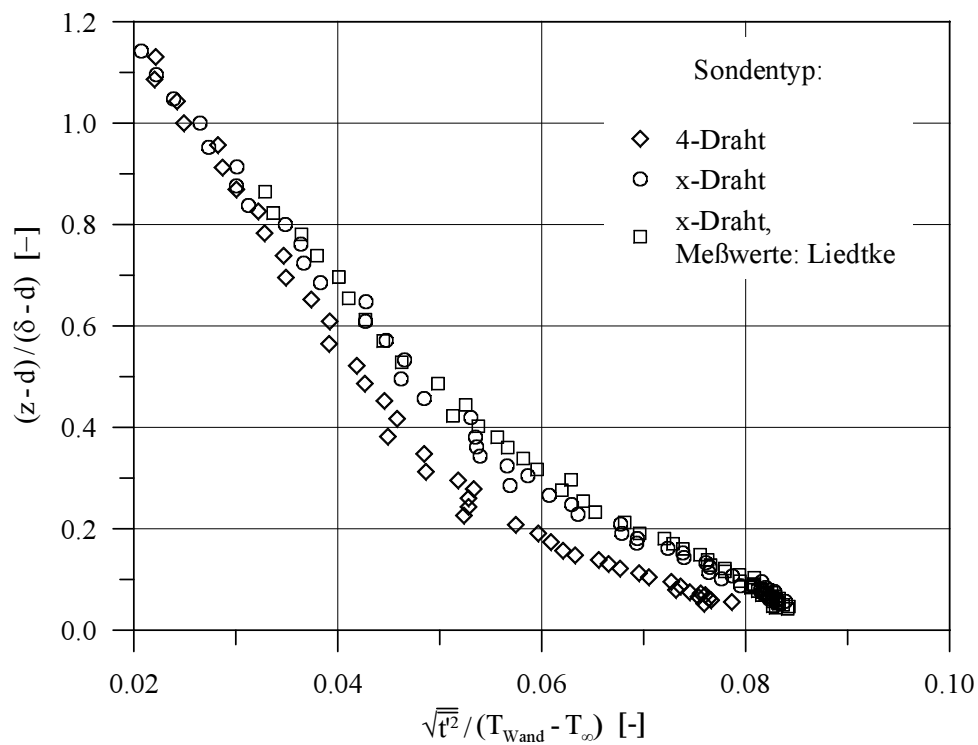


Abbildung 9.30: bezogene Temperaturkorrelation  $\sqrt{t'^2}/(T_{Wand} - T_\infty)$ , Instabilität I2

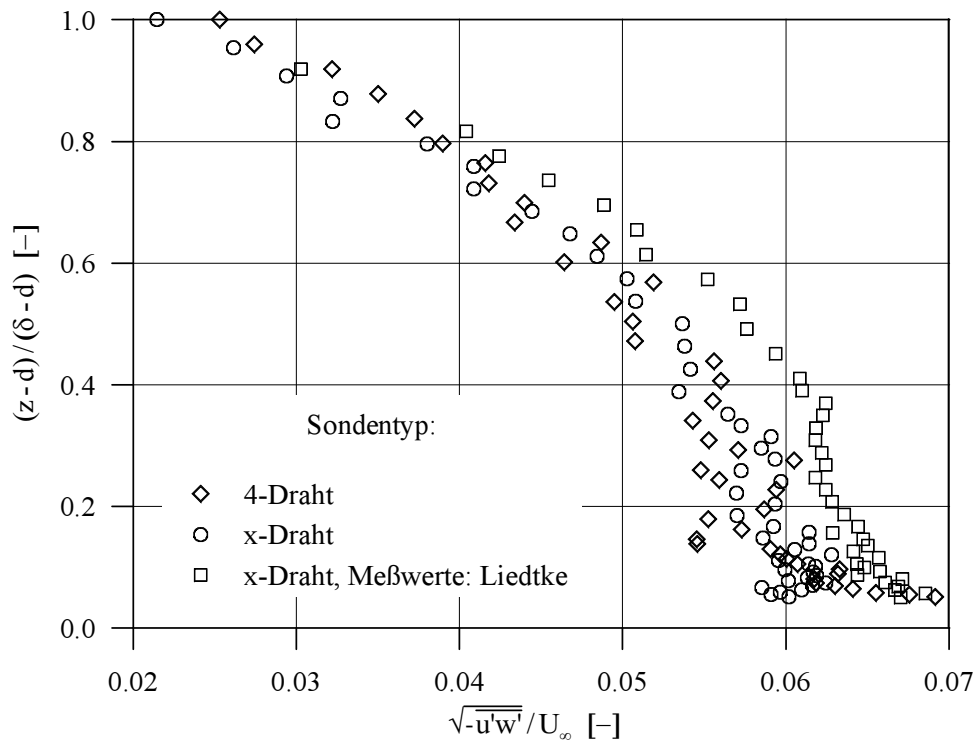


Abbildung 9.31: bezogene Geschwindigkeitskorrelation  $\sqrt{-u'w'}/U_\infty$ , Instabilität I1

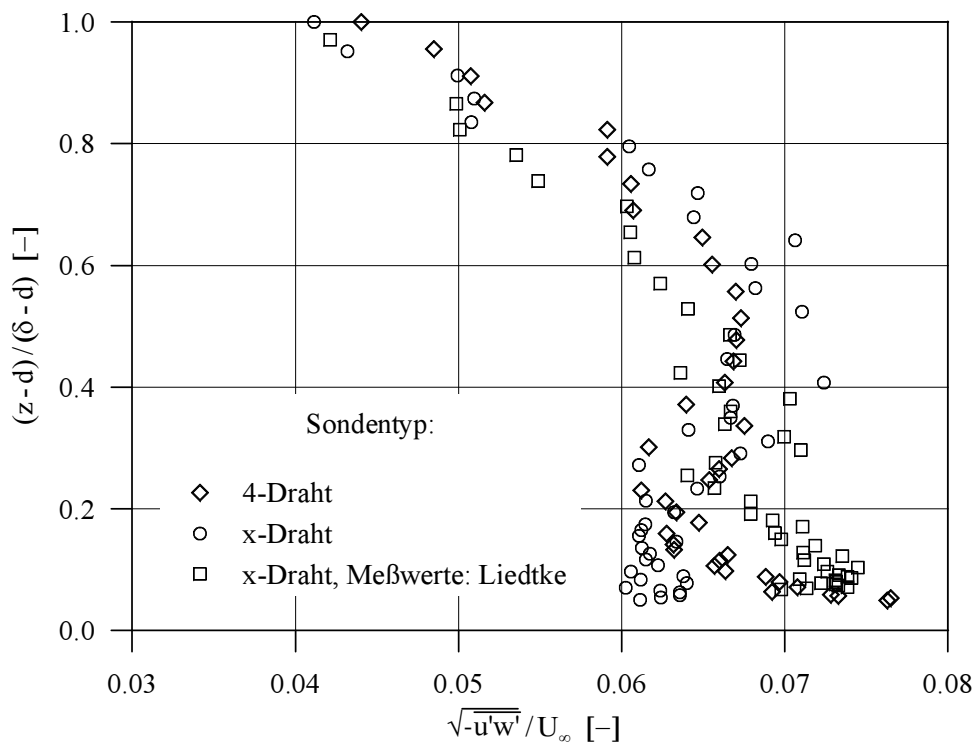


Abbildung 9.32: bezogene Geschwindigkeitskorrelation  $\sqrt{-u'w'}/U_\infty$ , Instabilität I2

