

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
Konstruktive Gestaltung und Holzbau



Richard Bosl

Zum Nachweis des Trag- und Verformungsverhaltens von Wandscheiben aus Brettlagenholz

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beinhaltet die Berechnung der Spannungen und Verformungen von verleimten Brettlagenholz unter scheibenartiger Beanspruchung. Als wesentliche Neuerung erfolgt die numerische Berechnung erstmalig auf Grundlage der von LISCHKE ermittelten Werkstoffkenngrößen. Diese berücksichtigen die anisotropen Eigenschaften des Werkstoffs Holz, die Anisotropie der Struktur und die fehlende schmalseitige Verleimung der Einzelbretter. Es wird nachgewiesen, dass sich die Theorie des Mehrschichtenverbundes auf Brettlagenholz übertragen lässt. Mittels einer Analogiebetrachtung werden Eingangswerte der Einzelschichten für die numerische Berechnung nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes festgelegt. Mit diesen Eingangswerten lässt sich, unter Beachtung der im Holzbau üblichen Annahmen, eine Übereinstimmung mit den Werkstoffkenngrößen nach LISCHKE erzielen. Das Rechenmodell für nur breitseitig verleimtes Brettlagenholz wird anhand experimenteller Untersuchungen verifiziert. Die vorliegende Arbeit liefert somit einen neuen Beitrag zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Brettlagenholz.

Abstract

The present doctoral dissertation deals with the calculation of stresses and deformations of glued multilayered, wooden structures subjected to in-plane loads. The essential innovation is, that for the first time the numerical calculation is based on the characteristic material values provided by LISCHKE. These characteristic material values take into account the anisotropic properties of wood, the anisotropic structure, and the missing glue connection between the boards' narrow edges. It is proved, that the theory of composite structures can be transferred to multilayered, wooden structures. Based on an analogical consideration, material constants for the single layers are settled in agreement with the characteristic material values by LISCHKE. These settled material constants consider the general assumptions of timber constructions. They allow the numerical calculation of stresses and deformations using the theory of composite structures. The results of the numerical calculations are verified by experimental investigations. In this way, the dissertation provides a new contribution for the calculation of multilayered, wooden structures.

Die vorliegende Arbeit ist eine von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München genehmigte Dissertation.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen an der Universität der Bundeswehr München.

Die Anregung zu dieser Arbeit erhielt ich von Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. G. Ewald, dem ich für seine wissenschaftliche und persönliche Unterstützung sowie für die sehr guten Arbeitsbedingungen an der Professur für Konstruktive Gestaltung und Holzbau ganz herzlich danke. Die Diskussionen mit meinem „Doktorvater“ und seine wertvollen Ratschläge haben ganz wesentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. A. H. Heinen danke ich für die Übernahme des Koreferates, für sein fachliches Interesse und die ständige Bereitschaft zu angeregten wissenschaftlichen Gesprächen.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. N. Gebbeken danke ich für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses.

Ferner gilt mein Dank allen Kollegen und Mitarbeitern am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, insbesondere auch den Mitarbeitern des Labors für die Unterstützung bei der Durchführung der experimentellen Untersuchungen. Herrn Dipl.-Ing. (FH) K. Moser, Merk-Holzbau, gebührt mein Dank für die unentgeltliche Bereitstellung der Probekörper.

Pettendorf, im Januar 2002

Richard Bosl

Tag der mündlichen Prüfung: 22. November 2001

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. N. Gebbeken

1. Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. G. Ewald

2. Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. A. H. Heinen

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Vorbemerkung	1
1.2	Zielsetzung	1
1.3	Stand der Erkenntnisse	3
1.3.1	Anisotropie des Holzes	3
1.3.2	Anisotropie der Verbundwerkstoffe	4
1.3.3	Anisotropie des Brettlagenholzes	4
2	Eigenschaften von Holz und Klebstoffen für tragende Holzbauteile	6
2.1	Eigenschaften von Holz	6
2.1.1	Allgemeines	6
2.1.2	Anisotropie des Holzes	7
2.1.3	Die elastischen Stoffkonstanten von Holz	8
2.1.4	Zusammenhang zwischen den Elastizitätszahlen und den Materialkennwerten	11
2.2	Eigenschaften von Klebstoffen für tragende Holzbauteile	23
2.2.1	Klebstoffe für tragende Holzbauteile	23
2.2.2	Elastomechanische Eigenschaften von Klebstoffen für tragende Holzbauteile	26
2.2.3	Umweltverträglichkeit von Klebstoffen für tragende Holzbauteile	27
3	Die konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen	29
3.1	Vorbemerkungen	29
3.2	Die konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen nach LISCHKE	30
3.3	Die Theorie des Mehrschichtenverbundes	38
3.3.1	Annahmen	38
3.3.2	Mechanische Eigenschaften der Einzelschicht	38
3.3.3	Mechanische Eigenschaften des Mehrschichtenverbundes	41
3.4	Analogie zwischen den konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen nach LISCHKE und der Theorie des Mehrschichtenverbundes	48
3.4.1	Vorgehensweise	48
3.4.2	Aufbau der Wandscheiben aus Brettlagenholz	50
3.4.3	Berechnung der Werkstoffkenngrößen nach LISCHKE	52
3.4.4	Festlegung der Eingangswerte für die Theorie des Mehrschichtenverbundes	56

3.4.5	Berechnung der Werkstoffkenngrößen nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes	60
3.4.6	Vergleich der Ergebnisse	63
4	Experimentelle Untersuchungen	65
4.1	Experimentelle Überprüfung der Steifigkeiten	65
4.1.1	Zielsetzung	65
4.1.2	Versuchsaufbau und Messeinrichtungen	65
4.1.3	Probekörper	67
4.1.4	Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	68
4.1.5	Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	72
4.1.6	Zusammenfassung	75
4.2	Experimentelle Überprüfung des Rechenmodells	77
4.2.1	Versuchsaufbau	77
4.2.2	Probekörper	78
4.2.3	Berechnung der Werkstoffkenngrößen	78
4.2.4	Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells	79
4.2.5	Vergleichsrechnung mit Elastizitätszahlen nach DIN 68364	81
4.2.6	Zusammenfassung	86
5	Optimierung und Wahl einer zweckmäßigen Struktur für eine Wandscheibe aus Brettlagenholz	89
5.1	Geometrie der Einzelbretter	90
5.2	Sortiermerkmale und Sortierklassen der Einzelbretter	90
5.3	Anordnung der Brettlagen	91
5.4	Ausbildung der vertikalen Fugen	97
6	Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz	98
6.1	Annahmen	98
6.1.1	Geometrie	99
6.1.2	Aufbau der Wandscheiben aus Brettlagenholz	99
6.1.3	Finite-Element-Modellierung	100
6.1.4	Eingangswerte für die Finite-Element-Berechnung	101
6.1.5	Lastfälle und Lagerungsbedingungen	102

6.2	Wandscheibe ohne Öffnungen	105
6.2.1	Lastfall 1	105
6.2.2	Lastfall 2	119
6.2.3	Lastfall 3	131
6.2.4	Lastfall 4	144
6.3	Wandscheibe mit Öffnungen	150
6.3.1	Lastfall 1	150
6.3.2	Lastfall 2	163
6.3.3	Lastfall 3	176
6.3.4	Lastfall 4	186
7	Zusammenfassung und Ausblick	191
	Literaturverzeichnis	193
	Symbolverzeichnis	199
	Abbildungsverzeichnis	202
	Tabellenverzeichnis	211
	Anhang	
A1	Rechenroutine zur Ermittlung der Elastizitätszahl s_{66}	A1-1
A2	Beispiel zum Kartenformat MSC/NASTRAN	A2-1
A3	Eigenschaften des verwendeten CQUAD4-Elementes, Konvergenzstudie	A3-1
A4	Plausibilitätskontrolle der Auflagerreaktionen für Wandscheiben ohne Öffnungen (Lastfall 3)	A4-1
A5	Plausibilitätskontrolle für Berechnungen nach Theorie II. Ordnung für Wandscheiben ohne Öffnungen	A5-1
A6	Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)	A6-1
A7	Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)	A7-1
A8	Plausibilitätskontrolle der Auflagerreaktionen für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 3)	A8-1
A9	Plausibilitätskontrolle für Berechnungen nach Theorie II. Ordnung für Wandscheiben mit Öffnungen	A9-1

1 Einführung

1.1 Vorbemerkung

Holz gehört neben Kohle, Erdgas und Erdöl zu den wichtigsten auf der Erde vorkommenden Rohstoffen. Die nachhaltige Bewirtschaftung der nachwachsenden Ressource Holz gewährleistet, dass höchstens soviel Holz genutzt wird wie nachwächst. Der jährliche Holzzuwachs in Deutschland beträgt ca. 60 Mio. [m³], der jährliche Einschlag ca. 40 Mio. [m³] [39]. Demzufolge könnte mehr Holz verarbeitet werden.

Holz wird nicht zuletzt aufgrund seiner ökologischen Vorteile als Rohstoff der Zukunft bezeichnet [39]. Da sowohl für die Bereitstellung des Rohstoffs als auch für seine Be- und Verarbeitung im Vergleich zu anderen Produktionsprozessen wenig Energie aufgewendet werden muss, kann der Verwendung von Holz hinsichtlich des Klimaschutzes eine wichtige Rolle zukommen. Durch die Bildung von Holz wird der Atmosphäre das für den Treibhauseffekt mitverantwortliche Kohlendioxid (CO₂) entzogen. Auf diese Weise wird der anthropogene Treibhauseffekt eingedämmt, der vor allem durch die Verbrennung fossiler Energieträger und der damit verbundenen Freisetzung von CO₂ verursacht wird. Bei der Holzbe- und -verarbeitung entstehen keine nicht verwertbaren Abfälle [40]. Beim Sägen und Durchforsten anfallende Holzabfälle können biologisch abgebaut werden, als Ersatz für fossile Energieträger dienen oder zu neuartigen Holzprodukten veredelt werden. Die Entsorgung von Holz und Holzbauteilen nach Ablauf ihrer Nutzungsdauer ist im Vergleich mit anderen Baustoffen weniger problematisch. Bei der Entsorgung durch thermische Verwertung wird die gleiche Menge an Kohlendioxid freigesetzt, die zuvor bei der Bildung des Holzes gebunden worden ist. Aus diesem Grund wird Holz als CO₂-neutral bezeichnet [40].

Die zunehmende Beachtung ökologischer Aspekte im Bauwesen hat neben wirtschaftlichen Gesichtspunkten in jüngster Vergangenheit zu zahlreichen Innovationen im Holzbau geführt. Die Entwicklung neuartiger Systeme für den Bau von Holzhäusern ist hier hervorzuheben.

1.2 Zielsetzung

Aufbauend auf LISCHKE [64] befasst sich diese Arbeit mit verleimten Brettlagenholz, wobei die Verleimung als starre Verbindung anzusehen ist. Bei Brettlagenholz handelt es sich um einen Verbundwerkstoff aus mindestens zwei Brettlagen, deren Faserlängsrichtungen voneinander abweichen. Die Ausrichtung einer Brettlage wird durch den zwischen der globalen x-Richtung und der Faserlängsrichtung der Brettlage eingeschlossenen Winkel ϕ charakterisiert (vgl. Bild 5.1/ Seite 89). Einzelne Brettlagen werden dadurch erzeugt, dass Bretter annähernd gleicher Breite und Dicke knirsch aneinander gelegt werden. Erforderliche Stöße der Einzelbretter in Längsrichtung werden mit einer Keilzinkenverbindung ausgeführt. Die Schmalseiten der Bretter werden nicht verleimt.

Die Anwendungsmöglichkeiten für Brettlagenholz im Bauwesen sind vielseitig. Es eignet sich sowohl zur Ausbildung von Stegen für Vollwandträger als auch für tragende Elemente von ebenen und gekrümmten Flächentragwerken, wie beispielsweise Holzrippenschalen [33]. Im Zuge der Innovationen auf dem Gebiet der Holzsystembauweise sind großformatige Wandscheiben aus Brettlagenholz entwickelt und im Wohnungsbau eingesetzt worden (vgl. [79] u.a.).

Die mechanischen Eigenschaften des Verbundwerkstoffs Brettlagenholz werden von den Materialkennwerten des verwendeten Holzes, der Anzahl und Anordnung sowie der Ausrichtung der einzelnen Brettlagen geprägt. Im Rahmen dieser Arbeit werden Spannungen und Verformungen von Wandscheiben aus Brettlagenholz unter scheiben- und plattenartiger Beanspruchung, wie sie beispielsweise aus örtlicher Windbelastung resultieren, berechnet. Eine exakte Ermittlung der Spannungen und Verformungen mit zutreffenden Werkstoffkenngrößen ist für die Dimensionierung erforderlich, um Überbeanspruchungen einzelner Brettlagen, wie sie beispielsweise im Bereich von Öffnungen oder konzentrierten Lasteinleitungen auftreten können, auszuschließen. Wesentliche Neuerung ist, dass die numerische Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz erstmalig mit den Werkstoffkenngrößen nach LISCHKE [64] erfolgt. Diese Werkstoffkenngrößen berücksichtigen die anisotropen Eigenschaften des Werkstoffs Holz, die Anisotropie der Struktur und die fehlende schmalseitige Verleimung der Einzelbretter.

Die numerische Berechnung der Spannungen und Verformungen in flächenhaften Strukturen aus Brettlagenholz ist in zweierlei Hinsicht problematisch. Zum einen ist die Anzahl der Einzelbretter so groß, dass eine Modellierung der flächenhaften Struktur mit einzelnen stabförmigen Elementen nicht möglich ist, da der Aufwand für die Datenerfassung, der Speicherbedarf und die Rechenzeit zu groß wären. Zum anderen können die Werkstoffkenngrößen von Brettlagenholz nach LISCHKE [64] derzeit nicht unmittelbar in bestehende Rechenprogramme eingebunden werden. Die von LISCHKE ermittelten Werkstoffkenngrößen entsprechen den Koeffizienten der Steifigkeitsmatrix eines anisotropen Flächenelements. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden die MembranstEIFigkeiten A_{ik} , die Koppelsteifigkeiten B_{ik} und die Biegesteifigkeiten D_{ik} als Werkstoffkenngrößen von Brettlagenholz bezeichnet (vgl. Kapitel 3.2 und 3.3).

Diese bestehende Problematik wird mit der vorliegenden Arbeit behoben. Es wird nachgewiesen, dass sich die Theorie des Mehrschichtenverbundes auf Brettlagenholz anwenden lässt. Die Modellierung von Brettlagenholz mit Hilfe der Theorie des Mehrschichtenverbundes ist vorteilhaft, da sie in gängigen Rechenprogrammen implementiert ist. Zu diesem Zweck werden Eingangswerte der Einzelschichten für die numerische Berechnung der Spannungen und Verformungen nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes, mechanisch begründet, derart festgelegt, dass eine Übereinstimmung mit den Werkstoffkenngrößen nach LISCHKE [64] erzielt wird.

Das abgeleitete Rechenmodell für Brettlagenholz mit nur breitseitiger Verleimung wird experimentell anhand von Versuchen zum Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz überprüft. Die Ergebnisse dieser Versuche werden mit den Ergebnissen der numerischen Berechnung nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes verglichen und diskutiert.

Die vorliegende Arbeit liefert somit einen Beitrag zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Brettlagenholz unter Berücksichtigung des anisotropen Materialverhaltens, der anisotropen Struktur und der fehlenden schmalseitigen Verleimung der Einzelbretter. Diese neuartige Vorgehensweise ermöglicht auch die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz mit unsymmetrischem Aufbau zur Mittelfläche sowie den Nachweis der Stabilität derartiger Strukturen.

Bei vorgegebener Geometrie und Belastung werden mit Hilfe des Finite-Element-Programms MSC/NASTRAN [2], [49] beispielhaft die Spannungen und Verformungen für Wandscheiben

aus Brettlagenholz ohne und mit Öffnungen berechnet. Die Ergebnisse werden anhand anschaulicher Plausibilitätskontrollen überprüft.

Die Arbeit liefert Anregungen für die Optimierung von Wandscheiben aus Brettlagenholz und zeigt Lösungswege auf. Die Optimierung erfolgt im Hinblick auf Anzahl, Anordnung und Ausrichtung der einzelnen Brettlagen, da durch die gewählte Struktur der Wandscheibe das Trag- und Verformungsverhalten entscheidend beeinflusst wird. Vor diesem Hintergrund werden insbesondere die Unterschiede im Trag- und Verformungsverhalten zwischen Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur verdeutlicht. Diese Unterschiede wurden durch Versuche zum Schubtragverhalten von Brettlagenholz, die am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau an der Universität der Bundeswehr in München durchgeführt wurden, verdeutlicht und bestätigt.

1.3 Stand der Erkenntnisse

Die für den Holzbau im Hinblick auf die Anisotropie des Werkstoffs und das Formänderungsverhalten von Brettlagenholz maßgebenden Forschungsarbeiten werden von LISCHKE in [64] ausführlich dargelegt. Die wesentlichen Erkenntnisse dieser Forschungsarbeiten werden, ergänzt durch neue Forschungsergebnisse, nachfolgend wiedergegeben.

1.3.1 Anisotropie des Holzes

HÖRIG [34] - [38] überträgt, aufbauend auf die Arbeit von VOIGT [84] über die Physik der Kristalle, die anisotrope Elastizität der Kristalle auf den Werkstoff Holz. HÖRIG betrachtet das rhombische Kristallsystem zur Beschreibung der elastischen Eigenschaften des Werkstoffs Holz als hinreichend genau. Dieses Kristallsystem weist drei aufeinander senkrecht stehende Hauptachsen auf. Die Bezeichnung der drei Hauptrichtungen (vgl. Bild 2.3/S. 7), die im Holzbau noch heute üblich ist, geht auf HÖRIG [34] zurück.

Basierend auf den von HÖRIG erarbeiteten Grundlagen folgen Arbeiten, die eine genaue Bestimmung der Elastizitätszahlen an kleinen, fehlerfreien Probekörpern zum Ziel haben. Aus einer Vielzahl von Arbeiten seien die von BECKER [3], KRABBE [54], NEUHAUS [71], STAMER [78] und WOMMELSDORFF [86] erwähnt.

KOLLMANN [52], [53] stellt fest, dass das Formänderungsverhalten von Holz dem eines viskoelastisch-plastischen Werkstoffs vergleichbar ist. Die hohe Elastizität der Holzfasern (Zellulose) kommt bei Belastung in Faserlängsrichtung zum Tragen. Bei Belastung senkrecht zur Faserlängsrichtung wirkt sich die Plastizität des amorphen Lignin aus. Insgesamt stellt KOLLMANN in [52] fest, dass Holz zwar anisotrop ist, sich aber die vereinfachende Annahme des rhombisch anisotropen Kristallsystems bewährt hat. Die Inhomogenität des Werkstoffs Holz spielt nur bei sehr kleinen Probekörpern oder bei außergewöhnlichen Sprüngen in der Jahringbreite eine nennenswerte Rolle. Bei hinreichend kleinen Beanspruchungen ist die Annahme eines linear-elastischen Materialverhaltens für den Werkstoff Holz gerechtfertigt (vgl. Kapitel 2.1.3).

Eine ausführliche Zusammenfassung wesentlicher Erkenntnisse über Holz und Holzwerkstoffe, Methoden zur Berechnung, konstruktive Lösungsansätze und umfassende Hinweise zu weiterführendem Schrifttum werden u.a. in BODIG/JAYNE [6], NEUHAUS [72], NIEMTZ [73], und SCHEER/HALÁSZ [76] gegeben.

1.3.2 Anisotropie der Verbundwerkstoffe

Neben der Erforschung des anisotropen Materialverhaltens von Holz gewann die Erforschung der strukturbedingten Anisotropie von Verbundwerkstoffen an Bedeutung. KEYLWERTH [47] zeigt auf der Grundlage der Arbeiten von HÖRIG [34] - [38] Rechenverfahren zur Ermittlung der Werkstoffkennwerte von Lagenhölzern auf. Als Lagenhölzer bezeichnet KEYLWERTH [47] Verbundwerkstoffe, die aus Einzelfurnieren und Bindemittelschichten erzeugt werden. Er unterscheidet zwischen Schichthölzern mit faserparallelen Furnieren und Sperrholz aus kreuzweise verleimten Furnieren. Er zeigt, dass die elastischen Eigenschaften von Lagenhölzern durch die Überlagerung des anisotropen Werkstoffs Holz und der strukturbedingten Anisotropie des Lagenaufbaus geprägt werden.

In der Folgezeit sind die elastomechanischen Eigenschaften von Holzwerkstoffen (Span- und Furnierplatten, Sperrholz) Gegenstand von zahlreichen Forschungsarbeiten. Stellvertretend seien ALBERS [1], KEYLWERTH [48], KIRCHNER [50] und MÖHLER [66] genannt. PAULITSCH fasst in [74] die wesentlichen Grundlagen und Anwendungsmöglichkeiten moderner Holzwerkstoffe zusammen.

Zeitgleich mit den Forschungsarbeiten im Holzbau wurde das strukturbedingte, anisotrope Verhalten von Faserverbundwerkstoffen wissenschaftlich untersucht. Die gezielte Kombination von Werkstoffen unterschiedlicher mechanischer Eigenschaften unter Ausnutzung ihrer spezifischen Tragfähigkeiten haben in Industriezweigen wie dem Flugzeugbau oder dem Anlagenbau, aber auch im Bauwesen, neue Möglichkeiten eröffnet. Besonders faserverstärkte Kunststoffe haben, nicht zuletzt wegen der Gewichtsersparnis, in diesen Industriezweigen verstärkt Einzug gehalten. Im Bauwesen werden faserverstärkte Kunststoffe beispielsweise zur Sanierung bestehender Bauten eingesetzt. GEBBEKEN zeigt in [27] die Entwicklung verschiedener Verbundkonstruktionen und die Methoden zu ihrer Berechnung auf. Stellvertretend für die zahlreichen Fachbücher zum Thema der Verbundkonstruktionen seien genannt CHAWLA [7], HALPIN [30], JONES [46], MOSER [69] und TSAI/HAHN [81]. Eine Übersicht über Verbundkonstruktionen im Ingenieurholzbau gibt [43].

1.3.3 Anisotropie des Brettlagenholzes

1961 liefert TOTTENHAM [80] erste, theoretisch ermittelte elastische Kennwerte für Verbundwerkstoffe aus mehreren Brettlagen. Der Einfluss der Fugen zwischen den einzelnen Brettern einer Lage bleibt dabei unberücksichtigt, ebenso wie die Art des Verbundes. LEE [58] erkennt, dass die Verformungskennwerte von Brettlagenholz wesentlich von der Art des Verbundes zwischen den einzelnen Brettlagen abhängen. Er stützt seine Aussage auf Versuchsergebnisse an dreilagigen Brettkonstruktionen, wonach die gemessenen Verformungen bei geleimter Verbundfuge wesentlich geringer sind als bei genagelter Verbundfuge. Eine Reihe von Arbeiten der jüngeren Zeit hat die Modellierung der Verbundfuge zwischen den Einzelschichten zum Inhalt. NATTERER/HOEFT behandeln in [70] das Tragverhalten von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen und geben einen Überblick über die Forschungsaktivitäten der letzten Jahrzehnte im Bereich der zusammengesetzten Biegeträger mit elastischem Verbund. KNEIDL [51] liefert einen Beitrag zur nichtlinearen Berechnung von Schichtbalkensystemen. Hinsichtlich flächenhafter Strukturen behandeln die vorliegenden Arbeiten meist das Tragverhalten von plattenförmigen Holzwerkstoffen, vgl. [1], [48], [50], [66]. Experimentelle Untersuchungen sind für Schichtbalkensysteme und für plattenartige Holzwerkstoffe bekannt.

Erste Ansätze für die mühsame, analytische Berechnung der Spannungen und Verformungen von Flächentragwerken aus anisotropen Werkstoffen liefern CONWAY [9], [10], LEKHNITSKII [61] und WHITNEY/LEISSA [85]. Aufgrund der rasanten Entwicklung der elektronischen Datenverarbeitung sind zur Berechnung der Spannungen und Verformungen von anisotropen Flächentragwerken numerische Lösungsmethoden entwickelt worden. McGLENN/HARTZ [65] wenden die Methode der Finiten Elemente auf die Berechnung von Furnierschichtholzplatten an. LEHAR führt in [60] Berechnungen für ebene anisotrope Schichtenverbunde mittels der Methode der Finiten Elemente durch. Diesen Arbeiten ist gemeinsam, dass sie jeweils von homogenen Einzelschichten ausgehen. SCHICKHOFER, der in [77] die Modellierung der Verbundfuge bei geschichteten, flächenhaften Holzstrukturen behandelt, empfiehlt die unverleimten Fugen zwischen den Schmalseiten der Bretter in den Werkstoffkenngrößen zu berücksichtigen, und diese Vorgehensweise versuchstechnisch zu quantifizieren. Weitere Lösungsansätze für die Behandlung der vertikalen Stoßfuge in den einzelnen Brettlagen sind im Schrifttum nach Kenntnis des Verfassers nicht zu finden.

Der gängige Weg in Deutschland, Scheiben und Platten aus Holz und Holzwerkstoffen zu bemessen, führt über die Anwendung der allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung. Dabei werden die aus der Belastung vorhandenen Spannungen mit den zulässigen Spannungen des Flächenelements verglichen, die mit Hilfe von Versuchen bestimmt worden sind [12], [45], [57]. Der Nachweis erfolgt dabei unter der vereinfachenden Annahme eines homogenen Querschnitts. Die möglichen Auswirkungen einer derartigen, vereinfachten Vorgehensweise werden in Kapitel 6 diskutiert. KREUZINGER/SCHOLZ [57] stellen fest, dass bei Scheiben und Platten aus Holz und Holzwerkstoffen kombinierte Beanspruchungen auftreten können, denen bei der Bemessung Rechnung zu tragen ist. Ein besonderes Augenmerk ist dabei auf den sogenannten „Rollschub“ zu legen, der vor allem bei plattenartiger Belastung zu Schubbeanspruchungen der Hirnholzfläche führt. KREUZINGER/SCHOLZ stellen daher in [57] ein Bemessungskonzept für kombinierte Beanspruchungen auf. Der Nachweis der kombinierten Beanspruchung erfolgt durch einen Spannungsnachweis, der die im Flächenelement vorhandenen Spannungen mit zulässigen Spannungen vergleicht.

2 Eigenschaften von Holz und Klebstoffen für tragende Holzbauteile

2.1 Eigenschaften von Holz

2.1.1 Allgemeines

In der Fachliteratur werden die Eigenschaften von Holz unterteilt in chemische Eigenschaften, physikalische Eigenschaften und biologische Eigenschaften [72], [73].