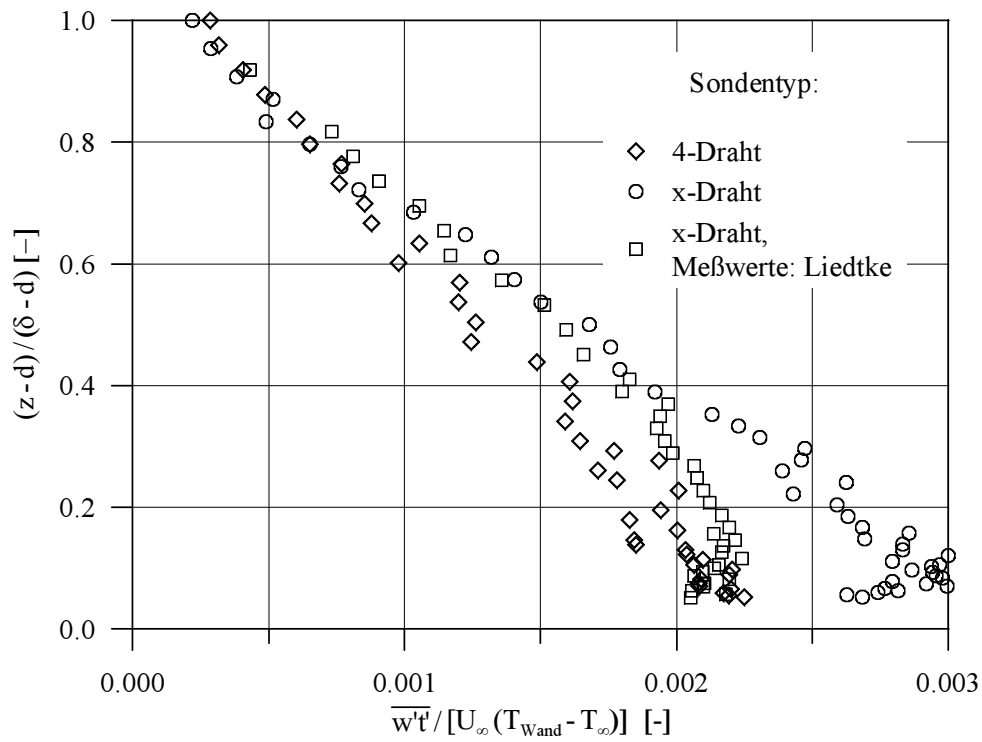


Abbildung 9.33: bezogene Korrelation  $\overline{w't'}/[U_\infty (T_{Wand} - T_\infty)]$ , Instabilität I1

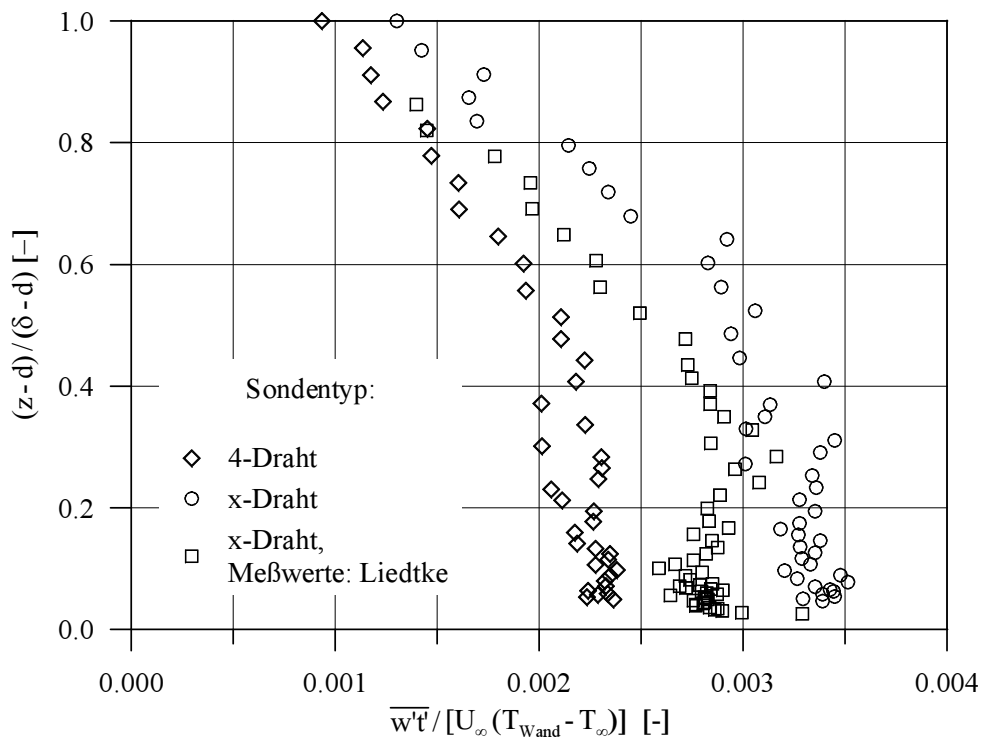


Abbildung 9.34: bezogene Korrelation  $\overline{w't'}/[U_\infty (T_{Wand} - T_\infty)]$ , Instabilität I2

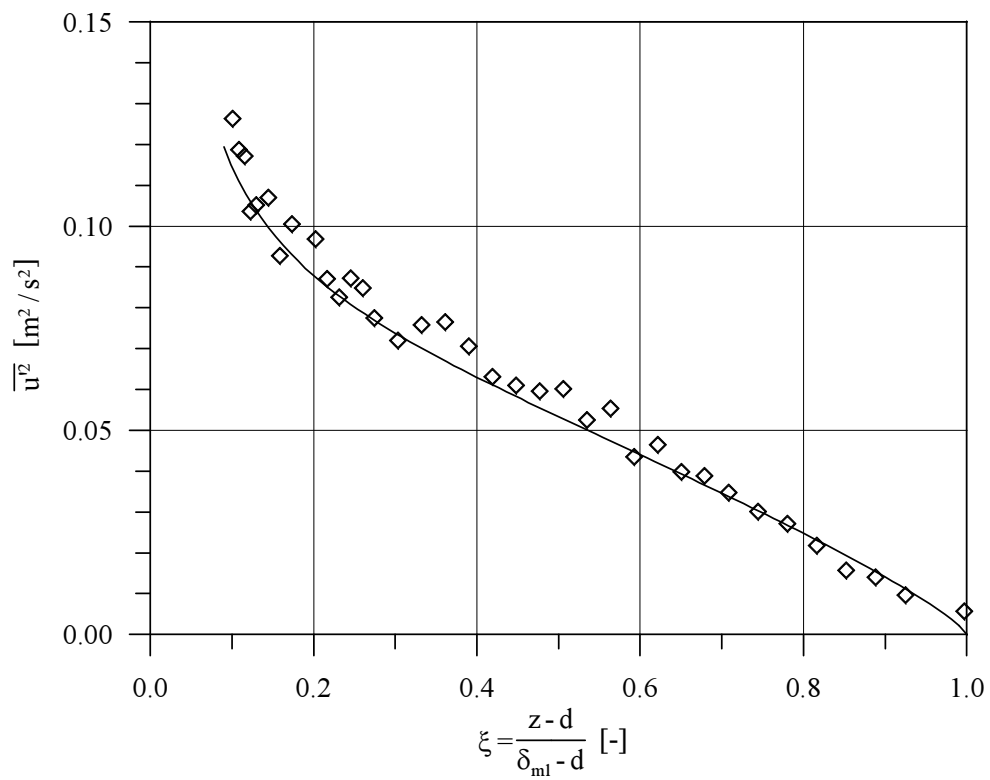


Abbildung 9.35: Korrelation  $\overline{u'^2}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I1

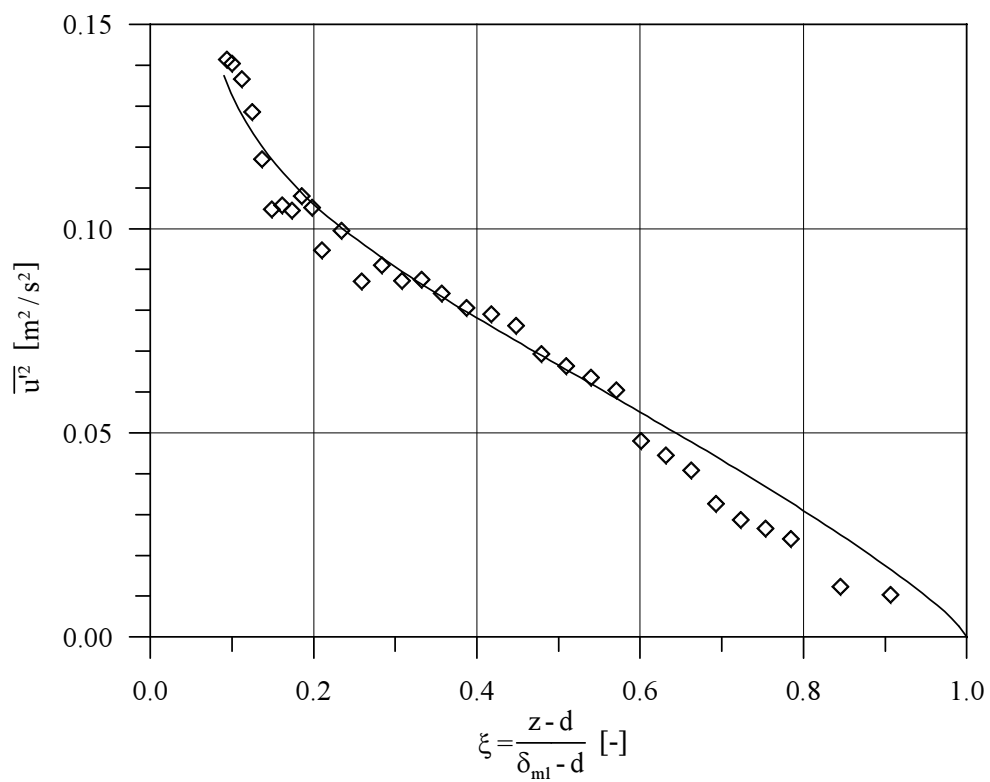


Abbildung 9.36: Korrelation  $\overline{u'^2}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I2

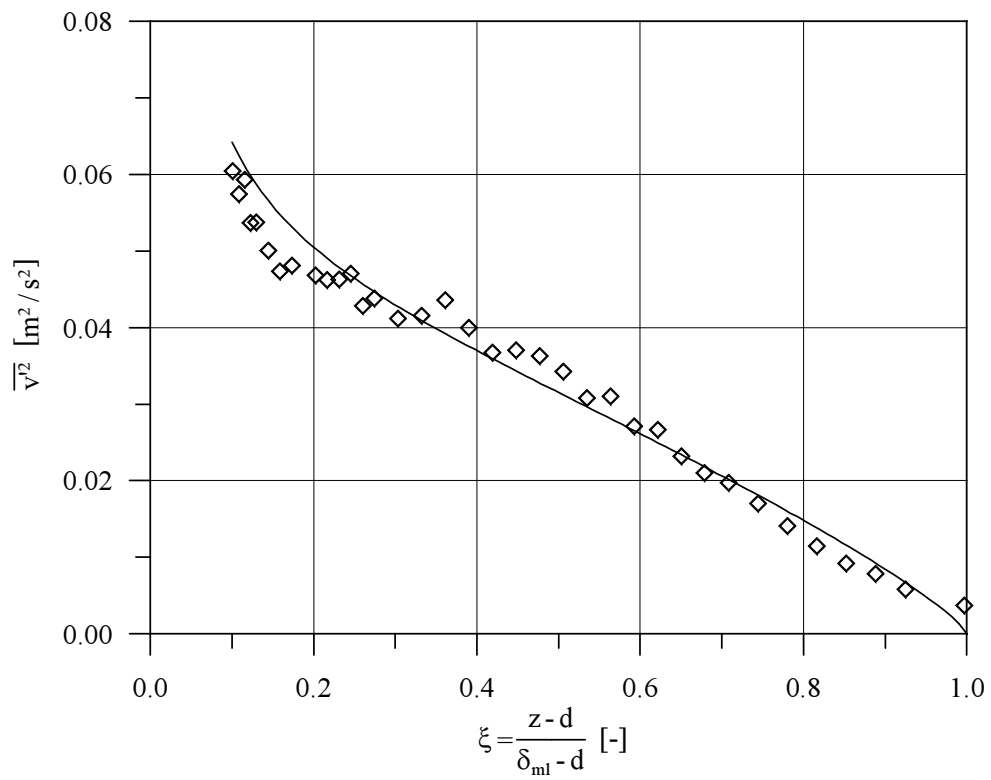


Abbildung 9.37: Korrelation  $\overline{v'^2}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I1

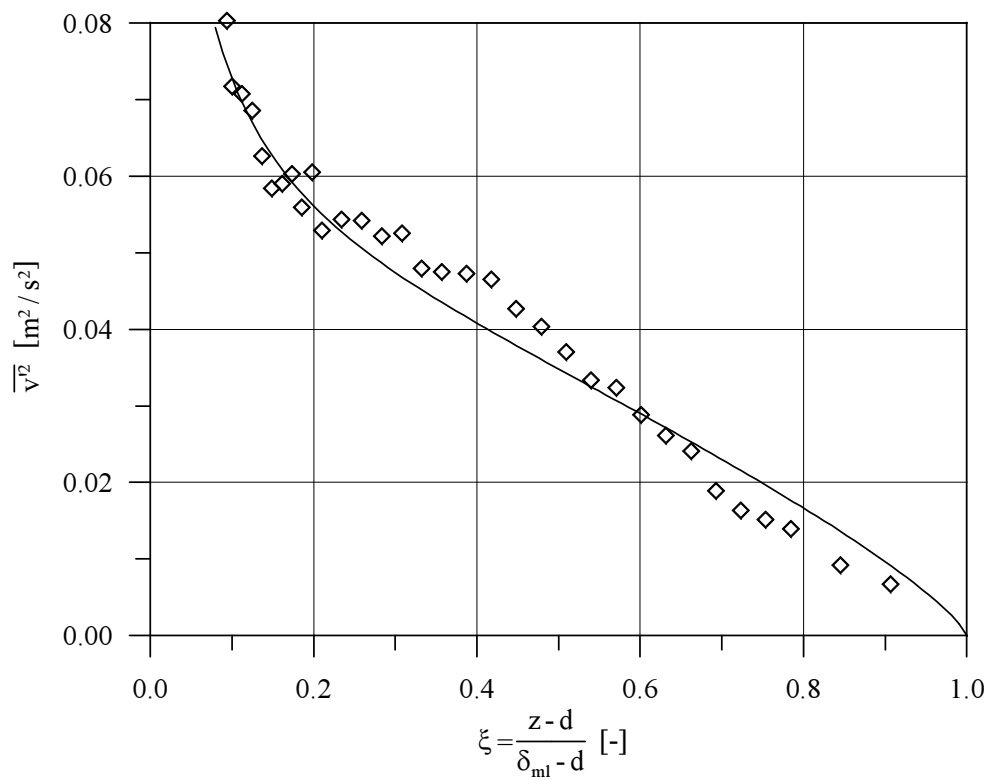


Abbildung 9.38: Korrelation  $\overline{v'^2}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I2

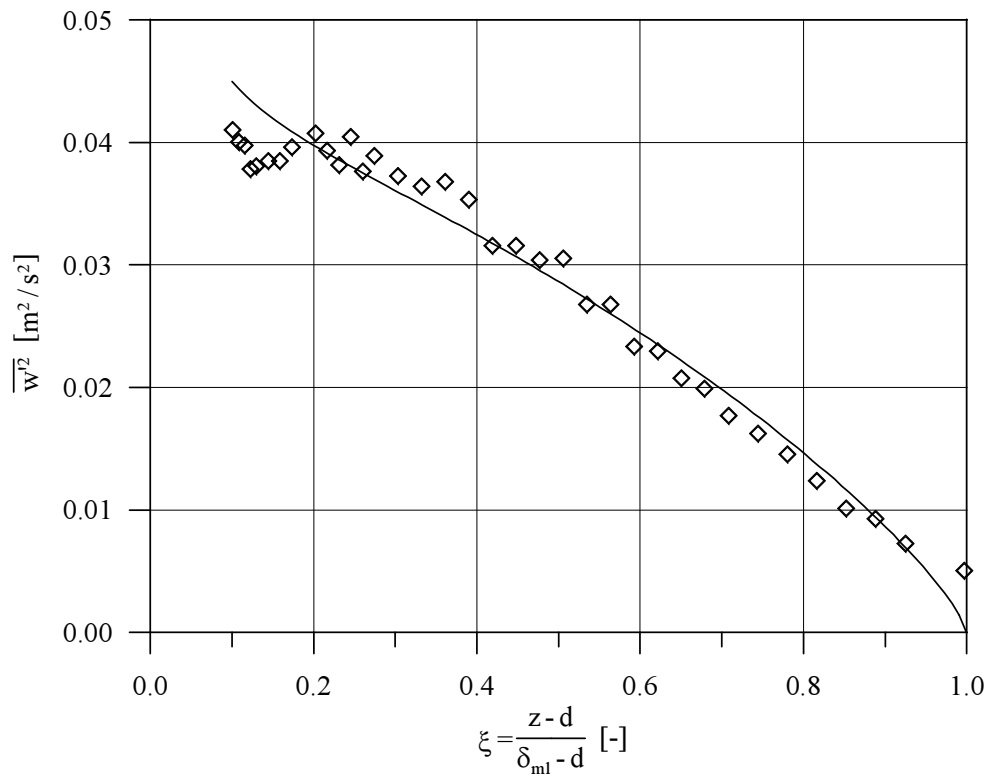


Abbildung 9.39: Korrelation  $\overline{w'^2}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I1