Bild 2.1: Systematik der Eigenschaften von Holz [73]

Die Eigenschaften von Holz unterliegen unterschiedlichen Einflussfaktoren, die beim Standsicherheitsnachweis von Holzbauwerken entsprechend den anerkannten Regeln der Technik berücksichtigt werden müssen. Diese Einflussfaktoren sind die Struktur des Holzes, die Umweltbedingungen, die Vorbelastung sowie die der Bestimmung der Holzeigenschaften zugrunde liegenden Prüfverfahren.

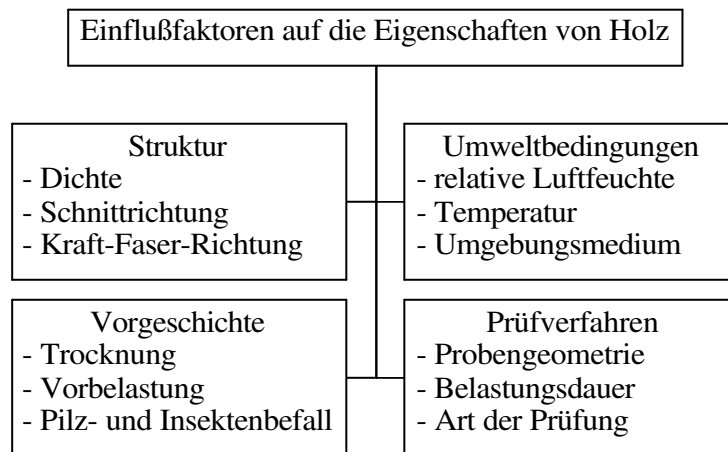


Bild 2.2: Einflussfaktoren auf die Eigenschaften von Holz [73]

2.1.2 Anisotropie des Holzes

Holz ist ein anisotroper Werkstoff. Als anisotrop wird ein Werkstoff bezeichnet, dessen Eigenschaften richtungsabhängig sind. Die Anisotropie von Holz ist in dessen strukturellen Aufbau begründet. Sämtliche Holzeigenschaften sind von den anatomischen Hauptrichtungen im Baumstamm abhängig. Bild 2.3 zeigt die an einem Holzwürfel zu unterscheidenden anatomischen Hauptrichtungen.

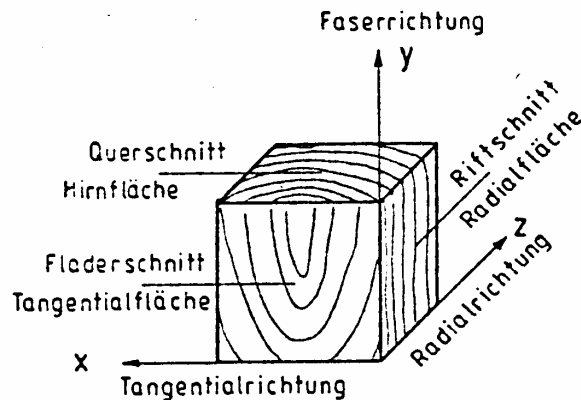


Bild 2.3: Anatomische Hauptrichtungen an einem Holzwürfel [73]

Den anatomischen Hauptrichtungen lassen sich drei aufeinander senkrecht stehende Achsen mit unterschiedlichen Eigenschaften zuordnen. Sie werden in der Holzbau-Technologie nach HÖRIG [34] folgendermaßen bezeichnet

- x-Achse in Tangentialrichtung des Holzes;
- y-Achse in Faserrichtung des Holzes (Faserlängsrichtung);
- z-Achse in Radialrichtung des Holzes.

Die Bezeichnung der Koordinatenachsen in DIN 1080 *Begriffe, Formelzeichen und Einheiten im Bauingenieurwesen* [17] und in der Holzbau-Technologie nach HÖRIG [34] ist unterschiedlich. Zur Verdeutlichung der unterschiedlichen Bezeichnung dient Bild 2.4. Die Bezeichnungen in dieser Arbeit beruhen auf dem Koordinatensystem der Holzbau-Technologie nach HÖRIG [34].

DIN 1080 [17]	Holzbau-Technologie nach HÖRIG [34]
<p>Das Diagramm zeigt ein rechteckiges Bauteil mit einem Koordinatensystem. Die x-Achse ist als 'Stabachse' beschriftet und verläuft entlang der Länge des Bauteils. Die y-Achse verläuft quer zur Stabachse, und die z-Achse verläuft senkrecht nach unten.</p>	<p>Das Diagramm zeigt ein rechteckiges Bauteil mit einem Koordinatensystem. Die y-Achse ist als 'längs zur Faser' beschriftet und verläuft entlang der Länge des Bauteils. Die z-Achse verläuft quer zur Faser, und die x-Achse verläuft senkrecht nach unten.</p>

Bild 2.4: Koordinatensystem nach DIN 1080 und Koordinatensystem der Holzbau-Technologie nach HÖRIG

Stäbe werden in der Regel derart aus dem Stamm geschnitten, dass die Faserlängsrichtung mit der Stabachse übereinstimmt. Für diesen gängigen Fall ist die Bezeichnung der Achsen für beide Koordinatensysteme in nachfolgender Tabelle 2.1 dargestellt.

Koordinatensystem nach DIN 1080	Koordinatensystem der Holzbau-Technologie nach HÖRIG	
x (Stabachse)	y (Stabachse)	Faserlängsrichtung
y	z	Radialrichtung
z	x	Tangentialrichtung

Tabelle 2.1: Bezeichnung der Koordinatenachsen

Holz ist gleichzeitig ein inhomogener Werkstoff, da dessen Eigenschaften innerhalb einer Richtung, beispielsweise aufgrund von Wuchsfehlern oder Ästen, veränderlich sind. Bei Brettlagenholz werden mögliche Inhomogenitäten, ähnlich wie beim Brettschichtholz, durch die hohe Anzahl von Einzelbrettern weitgehend kompensiert, soweit die Abmessungen des Bretts deutlich größer sind als die Abmessungen der Fehlstelle und die Fehlstellen nicht örtlich gehäuft auftreten.

Die nachfolgenden Ausführungen beschränken sich auf die elastomechanischen Eigenschaften von Holz. Die elastomechanischen Eigenschaften von Holz können nach NIEMTZ [73] in elastische Eigenschaften und Festigkeitseigenschaften unterteilt werden. Zu den elastischen Eigenschaften zählen die Elastizitäts- und Schubmoduln sowie die Querkontraktionszahlen. Zu den Festigkeitseigenschaften zählen unter anderem die Biege-, Druck- oder Zugfestigkeit. Das Formänderungsverhalten von Holz ist dem eines viskoelastisch-plastischen Werkstoffs vergleichbar, da es von der Zeit abhängig ist. Die für den praktischen Gebrauch von Holz maßgebliche rheologische¹ Eigenschaft ist das Kriechen (vgl. Kapitel 2.1.4).

2.1.3 Die elastischen Stoffkonstanten von Holz

Bild 2.5 zeigt die Spannungs-Dehnungs-Linie für Nadelholz bei Zug- und Druckbeanspruchung in Faserlängsrichtung.

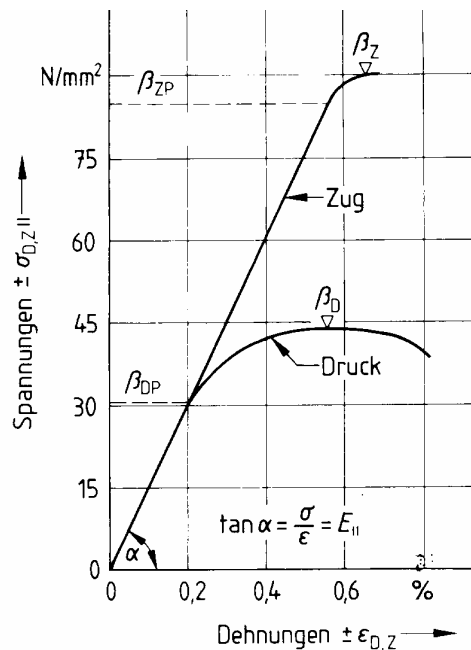


Bild 2.5: Spannungs-Dehnungs-Linien für Nadelholz bei Zug- und Druckbeanspruchung in Faserrichtung [72]

¹ Rheologie: Lehre des Verformungs- und Fließverhaltens von Werkstoffen [73]

Obwohl sich das Formänderungsverhalten des Werkstoffs Holz unter Zugbeanspruchung von dem unter Druckbeanspruchung unterscheidet, sind für beide Belastungsarten analoge Schlüsse zu ziehen. Bis zu einer bestimmten Beanspruchungsgrenze (Proportionalitätsgrenze β_{DP} bzw. β_{ZP}) verläuft die Spannungs-Dehnungs-Linie sowohl bei Druck- und Zugbeanspruchung linear. Holz verhält sich unterhalb dieser Belastungsgrenze elastisch. Kurzzeitig auftretende Verformungen sind reversibel und bilden sich nach Belastungsende wieder zurück. Überschreitet die Belastung die Proportionalitätsgrenze, bilden sich neben elastischen Verformungen auch irreversible plastische Verformungen. Die Dehnungen wachsen dabei stärker an als die Spannungen.

Da bei Holz eine für metallische Werkstoffe charakteristische Fließgrenze sowie das Auftreten von Verfestigungen nicht festzustellen ist, erscheint die Annahme eines linear elastischen Werkstoffverhaltens gerechtfertigt. Eine bessere Ausnutzung des Werkstoffs Holz durch Annahme eines elasto-plastischen Werkstoffgesetzes ist unzweckmäßig, da die Streuung der Werkstoffeigenschaften im Holzbau einen hohen Sicherheitsbeiwert begründen, so dass die Gebrauchslasten deutlich unterhalb der Proportionalitätsgrenze bleiben. Rheologische Einflüsse auf das Formänderungsverhalten, wie sie beispielsweise aus dem Kriechen resultieren, sind bei Berechnungen der Verformungen von Tragwerken unter Dauerlast, insbesondere aber bei Berechnungen nach Theorie II. Ordnung zu berücksichtigen, da sie zu größeren Verformungen führen und somit ein Stabilitätsversagen des Tragwerks begünstigen.

Das linear elastische Verhalten eines allgemein anisotropen Werkstoffs kann durch das verallgemeinerte Hookesche Gesetz nach Gleichung 2.1 beschrieben werden. Der Verzerrungsvektor ϵ ist über die Nachgiebigkeitsmatrix s der elastischen Stoffkonstanten s_k mit dem Spannungsvektor σ verknüpft.

$$\epsilon = s \cdot \sigma \quad (2.1)$$

In Koeffizientenschreibweise lautet diese Beziehung

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Für den allgemeinen Fall des räumlichen Spannungszustands existieren für anisotrope, homogene Werkstoffe ohne Symmetrieebene 36 voneinander unabhängige Stoffkonstanten s_{ik} .

Unter Ausnutzung der bei elastischem Werkstoffverhalten vorhandenen Symmetrieeigenschaft der Matrix s reduziert sich die Anzahl voneinander unabhängiger Stoffkonstanten s_k auf 21. Es gilt

$$s_{ik} = s_{ki} \quad (2.3)$$

Existieren wie beim Werkstoff Holz drei aufeinander senkrecht stehende Achsen mit unterschiedlichen Eigenschaften, liegt rhombische Anisotropie im Sinne der Voigtschen Kristallphysik vor [72], [73]. Das Elastizitätsgesetz für rhombisch anisotrope Werkstoffe gibt Gleichung 2.4 wieder. Es enthält zwölf Stoffkonstanten s_{ik} , wobei unter Beachtung der Symmetriebedingung nach Gleichung 2.3 nur neun numerisch verschieden sind.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Das elastische Verhalten von Holz lässt sich mit Gleichung 2.4 hinreichend genau beschreiben, auch wenn es sich bei Holz vom mechanischen Standpunkt um einen inhomogenen anisotropen Werkstoff handelt, dessen Eigenschaften durch eine Vielzahl von Einflussfaktoren mitbestimmt werden. Eingehende Diskussionen zum anisotropen Materialverhalten von Holz sind u. a. in Arbeiten von HEIMESHOF [31], HENRICI [32], HÖRIG [34] - [38], KEYLWERTH [47], KRABBE [54], NEUHAUS [72] und WOMMELSDORF [86] zu entnehmen.

Im mechanischen Sinn stellen die elastischen Stoffkonstanten s_k Maßzahlen für Dehnungen und Gleitungen dar, weshalb sie auch als Dehn- und Gleitkoeffizienten bezeichnet werden. Im Schrifttum häufig zu finden ist der Begriff Elastizitätszahlen, siehe u.a. [72], [73]. Diese Bezeichnung wird nachfolgend für die Koeffizienten s_{ik} der Nachgiebigkeitsmatrix s beibehalten. Die aus Versuchen zu gewinnenden Elastizitätszahlen s_{ik} waren Inhalt zahlreicher Untersuchungen, u.a. [47], [53], [72], [78]. Die Elastizitätszahlen s_{11} , s_{22} und s_{33} (Dehnungszahlen) sowie die Elastizitätszahlen s_{12} , s_{13} und s_{23} (Querdehnungszahlen) können beim Aufbringen von Normalspannungen durch Dehnungsmessstreifen bestimmt werden. Die Elastizitätszahlen s_{44} , s_{55} und s_{66} (Gleitzahlen) können durch Torsion ermittelt werden, vgl. [3], [73], [86]. Die Ergebnisse der durchgeführten Untersuchungen und die daraus abgeleiteten Elastizitätszahlen s_k sind für verschiedene Holzarten in DIN 68364 *Kennwerte von Holzarten* [21] zusammengefasst. Da die Eigenschaften des natürlich gewachsenen Werkstoffs Holz sehr starken Schwankungen unterliegen, sind in DIN 68364 nur mittlere Kennwerte für die jeweiligen Holzarten angegeben. Die Elastizitätszahlen s_k sind an kleinen fehlerfreien Proben bestimmt worden und sind daher nicht unmittelbar auf Bauholz übertragbar. Sie sind für Untersuchungen notwendig, bei denen zur Berechnung der Spannungen und Verformungen in einem Tragwerk das anisotrope Werkstoffverhalten berücksichtigt werden muss. Das anisotrope Werkstoffverhalten ist bei Flächentragwerken zu berücksichtigen, aber auch in Teilbereichen von Stabtragwerken, beispielsweise in Bereichen von Auflagern, Ausklinkungen, Durchbrüchen, Lasteinleitungen oder Rahmenecken. Da sich bei einer Wandscheibe aus Brettlagenholz das Verhalten eines anisotropen Werkstoffs dem einer anisotropen Struktur überlagert, sind Berechnungen auf Grundlage der Elastizitätszahlen s_k durchzuführen.

Mit Hilfe der Elastizitätszahlen s_{ik} können die Materialkennwerte (Elastizitätsmoduln E , Schubmoduln G und Poissonsche Konstanten ν) ermittelt werden, vgl. u.a. [7], [61], [64], [72]. Aus neun voneinander unabhängigen Elastizitätszahlen s_k resultieren beim Werkstoff

Holz neun unterschiedliche Materialkennwerte. Im Schrifttum werden die Materialkennwerte auch als Ingenieurkonstanten bezeichnet.

2.1.4 Zusammenhang zwischen den Elastizitätszahlen s_{ik} und den Materialkennwerten

In der Ingenieurpraxis sind anstelle der Elastizitätszahlen s_{ik} die Materialkennwerte (Elastizitätsmoduln E , Schubmoduln G und Querkontraktionszahlen ν) gebräuchlich. Nachfolgend werden die in der Praxis gängigen Materialkennwerte von Bauholz und der Zusammenhang mit den Elastizitätszahlen s_{ik} erläutert.

Elastizitätsmoduln

Der Begriff des Elastizitätsmodul wird am Beispiel des Elastizitätsmodul E_L in Faserlängsrichtung veranschaulicht.

Das elastische Verhalten des Werkstoffs Holz wird mit dem Elastizitätsgesetz nach Gleichung 2.2/S. 9 beschrieben. Es gibt den linearen, eindeutig umkehrbaren Zusammenhang zwischen den auftretenden Spannungen σ und dem Vektor der Verzerrungen ε wieder (physikalische Linearität). Der Elastizitätsmodul ist dabei ein Proportionalitätsfaktor und gleich dem Tangens des Neigungswinkels α der zugehörigen Spannungs-Dehnungs-Linie (vgl. Bild 2.5/S. 8). Der Elastizitätsmodul besitzt die Dimension $[N/mm^2]$ und wird versuchstechnisch bestimmt.

Beim anisotropen Werkstoff Holz treten korrespondierend zu den anatomischen Hauptrichtungen drei unterschiedliche Elastizitätsmoduln auf

- Elastizitätsmodul E_T in Tangentialrichtung;
- Elastizitätsmodul E_L in Faserlängsrichtung;
- Elastizitätsmodul E_R in Radialrichtung.

Zwischen den Elastizitätsmoduln und den Elastizitätszahlen s_{ik} bestehen die folgenden Zusammenhänge

$$E_T = E_{11} = \frac{1}{s_{11}} \quad (2.5)$$

$$E_L = E_{22} = \frac{1}{s_{22}} \quad (2.6)$$

$$E_R = E_{33} = \frac{1}{s_{33}} \quad (2.7)$$

Die Elastizitätsmoduln $E_T : E_L : E_R$ verhalten sich bei Nadelholz etwa wie 1 : 20 : 1,7 [73]. Das Verhältnis der einzelnen Elastizitätsmoduln verdeutlicht die anisotropen Eigenschaften des Werkstoffs Holz.

Abhängig von der Holzart und der Sortierklasse enthält DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] für baupraktische Berechnungen elastischer Formänderungen von Holzbauwerken verbindliche

Rechenwerte für den Elastizitätsmodul E_{\parallel} ($= E_L$) in Faserlängsrichtung und den Elastizitätsmodul E_{\perp} ($= E_T$) rechtwinklig zur Faserlängsrichtung. Die Zahl der für die Berechnung von Stabtragwerken notwendigen Elastizitätsmoduln wird auf zwei verringert. Diese Vereinfachung ist nach [72] für Stabtragwerke zulässig, da in Bauhölzern die Jahrringe in den seltensten Fällen kantenparallel laufen, und somit eine gesonderte Betrachtung der Tangential- und Radialrichtung technisch nicht sinnvoll ist. Sie werden deshalb üblicherweise gleich bezeichnet, nämlich mit Querrichtung (rechtwinklig zur Faserlängsrichtung). Der geringste und damit für eine Belastung quer zur Faserlängsrichtung maßgebende Elastizitätsmodul ergibt sich in tangentialer Richtung.

Tabelle 2.2 enthält die Rechenwerte der Elastizitätsmoduln für Fichtenholz in Abhängigkeit der Sortierklasse nach DIN 4074-1 *Sortierung von Nadelholz nach der Tragfähigkeit* [19]. Die Sortierklassen S 7, S 10 und S 13 der neu aufgelegten DIN 4074-1 vom September 1989 entsprechen den bisher üblichen Güteklassen III, II bzw. I der Vorgängernorm in der Fassung vom Dezember 1958.

Sortierklasse DIN 4074-1 (09.89)	Güteklasse DIN 4074, Teil 1 (12.58)	E_{\parallel} [N/mm ²]	E_{\perp} [N/mm ²]
S 7/ MS 7	III	8000	250
S 10/ MS 10	II	10000	300
S 13	I	10500	350
MS 13	I	11500	350
MS 17	-	12500	400

Tabelle 2.2: Rechenwerte der Elastizitätsmoduln nach DIN 1052 *Holzbauteile* [15], [16]

Schubmodul

Bei auf Biegung beanspruchten Querschnitten treten infolge der Querkräfte neben Biegespannungen auch Schubspannungen auf. Für die Berechnung der aus Querkräften resultierenden Spannungen und Verformungen ist die Kenntnis der Schubmoduln notwendig.

Bild 2.6 zeigt ein Flächenelement, an dessen Rändern Schubspannungen τ_{xy} angreifen.

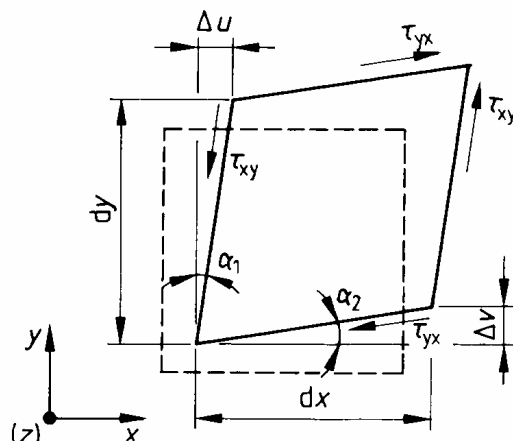


Bild 2.6: Verformungen eines Flächenelements infolge von Schubspannungen [72]

Gleichgewichtsbetrachtungen, die hier nicht angeschrieben werden, liefern die Gleichheit zugeordneter Schubspannungen. Es gilt

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (2.8)$$

Die Schubspannungen bewirken eine Verzerrung des dargestellten Flächenelements. Das Maß für die Verzerrung des Flächenelements ist die Gleitung γ_{xy} . Für die Gleitung γ_{xy} gilt

$$\gamma_{xy} = \alpha_1 + \alpha_2 \cong \tan \alpha_1 + \tan \alpha_2 \quad (2.9a)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\Delta u}{dy} + \frac{\Delta v}{dx} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \quad (2.9b)$$

Der Schubmodul G_{xy} des Flächenelements verknüpft die auftretenden Schubspannungen τ_{xy} mit der Gleitung γ_{xy}

$$\tau_{xy} = G_{xy} \cdot \gamma_{xy} \quad (2.10)$$

Der Schubmodul besitzt wie der Elastizitätsmodul die Dimension $[N/mm^2]$ und wird versuchstechnisch bestimmt. Bei Holz treten drei unterschiedliche Schubmoduln auf (vgl. Bild 2.3/S. 7)

- Schubmodul G_{LR} der Radialfläche;
- Schubmodul G_{RT} der Hirnfläche;
- Schubmodul G_{TL} der Tangentialfläche.

Zwischen den Schubmoduln und den Elastizitätszahlen s_{ik} bestehen die folgenden Zusammenhänge

$$G_{LR} = G_{23} = \frac{1}{s_{44}} \quad (2.11)$$

$$G_{RT} = G_{31} = \frac{1}{s_{55}} \quad (2.12)$$

$$G_{TL} = G_{12} = \frac{1}{s_{66}} \quad (2.13)$$

Die Schubmoduln $G_{LR} : G_{RT} : G_{TL}$ von Nadelholz verhalten sich etwa wie 10 : 1 : 10 [73]. Auffallend ist der geringe Schubmodul G_{RT} der Hirnfläche im Vergleich zu den Schubmoduln der Radial- bzw. Tangentialfläche.

Um für baupraktische Berechnungen von Stabtragwerken den Aufwand zu begrenzen wird in DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] nur der Wert für den Schubmodul G_{TL} der Tangentialfläche angegeben. Bild 2.7 veranschaulicht an einem Holzwürfel im Koordinatensystem der Holzbau-Technologie nach HÖRIG [34] den für Schubbeanspruchungen maßgebenden Schubmodul G_{TL} der Tangentialfläche.

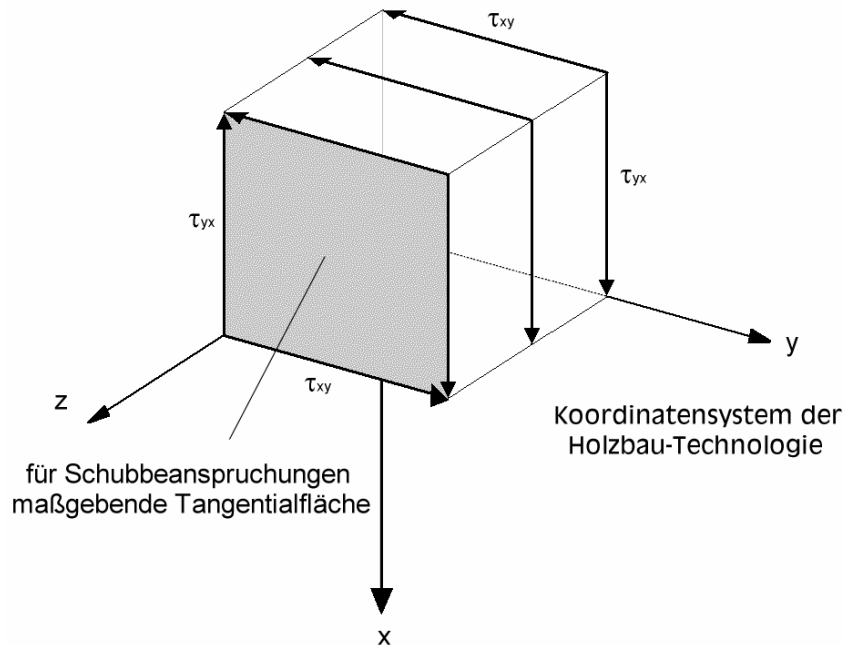


Bild 2.7: Maßgebender Schubmodul nach DIN 1052

Nach DIN 1052 [15] dürfen Verdrehungen von Vollholz infolge Torsionsbeanspruchung nach der Elastizitätstheorie für isotrope Werkstoffe berechnet werden, wobei der Torsionsmodul G_T nach Gleichung 2.14 anzusetzen ist.

$$\text{Torsionsmodul } G_T \qquad G_T = \frac{2}{3} \cdot G \qquad (2.14)$$

Tabelle 2.3 enthält die Rechenwerte nach DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] für den Schubmodul G und den Torsionsmodul G_T für Fichtenholz in Abhängigkeit der Sortierklasse nach DIN 4074-1 *Sortierung von Nadelholz nach der Tragfähigkeit* [19].

Sortierklasse DIN 4074-1 (09.89)	Güteklasse DIN 4074, Teil 1 (12.58)	G [N/mm ²]	G_T [N/mm ²]
S 7/ MS 7	III	500	333
S 10/ MS 10	II	500	333
S 13	I	500	333
MS 13	I	550	367
MS 17	-	600	400

Tabelle 2.3: Rechenwerte der Schub- und Torsionsmoduln nach DIN 1052 [15], [16]

Diese stark vereinfachte Vorgehensweise für die Berechnung der Verdrehungen infolge Torsionsbeanspruchung beruht auf der Theorie von St. Venant, wonach ein Torsionsmoment M_T aus den Schubspannungen τ_{xz} und τ_{xy} resultiert.

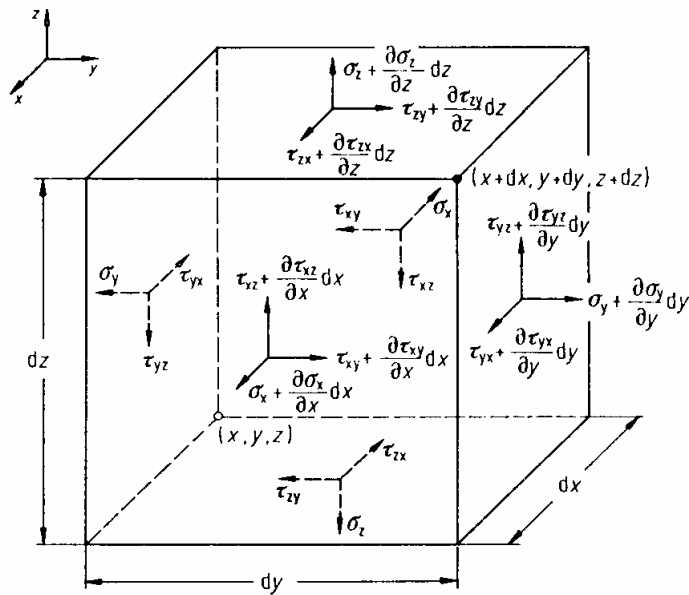


Bild 2.8: Spannungen an einem Volumenelement [11]

$$M_T = \int_A (\tau_{xz} \cdot y - \tau_{xy} \cdot z) dA \quad (2.15)$$

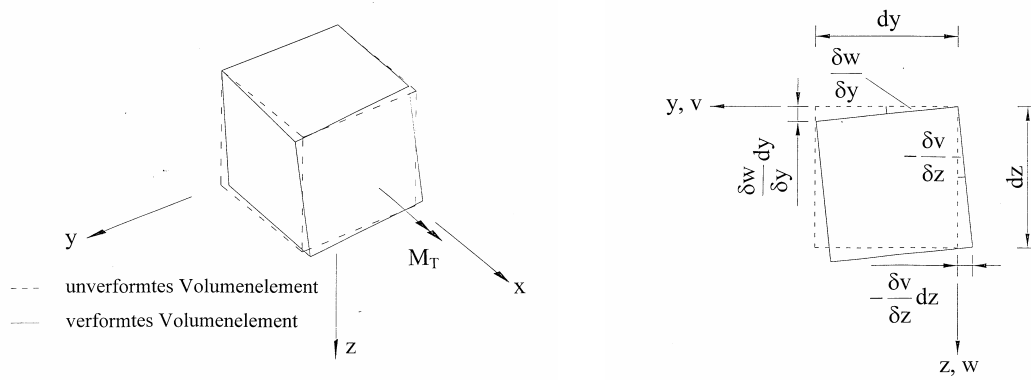
Unter der Voraussetzung der Theorie von St. Venant, dass Spannungen σ_x , σ_y , σ_z und τ_{yz} nicht auftreten, sind die zugeordneten Dehnungen ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z und die Gleitung γ_{yz} gleich Null. Die Geometriebeziehung für die Gleitung γ_{yz} lautet

$$\gamma_{yz} = \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} = 0 \quad (2.16)$$

Aus Gleichung 2.16 folgt

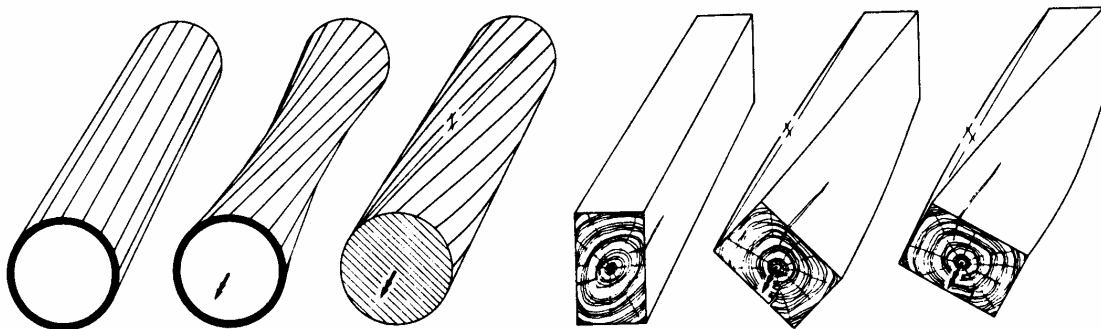
$$\frac{\delta w}{\delta y} = - \frac{\delta v}{\delta z} \quad (2.17)$$

Bild 2.9 zeigt das Verformungsverhalten eines Volumenelements unter einem Torsionsmoment M_T und verdeutlicht Gleichung 2.17, wonach Gleitungen γ_{yz} entsprechend der Theorie von St. Venant nicht auftreten und deshalb der Querschnitt in der yz -Ebene erhalten bleibt. Der Schubmodul G_{yz} ist für Verdrehungen infolge Torsionsbeanspruchung ohne Bedeutung. Der Schubmodul G_{yz} entspricht im Koordinatensystem der Holzbau-Technologie nach HÖRIG dem Schubmodul G_{RT} der Hirnfläche, der verglichen mit dem Schubmodul G_{LR} der Radialfläche und dem Schubmodul G_{TL} der Tangentialfläche, sehr gering ist (vgl. Kapitel 2.1.4).



a) b)
Bild 2.9: Verformungen an einem Volumenelement unter Torsionsbeanspruchung

Eine Einführung in die Problematik der Torsionstragfähigkeit bei anisotropen Werkstoffen gibt KOLLMANN [53]. Danach stellt die Berechnung von Verdrehungen und der Verdrehungsfestigkeit nach der Theorie von St. Venant für anisotrope Werkstoffe nur eine Näherung dar. EWALD wertet in [26] verschiedene Forschungsarbeiten zur Torsion im Ingenieurholzbau aus und bestätigt die Aussage von KOLLMANN mittels anschaulicher Modellvorstellungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Holzstäben unter Torsionsbeanspruchung.



a) b)
Bild 2.10: Modellvorstellungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Holzstäben unter Torsionsbeanspruchung nach EWALD [26]

Bei einem Zylinder, der aus einzelnen über den Umfang gleichmäßig verteilten, dehnfähigen Längsfasern besteht, stellt sich bei einer gegenseitigen Verdrehung der Endquerschnitte um die Längsachse eine Änderung der Form in ein Hyperboloid ein. Die Längsfasern bleiben dabei gerade. Die Einschnürung zum Hyperboloid wird behindert, wenn das Innere des Zylinders mit Material gefüllt ist. In diesem Fall werden die Längsfasern über den Kern des Zylinders gebogen. Derartige Krümmungen treten auch bei Holzstäben mit Rechteckquerschnitten auf (vgl. Bild 2.10b). Aus der Biegung der Längsfasern resultieren Druck- und Zugspannungen senkrecht zu den Fasern.

Bei einem Holzstab unter Torsionsbeanspruchung resultieren die Verformungen zum einen aus Gleitungen infolge Schubbeanspruchung (vgl. Gleichung 2.15) und zum anderen aus Druck- und Zugbeanspruchungen senkrecht zur Faser. Aufgrund der geringen Querkzugfestigkeit des Holzes können bereits geringe Querkzugkräfte zu Rissbildungen und Gefügeänderungen im Holz führen, die eine Umlagerung der Beanspruchung auf benachbarte Bereiche bewirken. Auch bei unveränderter äußerer Belastung tritt eine erhöhte innere

Beanspruchung in den Nachbarbereichen auf, wodurch ein Fortschreiten der Verdrehungen, damit eine Erhöhung der Querkzugspannungen und ein Fortschreiten der Rissbildungen und Gefügeänderungen ausgelöst werden. Die Stabverdrehung bei Torsionsbeanspruchung strebt infolge der Querkzugspannungen auch bei unveränderter äußerer Belastung keinem Endwert zu.

Aufgrund der irreversiblen Rissbildungen und Gefügeänderungen geht die Stabverdrehung bei Entlastung nicht vollständig zurück.

Dieses ungünstige Verformungsverhalten wird durch das Kriechen von Holz zusätzlich beeinflusst. Das Kriechen von Holz ist bei Torsionsbeanspruchung am stärksten ausgeprägt, weshalb MÖHLER/HEMMER [67] zur Berücksichtigung der Kriechverformungen eine Abminderung des Torsionsmoduls G_T um den Faktor 1/3 bis 1/2 für vertretbar halten. Der in Bild 2.11 dargestellte Kriechfaktor f_t/f_0 kennzeichnet das Verhältnis der Gesamtverformung f_t zur Zeit t bezogen auf die elastische Anfangsverformung f_0 zur Zeit 0.

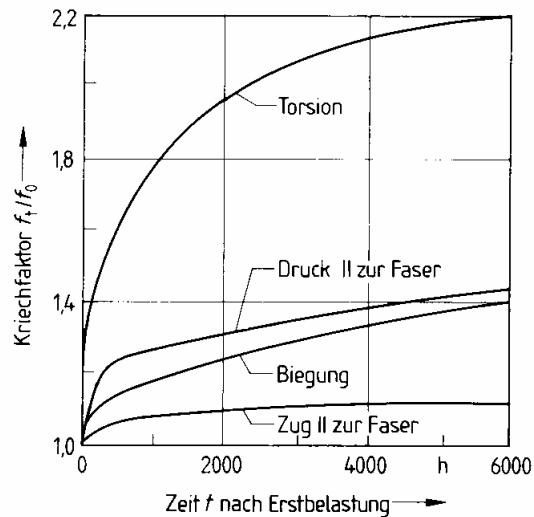


Bild 2.11: Kriechfaktor von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Belastungsart [72]

Zusammenfassend ist die Tragfähigkeit von Holzstäben unter Torsionsbeanspruchung vorrangig von der Querkzugfestigkeit des Holzes abhängig. Die Verdrehung strebt wegen der fortschreitenden Rissbildungen und Gefügeänderungen keinem Grenzwert zu. Durch das Kriechen des Holzes erhöhen sich die Verformungen infolge Torsionsbeanspruchung zusätzlich. Die in DIN 1052 angegebenen Rechenwerte für den Torsionsmodul G_T nach Tabelle 2.3/S. 14 sind konstant und berücksichtigen das Langzeitverhalten von Holz unter Torsionsbeanspruchung nicht. VOGT weist in [83] nach, dass der Torsionsmodul G_T unter Berücksichtigung des Langzeitverhaltens unter dem in DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] angegebenen Rechenwert abfällt. Für die Praxis ergibt sich daraus die Konsequenz, dass beim Ansatz des Rechenwertes für den Torsionsmodul G_T eine Abminderung erfolgen muss, um das Langzeitverhalten von Holz unter Torsionsbeanspruchung zu erfassen. Eine derartige Abminderung ist nach Ansicht des Verfassers vor allem bei plattenartiger Beanspruchung notwendig, da unter einer derartigen Beanspruchung Drillmomente auftreten. Diese Problematik wird in Kapitel 3.4.6 der vorliegenden Arbeit wieder aufgegriffen.

Zur Begrenzung des Aufwands bei baupraktischen Berechnungen von Holzbauwerken wird in DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] die Anzahl der notwendigen Elastizitäts- und Schubmoduln auf vier reduziert. Die verbleibenden Materialkennwerte nach DIN 1052 sind

$$\begin{array}{l} \text{Elastizitätsmodul } E_{\perp} \\ \text{senkrecht zur Faserlängsrichtung} \end{array} \quad E_{\perp} = E_T = E_{11} = \frac{1}{s_{11}} \quad (2.5)$$

$$\begin{array}{l} \text{Elastizitätsmodul } E_{\parallel} \\ \text{in Faserlängsrichtung} \end{array} \quad E_{\parallel} = E_L = E_{22} = \frac{1}{s_{22}} \quad (2.6)$$

$$\begin{array}{l} \text{Schubmodul } G \\ \text{der Tangentialfläche} \end{array} \quad G = G_{TL} = G_{12} = \frac{1}{s_{66}} \quad (2.18)$$

$$\begin{array}{l} \text{Torsionsmodul } G_T \end{array} \quad G_T = \frac{2}{3} \cdot G \quad (2.14)$$

Diese Reduzierung ist zwar für die baupraktische Berechnung von hölzernen Stabtragwerken hinreichend genau, doch spiegelt diese Vorgehensweise das anisotrope Werkstoffverhalten nur sehr vereinfacht wieder. Aus diesem Grund ist auch in Teilbereichen von Stabtragwerken die Berechnung der Spannungen und Verformungen auf der Grundlage eines zutreffenden Werkstoffgesetzes notwendig (vgl. Kapitel 2.1.3). Der für isotrope Werkstoffe gültige Zusammenhang zwischen E , G und ν nach Gleichung 2.19 gilt beim Werkstoff Holz nicht [15], [72].

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (2.19)$$

Querkontraktionszahlen

Das Verhältnis einer Querdehnung ϵ_q zu einer Längsdehnung ϵ_l wird durch die Poissonsche Konstante ν_{ql} gekennzeichnet. Bei anisotropen Werkstoffen existieren aufgrund der unterschiedlichen Eigenschaften in den einzelnen Richtungen mehrere Poissonsche Konstanten. Deren Indizierung gibt Aufschluss über die Querdehnungs- und Beanspruchungsrichtung. Die Poissonsche Konstante ν_{ql} charakterisiert die Dehnung in Querrichtung q bei einer Beanspruchung in Längsrichtung l . Bei Dehnungen mit gleichlautenden Indizes (ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{zz}) wird zur Vereinfachung der Schreibweise der zweite Index in aller Regel nicht angeschrieben.

Im Schrifttum finden sich für die Poissonschen Konstanten unterschiedliche Bezeichnungen. Häufig verwendet wird der Begriff Querkontraktionszahl² [27], [73], der nach [72] in Verbindung mit isotropen Werkstoffen geläufig ist. DIN 1080 Teil 1 *Begriffe, Formelzeichen und Einheiten im Bauingenieurwesen* [17] führt als Hauptzeichen für die Poisson-Zahl den griechischen Buchstaben ν ein. Die Querdehnzahl μ entspricht dem Kehrwert der Poisson-Zahl.

² Kontraktion: Zusammenziehung, Verringerung des Volumens, der Länge oder des Querschnitts eines Körpers

In den nachfolgenden Ausführungen wird für das Verhältnis einer Querdehnung ε_q zu einer Längsdehnung ε_l der Begriff Querkontraktionszahl verwendet. Am dargestellten Stab der Länge l und der Breite b wird die Querkontraktionszahl veranschaulicht. Der Stab wird in Richtung der Längsachse auf Zug mit der Kraft F beansprucht. Die Belastung bewirkt zum einen die Längenänderung Δl und zum anderen die Verminderung der Breite um das Maß Δb .

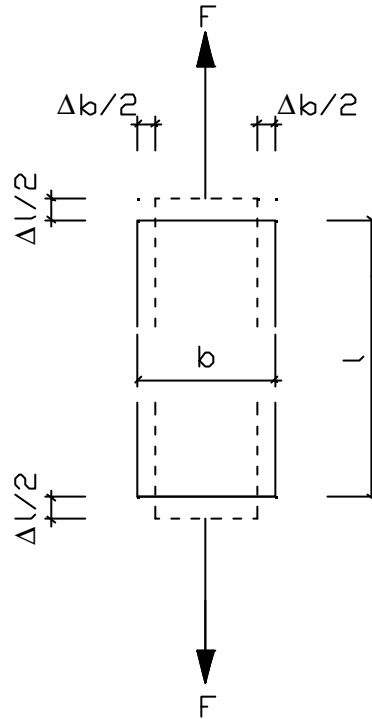


Bild 2.12: Dehnung und Querkontraktion bei einem Zugstab

Es bestehen folgende Zusammenhänge

$$\varepsilon_q = \frac{\Delta b}{b} \quad (2.20)$$

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l} \quad (2.21)$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_l} \quad (2.22)$$

Die Querkontraktionszahl ist eine dimensionslose Größe, da sie mit der Querdehnung ε_q und der Längsdehnung ε_l zwei gleichartige Größen verknüpft. (Nicht zu verwechseln mit den dimensionslosen Querkontraktionszahlen sind die Elastizitätszahlen s_{ik} (Querdehnungszahlen), die in Gleichung 2.2/S. 9 die Dehnungen ε_i mit den Normalspannungen σ_k verknüpfen. Diese Querdehnungszahlen sind dimensionsgebunden, da sie Dehnungen mit Spannungen verknüpfen.)

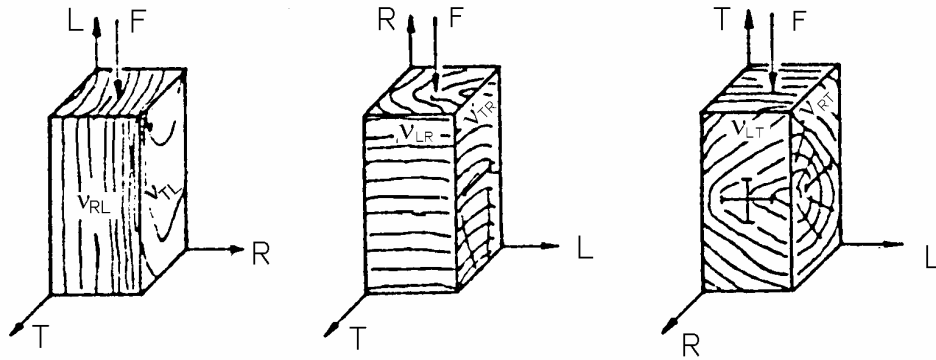


Bild 2.13: Querkontraktionszahlen bei Holz [73]

Die Anisotropie des Holzes führt zu sechs Querkontraktionszahlen, die sich aus den in Bild 2.13 dargestellten Belastungsfällen ergeben:

- v_{RL} , v_{TL} bei Belastung in Faserlängsrichtung;
- v_{LR} , v_{TR} bei Belastung in Radialrichtung;
- v_{LT} , v_{RT} bei Belastung in Tangentialrichtung.

Der Zusammenhang zwischen den Querkontraktionszahlen v_{ik} und den Elastizitätszahlen s_{ik} wird am Beispiel der Querkontraktionszahl v_{xy} für einen rhombisch-anisotropen Werkstoff erläutert.

Für die Querkontraktionszahl v_{xy} gilt:

$$v_{xy} = -\frac{\epsilon_{xy}}{\epsilon_{yy}} \quad (2.23)$$

Für die Querdehnung ϵ_{xy} und die Längsdehnung ϵ_{yy} infolge einer Spannung σ_y folgt aus Gleichung 2.4/S. 10

$$\epsilon_{xy} = s_{12} \cdot \sigma_y \quad (2.24)$$

$$\epsilon_{yy} = s_{22} \cdot \sigma_y \quad (2.25)$$

In Verbindung mit Gleichung 2.6/S. 11 liefert das Einsetzen der Gleichungen 2.24 und 2.25 in 2.23 folgenden Zusammenhang zwischen der Querkontraktionszahl v_{xy} und den Elastizitätszahlen s_{12} und s_{22}

$$v_{xy} = -\frac{s_{12}}{s_{22}} = -s_{12} \cdot E_y \quad (2.26)$$

In analoger Weise lassen sich die Gleichungen für die Querkontraktionszahlen v_{ik} beim Holz ableiten

$$v_{RL} = v_{32} = -\frac{s_{32}}{s_{22}} = -s_{32} \cdot E_{22} \quad (2.27)$$

$$v_{TL} = v_{12} = -\frac{s_{12}}{s_{22}} = -s_{12} \cdot E_{22} \quad (2.28)$$

$$v_{LR} = v_{23} = -\frac{s_{23}}{s_{33}} = -s_{23} \cdot E_{33} \quad (2.29)$$

$$v_{TR} = v_{13} = -\frac{s_{13}}{s_{33}} = -s_{13} \cdot E_{33} \quad (2.30)$$

$$v_{LT} = v_{21} = -\frac{s_{21}}{s_{11}} = -s_{21} \cdot E_{11} \quad (2.31)$$

$$v_{RT} = v_{31} = -\frac{s_{31}}{s_{11}} = -s_{31} \cdot E_{11} \quad (2.32)$$

Die Querkontraktionszahlen werden wie die Elastizitäts- und Schubmoduln als Konstante angesehen, wenn gleich sie von physikalischen Einflüssen wie beispielsweise der Holzfeuchtigkeit abhängig sind [72], [76].

Belastungsrichtung					
Faserlängsrichtung		Radialrichtung		Tangentialrichtung	
v_{RL}	v_{TL}	v_{LR}	v_{TR}	v_{LT}	v_{RT}
0,41	0,55	0,056	0,60	0,035	0,31

Tabelle 2.4: Querkontraktionszahlen v_{ik} nach NEUHAUS [72]³ bei einer Holzfeuchte $u = 12\%$

Es ist festzustellen, dass eine Beanspruchung in Faserlängsrichtung höhere Querdehnungen hervorruft als eine Belastung senkrecht dazu. Da Querdehnungen in Faserlängsrichtung nur von geringer Größe sind, werden sie oft vernachlässigt.

Im Gegensatz zu isotropen Werkstoffen, können die einzelnen Querkontraktionszahlen anisotroper Werkstoffe auch Werte größer als 0,5 annehmen. Auch für anisotrope Werkstoffe gilt, dass hydrostatische Spannungen Volumenänderungen und deviatorische Spannungen Gestaltsänderungen hervorrufen. Daraus folgt die Bedingung für die Poisson-Zahl anisotroper Werkstoffe, vgl. [64], [73]

³ Bei den Ergebnissen nach NEUHAUS [72] ist die Forderung der Elastizitätstheorie $s_{ik} = s_{ki}$ nach Gleichung 2.3/S. 9 im allgemeinen nicht erfüllt, vgl. [21], [64], [72]

$$\nu = -\frac{s_{12} + s_{23} + s_{31}}{s_{11} + s_{22} + s_{33}} \leq 0,5 \quad (2.33)$$

Die Summe der Querdehnungen, bezogen auf die Summe der Längsdehnungen, muss kleiner oder gleich 0,5 sein. Wäre dies nicht der Fall, würde sich das Volumen eines anisotropen Kontinuums bei hydrostatischem Druck vergrößern.

Durch Inversion der Nachgiebigkeitsmatrix \mathbf{s} wird die Steifigkeitsmatrix \mathbf{C} abgeleitet. Sie stellt den Bezug zwischen dem Spannungsvektor $\boldsymbol{\sigma}$ und dem Verzerrungsvektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ her.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.34)$$

In Koeffizientenschreibweise lautet diese Beziehung

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{64} & c_{65} & c_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Da Flächentragwerken in aller Regel Verzerrungen aufgezwungen werden, sind für die Berechnung der Spannungen die Steifigkeitskoeffizienten c_{ik} maßgebend. Wird einem Flächentragwerk eine Verformung aufgezwungen, wird seine Steifigkeit aktiviert, da sich die Verformungen des Flächentragwerks nicht ungehindert einstellen können. Bei numerischen Berechnungen von Flächentragwerken sind als Eingangswerte für die Berechnung nicht die Elastizitätszahlen s_{ik} , sondern die Steifigkeitskoeffizienten c_{ik} der Steifigkeitsmatrix \mathbf{C} einzugeben.

2.2 Eigenschaften von Klebstoffen für tragende Holzbauteile

2.2.1 Klebstoffe für tragende Holzbauteile

Bei der Verleimung von tragenden Holzbauteilen handelt es sich nach RADOVIC [5] um flächenhafte Verbindungen, die wesentlich steifer sind als die nachgiebigen Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln, beispielsweise Nägel, Stabdübel, usw. Die Bindungskräfte zwischen Leim und Holz basieren auf einer chemischen und mechanischen Adhäsion. Die chemische Adhäsion beruht auf zwischenmolekularen Kräften, die in der Berührungsfläche zwischen Holz und Leim wirksam sind. Unter mechanischer Adhäsion ist eine mechanische Verankerung des Leimes in die zu verbindenden Holzteile zu verstehen. Eine weitere wichtige Eigenschaft des Leimes ist dessen Kohäsion. Die Kohäsionskräfte im Leim bilden sich erst während des Abbindevorgangs (Aushärtung) aus. Zur Beschleunigung der Aushärtung werden den Leimen Härter zugesetzt. Zusätzlich werden den meisten Leimen Füllstoffe beigemischt, um auch für dickere Leimfugen Beständigkeit zu erreichen [5].

Zur Zeit gibt es nur eine eingeführte europäische Norm für die Klassifizierung von Leimen für Holzbauteile, DIN EN 301 *Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Phenoplaste und Aminoplaste, Klassifizierung und Leistungsanforderungen* [22]. Die entsprechende Prüfnorm ist DIN EN 302 *Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Prüfverfahren* [23]. DIN EN 301 klassifiziert die Klebstoffe abhängig von den Klimabedingungen in zwei Klebstofftypen

- Klebstofftyp I für den Einsatz bei uneingeschränkter Bewitterung und bei Temperaturen $T > 50$ [°C];
- Klebstofftyp II für den Einsatz in beheizten und durchlüfteten Gebäuden, bei Schutz gegen Außenbewitterung, bei kurzzeitiger Bewitterung und bei Temperaturen T bis 50 [°C].

Die Klimarandbedingungen bestimmen die Leistungsanforderungen, die nach DIN EN 301 unter Anwendung der nachfolgenden Prüfverfahren von Klebstoffen einzuhalten sind

- Zugscherprüfung;
- Delaminationsprüfung;
- Prüfung auf Faserschädigung;
- Prüfung nach Schwindbeanspruchung.

Die europäischen Normen DIN EN 301 und DIN EN 302 sind nur auf Phenoplaste und Aminoplaste anzuwenden. Ein Phenoplastharz ist ein Kunstharz, der durch die Reaktion zwischen einem Phenoplast (z.B. Phenol, Resorcin) und einem Aldehyd (z.B. Formaldehyd) entsteht. Ein Aminoplastharz ist ein Kunstharz, der durch die Reaktion zwischen aminogruppenhaltigen Verbindungen (z.B. Harnstoff, Melamin) und einem Aldehyd entsteht.

Da die bis jetzt erarbeiteten europäischen Normen die Prüfung der Gebrauchseigenschaften der Leime nicht beinhalten, ist in Deutschland zusätzlich zu den erwähnten europäischen Normen DIN 68141 *Holzverbindungen, Prüfung von Leimen und Leimverbindungen für tragende Holzbauteile* [20] zu beachten. In DIN 68141 wird die Prüfung folgender Gebrauchseigenschaften geregelt

- dynamische Viskosität;
- Gebrauchsdauer;
- offene Antrockenzeit;

- Benetzung und Streichbarkeit;
- pH-Wert;
- Abbindegeschwindigkeit in Abhängigkeit vom Raumklima.

Für Brettlagenholz ist ein Klebstoff zu verwenden, der die Prüfung nach DIN EN 301, DIN EN 302 sowie DIN 68141 bestanden hat, siehe auch [12]. Da eine gewisse Ähnlichkeit zwischen Brettschichtholz und Brettlagenholz in bezug auf die Herstellung gegeben ist, müssen nach Meinung des Verfassers die in DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] gestellten Anforderungen für die Herstellung von Leimverbindungen auch bei Brettlagenholz eingehalten werden. Diese Forderung wird beispielsweise auch in der bauaufsichtlichen Zulassung für Merk-Dickholz gestellt [12].