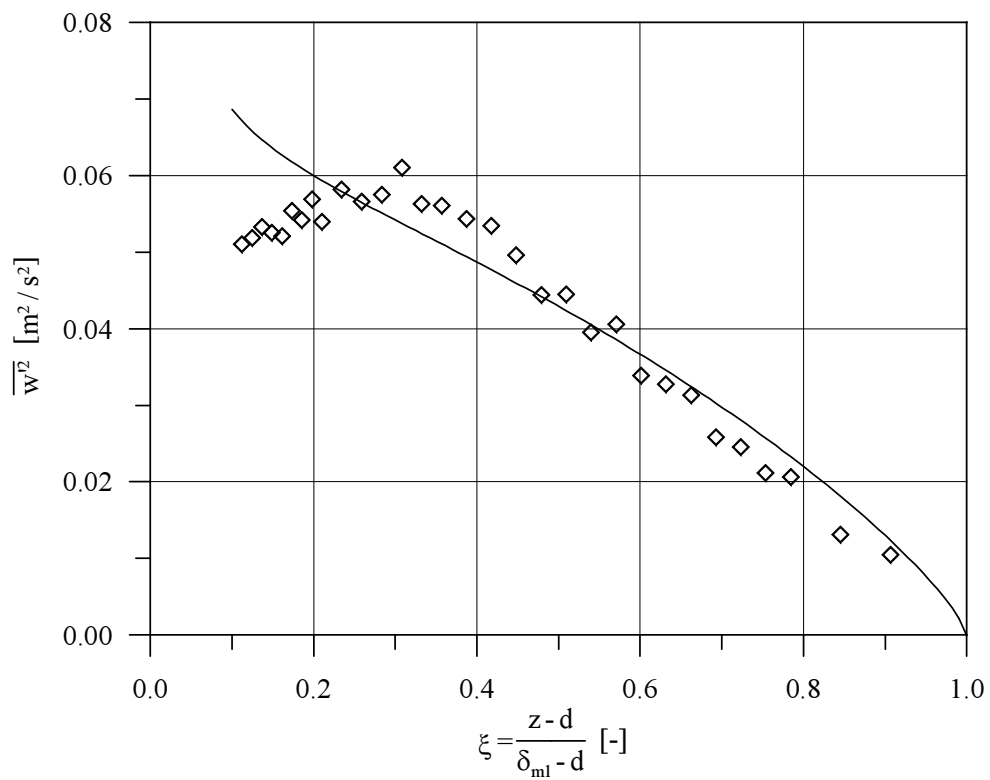


Abbildung 9.40: Korrelation  $\overline{w'^2}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I2

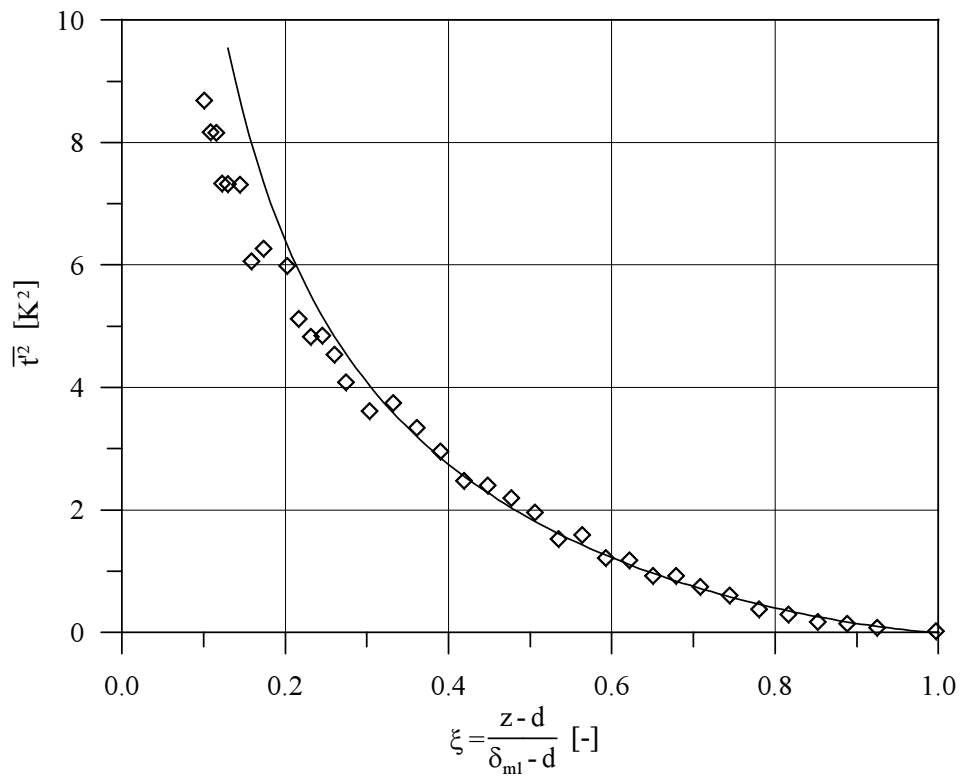


Abbildung 9.41: Korrelation  $\overline{t'^2}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I1

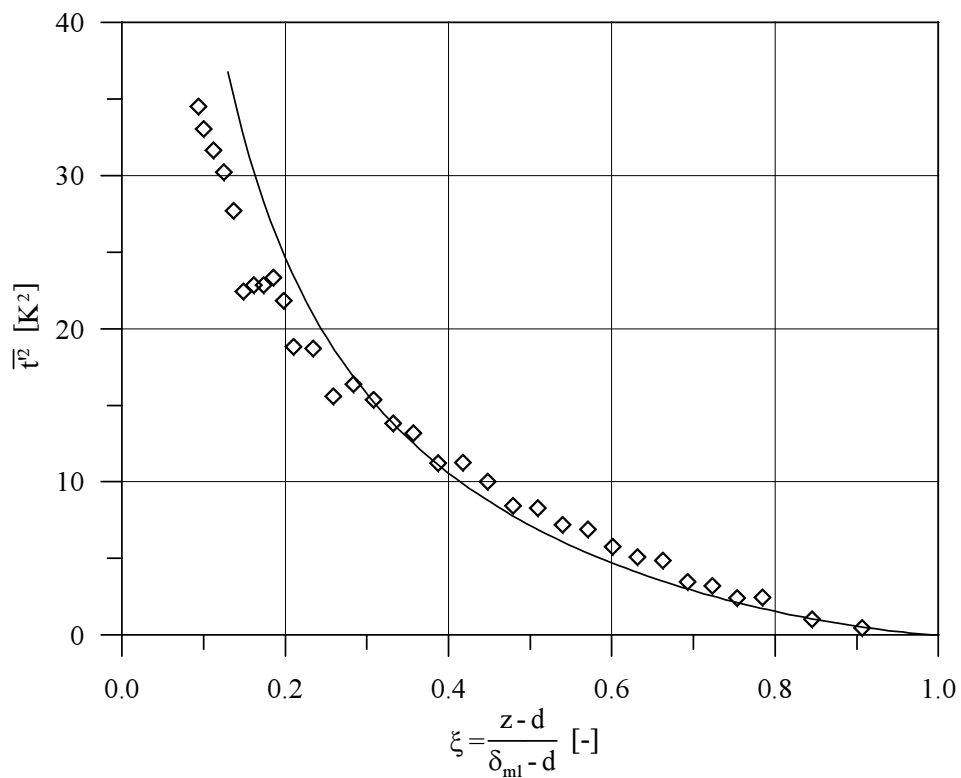


Abbildung 9.42: Korrelation  $\overline{t'^2}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I2

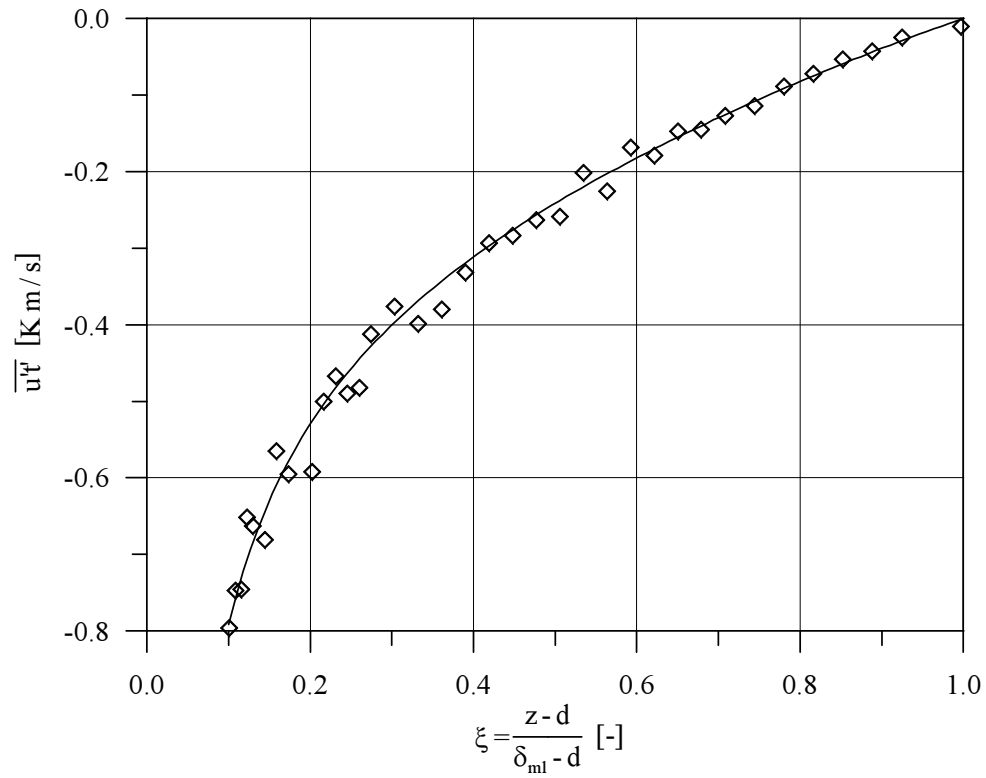


Abbildung 9.43: Korrelation  $\overline{u't'}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität *I1*

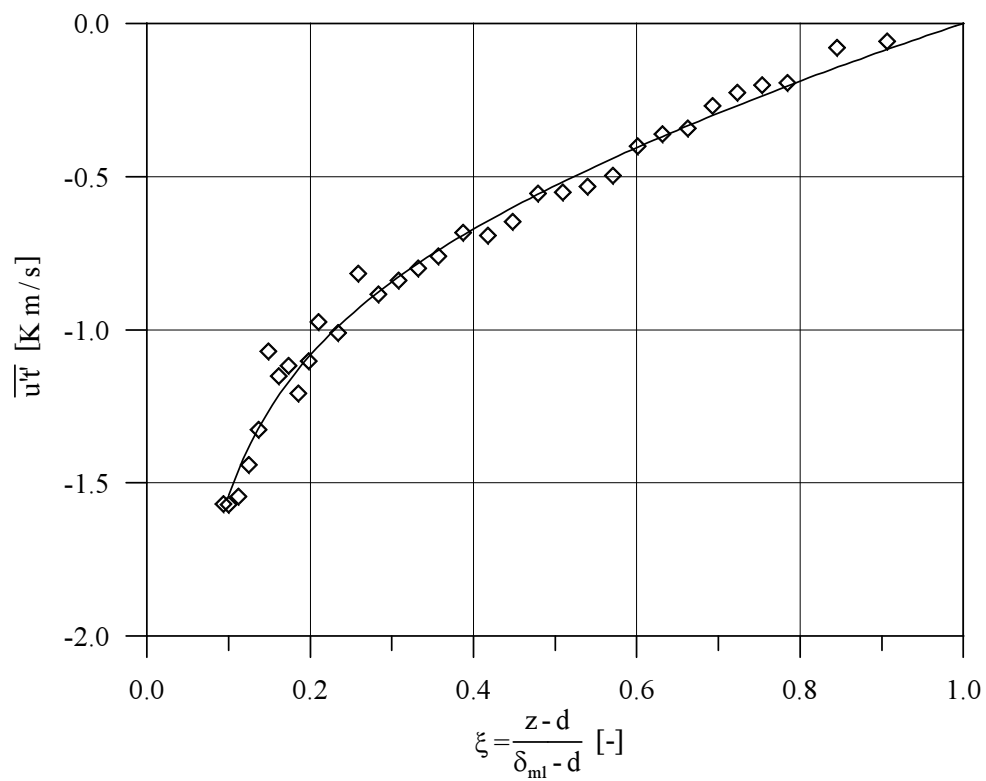


Abbildung 9.44: Korrelation  $\overline{u't'}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität *I2*



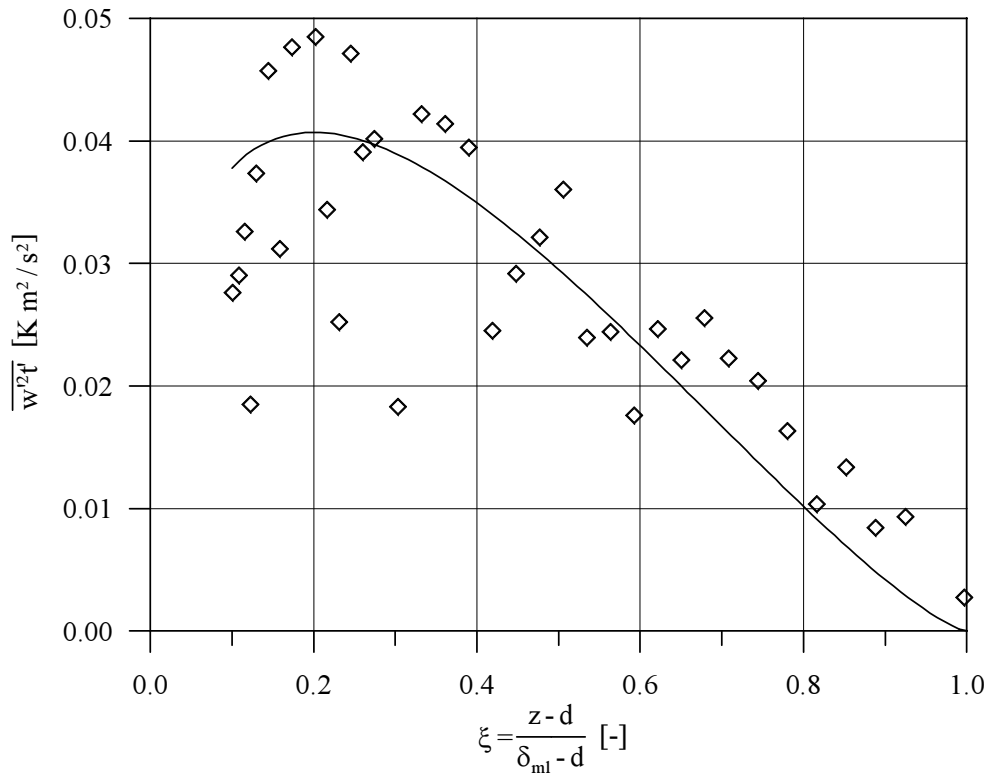


Abbildung 9.45: Korrelation  $\overline{w'^2 t'}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I1