Im Gegensatz zu Brettschichtholz treten bei Brettlagenholz Leimverbindungen bei sich kreuzenden Fasern der zu verleimenden Brettlagen auf. Der Leim muss in diesem Fall Festigkeiten aufweisen, die der Scherfestigkeit und der Querkzugfestigkeit des Holzes entsprechen. Nach RAKNES [4] werden diese Festigkeiten von Leimen problemlos erreicht. Aufgrund des unterschiedlichen Quell- und Schwindverhaltens des Holzes in den unterschiedlichen anatomischen Hauptrichtungen, können in den Leimfugen große Zusatzspannungen entstehen.

Das Quellen besitzt seinen Größtwert in tangentialer Richtung, ist etwa halb so groß in radialer Richtung und vernachlässigbar klein in Faserlängsrichtung. Gleiches gilt für das Schwinden. Um Spannungen aus Quellen und Schwinden zu minimieren, müssen Veränderungen der Holzfeuchte vermieden werden. Die Verwendung von Brettlagenholz als Wandscheibe für Wohnhäuser ist nur möglich, wenn eine Außenwandbekleidung angebracht wird, die einen ausreichenden Witterungsschutz gewährleistet und Veränderungen der Holzfeuchte weitestgehend ausschließt. Wird auf eine Außenwandverkleidung verzichtet, sind die durch Quellen und Schwinden des Holzes hervorgerufenen Beanspruchungen zu berücksichtigen.

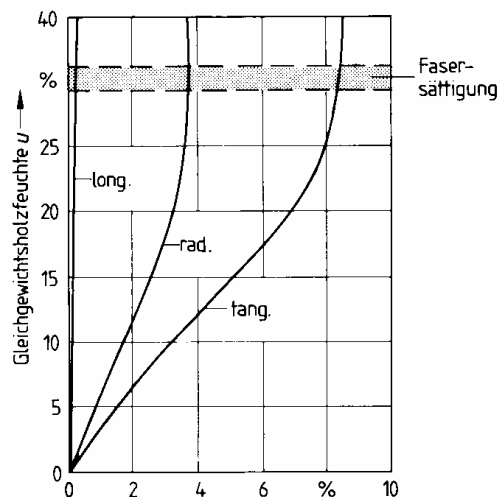


Bild 2.14: Quellmaße von Fichtenholz in den anatomischen Hauptrichtungen nach NOACK/SCHWAB [58]

Nach DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] beträgt die sich einstellende Gleichgewichtsfeuchte für allseitig geschlossene Bauwerke mit Heizung im Gebrauchszustand $9 \pm 3 \%$.

RAKNES [4] und RADOVIC [5] stellen Leimarten vor, die gegenwärtig im Ingenieurholzbau verwendet werden

Klimabedingungen	RF/PRF	MUF	UF
im Freien	+	(+)	×
T > 50 [°C]	+	(+)	×
$\varphi > 85$ [%]	+	(+)	×
unter Wasser	+	×	×
T = 50 [°C] $\varphi = 85$ [%]	+	+	+
Farbe der Leimfuge	dunkel	hell	hell
Klebstofftyp nach DIN EN 301	I	I / II	II
+ geeignet	(+) einige Marken geeignet	×	ungeeignet

Tabelle 2.5: Eignung gegenwärtiger Leime für tragende Holzbauteile nach RAKNES [4]

Resorcinformaldehyd (RF) - und Phenolresorcinformaldehyd (PRF) - Harzleime

Resorcin-Harzleime gehören zu den hochwertigsten und teuersten Holzleimen. Zur Verringerung der Kosten wird bei den meisten Handelsprodukten dem Resorcinharz ein bestimmter Prozentsatz Phenolharz beigemischt (Phenolresorcin-Harzleime), ohne dass merkbare Einbußen ihrer Eigenschaften auftreten. Dem flüssigen Leim wird ein Härter, der Formaldehyd enthält, zur Beschleunigung der Aushärtung zugesetzt. Als Füllmittel werden gelegentlich Kokosnussschalenmehl, Schlämmkreide oder andere pulverförmige Substanzen verwendet. Die Farbe der Leime und damit der Leimfugen ist dunkelbraun. Die Leime sind chemisch neutral und greifen Holz und Metalle nicht an. RF- und PRF-Leime führen zu dauerhaften Verleimungen, da sie wasser- und wetterbeständig sind. RF- und PRF-Leime sind dem Klebstofftyp I nach DIN EN 301 zuzuordnen. Sie werden eingesetzt bei der Herstellung von Brettschichtholz, in Keilzinkenstößen, oder zur Herstellung von I- und Kastenträgern. Sie eignen sich sowohl für bewitterte Bauteile als auch bei Innenverwendung.

Harnstoffformaldehyd (UF) - Harzleime

Harnstoffharzleime entstehen durch Kondensation von synthetischem Harnstoff und Formaldehyd. Der synthetische Harnstoff ist Abfallprodukt bei der Gewinnung von Ammoniak und daher in großen Mengen für die Leimbereitung vorhanden. Die ausgehärteten Harnstoffharze sind sehr spröde und eignen sich im ungefüllten Zustand für den Holzleimbau nicht. Durch Zugabe geeigneter Füllmittel (Kunstharpulver) bekommen auch sie fugenfüllende Eigenschaften. Harnstoffharzleime haben eine helle, zum Holz gut passende Farbe. UF-Leime sind dem Klebstofftyp II nach DIN EN 301 zuzuordnen, da sie nur eine begrenzte Hitze- und Wasserbeständigkeit aufweisen und daher nur für die Herstellung von Brettschichtholz und Keilzinkenverbindungen für die Innenverwendung zum Einsatz kommen. UF-Leime sind das überwiegend verwendete Bindemittel für Spanplatten [87].

Melaminharnstoffformaldehyd (MUF) – Harzleime

Diese Leime sind den Harnstoffharzleimen ähnlich, wobei ein Teil des Harnstoffs durch Melamin ersetzt wird, um eine höhere Wasser- und Witterungsbeständigkeit zu erzielen. Zur Verbesserung dieser Eigenschaften enthalten einige Melaminharnstoffharzleime zusätzlich Resorcin. Der Anteil an Melamin und Resorcin in MUF-Leimen bestimmt, ob sie dem Klebstofftyp I oder dem Klebstofftyp II nach DIN EN 301 zugeordnet werden können. Aus wirtschaftlichen Gründen und wegen ihrer hellen Farbe werden MUF-Leime in bestimmten Anwendungsbereichen bevorzugt. Sie eignen sich für die Herstellung von Brettschichtholz und Keilzinkenverbindungen.

Neben diesen gegenwärtig im Ingenieurholzbau verwendeten Leimen, gelten nach RAKNES [4] und RADOVIC [5] die nachfolgenden Leime als mögliche Leime für tragende Holzbauteile. Sie werden jedoch mit DIN EN 301 nicht erfasst, da zuverlässige Erkenntnisse über ihr Langzeitverhalten noch fehlen.

Epoxidharzleime

Epoxidharzleime sind Zweikomponentenleime mit sehr guten fugenfüllenden Eigenschaften und dem Vorteil eines hohen Festkörpergehalts, so dass auch dicke Fugen noch genügend Eigenfestigkeit haben. Die Viskosität von Epoxidharzleimen ist durch Zugabe von Füllmitteln einstellbar. Epoxidharzleime haben sehr gute Festigkeits- und Dauerhaftigkeitseigenschaften. Ihre Witterungsbeständigkeit ist zwischen den MUF- und PRF-Leimen einzuordnen. Wegen des hohen Preises werden Epoxidharzleime nur in Sonderfällen für die Holzverleimung eingesetzt. Anwendungsbeispiele sind die Sanierung von Risschäden in Brettschichtholzträgern, das Einleimen von Stäben oder die Verklebung von Metallen oder Kunststoffen mit Holz.

Polyurethanharze

Polyurethanharze befinden sich als Einkomponenten- oder Mehrkomponentenklebstoffe im Handel. Die Klebstoffe auf Polyurethanbasis besitzen in dünnen Fugen hohe Festigkeiten, die aber mit zunehmender Fugendicke stark abnehmen. In Deutschland sind derzeit zwei Produkte für die Verleimung tragender Holzbauteile sowohl bei Innen- als auch Außenverwendung zugelassen. Die Spannweite der Bauteile ist auf 6 [m] und die Leimfugendicke auf maximal 0,3 [mm] beschränkt. Die Leime haben eine helle Farbe.

2.2.2 Elastomechanische Eigenschaften von Klebstoffen für tragende Holzbauteile

Zur Berechnung der Werkstoffkenngrößen von Mehrschichtenverbunden wird vorausgesetzt, dass die Einzelschichten starr miteinander verbunden sind, vgl. Kapitel 3.3.1. Der Einfluss der Materialeigenschaften der Bindemittelschichten wird häufig vernachlässigt.

Im Holzbau kann lediglich Leim als starres Verbindungsmittel angesehen werden [4], [5], [15], [76]. Zwar ist bei Schrägverleimungen nach EGNER [25] und LISCHKE [64] mit einem Abfall der Bindemittelfestigkeiten zu rechnen, doch kann von der Annahme einer starren Verbindung ausgegangen werden. Versuchsergebnisse haben gezeigt, dass der Schubmodul von Leimfugen auch in Abhängigkeit der Fugendicke und des Leimtyps stark schwankt, aber über dem Schubmodul von Holz liegt. Für dünne Fugen wird in [8] ein Schubmodul von 960 bis 2015 [N/mm²], für dicke Fugen von 340 bis 1080 [N/mm²] angegeben. DIN EN 301

Klebstoffe für tragende Holzbauteile [22] legt für dünne Leimfugen eine Dicke bis 0,1 [mm] und für dicke Leimfugen eine Dicke von 1 [mm] fest.

Da die Gesamtdicke der Leimschichten gegenüber der Gesamtdicke der Brettlagen klein ist, kann nach LISCHKE [64] der Einfluss der abweichenden Elastizität der Bindemittelschichten auf die Werkstoffkenngrößen von Brettlagenholz wie bei Brettschichtholz vernachlässigt werden. KEYLWERTH bestätigt in [47] die Auffassung, dass Schichthölzer in elastizitätstheoretischer Hinsicht grundsätzlich wie Vollhölzer behandelt werden können. Auf eine detaillierte Darstellung der elastomechanischen Eigenschaften der Bindemittelschicht wird im Rahmen dieser Arbeit daher verzichtet.

2.2.3 Umweltverträglichkeit von Klebstoffen für tragende Holzbauteile

Formaldehyd ist ein bedeutendes Basisprodukt der chemischen Industrie. Mehr als die Hälfte der Produktionsmenge wird für die Herstellung von Bindemitteln für Holzwerkstoffe verbraucht [87]. Nach [41] ist die Fähigkeit zur Vernetzung von Molekülen die wichtigste Eigenschaft von Formaldehyd. Diese Eigenschaft, verbunden mit einem günstigem Preis, hat Formaldehyd zum wichtigsten Bestandteil der meisten Holzleime gemacht.

Nach den Verunsicherungen der letzten Jahre ist Formaldehyd heute eine der am besten untersuchten Chemikalien. Formaldehyd kann von geruchsempfindlichen Personen bereits ab 0,05 [ppm⁴] wahrgenommen werden. Die allgemeine Geruchsschwelle liegt bei 0,10 [ppm]. Bei 0,30 [ppm] können Schleimhautreizungen auftreten. 1980 wurde Formaldehyd als Stoff mit begründetem Verdacht auf krebserzeugendes Potential eingestuft. Dieser Verdacht ist bis heute nicht ausgeräumt, wenngleich es nach Expertenmeinung derzeit keinen Hinweis darauf gibt, dass die Formaldehydbelastung in Aufenthaltsräumen zu einer Erhöhung des Krebsrisikos bei den betroffenen Personen führt [87].

Zur Begrenzung der Formaldehydkonzentration in der Raumluft von Aufenthaltsräumen wurde bereits 1977 vom Bundesgesundheitsamt ein Richtwert von 0,10 [ppm] genannt. Dieser Wert gilt bis heute unverändert, obwohl 1987 der MAK-Wert⁵ halbiert wurde. Entsprechend der *Richtlinie über die Klassifizierung und Überwachung von Holzwerkstoffplatten bezüglich der Formaldehydabgabe* (DiBt-Richtlinie 100) [13] dürfen nur Holzwerkstoffplatten der Emissionsklasse 1 in den Handel kommen. Die Emissionsklasse E1 kennzeichnet unbeschichtete und beschichtete Holzwerkstoffplatten, die geeignet sind, bei der Untersuchung im Prüfraum eine Ausgleichskonzentration in der Höhe des empfohlenen Richtwertes von maximal 0,10 [ppm] Formaldehyd einzuhalten. Bei den heute verwendeten Holzwerkstoffen wird dieser Grenzwert nach [42] deutlich unterschritten.

Brettschichtholz, das in Holzkonstruktionen häufig eingesetzt wird, hat in der Regel einen Leimanteil von 12 bis 15 [kg/m³]. Nach [68] wurde für Brettschichtholz eine Formaldehydabgabe von 0,05 [ppm] ermittelt. Brettlagenholz weist nach [68] einen zu Brettschichtholz vergleichbaren Leimanteil auf. Die Formaldehydabgabe entspricht in etwa der von Brettschichtholz [68]. Zu beachten ist allerdings, dass Brettlagenholz ein flächenhaftes Bauteil ist, das in größeren Mengen in Holzkonstruktionen eingebaut wird als stabartige Bauteile aus Brettschichtholz. Bei Bauteilen aus Brettlagenholz ist daher mit einer höheren Formaldehydbelastung zu rechnen, die beispielsweise mit einer innen angebrachten Verkleidung reduziert werden kann.

⁴ ppm = parts per million = Teile auf eine Million

⁵ MAK = Maximale Arbeitsplatzkonzentration

In Anbetracht der Tatsache, dass sich die Formaldehydkonzentration in Aufenthaltsräumen durch zusätzliche Formaldehydquellen erhöhen kann, wird die kontroverse Diskussion, ob im Sinne eines vorbeugenden Gesundheitsschutzes die gesetzlichen Regelungen zur Minimierung der Formaldehydkonzentration in Aufenthaltsräumen befriedigend sind, im Rahmen dieser Arbeit nicht fortgesetzt. Beispielsweise kann sich beim Rauchen von zwei Zigaretten in einem Raum mit einem Volumen von 30 [m³] die Formaldehydkonzentration um bis zu 0,10 [ppm] erhöhen [87]. Da die Bevölkerung hinsichtlich gesundheitsschädlicher Emissionen sensibilisiert ist, erscheinen weitere Untersuchungen zu dieser Problematik nach Meinung des Verfassers sinnvoll.

Am Ende der Nutzungsdauer können mit Klebstoffen versetzte Hölzer und Holzwerkstoffe einer umweltfreundlichen energetischen Verwertung in Anlagen, die nach Bundes-Immissionschutzgesetz (BImSchG) zugelassen sind, zugeführt werden [40]. Soweit aufgrund neuer Erkenntnisse keine gesundheitlichen Bedenken bestehen, ist auch bei Einsatz von Holzschutzmitteln eine Wiederverwendung von Hölzern und Holzwerkstoffen möglich.

3 Die konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen

3.1 Vorbemerkungen

Die moderne technische Entwicklung stößt in zunehmendem Maße auf Grenzen, die durch die gegebenen Eigenschaften der heute verfügbaren Werkstoffe bedingt sind. Um die gewünschten Eigenschaften gewährleisten zu können, werden verschiedene Werkstoffe mit unterschiedlichen mechanischen Eigenschaften miteinander kombiniert. Derartige Werkstoffe werden als Verbundwerkstoffe bezeichnet. Durch den gezielten Verbund mehrerer Werkstoffe in Abhängigkeit der Belastung werden die werkstoffspezifischen Eigenschaften optimal genutzt. Ein klassisches Beispiel für einen Verbundwerkstoff stellt der Stahlbeton dar, bei dessen Belastung die Druckkräfte vom Beton und die Zugkräfte vom Stahl abgetragen werden.

Nach GEBBEKEN [27] sind wegen der Komplexität der verschiedenen Verbundkonstruktionen die zugehörigen Methoden zu ihrer Berechnung mehrgleisig entstanden. So gibt es beispielsweise einschlägige Fachliteratur über Sandwich-Konstruktionen, Verbundbau und Mehrschichtenverbunde. Stellvertretend für die zahlreichen Fachbücher zum Thema Verbundkonstruktionen seien genannt CHAWLA [7], HALPIN [30], JONES [46], MOSER [69] und TSAI/HAHN [81].

Mehrschichtenverbunde bestehen aus homogenen Einzelschichten, deren Ausrichtung in aller Regel unterschiedlich ist, und die über Bindemittelschichten starr miteinander verbunden sind. Sie können aus Einzelschichten gleichen Materials oder aus Einzelschichten unterschiedlichen Materials bestehen. Mehrschichtenverbunde können mit den Berechnungsgrundlagen der Faser-Kunststoff-Verbunde rechnerisch erfasst werden. Der Beschreibung des mechanischen Verhaltens der Einzelschichten folgt dabei die Kopplung dieser Einzelschichten zu einem Ganzen.

Die auf den Berechnungsgrundlagen der Faser-Kunststoff-Verbunde basierende Theorie des Mehrschichtenverbundes lässt sich auf Brettlagenholz übertragen, da es sich bei Brettlagenholz um einen Mehrschichtenverbund handelt, der aus mindestens zwei miteinander starr verbundenen Brettlagen abweichender Faserlängsrichtungen besteht. SCHICKHOFER begründet in [77] diese Vorgehensweise anhand einer anschaulichen Analogiebetrachtung zwischen mehrschichtigen Holzbauteilen und Faser-Kunststoff-Verbunden.

Die einzelnen Brettlagen werden durch Aneinanderreihen schmaler Bretter gleicher Dicke ohne Verleimung der Schmalseiten erzeugt. Die fehlende Verleimung der Brettschmalseiten muss bei der Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz berücksichtigt werden, da sie, wie in Kapitel 3.4 erläutert wird, zu inhomogenen Einzelschichten mit verringerter Tragfähigkeit führt.

LISCHKE [64] berücksichtigt bei der Herleitung der Werkstoffkenngrößen von Brettlagenholz die fehlende schmalseitige Verleimung der Einzelbretter. Er verdeutlicht, dass sich hinsichtlich der Größenordnung der Werkstoffkenngrößen für Brettlagenholz mit schmal- und breitseitiger Verleimung und Brettlagenholz mit nur breitseitiger Verleimung beachtliche Unterschiede einstellen. Insbesondere die Schub- und Drillsteifigkeit ist bei Brettlagenholz mit nur breitseitiger Verleimung wesentlich geringer. Weil sich aber durch die fehlende schmalseitige Verleimung der Produktionsaufwand verringert, ist im Rahmen dieser Arbeit von vorrangigem Interesse, unter welchen Voraussetzungen nur breitseitig verleimtes Brettlagenholz nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes berechnet werden kann.

Nach Darlegung der konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen von Brettlagenholz mit nur breitseitiger Verleimung nach LISCHKE [64] wird die Theorie des Mehrschichtenverbundes erläutert. Eine Analogiebetrachtung liefert als Ergebnis die notwendigen Eingangswerte für die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Wandscheiben aus Brettlagenholz nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes, die in gängigen Rechenprogrammen implementiert ist. Diese Eingangswerte für die Einzelschichten basieren auf den Werkstoffkenngrößen von Brettlagenholz nach LISCHKE [64], die den Einfluss der fehlenden schmalseitigen Verleimung der Einzelbretter berücksichtigen. Die nach LISCHKE bestehende Problematik, die bis zu 18 verschiedenen Werkstoffkenngrößen von Brettlagenholz in Rechenprogramme einzubinden ist damit behoben. Der Einfluss der abweichenden Elastizität der Bindemittelschichten auf die Werkstoffeigenschaften ist wie bei Brettschichtholz zu vernachlässigen, weil die Gesamtdicke der Leimschichten klein gegenüber der Gesamtdicke der Brettlagen ist [47], [64].

Die Analogiebetrachtung wird für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur mit jeweils fünf Einzellagen durchgeführt. Die Begründung für die Betrachtung dieser Strukturen sowie Hinweise zur konstruktiven Durchbildung einer Wandscheibe aus Brettlagenholz werden in Kapitel 5 angeführt.

3.2 Die konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen nach LISCHKE [64]

Da die konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen nach LISCHKE in [64] ausführlich hergeleitet werden, werden nachfolgend nur die wesentlichen Ergebnisse wiedergegeben. Gleichung 3.1 zeigt die für Brettlagenholz zentrale Beziehung zwischen Schnittgrößen, Verzerrungen und Verkrümmungen. Eine derartige Beziehung, die Schnittgrößen mit Formänderungen verknüpft, wird in der Technischen Mechanik als konstitutive Beziehung bezeichnet. Im Vergleich dazu wird in einem Werkstoffgesetz eine Beziehung zwischen den Spannungen σ und den Dehnungen ε sowie den Gleitungen γ hergestellt.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}_0 \\ ? \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

In Koeffizientenschreibweise lautet Gleichung 3.1

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \\ m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & B_{31} & B_{32} & B_{33} \\ B_{11} & B_{12} & B_{13} & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Als Werkstoffkenngrößen von Brettlagenholz werden die Membransteifigkeiten A_{ik} , die Koppelsteifigkeiten B_{ik} und die Biegesteifigkeiten D_{ik} bezeichnet. Sie werden ausgehend von den Materialkennwerten der Einzelbretter unter Berücksichtigung der Anordnung und Ausrichtung der einzelnen Brettlagen berechnet und über einen größeren Bereich gemittelt, wobei die Knotenpunkte als flächenartig verleimte Brettkreuzungen betrachtet werden. Bei einem elastischen Werkstoff sind die Matrizen \mathbf{A} , \mathbf{B} und \mathbf{D} symmetrisch bezüglich ihrer Diagonalen, so dass insgesamt 18 Werkstoffkenngrößen auftreten [64].

Es wird betont, dass bei fehlender Verleimung der Brettschmalseiten die Einzellagen nicht mehr als Schicht im Sinne der Theorie des Mehrschichtenverbundes anzusehen sind, sondern als eine in Gliederungselemente unterteilte Schicht. Die Einzelbretter werden demzufolge als stabartige Gliederungselemente behandelt. Als Materialkennwerte der Gliederungselemente werden der Elastizitätsmodul E_{\parallel} in Faserlängsrichtung, der Schubmodul G und der Torsionsmodul G_T der Einzelbretter benötigt.

LISCHKE [64] unterstellt bei der Herleitung der Werkstoffkenngrößen von Brettlagenholz, dass sich im Brettlagenholz eine fachwerkartige Tragwirkung einstellt. Folglich besteht eine gelenkige Verbindung zwischen den Brettern einer Lage und den Brettern der benachbarten Lage. Die Drehsteifigkeit der verleimten Brett Kreuzungen ist zum Gleichgewicht nicht notwendig. Die Steifigkeit der Gesamtstruktur wird dadurch unterschätzt, so dass es sich um eine auf der sicheren Seite liegende Annahme handelt. Da die an der Lastabtragung beteiligten Bretter in unterschiedlichen Ebenen liegen, muss eine kraftschlüssige Verbindung gewährleistet sein, um eine Kraftübertragung über die Leimfuge in die benachbarten Brettlagen zu ermöglichen.

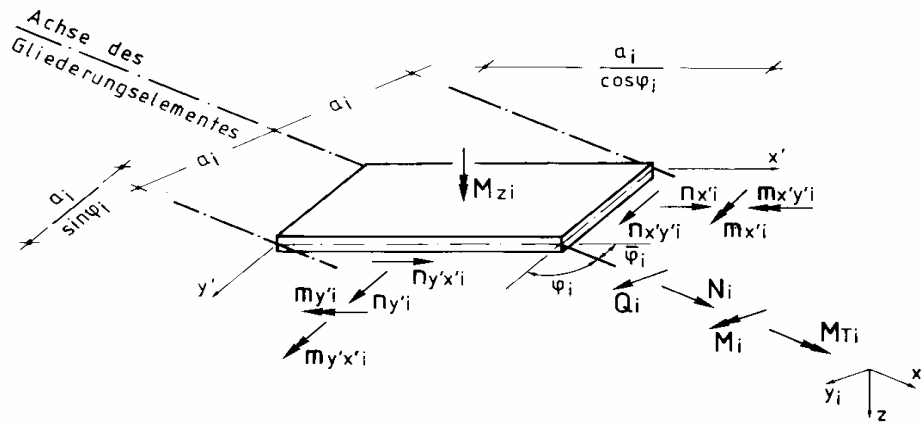


Bild 3.1: Schnittkräfte eines Flächenelements und im stabartigen Gliederungselement [64]

Bild 3.1 zeigt die Schnittkräfte $n_{x'i}$, $n_{y'i}$, $n_{x'y'i} = n_{y'x'i}$ und die Schnittmomente $m_{x'i}$, $m_{y'i}$, $m_{x'y'i} = m_{y'x'i}$ an einem Flächenelement sowie die Schnittgrößen N_i , Q_i , M_i , M_{Ti} an einem Gliederungselement. Der Winkel ϕ_i kennzeichnet die Richtungsabweichung des Gliederungselements der Brettlage i zur y' -Achse des Flächenelements. LISCHKE [64] verwendet die Bezeichnungen x' und y' für die Achsen des globalen Koordinatensystems des Flächenelements. Die Achsen x_i , y_i , z des lokalen Koordinatensystems eines Gliederungselements sind so festgelegt, dass die Achse x_i in Faserlängsrichtung verläuft. Um die üblichen Bezeichnungen der Stabstatik einhalten zu können, weicht LISCHKE hier vom Koordinatensystem der Holzbautechnologie nach HÖRIG [34] ab, siehe Kapitel 2.1.2.

Unter der Voraussetzung geringer Verformungen erfolgt die Lastabtragung vorwiegend über Normalkräfte und nur zu einem vernachlässigbaren Teil über Biegebeanspruchung. Die vereinfachende Annahme, trotz biegesteifer Knoten beim statischen Modell Gelenke einzuführen, wird nach LISCHKE [64] im Ingenieurholzbau bei verschiedenen Bauweisen unterstellt. LISCHKE vernachlässigt aus diesem Grund die Wirkung von Querkräften q_x und q_y senkrecht zum Flächenelement und den Verdrehungswiderstand der verleimten Brett Kreuzungen, da der Einfluss auf das Verformungsverhalten der Gesamtkonstruktion sehr gering ist. Das Moment M_{zi} hält dem Drehmoment aus den Querkräften Q_i eines Gliederungselements das Gleichgewicht und wird jeweils in den Knotenpunkten aufgenommen.

Ausgehend von den Gleichgewichtsbeziehungen zwischen den Schnittkräften eines Flächenelements mit den Seitenlängen $a/\sin\phi_i$ bzw. $a_i/\cos\phi_i$ und den Schnittkräften eines Gliederungselements der Breite b und dem Achsabstand a_i ermittelt LISCHKE mit Hilfe des Weggrößenverfahrens in allgemeiner Form die Membransteifigkeiten A_{ik} , die Koppelsteifigkeiten B_{ik} und die Biegesteifigkeiten D_{ik} .