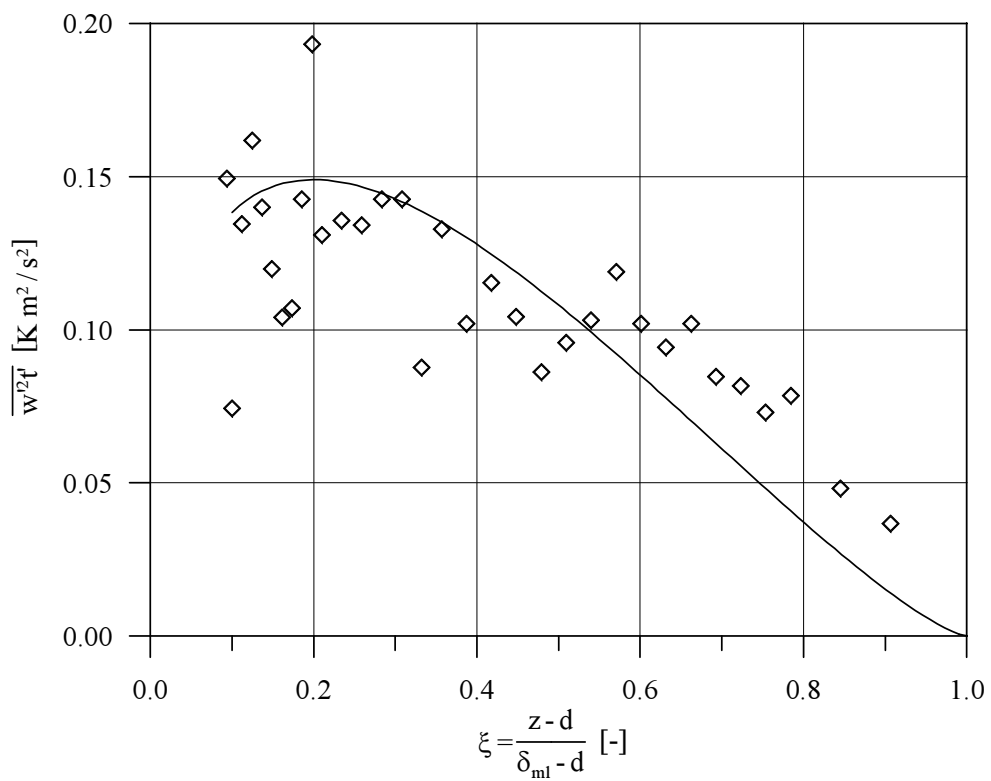
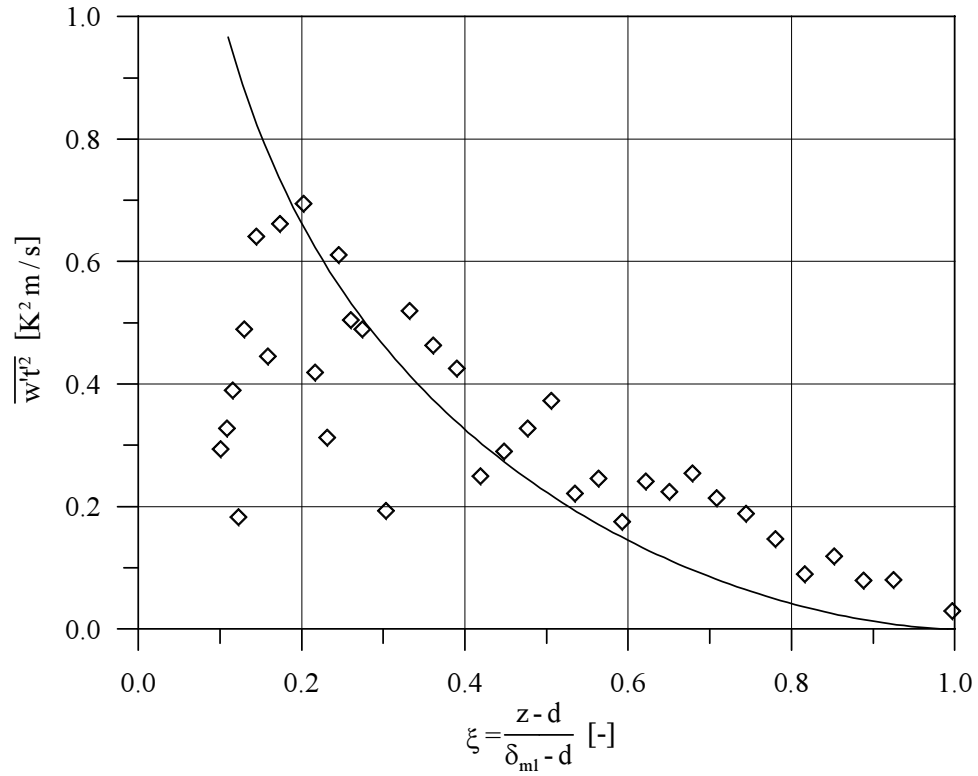
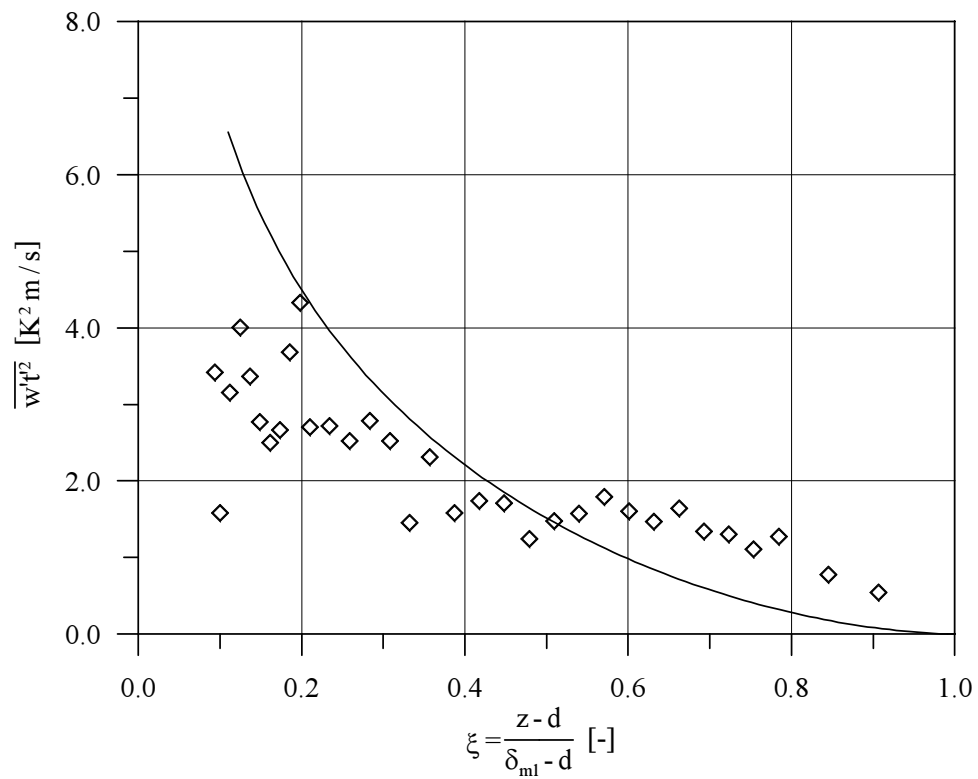


Abbildung 9.46: Korrelation  $\overline{w'^2 t'}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I2

Abbildung 9.47: Korrelation  $\overline{w't'^2}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I1Abbildung 9.48: Korrelation  $\overline{w't'^2}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I2

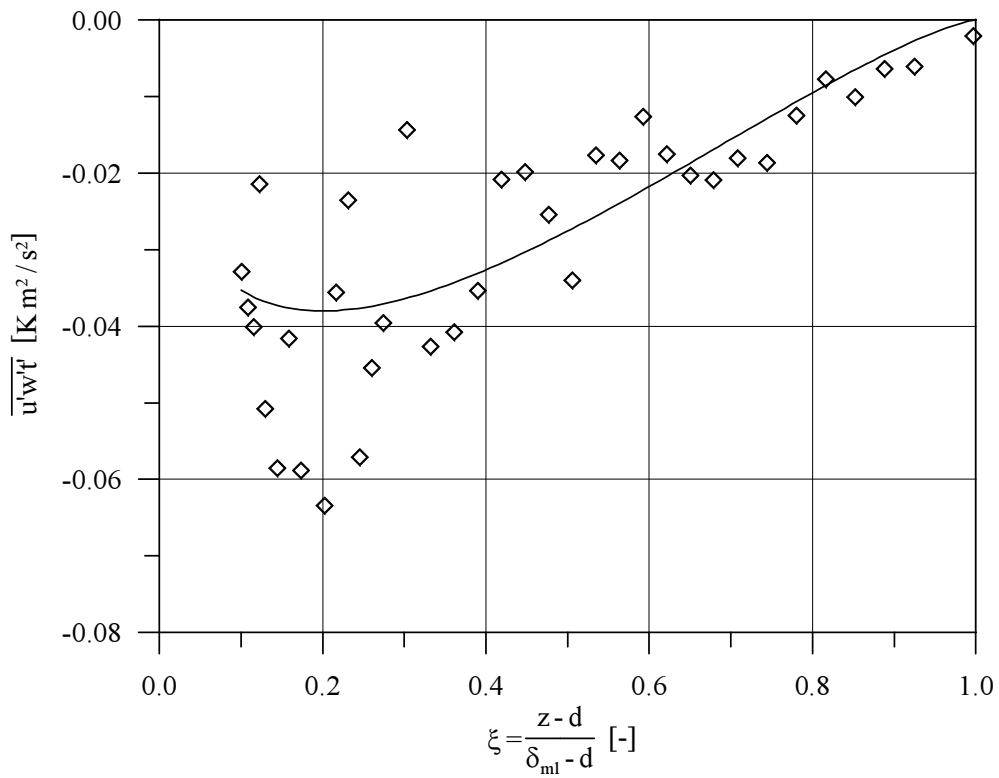


Abbildung 9.49: Korrelation  $\overline{u'w't'}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität *I1*

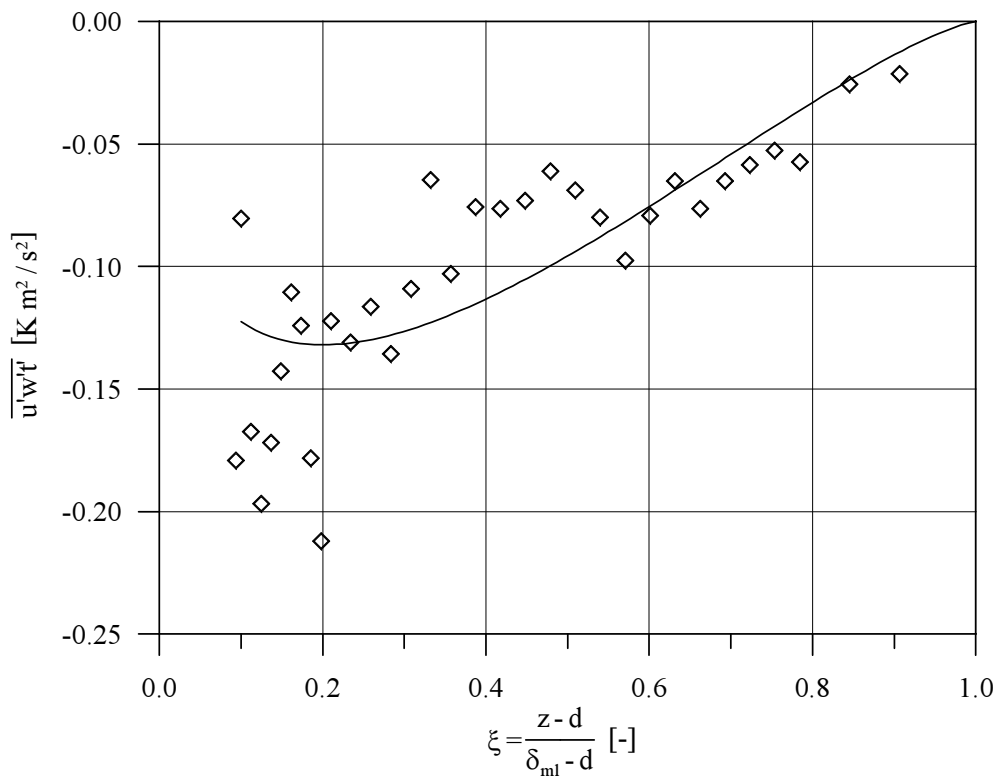
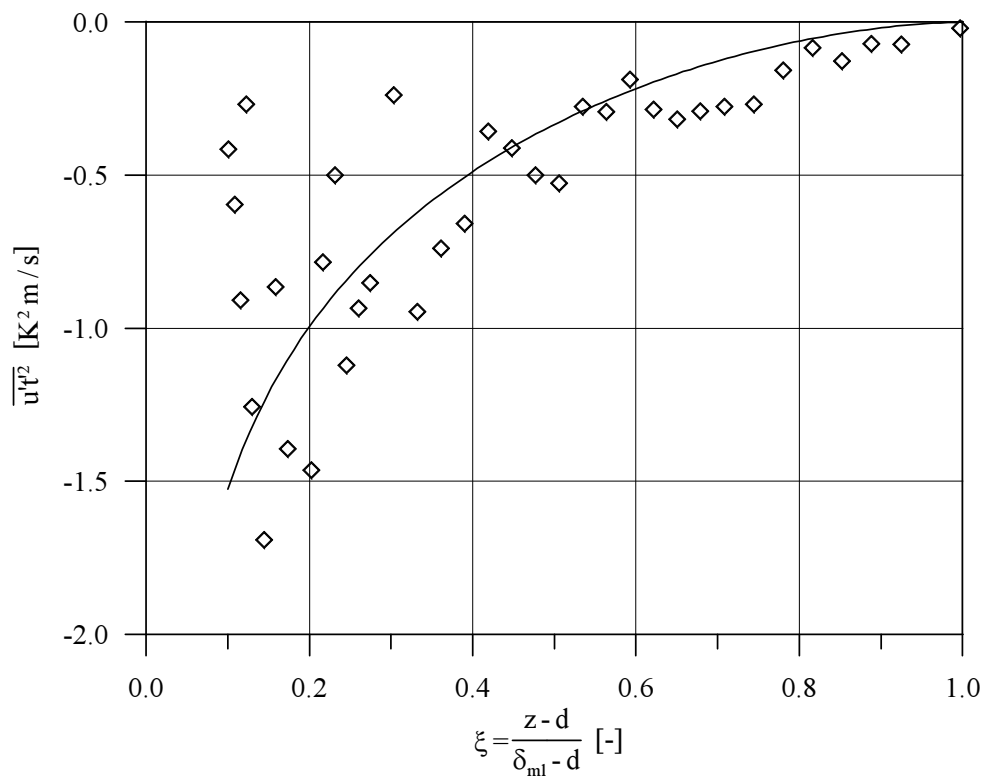
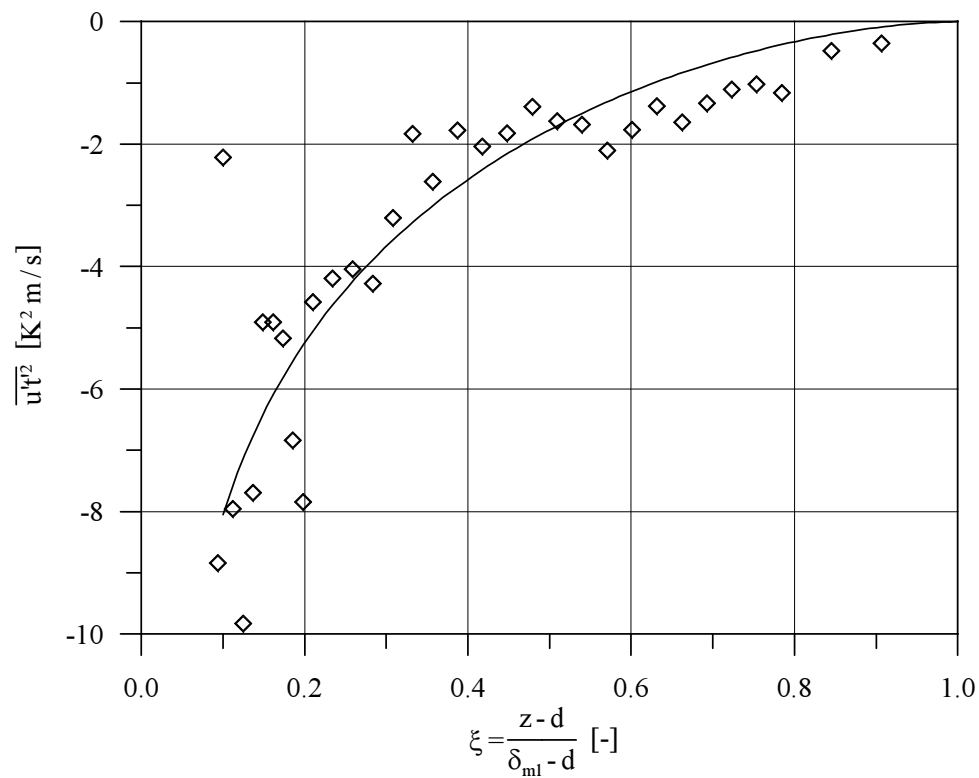