Nach LISCHKE [64] stellen sich folgende Zusammenhänge ein

$$n_{x'i} = (N_i \cdot \sin^2\phi_i - Q_i \cdot \sin\phi_i \cdot \cos\phi_i) / a_i \quad (3.3)$$

$$n_{y'i} = (N_i \cdot \cos^2\phi_i + Q_i \cdot \sin\phi_i \cdot \cos\phi_i) / a_i \quad (3.4)$$

$$n_{x'y'i} = (N_i \cdot \sin\phi_i \cdot \cos\phi_i + Q_i \cdot \sin^2\phi_i) / a_i \quad (3.5)$$

$$n_{y'x'i} = (N_i \cdot \sin\phi_i \cdot \cos\phi_i - Q_i \cdot \cos^2\phi_i) / a_i \quad (3.6)$$

$$m_{x'i} = (M_i \cdot \sin^2\phi_i + M_{Ti} \cdot \sin\phi_i \cdot \cos\phi_i) / a_i \quad (3.7)$$

$$m_{y'i} = (M_i \cdot \cos^2\phi_i - M_{Ti} \cdot \sin\phi_i \cdot \cos\phi_i) / a_i \quad (3.8)$$

$$m_{x'y'i} = (M_i \cdot \sin\phi_i \cdot \cos\phi_i - M_{Ti} \cdot \sin^2\phi_i) / a_i \quad (3.9)$$

$$m_{y'x'i} = (M_i \cdot \sin\phi_i \cdot \cos\phi_i + M_{Ti} \cdot \cos^2\phi_i) / a_i \quad (3.10)$$

Durch Summation über n Einzellagen folgen die Schnittkräfte am gesamten Flächenelement. Die Summe der Schubkräfte $n_{x'y'i}$ und $n_{y'x'i}$ wird zu einem Mittelwert zusammengefasst.

$$n_{x'} = \sum_{i=1}^n n_{x'i} \quad (3.11)$$

$$n_{y'} = \sum_{i=1}^n n_{y'i} \quad (3.12)$$

$$n_{x'y'} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n (n_{x'y'i} + n_{y'x'i}) \quad (3.13)$$

Für die Berechnung der Biegemomente des Flächenelements sind die Schnittkräfte der Einzellagen mit ihren Schwerpunktabständen z_{si} zu berücksichtigen. Die Summe der bezogenen Drillmomente wird analog den bezogenen Schubkräften zu einem Mittelwert zusammengefasst.

$$m_{x'} = \sum_{i=1}^n (m_{x'i} + z_{si} \cdot n_{x'i}) \quad (3.14)$$

$$m_{y'} = \sum_{i=1}^n (m_{y'i} + z_{si} \cdot n_{y'i}) \quad (3.15)$$

$$m_{x'y'} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n [(m_{x'y'i} + m_{y'x'i}) + z_{si} \cdot (n_{x'y'i} + n_{y'x'i})] \quad (3.16)$$

Das Einsetzen der Gleichungen 3.3 bis 3.10 in die Gleichungen 3.11 bis 3.16 liefert die Beziehungen zwischen den Schnittgrößen des Flächenelements und den Schnittgrößen der einzelnen Brettlagen.

$$n_{x'} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \cdot (N_i \cdot \sin^2 \phi_i - Q_i \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i) \quad (3.17)$$

$$n_{y'} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \cdot (N_i \cdot \cos^2 \phi_i + Q_i \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i) \quad (3.18)$$

$$n_{x'y'} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \cdot \left[N_i \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i - \frac{1}{2} \cdot Q_i \cdot (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) \right] \quad (3.19)$$

$$m_{x'} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \cdot \left(M_i \cdot \sin^2 \phi_i + M_{Ti} \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i + \right. \\ \left. N_i \cdot z_{si} \cdot \sin^2 \phi_i - Q_i \cdot z_{si} \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i \right) \quad (3.20)$$

$$m_{y'} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \cdot \left(M_i \cdot \cos^2 \phi_i - M_{Ti} \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i + \right. \\ \left. N_i \cdot z_{si} \cdot \cos^2 \phi_i + Q_i \cdot z_{si} \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i \right) \quad (3.21)$$

$$m_{x'y'} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \cdot \left[M_i \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i + \frac{1}{2} \cdot M_{Ti} \cdot (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) + \right. \\ \left. N_i \cdot z_{si} \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i - \frac{1}{2} \cdot Q_i \cdot z_{si} \cdot (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) \right] \quad (3.22)$$

Zur Ermittlung der Werkstoffkenngrößen A_k , B_k und D_k ist eine Beziehung zwischen den Verzerrungen und Verkrümmungen eines Gliederungselements und denen des Flächenelements herzustellen. Dabei sind die Verzerrungen ε_{xi} und γ_{xiyi} des Gliederungselements mit den Verzerrungen $\varepsilon_{x'si}$, $\varepsilon_{y'si}$ und $\gamma_{x'y'si}$ des Flächenelements der Lage i verknüpft. Die Verkrümmung κ_{xi} und die Verdrillung κ_{xiyi} des Gliederungselements stehen in direktem Bezug zu den Verkrümmungen $\kappa_{x'}$ und $\kappa_{y'}$ bzw. der Verdrillung $\kappa_{x'y'}$ des gesamten Flächenelements aus n Lagen, weil die Verkrümmungen und die Verdrillung über die Querschnittshöhe konstant sind. Aufgrund der Tatsache, dass die stabartigen Gliederungselemente einer Lage ohne Verleimung der Schmalseiten angeordnet sind, können quer zur Stabachse keine Kräfte übertragen werden. Auch können die aus der Belastung resultierenden Querdehnungen der Einzellege über die Summe der Gliederungselemente aufgrund der vorgegebenen Fugen zu Null gesetzt werden, d.h. für die Einzellege gilt $\varepsilon_{yi} = 0$

[64]. Nach LISCHKE [64] kann für die gesuchte Beziehung zwischen den Verzerrungen und Verkrümmungen eines Gliederungselements und denen des Flächenelements angeschrieben werden

$$\varepsilon_{xi} = \varepsilon_{x'si} \cdot \sin^2 \phi_i + \varepsilon_{y'si} \cdot \cos^2 \phi_i + \gamma_{x'y'si} \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i \quad (3.23)$$

$$\gamma_{xiyi} = -\varepsilon_{x'si} \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i + \varepsilon_{y'si} \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i - \frac{1}{2} \cdot \gamma_{x'y'si} \cdot (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) \quad (3.24)$$

$$\kappa_{xi} = \kappa_{x'} \cdot \sin^2 \phi_i + \kappa_{y'} \cdot \cos^2 \phi_i + \kappa_{x'y'} \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i \quad (3.25)$$

$$\kappa_{xiyi} = \kappa_{x'} \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i - \kappa_{y'} \cdot \sin \phi_i \cdot \cos \phi_i + \frac{1}{2} \cdot \kappa_{x'y'} \cdot (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) \quad (3.26)$$

Der Index s kennzeichnet, dass die Verzerrungen $\varepsilon_{x'si}$, $\varepsilon_{y'si}$ und $\gamma_{x'y'si}$ in der Mittelfläche der jeweiligen Lage i anzusetzen sind. Die Verzerrungen $\varepsilon_{x'si}$, $\varepsilon_{y'si}$ und $\gamma_{x'y'si}$ resultieren aus den Verzerrungen der Mittelfläche der Gesamtkonstruktion und dem Produkt aus den Verkrümmungen bzw. der Verdrillung mit dem zugehörigen inneren Hebelarm z_{si} .

$$\varepsilon_{x'si} = \varepsilon_{x'0} + \kappa_{x'} \cdot z_{si} \quad (3.27)$$

$$\varepsilon_{y'si} = \varepsilon_{y'0} + \kappa_{y'} \cdot z_{si} \quad (3.28)$$

$$\gamma_{x'y'si} = \gamma_{x'y'0} + \kappa_{x'y'} \cdot z_{si} \quad (3.29)$$

Die Beziehungen zwischen den Schnittgrößen und den Verzerrungen des Gliederungselements lauten

$$N_i = EA_i \cdot \varepsilon_{xi} \quad (3.30)$$

$$Q_i = (GA_i \cdot \gamma_{xiyi})/1,2 \quad (3.31)$$

$$M_i = EI_i \cdot \kappa_{xi} \quad (3.32)$$

$$M_{Ti} = GI_{Ti} \cdot \kappa_{xiyi} \quad (3.33)$$

EA_i steht für die Dehnsteifigkeit des Einzelbretts, GA_i für dessen Schubsteifigkeit, EI_i für dessen Biegesteifigkeit und GI_{Ti} für dessen Torsionssteifigkeit, wobei LISCHKE als Materialkennwerte den Elastizitätsmodul $E_{||}$ und den Schubmodul G nach DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] zugrunde legt. Der Torsionsmodul G_T wird dem Schubmodul G für Querkraft gleichgesetzt. Der Faktor 1/1,2 berücksichtigt die übliche Abminderung aus der Verteilung der Schubspannungen beim Rechteckquerschnitt.

Zur Ermittlung der Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} werden sechs Einheitsverformungszustände untersucht. Die so ermittelten Schnittgrößen für die Einheitsverformungszustände entsprechen den Werkstoffkenngrößen A_k , B_k und D_k . Mit Hilfe der nachfolgend angegebenen Bestimmungsgleichungen ist die Berechnung der flächenäquivalenten Werkstoffkenngrößen von Brettlagenholz bei beliebiger Anzahl, Ausrichtung, Dicke und Sortierklasse der Einzelbretter möglich. Die Größe a_i kennzeichnet den Achsabstand der Gliederungselemente einer Brettlage. Bei Brettlagenholz werden die einzelnen Bretter ohne Fugen knirsch aneinander gelegt, so dass der Achsabstand a der Brettbreite b entspricht.

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \\ m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & B_{31} & B_{32} & B_{33} \\ B_{11} & B_{12} & B_{13} & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_{x0} \\ \epsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Für die Membransteifigkeiten A_{ik} gilt

$$A_{11} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(EA_i \sin^4 \phi_i + \frac{1}{1,2} GA_i \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i \right) \quad (3.34a)$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(EA_i \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i - \frac{1}{1,2} GA_i \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i \right) \quad (3.34b)$$

$$A_{13} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(EA_i \sin^3 \phi_i \cos \phi_i + \frac{1}{2,4} GA_i (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) \sin \phi_i \cos \phi_i \right) \quad (3.34c)$$

$$A_{22} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(EA_i \cos^4 \phi_i + \frac{1}{1,2} GA_i \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i \right) \quad (3.34d)$$

$$A_{23} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(EA_i \sin \phi_i \cos^3 \phi_i - \frac{1}{2,4} GA_i (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) \sin \phi_i \cos \phi_i \right) \quad (3.34e)$$

$$A_{33} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(EA_i \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i + \frac{1}{4,8} GA_i (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i)^2 \right) \quad (3.34f)$$

Für die Koppelsteifigkeiten B_{ik} gilt

$$B_{11} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(EA_i z_{si} \sin^4 \phi_i + \frac{1}{1,2} GA_i z_{si} \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i \right) \quad (3.35a)$$

$$B_{12} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(EA_i z_{si} \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i - \frac{1}{1,2} GA_i z_{si} \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i \right) \quad (3.35b)$$

$$B_{13} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(EA_i z_{si} \sin^3 \phi_i \cos \phi_i + \frac{1}{2,4} GA_i z_{si} (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) \sin \phi_i \cos \phi_i \right) \quad (3.35c)$$

$$B_{22} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(EA_i z_{si} \cos^4 \phi_i + \frac{1}{1,2} GA_i z_{si} \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i \right) \quad (3.35d)$$

$$B_{23} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(EA_i z_{si} \sin \phi_i \cos^3 \phi_i - \frac{1}{2,4} GA_i z_{si} (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) \sin \phi_i \cos \phi_i \right) \quad (3.35e)$$

$$B_{33} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(EA_i z_{si} \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i + \frac{1}{4,8} GA_i z_{si} (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i)^2 \right) \quad (3.35f)$$

Für die Biegesteifigkeiten D_{ik} gilt

$$D_{11} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(\begin{array}{l} EI_i \sin^4 \phi_i + GI_{Ti} \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i + \\ EA_i z_{si}^2 \sin^4 \phi_i + \frac{1}{1,2} GA_i z_{si}^2 \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i \end{array} \right) \quad (3.36a)$$

$$D_{12} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(\begin{array}{l} EI_i \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i - GI_{Ti} \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i + \\ EA_i z_{si}^2 \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i - \frac{1}{1,2} GA_i z_{si}^2 \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i \end{array} \right) \quad (3.36b)$$

$$D_{13} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(\begin{array}{l} EI_i \sin^3 \phi_i \cos \phi_i + \frac{1}{2} GI_{Ti} (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) \sin \phi_i \cos \phi_i + \\ EA_i z_{si}^2 \sin^3 \phi_i \cos \phi_i + \frac{1}{2,4} GA_i z_{si}^2 (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) \sin \phi_i \cos \phi_i \end{array} \right) \quad (3.36c)$$

$$D_{22} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(\begin{array}{l} EI_i \cos^4 \phi_i + GI_{Ti} \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i + \\ EA_i z_{si}^2 \cos^4 \phi_i + \frac{1}{1,2} GA_i z_{si}^2 \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i \end{array} \right) \quad (3.36d)$$

$$D_{23} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(\begin{array}{l} EI_i \sin \phi_i \cos^3 \phi_i - \frac{1}{2} GI_{Ti} (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) \sin \phi_i \cos \phi_i + \\ EA_i z_{si}^2 \sin \phi_i \cos^3 \phi_i - \frac{1}{2,4} GA_i z_{si}^2 (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i) \sin \phi_i \cos \phi_i \end{array} \right) \quad (3.36e)$$

$$D_{33} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i} \left(\begin{array}{l} EI_i \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i + \frac{1}{4} GI_{Ti} (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i)^2 \\ + EA_i z_{si}^2 \sin^2 \phi_i \cos^2 \phi_i + \frac{1}{4,8} GA_i z_{si}^2 (\cos^2 \phi_i - \sin^2 \phi_i)^2 \end{array} \right) \quad (3.36f)$$

Zur Veranschaulichung zeigt Bild 3.2, welche Membransteifigkeiten A_{ik} die Kräfte n_x , n_y und n_{xy} maßgebend beeinflussen und welche Biegesteifigkeiten D_{ik} die Momente m_x , m_y und m_{xy} maßgebend bestimmen.

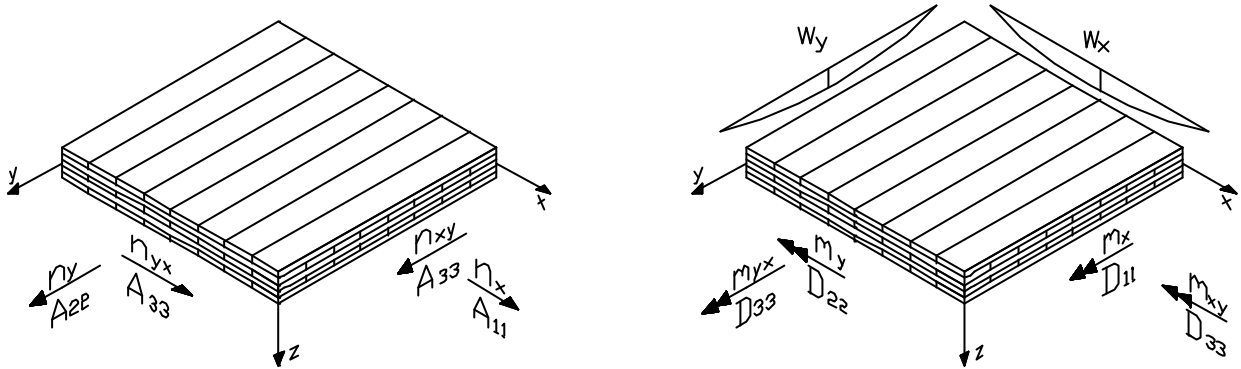


Bild 3.2: Schnittgrößen und zugeordnete Membransteifigkeiten A_{ik} bzw. Biegesteifigkeiten D_{ik}

Hinsichtlich der Ermittlung von Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz mit numerischen Methoden besteht für LISCHKE [64] das Hauptproblem darin, die Werkstoffkenngrößen in bestehende Rechenprogramme einzubinden. Abhängig von der gewählten Struktur des Brettlagenholzes ergeben sich bis zu 18 von Null verschiedene Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} . Nach LISCHKE [64] können derzeit in gängigen Rechenprogrammen für zweidimensionale Betrachtungen nur sechs der 18 Werkstoffkenngrößen berücksichtigt werden. Die in der Konstruktionspraxis häufig von den Membransteifigkeiten A_{ik} abweichenden Biegesteifigkeiten D_{ik} bzw. die zusätzlich auftretenden Koppelsteifigkeiten B_{ik} können nicht eingeführt werden, womit eine exakte Ermittlung der Spannungen und Verformungen bei Brettlagenholz auf der Basis zutreffender Werkstoffkenngrößen nicht möglich ist. LISCHKE verdeutlicht, dass die einzelnen Werkstoffkenngrößen A_k , B_k und D_k starken Schwankungen unterliegen, und es falsch ist, einem Flächenelement aus Brettlagenholz, unabhängig von der Art der Verleimung, ein annähernd isotropes Werkstoffverhalten zu unterstellen.

Als Eingangswerte für numerische Berechnungen der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz werden spannungsbezogene Werkstoffkenngrößen benötigt. Die Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} in Gleichung 3.2/S. 30 sind auf Schnittkräfte bezogen. LISCHKE berechnet die spannungsbezogenen Werkstoffkenngrößen, indem die Membransteifigkeiten A_{ik} mit dem Faktor $(1/d)$ und die Biegesteifigkeiten D_{ik} mit dem Faktor $(12/d^3)$ multipliziert werden. Auf diese Weise erhält LISCHKE aus den auf Schnittkräfte bezogenen Membran- und Biegesteifigkeiten eines mehrlagigen Werkstoffs die spannungsbezogenen Werkstoffkenngrößen eines einlagigen Werkstoffs gleicher Dicke. Da eine Umrechnung in spannungsbezogene Größen für die Koppelsteifigkeiten B_{ik} nicht möglich ist, empfiehlt LISCHKE, Brettlagenholz mit symmetrischem Aufbau zur Mittelfläche zu verwenden, da die Koppelsteifigkeiten B_{ik} in diesem Fall verschwinden.

3.3 Theorie des Mehrschichtenverbundes

3.3.1 Annahmen

Die Theorie des Mehrschichtenverbundes basiert auf folgenden für das Trag- und Verformungsverhalten wesentlichen Annahmen, siehe u.a. CHAWLA [7], HALPIN [30], JONES [46], MOSER [69] und TSAI/HAHN [81].

Bei den Einzelschichten handelt es sich um dünne Flächenträger, deren Dicke im Vergleich zu Länge und Breite klein ist. Die Spannungen σ_z , τ_{xz} und τ_{yz} werden vernachlässigt, womit der Spannungszustand in den Einzelschichten mit dem ebenen Spannungszustand beschrieben werden kann. Zwischen den Einzelschichten herrscht vollständiger Verbund. Es gilt die Kirchhoff-Love-Hypothese, wonach die Querschnittsebene des Verbundwerkstoffs auch im verformten Zustand senkrecht zur Mittelebene liegt. Die Verzerrungen sind linear über die Querschnittshöhe verteilt. Das Materialverhalten der Einzelschichten ist elastisch und die Normalspannungsverteilung ist innerhalb einer Schicht linear veränderlich und weist an den Schichtgrenzen Sprünge auf. Ausgehend von diesen grundlegenden Annahmen kann das Verhalten eines mehrschichtigen Verbundwerkstoffs auf eine zweidimensionale Betrachtung der Mittelfläche desselben reduziert werden.

Zur Klassifikation der Verbundkonstruktionen im Hinblick auf das mechanische Verhalten dient zum einen die mikroskopische Betrachtungsweise und zum anderen die makroskopische Betrachtungsweise. Während die mikroskopische Betrachtungsweise das mechanische Verhalten der einzelnen Schicht beschreibt, dient die makroskopische Betrachtungsweise zur Beschreibung der mechanischen Eigenschaften mehrerer miteinander verbundener Schichten (Mehrschichtenverbund).

3.3.2 Mechanische Eigenschaften der Einzelschicht

Brettlagenholz ist ein Verbundwerkstoff, der durch Aneinanderreihen einzelner Bretter gleicher Abmessungen erzeugt wird. Das Werkstoffverhalten der Einzelbretter kann mit dem rhombisch anisotropen Elastizitätsgesetz nach Gleichung 2.4 beschrieben werden

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Da für die Einzelschichten, korrespondierend mit den getroffenen Annahmen, der ebene Spannungszustand gilt, können die Spannungen σ_z , τ_{xz} und τ_{yz} vernachlässigt werden. Unter Beibehaltung der Indizierung vereinfacht sich Gleichung 2.4 zu

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & 0 \\ s_{21} & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Das für den ebenen Spannungszustand eines rhombisch anisotropen Werkstoffs gültige Elastizitätsgesetz enthält fünf Elastizitätszahlen s_k , wobei unter Beachtung der Symmetriebedingung nach Gleichung 2.3/S. 9 nur vier numerisch verschieden sind.

Die Inversion von Gleichung 3.37 liefert die Steifigkeitsmatrix \mathbf{C} für den ebenen Spannungszustand. Im Schrifttum ist anstelle der Bezeichnung \mathbf{C} häufig die Benennung \mathbf{Q} zu finden, womit zum Ausdruck gebracht wird, dass es sich im Sinne der Theorie des Mehrschichtenverbundes um dünne Einzelschichten handelt, bei denen eine zwei-dimensionale Betrachtungsweise ausreichend ist [7], [69]. Da diese Annahme auch für Brettlagenholz gilt, wird nachfolgend die Bezeichnung \mathbf{Q} für die Steifigkeitsmatrix verwendet.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Zwischen den Elastizitätszahlen s_{ik} und den Elementen Q_{ik} der Steifigkeitsmatrix \mathbf{Q} bestehen folgende Zusammenhänge, die sich aus den Gesetzen der Matrizenrechnung ableiten

$$Q_{11} = \frac{s_{22}}{s_{11} \cdot s_{22} - s_{12}^2} \quad (3.39)$$

$$Q_{12} = Q_{21} = -\frac{s_{12}}{s_{11} \cdot s_{22} - s_{12}^2} \quad (3.40)$$

$$Q_{22} = \frac{s_{11}}{s_{11} \cdot s_{22} - s_{12}^2} \quad (3.41)$$

$$Q_{66} = \frac{1}{s_{66}} \quad (3.42)$$

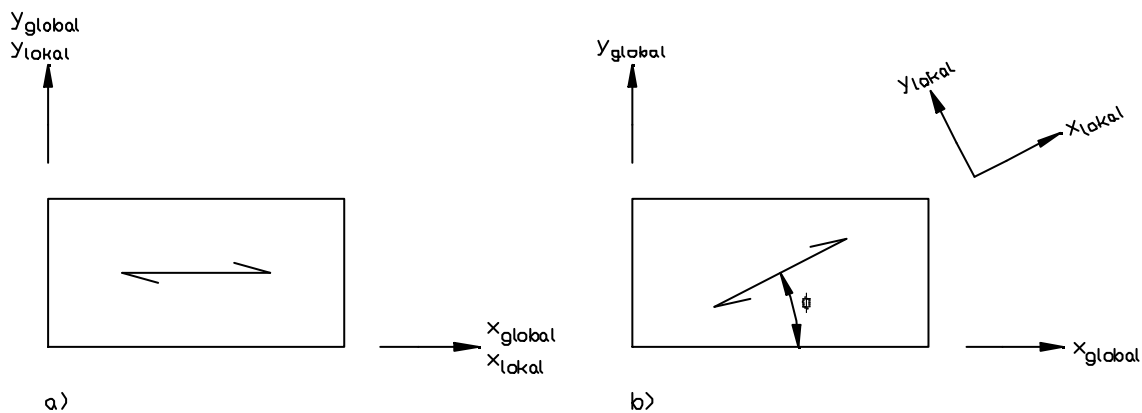


Bild 3.3: Verlauf der Faserlängsrichtung im globalen Koordinatensystem

Das Elastizitätsgesetz für rhombisch anisotrope Werkstoffe nach Gleichung 3.38 ist nur gültig, wenn das lokale Koordinatensystem des Einzelbretts mit dem globalen Koordinatensystem übereinstimmt. Dieser Sachverhalt wird mit Bild 3.3a verdeutlicht. Die Faserlängs-

richtung des Bretts verläuft parallel zur x-Achse des globalen Koordinatensystems (die Bezeichnung der Faserlängsrichtung stimmt hier nicht mit den Bezeichnungen der Holzbau-Technologie nach HÖRIG [34] überein). In Bild 3.3b weicht die Faserlängsrichtung des Bretts von der globalen x-Achse ab. Für diesen Fall sind alle Koeffizienten Q_{ik} der Steifigkeitsmatrix \mathbf{Q} von Null verschieden. Mit Hilfe der Transformationsvorschrift nach Gleichung 3.43 müssen die im lokalen Koordinatensystem bekannten Koeffizienten Q_{ik} in das globale Koordinatensystem transformiert werden [7], [27], [64].

$$\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{T}_\sigma^{-1} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{T}_\varepsilon \quad (3.43)$$

Die Transformationsmatrizen \mathbf{T}_σ und \mathbf{T}_ε , enthalten die Beziehungen für den Richtungswinkel ϕ , der die Abweichung der Faserrichtung des Einzelbretts von der globalen x-Richtung charakterisiert.

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$m = \cos \phi \quad (3.46a)$$

$$n = \sin \phi \quad (3.46b)$$

In der transformierten Steifigkeitsmatrix $\bar{\mathbf{Q}}$ sind alle Koeffizienten \bar{Q}_{ik} ungleich 0, wenngleich nur vier Koeffizienten voneinander unabhängig sind. Das Elastizitätsgesetz hat die Form

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Explizit lassen sich für die Koeffizienten \bar{Q}_{ik} der transformierten Steifigkeitsmatrix $\bar{\mathbf{Q}}$ folgende Zusammenhänge ableiten

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}n^4 \quad (3.48)$$

$$\bar{Q}_{12} = \bar{Q}_{21} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})m^2n^2 + Q_{12}(m^4 + n^4) \quad (3.49)$$

$$\bar{Q}_{16} = \bar{Q}_{61} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})m^3n + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})mn^3 \quad (3.50)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}m^4 \quad (3.51)$$

$$\bar{Q}_{26} = \bar{Q}_{62} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})mn^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})m^3n \quad (3.52)$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{66}(m^4 + n^4) \quad (3.53)$$

3.3.3 Mechanische Eigenschaften des Mehrschichtenverbundes

Da die konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen von Mehrschichtenverbunden in der Fachliteratur ausführlich hergeleitet werden, werden nachfolgend nur die wesentlichen Ergebnisse wiedergegeben, vgl. u.a. [7], [27], [69].