Abbildung 9.50: Korrelation  $\overline{u'w't'}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität *I2*

Abbildung 9.51: Korrelation  $\overline{u't'^2}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I1Abbildung 9.52: Korrelation  $\overline{u't'^2}$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I2

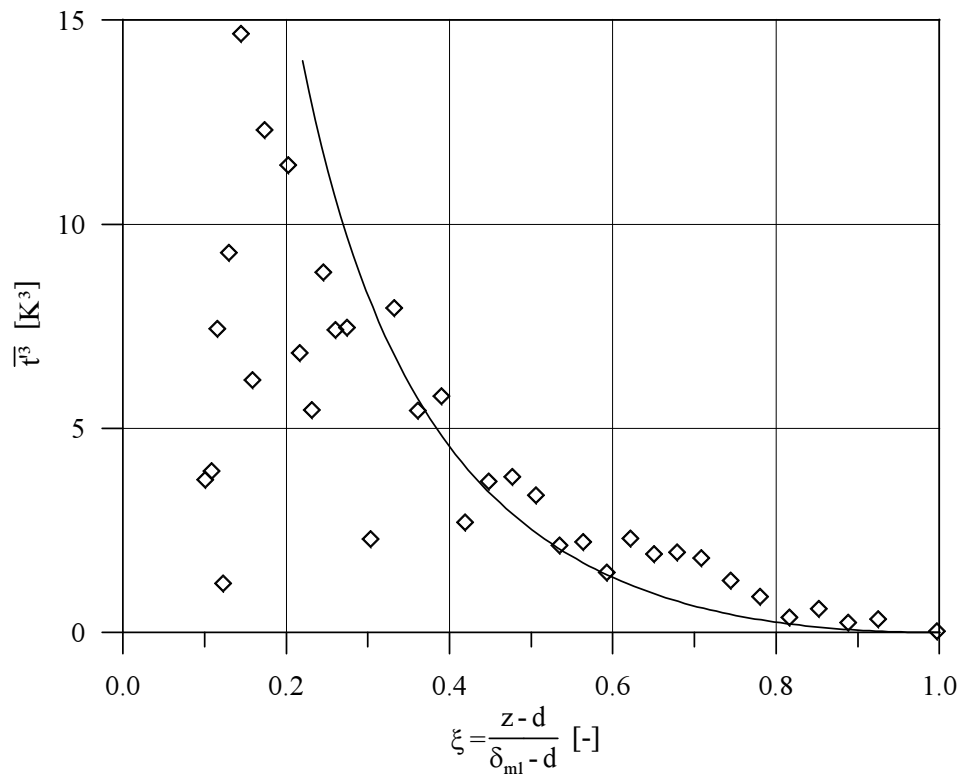


Abbildung 9.53: Korrelation  $\bar{t}^3$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I1

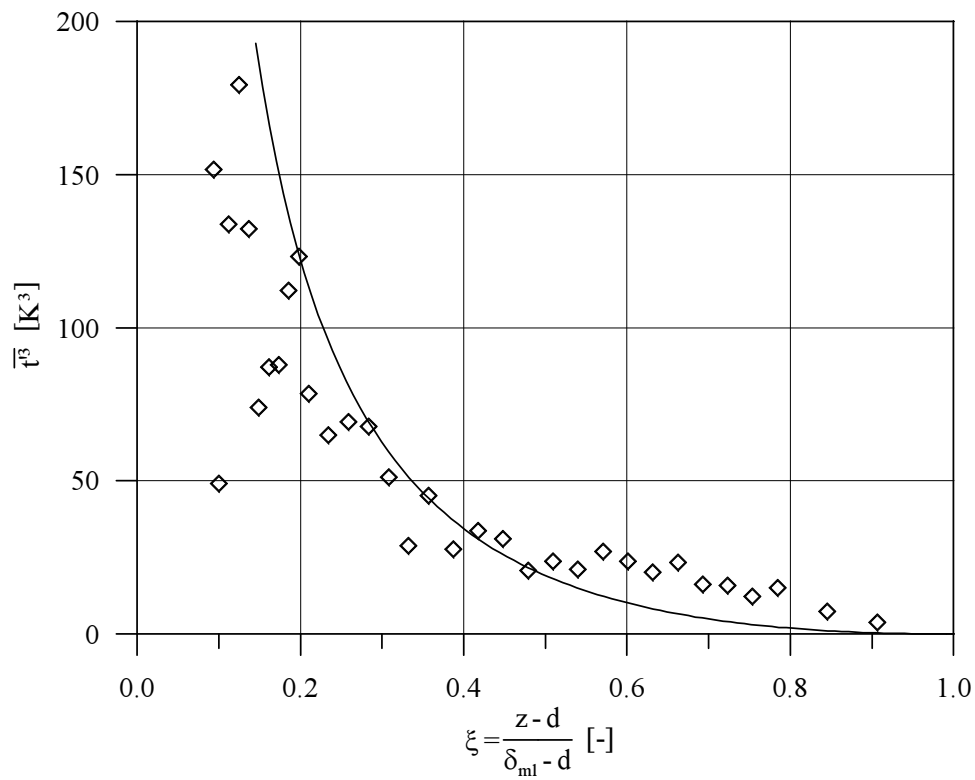


Abbildung 9.54: Korrelation  $\bar{t}^3$ , 4-Draht-Sonden-Messung, Instabilität I2

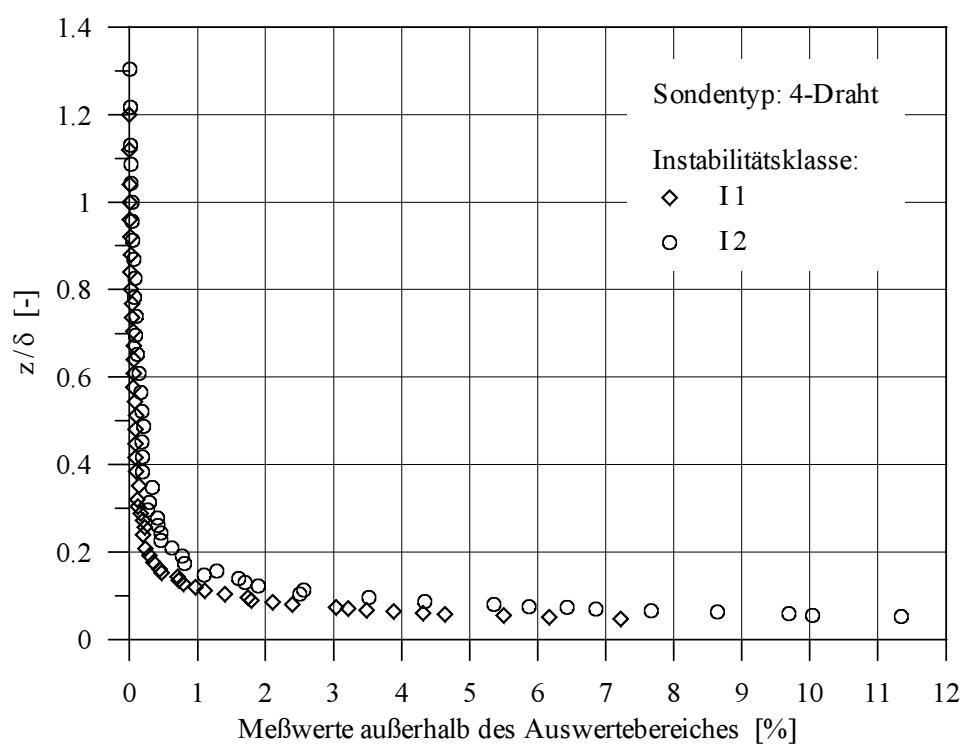


Abbildung 9.55: Meßwerte außerhalb des Auswertebereiches der Meßwertverarbeitung bei der Messung der mittleren Strömungsgrößen (4-Draht-Sonde)