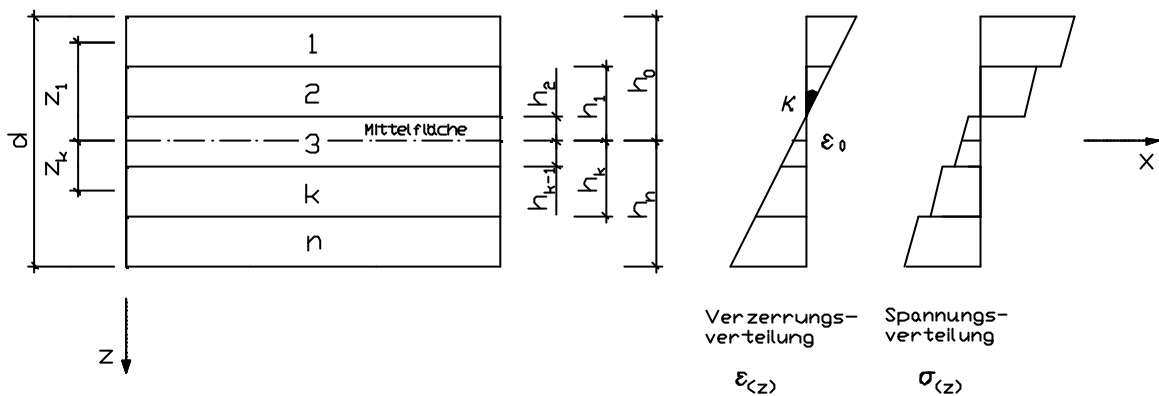


Bild 3.4: Bezeichnungen, Verzerrungs- und Spannungsverteilung an einem geschichteten Werkstoff

Bild 3.4 zeigt einen Mehrschichtenverbund aus n gleich dicken Einzellen mit beliebiger Ausrichtung, sowie eine Verzerrungsverteilung $\epsilon(z)$ und eine Spannungsverteilung $\sigma(z)$, wie sie sich korrespondierend zu den getroffenen Annahmen für einen Mehrschichtenverbund qualitativ einstellen können. Die Verzerrungen $\epsilon(z)$ sind linear über den Querschnitt verteilt, die Spannungen $\sigma(z)$ sind innerhalb einer Schicht linear veränderlich und weisen an den Schichtgrenzen Sprünge auf.

Unter Vernachlässigung der Dehnung ϵ_z in Dickenrichtung und der Schubverzerrungen γ_{xz} und γ_{yz} (Kirchhoff-Love-Hypothese) gelten die folgenden kinematischen Beziehungen zwischen den Verzerrungen und den Verschiebungen u in x-Richtung und v in y-Richtung

$$\epsilon_x = \frac{\delta u}{\delta x} \quad (3.54)$$

$$\epsilon_y = \frac{\delta v}{\delta y} \quad (3.55)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \quad (3.56)$$

Die Beziehungen für Verzerrungskomponenten lauten wie folgt, wobei u_0 und v_0 für die Verschiebungen der Mittelfläche des Mehrschichtenverbundes stehen

$$\varepsilon_x = \frac{\delta u}{\delta x} = \frac{\delta u_0}{\delta x} - z \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} \quad (3.57)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\delta v}{\delta y} = \frac{\delta v_0}{\delta y} - z \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} \quad (3.58)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} = \frac{\delta u_0}{\delta y} + \frac{\delta v_0}{\delta x} - 2z \frac{\delta^2 w}{\delta x \delta y} \quad (3.59)$$

Für die Verzerrungen ε_{x0} , ε_{y0} und γ_{xy0} der Mittelfläche, die Verkrümmungen κ_x und κ_y sowie die Verdrillung κ_{xy} gilt

$$\varepsilon_{x0} = \frac{\delta u_0}{\delta x} \quad (3.60)$$

$$\varepsilon_{y0} = \frac{\delta v_0}{\delta y} \quad (3.61)$$

$$\gamma_{xy0} = \frac{\delta u_0}{\delta y} + \frac{\delta v_0}{\delta x} \quad (3.62)$$

$$\kappa_x = -\frac{\delta^2 w}{\delta x^2} \quad (3.63)$$

$$\kappa_y = -\frac{\delta^2 w}{\delta y^2} \quad (3.64)$$

$$\kappa_{xy} = -2 \frac{\delta^2 w}{\delta x \delta y} \quad (3.65)$$

Mit den Beziehungen der Gleichungen 3.60 bis 3.65 resultiert für die Dehnungen ε_x und ε_y sowie die Gleitung γ_{xy}

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

In Matrizenform lautet Gleichung 3.66

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + z \cdot \boldsymbol{\kappa} \quad (3.67)$$

In einem Mehrschichtenverbund der Gesamtdicke d aus n Einzellen kann für die Einzelle k der Zusammenhang zwischen dem Spannungsvektor $\boldsymbol{\sigma}_k$ und dem Verzerrungsvektor $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ wie folgt angegeben werden

$$\mathbf{s}_k = \bar{\mathbf{Q}}_k \cdot \mathbf{e}_k \quad (3.68)$$

Mit Gleichung 3.67 lassen sich die Spannungen für die Einzelle k wie folgt darstellen

$$\mathbf{s}_k = \bar{\mathbf{Q}}_k \cdot (\mathbf{e}_0 + z \cdot \boldsymbol{\kappa}) \quad (3.69a)$$

$$\mathbf{s}_k = \bar{\mathbf{Q}}_k \cdot \mathbf{e}_0 + z \cdot \bar{\mathbf{Q}}_k \cdot \boldsymbol{\kappa} \quad (3.69b)$$

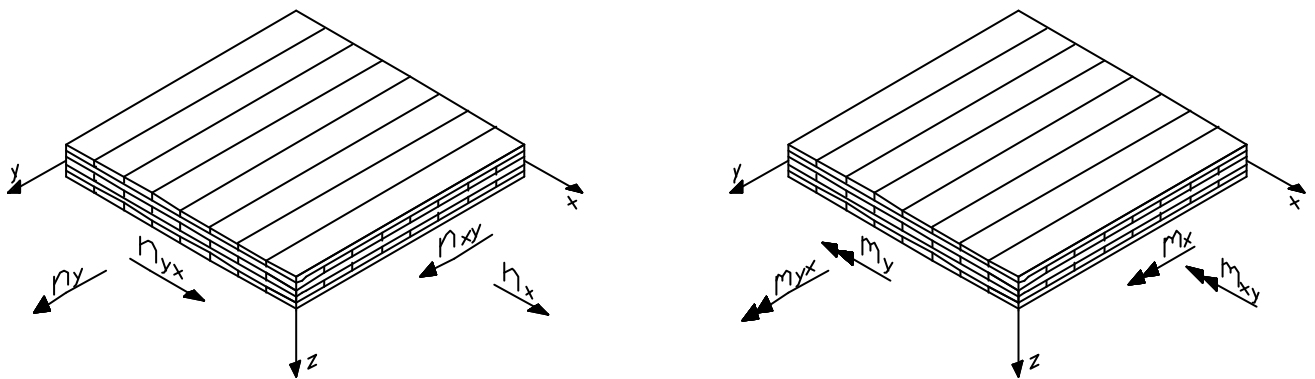


Bild 3.5: Schnittgrößen

Da die Spannungen von Einzelle zu Einzelle unterschiedlich sind, ist es üblich, die aus den Spannungen resultierenden Schnittgrößen bezogen auf die Mittelfläche anzutragen. Die in Bild 3.5 dargestellten Schnittgrößen resultieren aus der Integration der Spannungen σ_x , σ_y und τ_{xy} über die Gesamthöhe d des Mehrschichtenverbundes.

$$n_x = \int_{-d/2}^{+d/2} \sigma_x dz \quad (3.70a)$$

$$n_y = \int_{-d/2}^{+d/2} \sigma_y dz \quad (3.70b)$$

$$n_{xy} = n_{yx} = \int_{-d/2}^{+d/2} \tau_{xy} dz \quad (3.70c)$$

$$m_x = \int_{-d/2}^{+d/2} \sigma_x z dz \quad (3.71a)$$

$$m_y = \int_{-d/2}^{+d/2} \sigma_y z dz \quad (3.71b)$$

$$m_{xy} = m_{yx} = \int_{-d/2}^{+d/2} \tau_{yx} z dz \quad (3.71c)$$

Die in der Mittelfläche des Mehrschichtenverbund angreifenden Kräfte n_x , n_y und n_{xy} , sowie die Biegemomente m_x , m_y und das Drillmoment m_{xy} sind der vorhandenen Spannungsverteilung statisch äquivalent.

Nachfolgend werden die Kräfte n_x , n_y und n_{xy} zum Vektor \mathbf{n} zusammengefasst. Die Kräfte n_x , n_y und n_{xy} resultieren aus der Intergration der Spannungen über die Anzahl n der Einzellagen des Mehrschichtenverbund.

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (3.72)$$

Mit Gleichung 3.69a bzw. 3.69b folgt

$$\mathbf{n} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \bar{\mathbf{Q}}_k \cdot (\mathbf{e}_0 + z \cdot \mathbf{?}) dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [\bar{\mathbf{Q}}_k \cdot \mathbf{e}_0 + z \cdot \bar{\mathbf{Q}}_k \cdot \mathbf{?}] dz \quad (3.73a)$$

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left(\int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_{x0} \\ \epsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{bmatrix} dz + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \cdot \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} z dz \right) \quad (3.73b)$$

Gleichung 3.73 lässt sich vereinfachen, da weder die Verzerrungen der Mittelfläche, noch die Verkrümmungen und die Verdrillung sowie die Steifigkeitsmatrizen der Einzellagen von z abhängig sind.

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left(\begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_{x0} \\ \epsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{bmatrix} \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz + \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \cdot \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right) \quad (3.74)$$

Mit den Definitionen für die Matrix **A** der Membransteifigkeiten A_{ik} und die Matrix **B** der Koppelsteifigkeiten B_{ik} erhält Gleichung 3.74 die Form

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k \cdot (h_k - h_{k-1}) \quad (3.76)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k \cdot (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (3.77)$$

Eine analoge Vorgehensweise liefert den Zusammenhang für die Biegemomente m_x , m_y und das Drillmoment m_{xy} . Die Momente m_x , m_y und m_{xy} resultieren aus der Intergration der Spannungen über die Anzahl n der Einzellagen des Mehrschichtenverbund, multipliziert mit dem Hebelarm z .

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k z dz \quad (3.78)$$

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k \cdot (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (3.80)$$

Aus Gleichung 3.75 und 3.79 folgt die konstitutive Beziehung für die Schnittgrößen

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \\ m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Bei der Herleitung von Gleichung 3.81 ist die Indizierung der einzelnen Steifigkeitskoeffizienten entsprechend Gleichung 3.37/S. 38 beibehalten worden, so dass sich die Indizierung von Gleichung 3.2/S 30 unterscheidet. Gleichung 3.82 zeigt die Kurzform von

Gleichung 3.81. Sie entspricht Gleichung 3.1/S. 30, der konstitutiven Beziehung für die Schnittgrößen von Brettlagenholz nach LISCHKE [64].

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}_0 \\ ? \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

Bei einer vorgegeben Belastung können die Spannungen in den Einzellen aus dem Verzerrungsvektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ und dem Vektor $\boldsymbol{\kappa}$ der Verkrümmungen und der Verdrillung berechnet werden. Nach Transformation von $\boldsymbol{\varepsilon}$ und $\boldsymbol{\kappa}$ in das jeweilige Koordinatensystem der Einzelle k mit der Transformationsmatrix \mathbf{T}_ε nach Gleichung 3.45/S. 40, können die Spannungen in der Einzelle k wie folgt berechnet werden [7], [69], [81]

$$\bar{\mathbf{e}}_0 = \mathbf{T}_\varepsilon \cdot \mathbf{e}_0 \quad (3.83)$$

$$\bar{?} = \mathbf{T}_\varepsilon \cdot ? \quad (3.84)$$

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{Q}_k \cdot \bar{\mathbf{e}}_0 + z \cdot \mathbf{Q}_k \cdot \bar{?} \quad (3.85)$$

Gleichung 3.81 zeigt, dass die Membransteifigkeiten A_{ik} Kräfte mit Dehnungen und Gleitungen verknüpfen, und die Biegesteifigkeiten D_{ik} Momente mit Verkrümmungen und der Verdrillung verknüpfen. Die Koppelsteifigkeiten B_{ik} koppeln Kräfte mit Verkrümmungen und der Verdrillung, bzw. Momente mit Dehnungen und Gleitungen. Wird Gleichung 3.81 nach den Gesetzen der Matrizenrechnung ausgewertet, zeigt sich beispielsweise, dass die Kraft n_x von mehreren Komponenten abhängig ist.

$$n_x = A_{11} \cdot \varepsilon_{x0} + A_{12} \cdot \varepsilon_{y0} + A_{16} \cdot \gamma_{xy0} + B_{11} \cdot \kappa_x + B_{12} \cdot \kappa_y + B_{16} \cdot \kappa_{xy} \quad (3.86)$$

Neben den Verzerrungen der Mittelfläche haben auch die Verkrümmungen und die Verdrillung Auswirkung auf die Größenordnung von n_x , da diese über die Koppelsteifigkeiten B_{ik} mit der Spannungsresultierenden n_x verknüpft sind. Gleichung 3.86 verdeutlicht exemplarisch das komplexe Tragverhalten von Mehrschichtenverbunden und ist Beweis für die Aussage von LISCHKE [64], wonach es falsch ist, einem Flächenelement aus Brettlagenholz ein annähernd isotropes Werkstoffverhalten zu unterstellen.

Für die Praxis stellt sich die Frage, unter welchen Bedingungen sich die konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen von Mehrschichtenverbunden vereinfachen.

Die Membransteifigkeiten A_k resultieren aus der Summe der Steifigkeitskoeffizienten \bar{Q}_{ik} der Einzellen, multipliziert mit deren Höhe. Die Schichthöhe ist gleich der Differenz zwischen der z -Koordinate h_k an der Oberseite bzw. h_{k-1} an der Unterseite der Schicht. Die Winkelfunktionen gehen zur Berechnung der Steifigkeitskoeffizienten \bar{Q}_{11} , \bar{Q}_{12} , \bar{Q}_{22} und \bar{Q}_{66} korrespondierend zu den Transformationsvorschriften quadratisch ein, womit die Membransteifigkeiten A_{11} , A_{12} , A_{22} und A_{66} immer positiv sind. Die Membransteifigkeiten A_{16} und A_{26} verschwinden, wenn die Einzelle um den Winkel $\phi=0^\circ$ bzw. $\phi=90^\circ$ gegenüber der globalen x -Achse ausgerichtet ist. Für Ausrichtungen $-90^\circ < \phi < 0^\circ$ und $0^\circ < \phi < 90^\circ$ können die Membransteifigkeiten A_{16} und A_{26} positive als auch negative Werte annehmen.

Die Koppelsteifigkeiten B_k resultieren aus der Summe der Steifigkeitskoeffizienten \bar{Q}_{ik} der Einzellen, multipliziert mit dem Term $(h_k^2 - h_{k-1}^2)/2$. Die Koppelsteifigkeiten verschwinden genau dann, wenn der Aufbau des Mehrschichtenverbundes symmetrisch in Bezug auf die Mittelfläche ist. Ein symmetrischer Aufbau liegt vor, wenn jeder Einzellege über der Mittelfläche genau eine Einzellege mit identischen Eigenschaften, identischer Ausrichtung und identischer Dicke unter der Mittelfläche zugeordnet ist, wobei der Abstand der beiden Einzellen zur Mittelfläche identisch sein muss. Symmetrischer Aufbau zur Mittelfläche führt zu einer Vereinfachung der konstitutiven Beziehung für die Schnittgrößen von Mehrschichtenverbunden, da Scheiben- und Plattentragwirkung voneinander entkoppelt sind. Gleichung 3.81 vereinfacht sich in diesem Fall zu

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \\ m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

Wichtig in diesem Zusammenhang ist, dass das Auftreten von Koppelsteifigkeiten B_k nicht im anisotropen Werkstoffverhalten der Einzellege begründet ist, sondern im unsymmetrischen Aufbau des Mehrschichtenverbundes in Bezug zur Mittelfläche (siehe Kapitel 5). Koppelsteifigkeiten B_{ik} treten auch bei Mehrschichtenverbunden auf, die aus isotropen Einzellen aufgebaut sind.

Die Biegesteifigkeiten D_k resultieren aus der Summe der Steifigkeitskoeffizienten \bar{Q}_{ik} der Einzellen, multipliziert mit dem stets positiven Term $(h_k^3 - h_{k-1}^3)/3$. Die Winkelfunktionen gehen zur Berechnung der Steifigkeitskoeffizienten \bar{Q}_{11} , \bar{Q}_{12} , \bar{Q}_{22} und \bar{Q}_{66} korrespondierend zu den Transformationsvorschriften quadratisch ein, womit die Biegesteifigkeiten D_{11} , D_{12} , D_{22} und D_{66} immer positiv sind. Die Biegesteifigkeiten D_{16} und D_{26} verschwinden, wenn die Einzellege um den Winkel $\phi=0^\circ$ bzw. $\phi=90^\circ$ gegenüber der globalen x-Achse ausgerichtet ist. Für Ausrichtungen $-90^\circ < \phi < 0^\circ$ und $0^\circ < \phi < 90^\circ$ können die Biegesteifigkeiten D_{16} und D_{26} positive als auch negative Werte annehmen.

3.4 Analogie zwischen den konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen nach LISCHKE [64] und der Theorie des Mehrschichtenverbundes

3.4.1 Vorgehensweise

Die konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen nach LISCHKE [64] und der Theorie des Mehrschichtenverbundes verknüpfen Schnittgrößen mit Verzerrungen, Verkrümmungen und der Verdrillung. Die Indizierung der Koeffizienten der Steifigkeitsmatrix wird entsprechend Gleichung 3.81 beibehalten.

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \\ m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Bei der Ermittlung von Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz mit numerischen Methoden besteht für LISCHKE [64] die Problematik darin, die Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} in bestehende Rechenprogramme einzubinden. Abhängig von der gewählten Struktur des Brettlagenholzes stellen sich bis zu 18 von Null verschiedene Werkstoffkenngrößen ein. Nach LISCHKE [64] können derzeit in gängigen Rechenprogrammen für zweidimensionale Betrachtungen nur sechs der 18 Werkstoffkenngrößen berücksichtigt werden. Die in der Konstruktionspraxis häufig von den MembranstEIFigkeiten A_{ik} abweichenden Biegesteifigkeiten D_{ik} bzw. die zusätzlich auftretenden Koppelsteifigkeiten B_{ik} können nicht eingeführt werden, womit eine exakte Ermittlung der Spannungen und Verformungen bei Brettlagenholz auf der Basis zutreffender Werkstoffkenngrößen nicht möglich ist.

Die vorliegende Arbeit beseitigt diese nach LISCHKE [64] bestehende Problematik, indem Eingangswerte für die Theorie des Mehrschichtenverbundes so festgelegt werden, dass sich das von LISCHKE dargestellte Tragverhalten einstellt, und sich nur geringfügige Abweichungen hinsichtlich der MembranstEIFigkeiten A_{ik} , der Koppelsteifigkeiten B_{ik} und der Biegesteifigkeiten D_{ik} ergeben. Als Eingangswerte für die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes dienen die Elastizitätszahlen s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} (vgl. Gleichung 3.37).

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & 0 \\ s_{21} & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Diagramm 3.1 veranschaulicht die vom Verfasser der vorliegenden Arbeit gewählte Vorgehensweise zur Berechnung der Spannungen und Verformungen auf Basis der Werkstoffkenngrößen von Brettlagenholz nach LISCHKE [64] mittels der Theorie des Mehrschichtenverbundes. Die Berechnung der Spannungen und Verformungen für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur erfolgte mit dem Finite-Element-Programm MSC/NASTRAN [49] (vgl. Kapitel 6).

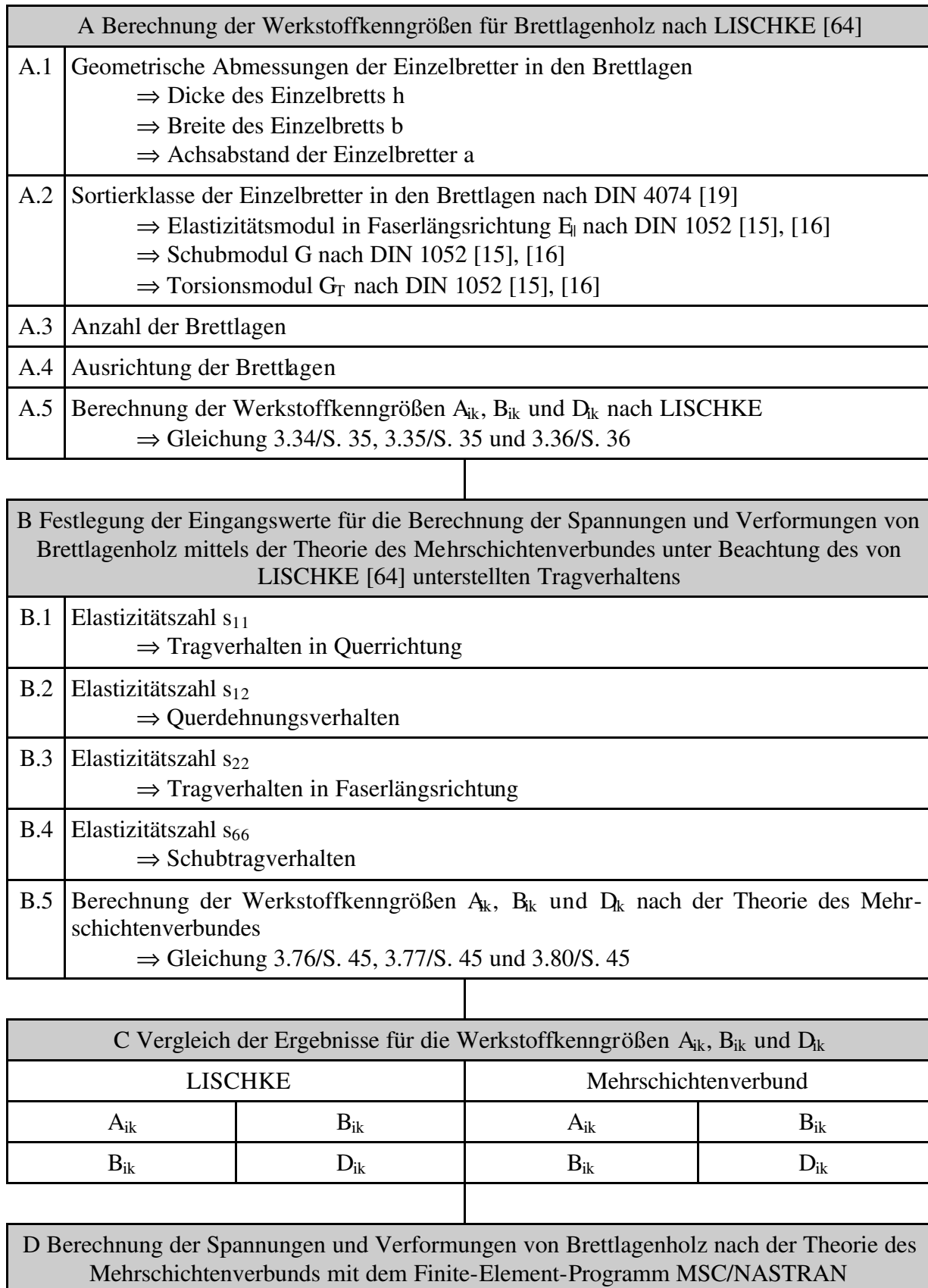


Diagramm 3.1: Vorgehensweise zur Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz mittels der Theorie des Mehrschichtenverbundes auf der Basis der Werkstoffkenngrößen nach LISCHKE [64]

3.4.2 Aufbau der Wandscheiben aus Brettlagenholz

Die einzelnen Brettlagen der Wandscheiben aus Brettlagenholz werden dadurch erzeugt, dass schmale Bretter gleicher Dicke ohne Verleimung der schmalseitigen Stoßfuge knirsch aneinander gereiht werden, was zur Folge hat, dass der Achsabstand a zwischen zwei Brettern der Brettbreite b entspricht. Stöße der Einzelbretter in Längsrichtung müssen mit einer Keilzinkenverbindung ausgeführt werden [12]. Alle Einzelbretter sind der Sortierklasse S 10 nach DIN 4074 *Sortierung von Nadelholz nach der Tragfähigkeit* [19] zuzuordnen.

Die der Berechnung der Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} nach LISCHKE [64] zugrundeliegenden geometrischen Abmessungen der Einzelbretter sowie die für Vollholz der Sortierklasse S 10 gültigen Materialkennwerte nach DIN 1052 *Holzbaulwerke* [15], [16] sind Tabelle 3.1 zu entnehmen.

Geometrische Abmessungen der Einzelbretter		
Dicke des Einzelbretts h	[mm]	22
Breite des Einzelbretts b	[mm]	125
Achsabstand der Einzelbretter a	[mm]	125
Sortierklasse der Einzelbretter	S 10	
Elastizitätsmodul in Faserlängsrichtung $E_{ }$	[N/mm ²]	10000
Schubmodul G	[N/mm ²]	500
Torsionsmodul G_T	[N/mm ²]	500

Tabelle 3.1: Geometrische Abmessungen und Materialkennwerte der Einzelbretter für die Berechnung der Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} nach LISCHKE [64]

Die Wandscheiben aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur weisen, wie in Kapitel 5 erläutert wird, jeweils fünf Brettlagen mit einer Gesamtdicke $d = 5 \cdot 22 \text{ [mm]} = 110 \text{ [mm]}$ auf. Zur besseren Unterscheidung der einzelnen Brettlagen wird diesen eine mit positiver z -Achse ansteigende Nummer zugewiesen. Diese Nummerierung der einzelnen Brettlagen und der zwischen der globalen x -Achse und der Faserlängsrichtung der Einzellage eingeschlossene Winkel ϕ wird mit Bild 3.6 verdeutlicht. Der Winkel ϕ charakterisiert die Ausrichtung der Einzellage im Brettlagenholz.

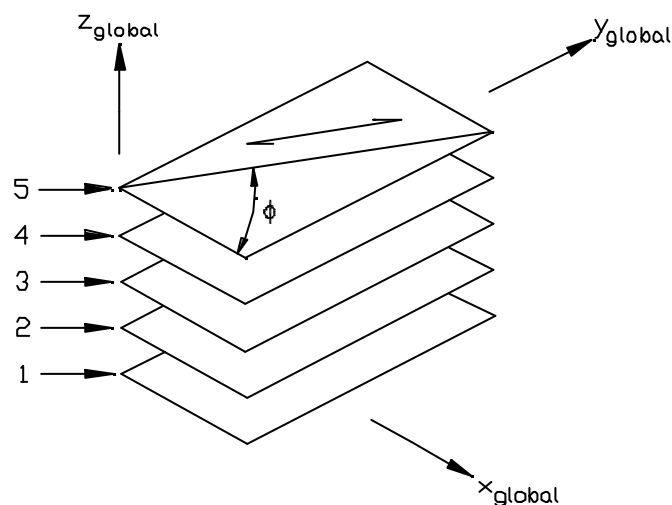
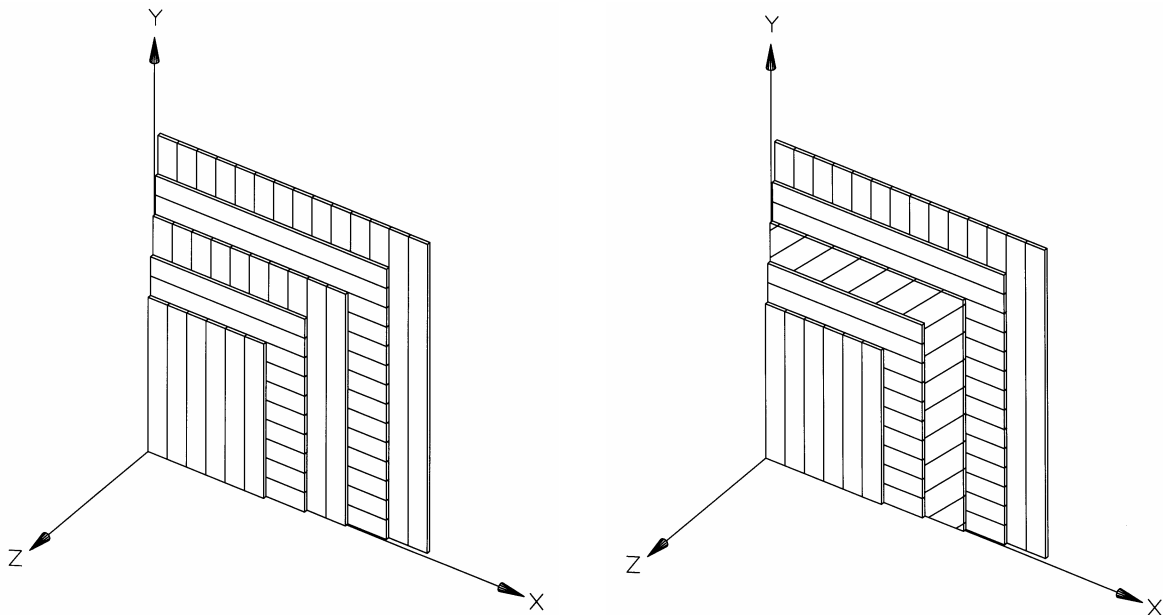


Bild 3.6: Bezeichnung und Ausrichtung der Einzellagen im Brettlagenholz, bezogen auf das globale Koordinatensystem

Die Wandscheiben aus Brettlagenholz unterscheiden sich in der Ausrichtung der mittleren Brettlage. Betrachtet wird zum einen Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und zum anderen Brettlagenholz mit diagonaler Struktur. Bild 3.7 veranschaulicht in Verbindung mit Tabelle 3.2 den Aufbau der beiden untersuchten Wandscheiben aus Brettlagenholz.



a) Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

b) Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Bild 3.7: Aufbau der Wandscheiben aus Brettlagenholz

	Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	Brettlagenholz mit diagonaler Struktur
	ϕ [°]	ϕ [°]
Brettlage 1	90	90
Brettlage 2	0	0
Brettlage 3	90	45
Brettlage 4	0	0
Brettlage 5	90	90

Tabelle 3.2: Ausrichtung der Einzellagen bei Brettlagenholz mit orthogonaler bzw. diagonaler Struktur

Der jeweils symmetrische Aufbau zur Scheibenmittelfläche führt zur Entkopplung von Scheiben- und Plattentragwirkung, Koppelsteifigkeiten B_k treten nicht auf. Es gilt Gleichung 3.87 (vgl. Kapitel 3.3.3).

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \\ m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_{x0} \\ \epsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

3.4.3 Berechnung der Werkstoffkenngrößen nach LISCHKE [64]

Die Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} nach LISCHKE können mit den Angaben der Tabellen 3.1 und 3.2 mittels der Gleichungen 3.34/S. 35, 3.35/S. 35 und 3.36/S. 36 berechnet werden.

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

In Anlehnung an LISCHKE [64] werden für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur die auf Spannungen bezogenen Werkstoffkenngrößen mit der Einheit $[N/mm^2]$ angeschrieben. Die Umrechnung auf spannungsbezogene Größen erfolgt indem die Membransteifigkeiten A_{ik} mit dem Faktor $(1/d)$ und die Biegesteifigkeiten D_{ik} mit dem Faktor $(12/d^3)$ multipliziert werden.

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 104 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2080 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7920 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 118 \end{bmatrix}$$

Korrespondierend zu Bild 3.2/S. 37 charakterisieren die Membransteifigkeiten A_{11} und A_{22} die Steifigkeit gegenüber Kräften η_x bzw. η_y . Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur können Kräfte η_x von zwei horizontalen Brettlagen aufgenommen werden, Kräfte η_y von drei vertikalen Brettlagen.

Eine einfache Plausibilitätskontrolle bestätigt die berechneten Membransteifigkeiten A_{11} und A_{22} nach LISCHKE. Die auf die Gesamtdicke d bezogenen Membransteifigkeiten A_{11} und A_{22} errechnen sich aus den Dehnsteifigkeiten EA_i der Einzelbretter. Die Membransteifigkeit A_{11} beträgt

$$A_{11} = 2 \cdot E_{||} \cdot A \cdot \frac{1}{a \cdot d} = 2 \cdot 10000 \cdot 2750 \cdot \frac{1}{125 \cdot 110} = 4000 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

Die Membransteifigkeit A_{22} beträgt

$$A_{22} = 3 \cdot E_{||} \cdot A \cdot \frac{1}{a \cdot d} = 3 \cdot 10000 \cdot 2750 \cdot \frac{1}{125 \cdot 110} = 6000 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

Das Schubtragverhalten wird durch die Membransteifigkeit A_{66} charakterisiert, die durch eine Plausibilitätskontrolle bestätigt wird. Die auf die Gesamtdicke d bezogene Membransteifigkeit A_{66} errechnet sich aus den Schubsteifigkeiten GA_i der Einzelbretter, dividiert durch den Faktor 4,8, der aus den Gleichungen 3.13/S. 32, 3.24/S. 34 und 3.31/S. 34 resultiert.

$$A_{66} = \frac{5}{4,8} \cdot G \cdot A \cdot \frac{1}{a \cdot d} = \frac{5}{4,8} \cdot 500 \cdot 2750 \cdot \frac{1}{125 \cdot 110} = 104,2 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

Die Membransteifigkeit A_{12} liefert eine Aussage über das Querdehnungsverhalten von Brettlagenholz. Nach LISCHKE ist für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur $A_{12} = 0$, da aufgrund der Fugen zwischen den einzelnen Brettern eine Kraftübertragung nicht möglich ist, und die Querdehnungen daher vernachlässigt werden können. Membransteifigkeiten A_{16} und A_{26} treten nur für Brettausrichtungen $0^\circ < \phi < 90^\circ$ auf, also nicht bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur.

Korrespondierend zu Bild 3.2/S. 37 charakterisieren die Biegesteifigkeiten D_{11} und D_{22} die Steifigkeit gegenüber den Momenten m_x bzw. m_y . Das Moment m_x kann von den horizontalen Brettlagen 2 und 4 aufgenommen werden, während das Moment m_y den außen liegenden Brettlagen 1 und 5 zugewiesen werden kann. Für die Aufnahme des Momentes m_y kann ein größerer Hebelarm der inneren Kräfte genutzt werden, so dass die Biegesteifigkeit D_{22} größer ist als die Biegesteifigkeit D_{11} . Eine einfache Plausibilitätskontrolle bestätigt die berechneten Biegesteifigkeiten D_{11} und D_{22} nach LISCHKE. Die auf die Gesamtdicke d bezogenen Biegesteifigkeiten D_{11} und D_{22} errechnen sich aus den Biegesteifigkeiten EI_i der Einzelbretter.

Die Biegesteifigkeit D_{11} beträgt

$$D_{11} = 2 \cdot E_{\parallel} \cdot I \cdot \frac{12}{a \cdot d^3} = 2 \cdot 10000 \cdot \left(\frac{125 \cdot 22^3}{12} + 22^2 \cdot 2750 \right) \cdot \frac{12}{125 \cdot 110^3} = 2080 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Die Biegesteifigkeit D_{22} beträgt

$$D_{22} = 2 \cdot E_{\parallel} \cdot I \cdot \frac{12}{a \cdot d^3} = 2 \cdot 10000 \cdot \left(\frac{125 \cdot 22^3}{12} + 44^2 \cdot 2750 \right) \cdot \frac{12}{125 \cdot 110^3} = 7840 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Die Biegesteifigkeit D_{66} charakterisiert das Tragverhalten von Brettlagenholz gegenüber Drillmomenten m_{xy} (Drillsteifigkeit). Durch eine Plausibilitätskontrolle wird die berechnete Biegesteifigkeit D_{66} nach LISCHKE bestätigt. Die auf die Gesamtdicke d bezogene Biegesteifigkeit D_{66} errechnet sich aus der Schubsteifigkeit GA_i und der Torsionssteifigkeit GI_T der Einzelbretter. Da die Querkräfte Q_i der Einzelbretter in deren Ebene wirken (vgl. Bild 3.1/S. 31), sind die Schwerpunktabstände der Einzelbretter zur Mittelfläche zu berücksichtigen. Die Anteile der Schubsteifigkeit GA_i müssen durch den Faktor 4,8 dividiert werden. Er resultiert aus den Gleichungen 3.13/S. 32, 3.24/S. 34 und 3.31/S. 34. Die Anteile der Torsionssteifigkeit GI_T sind durch den Faktor 4 zu dividieren, der aus den Gleichungen 3.16/S. 33 und 3.26/S. 34 resultiert.

$$D_{66} = \left(\frac{2}{4,8} \cdot G \cdot A \cdot (z_{s1}^2 + z_{s2}^2) + \frac{5}{4} \cdot G \cdot I_T \right) \cdot \frac{12}{a \cdot d^3} = \left(\frac{2}{4,8} \cdot 500 \cdot 2750 \cdot (44^2 + 22^2) + \frac{5}{4} \cdot 500 \cdot 394500 \right) \cdot \frac{12}{125 \cdot 110^3} = 118 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Die Biegesteifigkeit D_{12} liefert eine Aussage über das Biegetragverhalten von Brettlagenholz in Querrichtung. Nach LISCHKE ist für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur $D_{12} = 0$, da aufgrund der Fugen zwischen den einzelnen Brettern eine Kraftübertragung nicht möglich ist. Biegesteifigkeiten D_{16} und D_{26} treten nur für Brettausrichtungen $0^\circ < \phi < 90^\circ$ auf, also nicht bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur.

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

In Anlehnung an LISCHKE [64] werden für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur die auf Spannungen bezogenen Werkstoffkenngrößen mit der Einheit [N/mm²] angeschrieben. Die Umrechnung auf spannungsbezogene Größen erfolgt indem die Membransteifigkeiten A_{ik} mit dem Faktor (1/d) und die Biegesteifigkeiten D_k mit dem Faktor (12/d³) multipliziert werden. Die mittlere Brettlage führt zu einer vollbesetzten Matrix **A** der Membransteifigkeiten und zu einer vollbesetzten Matrix **D** der Biegesteifigkeiten.

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4521 & 479 & 500 & 0 & 0 & 0 \\ 479 & 4521 & 500 & 0 & 0 & 0 \\ 500 & 500 & 583 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2104 & 16 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 16 & 7864 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 20 & 134 \end{bmatrix}$$

Eine überschlägige Plausibilitätskontrolle, bei der die aus der Schubsteifigkeit GA_i resultierenden Anteile der Einzellagen unberücksichtigt bleiben, bestätigt die berechneten Membransteifigkeiten A_{ik} nach LISCHKE.

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur werden die Kräfte n_x von zwei horizontalen Brettlagen aufgenommen. Die Kräfte n_y werden von zwei vertikalen Brettlagen abgetragen. Die Steifigkeit gegenüber den Kräften n_x und n_y wird durch den Anteil der diagonalen Mittellage jeweils zu gleichen Teilen erhöht, da die Ausrichtung der Mittellage unter einem Winkel $\phi=45^\circ$ erfolgt. Unter Beachtung der Transformationsvorschriften betragen die Membransteifigkeiten A_{11} und A_{22} für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$A_{11} = A_{22} = \left(2 \cdot E_{\parallel} \cdot A + E_{\parallel} \cdot A \cdot \sin^4 \phi \right) \cdot \frac{1}{a \cdot d} = \\ \left(2 \cdot 10000 \cdot 2750 + 10000 \cdot 2750 \cdot \sin^4 45 \right) \cdot \frac{1}{125 \cdot 110} = 4500 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Die Membransteifigkeit A_{66} charakterisiert das Schubtragverhalten. Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur resultiert die Membransteifigkeit A_{66} im Gegensatz zu Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur nicht aus den Schubsteifigkeiten GA_i der Einzelbretter, sondern aus der Dehnsteifigkeit EA_i der mittleren Brettlage. Die Membransteifigkeit A_{66} für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur berechnet sich überschlägig unter Beachtung der Transformationsvorschriften

$$A_{66} = E_{\parallel} \cdot A \cdot \sin^2 \phi \cdot \cos^2 \phi \cdot \frac{1}{a \cdot d} = 10000 \cdot 2750 \cdot \sin^2 45 \cdot \cos^2 45 \cdot \frac{1}{125 \cdot 110} = 500 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Die Ausformulierung von Gleichung 3.87/S. 47 für die Kräfte n_x , n_y und n_{xy} führt zu Gleichung 3.88. Es zeigt sich, dass bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur aufgrund der vollbesetzten Matrix **A** der Membransteifigkeiten Kopplungen auftreten. Beispielsweise resultieren Kräfte n_x aus Dehnungen ϵ_x aber auch aus Dehnungen ϵ_y und Gleitungen γ_{xy} . Die Membransteifigkeiten A_{12} , A_{16} und A_{26} charakterisieren diese auftretenden Kopplungen.

$$n_x = A_{11} \cdot \varepsilon_{x0} + A_{12} \cdot \varepsilon_{y0} + A_{16} \cdot \gamma_{xy0} \quad (3.88a)$$

$$n_y = A_{12} \cdot \varepsilon_{x0} + A_{22} \cdot \varepsilon_{y0} + A_{26} \cdot \gamma_{xy0} \quad (3.88b)$$

$$n_{xy} = A_{16} \cdot \varepsilon_{x0} + A_{26} \cdot \varepsilon_{y0} + A_{66} \cdot \gamma_{xy0} \quad (3.88c)$$

Die MembranstEIFigkeiten A_{12} , A_{16} und A_{26} , die nur aus der mittleren Brettlage resultieren, lassen sich unter Beachtung der Transformationsvorschriften überschlägig berechnen.

$$A_{12} = E_{\parallel} \cdot A \cdot \sin^2 \phi \cdot \cos^2 \phi \cdot \frac{1}{a \cdot d} = 10000 \cdot 2750 \cdot \sin^2 45 \cdot \cos^2 45 \cdot \frac{1}{125 \cdot 110} = 500 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

$$A_{16} = E_{\parallel} \cdot A \cdot \sin^3 \phi \cdot \cos \phi \cdot \frac{1}{a \cdot d} = 10000 \cdot 2750 \cdot \sin^3 45 \cdot \cos 45 \cdot \frac{1}{125 \cdot 110} = 500 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

$$A_{26} = E_{\parallel} \cdot A \cdot \sin \phi \cdot \cos^3 \phi \cdot \frac{1}{a \cdot d} = 10000 \cdot 2750 \cdot \sin 45 \cdot \cos^3 45 \cdot \frac{1}{125 \cdot 110} = 500 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Die BiegestEIFigkeiten D_{11} und D_{22} charakterisieren die Steifigkeit gegenüber den Momenten m_x bzw. m_y . Das Moment m_x kann von den horizontalen Brettlagen 2 und 4 aufgenommen werden, während das Moment m_y den außen liegenden Brettlagen 1 und 5 zugewiesen werden kann. Die Steifigkeit gegenüber Biegebeanspruchung wird durch die BiegestEIFigkeit der diagonalen Mittellage in beiden Richtungen zu gleichen Teilen erhöht. Da für die Aufnahme des Momentes m_y ein größerer Hebelarm der inneren Kräfte genutzt werden kann, ist die BiegestEIFigkeit D_{22} größer als die BiegestEIFigkeit D_{11} . Eine einfache Plausibilitätskontrolle ohne Berücksichtigung der Einzelanteile aus der Torsionssteifigkeit GI_T bestätigt die berechneten BiegestEIFigkeiten D_{11} und D_{22} nach LISCHKE. Die auf die Gesamtdicke d bezogenen BiegestEIFigkeiten D_{11} und D_{22} errechnen sich aus den BiegestEIFigkeiten EI_i der Einzelbretter.

Die BiegestEIFigkeit D_{11} für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur beträgt unter Berücksichtigung der Transformationsvorschriften

$$D_{11} = \left(2 \cdot E_{\parallel} \cdot I + E_{\parallel} \cdot I \cdot \sin^4 \phi \right) \cdot \frac{12}{a \cdot d^3} = \left[2 \cdot 10000 \cdot \left(\frac{125 \cdot 22^3}{12} + 22^2 \cdot 2750 \right) + 10000 \cdot \frac{125 \cdot 22^3}{12} \cdot \sin^4 45 \right] \cdot \frac{12}{125 \cdot 110^3} = 2100 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Die BiegestEIFigkeit D_{22} beträgt

$$D_{22} = \left(2 \cdot E_{\parallel} \cdot I + E_{\parallel} \cdot I \cdot \cos^4 \phi \right) \cdot \frac{12}{a \cdot d^3} = \left[2 \cdot 10000 \cdot \left(\frac{125 \cdot 22^3}{12} + 44^2 \cdot 2750 \right) + 10000 \cdot \frac{125 \cdot 22^3}{12} \cdot \cos^4 45 \right] \cdot \frac{12}{125 \cdot 110^3} = 7860 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Die BiegestEIFigkeit D_{66} charakterisiert das Tragverhalten von Brettlagenholz gegenüber Drillmomenten m_{xy} (Drillsteifigkeit). Durch eine Plausibilitätskontrolle wird die berechnete

Biegesteifigkeit D_{66} nach LISCHKE unter Berücksichtigung der Transformationsvorschriften bestätigt. Die auf die Gesamtdicke d bezogene Biegesteifigkeit D_{66} errechnet sich aus der Schubsteifigkeit GA_i und der Torsionssteifigkeit GI_T der Brettlagen 1, 2, 4 und 5 sowie der Biegesteifigkeit EI der mittleren Brettlage. Da die Querkräfte Q_i der Einzelbretter in deren Ebene wirken (vgl. Bild 3.1/S. 31), sind die Schwerpunktabstände der Einzelbretter zur Mittelfläche zu berücksichtigen. Die Anteile der Schubsteifigkeit GA_i müssen durch den Faktor 4,8 dividiert werden. Er resultiert aus den Gleichungen 3.13/S. 32, 3.24/S. 34 und 3.31/S. 34. Die Anteile der Torsionssteifigkeit GI_T sind durch den Faktor 4 zu dividieren, der aus den Gleichungen 3.16/S. 33 und 3.26/S. 34 resultiert.

$$D_{66} = \left(\frac{2}{4,8} \cdot G \cdot A \cdot (z_{S1}^2 + z_{S2}^2) + \frac{4}{4} \cdot G \cdot I_T + E_{\parallel} \cdot I \cdot \sin^2 \phi \cdot \cos^2 \phi \right) \cdot \frac{12}{a \cdot d^3} =$$

$$\left(\frac{2}{4,8} \cdot 500 \cdot 2750 \cdot (44^2 + 22^2) + \frac{4}{4} \cdot 500 \cdot 394500 + 10000 \cdot \frac{125 \cdot 22^3}{12} \cdot \sin^2 45 \cdot \cos^2 45 \right) \cdot \frac{12}{125 \cdot 110^3} =$$

$$134 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Analog zu den MembranstEIFigkeiten A_{12} , A_{16} und A_{26} , treten aufgrund der vollbesetzten Matrix \mathbf{D} der Biegesteifigkeiten bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur Kopplungen auf. Diese Kopplungen werden durch die Biegesteifigkeiten D_{12} , D_{16} und D_{26} charakterisiert. Sie lassen sich unter Beachtung der Transformationsvorschriften überschlägig aus der Biegesteifigkeit der mittleren Brettlage berechnen.

$$D_{12} = E_{\parallel} \cdot I \cdot \sin^2 \phi \cdot \cos^2 \phi \cdot \frac{12}{a \cdot d^3} = 10000 \cdot \frac{125 \cdot 22^3}{12} \cdot \sin^2 45 \cdot \cos^2 45 \cdot \frac{12}{125 \cdot 110^3} = 20 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

$$D_{16} = E_{\parallel} \cdot I \cdot \sin^3 \phi \cdot \cos \phi \cdot \frac{12}{a \cdot d^3} = 10000 \cdot \frac{125 \cdot 22^3}{12} \cdot \sin^3 45 \cdot \cos 45 \cdot \frac{12}{125 \cdot 110^3} = 20 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

$$D_{26} = E_{\parallel} \cdot I \cdot \sin \phi \cdot \cos^3 \phi \cdot \frac{12}{a \cdot d^3} = 10000 \cdot \frac{125 \cdot 22^3}{12} \cdot \sin 45 \cdot \cos^3 45 \cdot \frac{12}{125 \cdot 110^3} = 20 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

3.4.4 Festlegung der Eingangswerte für die Theorie des Mehrschichtenverbundes

Nachfolgend werden Eingangswerte für die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes festgelegt. Als Eingangswerte dienen die Elastizitätszahlen s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} . Sie werden mechanisch begründet derart festgelegt, dass sich das von LISCHKE unterstellte Tragverhalten einstellt, und sich nur geringfügige Abweichungen hinsichtlich der im Kapitel 3.4.3 berechneten Werkstoffkenngrößen A_{ik} und D_{ik} nach LISCHKE einstellen. Aufgrund des symmetrischen Aufbaus zur Mittelfläche treten Koppelsteifigkeiten B_{ik} nicht auf.

Damit sich das von LISCHKE unterstellte Tragverhalten einstellen kann, werden die in DIN 68364 *Kennwerte von Holzarten* [21] genormten Elastizitätszahlen s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} in ihrer Größenordnung verändert. Die in Kapitel 4.2.5 durchgeführte Vergleichsrechnung mit den unveränderten Elastizitätszahlen nach DIN 68364 zeigt, dass die vom Verfasser festgelegten Elastizitätszahlen Ergebnisse liefern, die auf der sicheren Seite liegen.

Die Festlegung der Elastizitätszahlen s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} erfolgt unabhängig von Aufbau und Struktur des Brettlagenholzes. Mit den nachfolgend festgelegten Elastizitätszahlen s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} können die Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz mit beliebigem Aufbau und beliebiger Struktur berechnet werden. Neben den betrachteten, symmetrisch zur Mittelfläche aufgebauten Wandscheiben aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur, kann auch Brettlagenholz mit unsymmetrischem Aufbau zur Mittelfläche einer Berechnung der Spannungen und Verformungen auf der Basis zutreffender Werkstoffkenngrößen zugänglich gemacht werden.

Elastizitätszahl s_{11}

Die Elastizitätszahl s_{11} charakterisiert die Steifigkeit des Holzes senkrecht zur Faserlängsrichtung. Der Zusammenhang zwischen der Elastizitätszahl s_{11} und dem Elastizitätsmodul E_T wird mit Gleichung 2.5/S. 11 verdeutlicht (vgl. Kapitel 2.1.4).

$$\begin{array}{l} \text{Elastizitätsmodul } E_{\perp} \\ \text{senkrecht zur Faserlängsrichtung} \end{array} \quad E_{\perp} = E_T = E_{11} = \frac{1}{s_{11}} \quad (2.5)$$

Für die Elastizitätszahl s_{11} ist in DIN 68364 *Kennwerte von Holzarten* [21] für Fichtenholz ein Wert von $1/450$ [mm^2/N] angegeben. Nach Gleichung 2.5 entspricht dies einem Elastizitätsmodul E_{11} von 450 [N/mm^2]. Der Rechenwert des Elastizitätsmodul E_{\perp} ($= E_{11}$) für Fichtenholz der Sortierklasse S 10 nach DIN 1052 *Holzbauwerke* [15], [16] beträgt 300 [N/mm^2].

Da der Elastizitätsmodul E_{11} lediglich 4,5% bzw. 3% des Wertes für den Elastizitätsmodul in Faserlängsrichtung beträgt, wird die Steifigkeit des Holzes senkrecht zur Faserlängsrichtung im Rahmen der vorliegenden Arbeit vernachlässigt. Aus diesem Grund ist die Elastizitätszahl s_{11} derart festzulegen, dass sich eine Steifigkeit senkrecht zur Faserlängsrichtung nicht einstellt. Diese Annahme korrespondiert mit LISCHKE [64], da aufgrund der fehlenden schmalseitigen Verleimung der stabartigen Gliederungselemente einer Brettlage quer zur Stabachse keine Kräfte übertragen werden können. Die Lastabtragung erfolgt nur in Faserlängsrichtung der Einzelbretter.

Eine Erhöhung der Elastizitätszahl s_{11} ist einer Abminderung des Elastizitätsmoduls E_{11} und damit einer geringeren Steifigkeit senkrecht zur Faserlängsrichtung gleichbedeutend. Zur Gewährleistung des von LISCHKE [64] unterstellten Tragverhaltens ist die Elastizitätszahl s_{11} im Vergleich zu dem in DIN 68364 [21] angegebenen Wert zu erhöhen, damit eine Lastabtragung senkrecht zur Faserlängsrichtung der Einzellage nicht möglich ist.

Gleichung 2.5 zeigt bei einer Grenzwertbetrachtung für s_{11} gegen unendlich, dass E_{11} gegen Null konvergiert. Es existiert eine Vielzahl möglicher Elastizitätszahlen s_{11} , die das von LISCHKE unterstellte Tragverhalten senkrecht zur Faserlängsrichtung gewährleisten. Für die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz wird deshalb in Rahmen der vorliegenden Arbeit die Annahme getroffen, dass der Elastizitätsmodul E_{11} senkrecht zur Faserlängsrichtung dem Kehrwert des Elastizitätsmoduls E_{22} in Faserlängsrichtung entspricht. Der Elastizitätsmodul E_{22} in Faserlängsrichtung nach DIN 1052 [15], [16] beträgt für Fichtenholz 10000 [N/mm^2]. Für die Elastizitätszahl s_{11} resultiert daraus ein Wert von 10000 [mm^2/N]. Nach Ansicht des Verfassers ist mit dieser Annahme eine hinreichend geringe Tragfähigkeit senkrecht zur Faserlängsrichtung gewährleistet.

Elastizitätszahl s_{11}	[mm^2/N]	10000
---------------------------	----------------------------	-------

Elastizitätszahl s_{12}

Die Elastizitätszahl s_{12} charakterisiert das Querdehnungsverhalten des Werkstoffs Holz. Sie gibt Aufschluss über die Querdehnungen senkrecht zur Faserlängsrichtung bei Beanspruchung in Faserlängsrichtung. Der Zusammenhang zwischen der Querkontraktionszahl ν_{12} , der Elastizitätszahl s_{12} und dem Elastizitätsmodul E_{22} wird mit Gleichung 2.28/S. 21 verdeutlicht (vgl. Kapitel 2.1.4).

$$\nu_{TL} = \nu_{12} = -\frac{s_{12}}{s_{22}} = -s_{12} \cdot E_{22} \quad (2.28)$$

Für die Elastizitätszahlen s_{12} und s_{21} gilt die Symmetriebedingung nach Gleichung 2.3/S. 9.

In DIN 68364 *Kennwerte von Holzarten* [21] ist für die Elastizitätszahl s_{12} von Fichtenholz ein Wert von $-3,3 \cdot 10^{-5}$ [mm²/N] angegeben. DIN 1052 [15], [16] enthält keine Angaben im Hinblick auf das Querdehnungsverhaltens von Holz.

Nach LISCHKE [64] können aufgrund der fehlenden schmalseitigen Verleimung der Bretter in den Einzellagen zum einen senkrecht zur Faserlängsrichtung keine Kräfte übertragen werden und zum anderen die aus der Belastung in Faserlängsrichtung resultierenden Querdehnungen der Einzellage zu Null gesetzt werden. Zur Gewährleistung des von LISCHKE [64] unterstellten Tragverhaltens wird deshalb im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Elastizitätszahl s_{12} gleich Null gesetzt. Die Meinung, dass die Elastizitätszahlen s_{12} und s_{21} vernachlässigbar sind, wird auch im Schrifttum vertreten (vgl. HENRICI [32], KNEIDL [51], KRABBE [54]).

Elastizitätszahl s_{12}	[mm ² /N]	0
---------------------------	----------------------	---

Elastizitätszahl s_{22}

Die Elastizitätszahl s_{22} charakterisiert die Steifigkeit des Holzes in Faserlängsrichtung. Der Zusammenhang zwischen der Elastizitätszahl s_{22} und dem Elastizitätsmodul E_{22} wird mit Gleichung 2.6/S. 11 verdeutlicht (vgl. Kapitel 2.1.4).

$$\begin{array}{l} \text{Elastizitätsmodul } E_{\parallel} \\ \text{in Faserlängsrichtung} \end{array} \quad E_{\parallel} = E_L = E_{22} = \frac{1}{s_{22}} \quad (2.6)$$

Für die Elastizitätszahl s_{22} ist in DIN 68364 *Kennwerte von Holzarten* [21] für Fichtenholz ein Wert von 1/10000 [mm²/N] angegeben. Nach Gleichung 2.6 entspricht dies einem Elastizitätsmodul E_{22} von 10000 [N/mm²]. Der Rechenwert des Elastizitätsmodul E_{\parallel} (= E_{22}) für Fichtenholz der Sortierklasse S 10 beträgt nach DIN 1052 *Holzbauwerke* [15], [16] ebenfalls 10000 [N/mm²]. Dieser Materialkennwert nach DIN 1052 wurde auch von LISCHKE für die Berechnung der Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} eingeführt. Das von LISCHKE unterstellte Tragverhalten in Faserlängsrichtung wird gewährleistet, wenn als Eingangswert für die Elastizitätszahl s_{22} der Wert von 1/10000 [mm²/N] beibehalten wird.

Elastizitätszahl s_{22}	[mm ² /N]	1/10000
---------------------------	----------------------	---------

Elastizitätszahl s_{66}

Die Elastizitätszahl s_{66} charakterisiert das Schubtragverhalten des Werkstoffs Holz. Der Zusammenhang zwischen der Elastizitätszahl s_{66} und dem Schubmodul G_{12} wird mit Gleichung 2.13/S. 13 verdeutlicht (vgl. Kapitel 2.1.4).

$$G_{TL} = G_{12} = \frac{1}{s_{66}} \quad (2.13)$$

Für die Elastizitätszahl s_{66} ist in DIN 68364 *Kennwerte von Holzarten* [21] für Fichtenholz ein Wert von $1/650$ [mm^2/N] angegeben. Nach Gleichung 2.13 entspricht dies einem Schubmodul G_{12} von 650 [N/mm^2]. Der Rechenwert des Schubmoduls G_{12} für Fichtenholz der Sortierklasse S 10 beträgt nach DIN 1052 *Holzbauwerke* 500 [N/mm^2].

Der von LISCHKE für die Berechnung der Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} eingeführte Schubmodul G entspricht dem Rechenwert nach DIN 1052. Dabei handelt es sich um einen Materialkennwert für das Einzelbrett. Dem Schubmodul G nach DIN 1052 entspricht eine Elastizitätszahl s_{66} von $1/500$ [mm^2/N].

Im Gegensatz zu LISCHKE [64] unterstellt die Theorie des Mehrschichtenverbundes homogene Einzelschichten. Wird als Eingangswert für die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes die Elastizitätszahl s_{66} mit dem Wert von $1/500$ [mm^2/N] eingeführt, stellt sich im Vergleich zu LISCHKE eine höhere Membransteifigkeit A_{66} und eine höhere Biegesteifigkeit D_{66} ein. Die Werkstoffkenngröße A_{66} charakterisiert die Schubsteifigkeit von Brettlagenholz, die Werkstoffkenngröße D_{66} dessen Drillsteifigkeit. Die Schub- und Drillsteifigkeit wird folglich überbewertet, da der Einfluss der Fugen zwischen den Brettern einer Einzellage unberücksichtigt bleibt.

Die fehlende schmalseitige Verleimung der Einzelbretter bei Brettlagenholz, die dessen Schub- und Drillsteifigkeit herabsetzt, macht eine Erhöhung der Elastizitätszahl s_{66} erforderlich. Eine Erhöhung der Elastizitätszahl s_{66} ist gleichbedeutend mit einer Abminderung des Schubmoduls.

Die Elastizitätszahl s_{66} wurde unter Verwendung einer vom Verfasser erstellten Rechenroutine ermittelt (vgl. Anhang 1). Die Festlegung der Elastizitätszahl s_{66} erfolgte dabei mit der Zielsetzung, dass sich möglichst geringe Abweichungen zu den nach LISCHKE ermittelten Membransteifigkeiten A_{ik} einstellen, da eine Wandscheibe überwiegend scheibenartig beansprucht wird, und plattenartige Beanspruchungen untergeordnete Bedeutung haben. Unter dieser Annahme wurde für die Elastizitätszahl s_{66} ein Wert von $0,0096$ [mm^2/N] ermittelt.

Elastizitätszahl s_{66}	[mm^2/N]	0,0096
---------------------------	----------------------------	--------

Zusammenfassend sind als Eingangswerte für die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes auf Basis der Werkstoffkenngrößen nach LISCHKE [64] die in Tabelle 3.3 angegebenen Elastizitätszahlen s_{ik} einzuführen.

Eingangswerte für die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz mittels der Theorie des Mehrschichtenverbundes		
Elastizitätszahl s_{11}	[mm ² /N]	10000
Elastizitätszahl s_{12}	[mm ² /N]	0
Elastizitätszahl s_{22}	[mm ² /N]	1/10000
Elastizitätszahl s_{66}	[mm ² /N]	0,0096

Tabelle 3.3: Eingangswerte für die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz mittels der Theorie des Mehrschichtenverbundes

3.4.5 Berechnung der Werkstoffkenngrößen nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes

Mit den Elastizitätszahlen s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} der Tabelle 3.3 und einer Dicke der Einzelschichten von jeweils 22 [mm] können die Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes mit den Gleichungen 3.76/S. 45, 3.77/S. 45 und 3.80/S. 45 berechnet werden. Es werden die auf Spannungen bezogenen Werkstoffkenngrößen mit der Einheit [N/mm²] angeschrieben.

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 104 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2080 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7920 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 104 \end{bmatrix}$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4521 & 479 & 500 & 0 & 0 & 0 \\ 479 & 4521 & 500 & 0 & 0 & 0 \\ 500 & 500 & 583 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2101 & 19 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 19 & 7864 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 20 & 123 \end{bmatrix}$$

Nachfolgend werden die wesentlichen Unterschiede zwischen den Werkstoffkenngrößen A_{ik} und D_{ik} zwischen Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur erläutert.

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur ist die Matrix \mathbf{A} der Membranstifigkeiten und die Matrix \mathbf{D} der Biegestifigkeiten voll besetzt. Die diagonale Mittellage führt zu vollbesetzten Matrizen \mathbf{A} und \mathbf{D} . In der transformierten Steifigkeitsmatrix $\bar{\mathbf{Q}}$ der mittleren Brettlage sind unter Berücksichtigung der Transformationsbeziehungen nach Gleichung 3.43/S. 40 alle

Koeffizienten \bar{Q}_{ik} ungleich 0, während bei horizontalen bzw. vertikalen Brettlagen nur Elemente der Hauptdiagonalen auftreten.

$$\bar{Q}_{\phi=45^\circ} = \begin{bmatrix} 2604 & 2396 & 2500 \\ 2396 & 2604 & 2500 \\ 2500 & 2500 & 2500 \end{bmatrix} \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\bar{Q}_{\phi=0^\circ} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 104 \end{bmatrix} \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\bar{Q}_{\phi=90^\circ} = \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 104 \end{bmatrix} \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Im Vergleich zu Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur erhöht die diagonale Mittellage die Membransteifigkeit A_{11} , während sie die Membransteifigkeit A_{22} reduziert.

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur weist eine deutlich höhere Schubsteifigkeit auf als Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur. Die Schubsteifigkeit, die durch die Membransteifigkeit A_{66} charakterisiert wird, weist bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur einen Wert von 583 [N/mm²] auf, während sie bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur nur 104 [N/mm²] beträgt. Die diagonale Mittellage führt zu einer signifikanten Erhöhung der Schubsteifigkeit.

Hinsichtlich der Biegesteifigkeiten D_{ik} stellen sich nur geringfügige Unterschiede ein, da die Schwerpunktabstände der Einzellagen zur Mittelfläche für die Biegesteifigkeiten D_{ik} maßgebend sind. Die Anordnung der diagonalen Brettlage in mittlerer Lage führt deshalb zu keiner signifikanten Veränderung der Biegesteifigkeiten D_{ik} , wenn gleich die Drillsteifigkeit D_{66} bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur höher ist als bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur.

Der Unterschied in der Drillsteifigkeit D_{66} wird anhand von Bild 3.8 veranschaulicht. Auf ein Wandelement aus Brettlagenholz greife ein Biegemoment M an. Dieses Biegemoment wird entsprechend dem Hebelarm der inneren Kräfte in eine Druck- und eine Zugkraft zerlegt.

Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur können aufgrund der fehlenden schmalseitigen Verleimung keine Kräfte übertragen werden. Der Zuwachs des Momentes ΔM muss über Schubspannungen aufgenommen werden, die den Schubmodul G_{RT} der Hirnfläche aktivieren (Rollschub). Der Schubmodul G_{RT} der Hirnfläche ist, verglichen mit dem Schubmodul G_{LR} der Radialfläche und dem Schubmodul G_{TL} der Tangentialfläche gering (vgl. Kapitel 2.1.4).

Bei analoger Beanspruchung wird bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur neben dem Schubmodul G_{RT} der Hirnfläche auch der Schubmodul G_{TL} der Tangentialfläche aktiviert, wodurch sich die Drillsteifigkeit D_{66} erhöht.

3 Die konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen

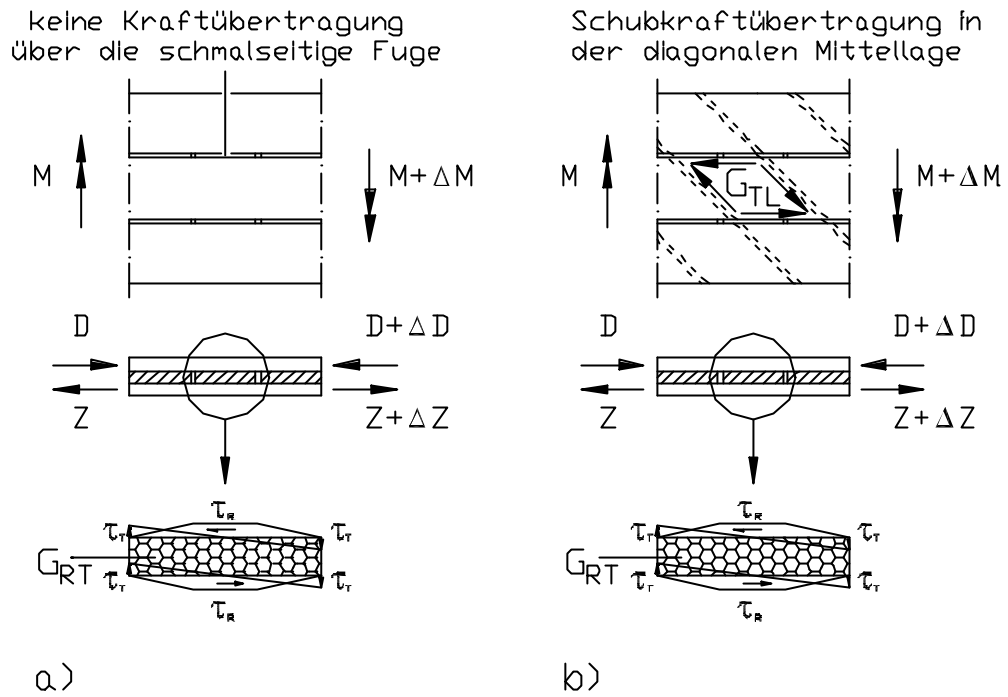


Bild 3.8: Veranschaulichung zur Drillsteifigkeit bei a) Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und b) Brettlagenholz mit diagonalen Struktur

3.4.6 Vergleich der Ergebnisse

Die nachfolgenden Tabellen 3.4 und 3.5 vergleichen die Werkstoffkenngrößen nach LISCHKE (vgl. Kapitel 3.4.3) und nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes (vgl. Kapitel 3.4.5).

Es ist festzustellen, dass sich mit den Eingangswerten s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} nach Tabelle 3.3/S. 60 sowohl für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur als auch für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur Übereinstimmung im Hinblick auf die MembranstEIFigkeiten A_{ik} einstellt. Bei den BiegestEIFigkeiten D_{ik} stellt sich eine signifikante Abweichung von ca. 12% hinsichtlich der DrillstEIFigkeit D_{66} ein. Die nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes ermittelte DrillstEIFigkeit D_{66} ist kleiner als die nach LISCHKE ermittelte Größe. Es handelt sich somit um eine auf der sicheren Seite liegende Abweichung, da die Wandscheibe aus Brettlagenholz weicher ist als von LISCHKE unterstellt. Ansonsten sind die Abweichungen hinsichtlich der BiegestEIFigkeiten D_{ik} von geringer Größenordnung.

Zusammenfassend wird mit den Eingangswerten s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} nach Tabelle 3.3/S. 60 für die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz mittels der Theorie des Mehrschichtenverbundes das von LISCHKE unterstellte Tragverhalten nach Ansicht des Verfassers hinreichend genau erfasst.

Die dargelegte Übereinstimmung trifft nicht nur auf Wandscheiben aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur bzw. diagonaler Struktur zu. Sie ist auch zutreffend für Brettlagenholz mit beliebigem Aufbau und beliebiger Struktur, womit die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz mit beliebigem Aufbau und beliebiger Struktur auf Basis der Werkstoffkenngrößen nach LISCHKE [64] möglich ist. Die nach LISCHKE bestehende Problematik, die von ihm ermittelten Werkstoffkenngrößen in bestehende Rechenprogramme einzubinden, ist somit behoben.

Vergleichsrechnungen haben gezeigt, dass sich bei einer Abminderung des Torsionsmoduls G_T bei ansonsten gleichbleibenden Eingangswerten auch Übereinstimmung für die BiegestEIFigkeiten D_k erzielen lässt. Dies bedeutet, dass Eingangswerte für die Berechnung der Spannungen und Verformungen nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes bei Abminderung des Torsionsmoduls G_T so festgelegt werden können, dass sich Übereinstimmung für die MembranstEIFigkeiten A_{ik} und die BiegestEIFigkeiten D_k einstellt.

LISCHKE setzt den Torsionsmodul G_T gleich dem Schubmodul G , da bei Brettlagenholz die Verhältnisse wegen des zweidimensionalen Aufbaus eher günstiger liegen als bei Brettschichtholz [64]. Dieses Vorgehen, den Torsionsmodul G_T näherungsweise dem Schubmodul G gleichzusetzen, wird von MÖHLER/HEMMER [67] für Brettschichtholz empfohlen. Bei Vollholz ist wegen der praktisch unvermeidlichen Trocknungsrisse der Torsionsmodul mit $G_T = 2/3 \cdot G$ anzunehmen [14], [67].

Um eine vollständige Übereinstimmung aller Werkstoffkenngrößen A_k und D_k zu erzielen, bedarf es einer Abminderung des Torsionsmoduls G_T mit dem Faktor 0,232. Ein derartiger Abminderungsfaktor ist wissenschaftlich nicht nachgewiesen, auch wenn GRESSEL [29], MÖHLER/HEMMER [67] eine Abminderung des Torsionsmoduls G_T zur Berücksichtigung der Kriechverformungen um 1/3 bis 1/2 für vertretbar halten. Die Festlegung der Rechenwerte für den Torsionsmodul G_T erfolgte auf Grundlage der von MÖHLER/HEMMER [67] durchgeführten Dauerstandversuche bei Fichtenholzproben. Die Dauerstandversuche wurden über einen Zeitraum von 16 Monaten durchgeführt. Aufgrund der fehlenden

wissenschaftlichen Absicherung für eine weitere Abminderung des Torsionsmoduls, erscheint nach Ansicht des Verfassers eine Abminderung mit dem in DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] vorgesehenen Faktor 2/3 ausreichend. Die sich dann einstellenden Abweichungen für die Biegesteifigkeiten D_{ik} betragen dann weniger als 10 %, eine nach Ansicht des Verfassers vertretbare Größenordnung. Eine weitere Abminderung ist vor allem bei plattenartiger Beanspruchung aufgrund der dann auftretenden Drillmomente zu prüfen (vgl. Kapitel 2.1.4).

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird für die Berechnung der Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} nach LISCHKE keine Abminderung des Torsionsmodul G_T angesetzt. Als Eingangsgrößen dienen die Materialkennwerte nach Tabelle 3.1/S. 50.

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Vergleich der Werkstoffkenngrößen											
LISCHKE						Mehrschichtenverbund					
Membransteifigkeiten A_{ik} [N/mm ²]											
A ₁₁	4000	A ₁₂	0	A ₁₆	0	A ₁₁	4000	A ₁₂	0	A ₁₆	0
A ₁₂	0	A ₂₂	6000	A ₂₆	0	A ₁₂	0	A ₂₂	6000	A ₂₆	0
A ₁₆	0	A ₂₆	0	A ₆₆	104	A ₁₆	0	A ₂₆	0	A ₆₆	104
Biegesteifigkeiten D_{ik} [N/mm ²]											
D ₁₁	2080	D ₁₂	0	D ₁₆	0	D ₁₁	2080	D ₁₂	0	D ₁₆	0
D ₁₂	0	D ₂₂	7920	D ₂₆	0	D ₁₂	0	D ₂₂	7920	D ₂₆	0
D ₁₆	0	D ₂₆	0	D ₆₆	118	D ₁₆	0	D ₂₆	0	D ₆₆	104

Tabelle 3.4: Vergleich der Werkstoffkenngrößen A_{ik} und D_{ik} für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Vergleich der Werkstoffkenngrößen											
LISCHKE						Mehrschichtenverbund					
Membransteifigkeiten A_{ik} [N/mm ²]											
A ₁₁	4521	A ₁₂	479	A ₁₆	500	A ₁₁	4521	A ₁₂	479	A ₁₆	500
A ₁₂	479	A ₂₂	4521	A ₂₆	500	A ₁₂	479	A ₂₂	4521	A ₂₆	500
A ₁₆	500	A ₂₆	500	A ₆₆	583	A ₁₆	500	A ₂₆	500	A ₆₆	583
Biegesteifigkeiten D_{ik} [N/mm ²]											
D ₁₁	2104	D ₁₂	16	D ₁₆	20	D ₁₁	2101	D ₁₂	19	D ₁₆	20
D ₁₂	16	D ₂₂	7864	D ₂₆	20	D ₁₂	19	D ₂₂	7861	D ₂₆	20
D ₁₆	20	D ₂₆	20	D ₆₆	134	D ₁₆	20	D ₂₆	20	D ₆₆	123

Tabelle 3.5: Vergleich der Werkstoffkenngrößen A_{ik} und D_{ik} für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

4 Experimentelle Untersuchungen

4.1 Experimentelle Überprüfung der Steifigkeiten

In Kapitel 3.4.5 ist nachgewiesen worden, dass Brettlagenholz mit diagonaler Struktur rechnerisch eine deutlich höhere Schubsteifigkeit aufweist als Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur. Anhand experimenteller Untersuchungen zum Schubtragverhalten sind vom Verfasser der vorliegenden Arbeit die Steifigkeiten von Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur überprüft worden. Die Durchführung und Auswertung dieser Versuche waren Thema einer Diplomarbeit am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Universität der Bundeswehr München [44]. Nachfolgend werden die wesentlichen Ergebnisse wiedergegeben.

4.1.1 Zielsetzung

Die durchgeführten Versuche hatten das Ziel, das Schubtragverhalten von Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und von Brettlagenholz mit diagonaler Struktur qualitativ zu vergleichen und die wesentlichen Unterschiede herauszustellen.

Auf eine numerische Berechnung der auftretenden Spannungen und Verformungen nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes zum Vergleich mit den Versuchsergebnissen wurde aufgrund der Problematik der Krafteinleitung (vgl. Kapitel 4.1.2) verzichtet.

4.1.2 Versuchsaufbau und Messeinrichtungen

Das Einleiten von Schubkräften zur Erzeugung eines reinen Schubspannungszustands (vgl. Bild 2.6/S. 12) stellt ein versuchstechnisches Problem dar, das nach Kenntnis des Verfassers bisher noch nicht zufriedenstellend gelöst werden konnte. Bei Brettlagenholz besteht die Problematik der Krafteinleitung umso mehr, da aufgrund des Aufbaus an jedem Rand des Probekörpers mindestens zwei Bretter mit ihrer Hirnholzfläche enden. Bei Belastung werden diese Bretter senkrecht zur Faserlängsrichtung beansprucht. Aufgrund der geringen Querkzugfestigkeit von Holz ist ein Versagen im Krafteinleitungsbereich zu erwarten, bevor eine messbare Winkeländerung γ festzustellen ist.

Aufgrund der problematischen Einleitung von Schubkräften wurde den Probekörpern aus Brettlagenholz im Rahmen der durchgeführten Versuche eine Winkelverformung γ aufgezwungen, wodurch deren Schubsteifigkeit aktiviert worden ist. Die Winkelverformung γ ist den Probekörpern über einen Viereckrahmen aus Stahl aufgezwungen worden. Die Erzeugung eines reinen Schubspannungszustandes setzt voraus, dass auf den Probekörper Hauptdruck- und Hauptzugkräfte eingeleitet werden können. Aufgrund der fehlenden kraftschlüssigen Verbindung Viereckrahmen - Probekörper können jedoch nur Druckkräfte auf den Probekörper übertragen werden. Die Einleitung von Zugkräften ist nicht möglich. Nach Meinung des Verfassers stellt sich deshalb nur im mittleren Bereich des Probekörpers annähernd ein reiner Schubspannungszustand ein. Um diese Aussage zu prüfen sind im mittleren Bereich der Probekörper beidseitig Wegaufnehmer angebracht worden, um die Längenänderung in horizontaler Richtung bzw. in vertikaler Richtung zu messen. Bei einem reinen Schubspannungszustand stimmt die horizontale Verkürzung betragsmäßig mit der vertikalen Verlängerung überein.

Die Belastung erfolgte mit einem Hydraulikzylinder (Schenck PL 630), dessen maximale Kraft von 630 [kN] bei einem maximalen Hubweg von 250 [mm] sowohl durch Ziehen als

auch durch Drücken aufgebracht werden kann. Aufgrund der manuellen Fertigung des Viergelenkrahmens und der damit verbundenen Imperfektionen, ist eine Zugbelastung auf den Viergelenkrahmens aufgebracht worden, um ein Stabilitätsversagen auszuschließen.

Um ein Verkanten des Hydraulikzylinders während der Versuchsdurchführung zu vermeiden, sind die Probekörper mit einer Neigung von 45° gegenüber der Horizontalen eingebaut worden. Bild 4.1 und 4.2 zeigen den realisierten Versuchsaufbau.

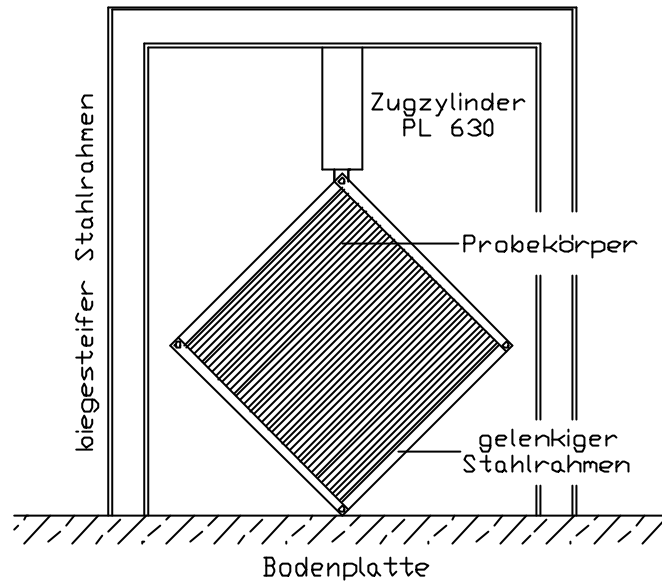


Bild 4.1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus



Bild 4.2: Versuchsaufbau [44]

Bei den weggesteuerten Versuchen mit einer Vorschubgeschwindigkeit von 0,1 [mm/s] wurde die Presskraft und der Kolbenweg mit der Messeinrichtung im Messkopf (Schenck PM 630 Rn) gemessen. Bild 4.3 zeigt die Anordnung der horizontalen und vertikalen Wegaufnehmer auf dem Probekörper, mit denen die Verkürzung in horizontaler Richtung bzw. die Verlängerung in vertikaler Richtung aufgenommen wurde.

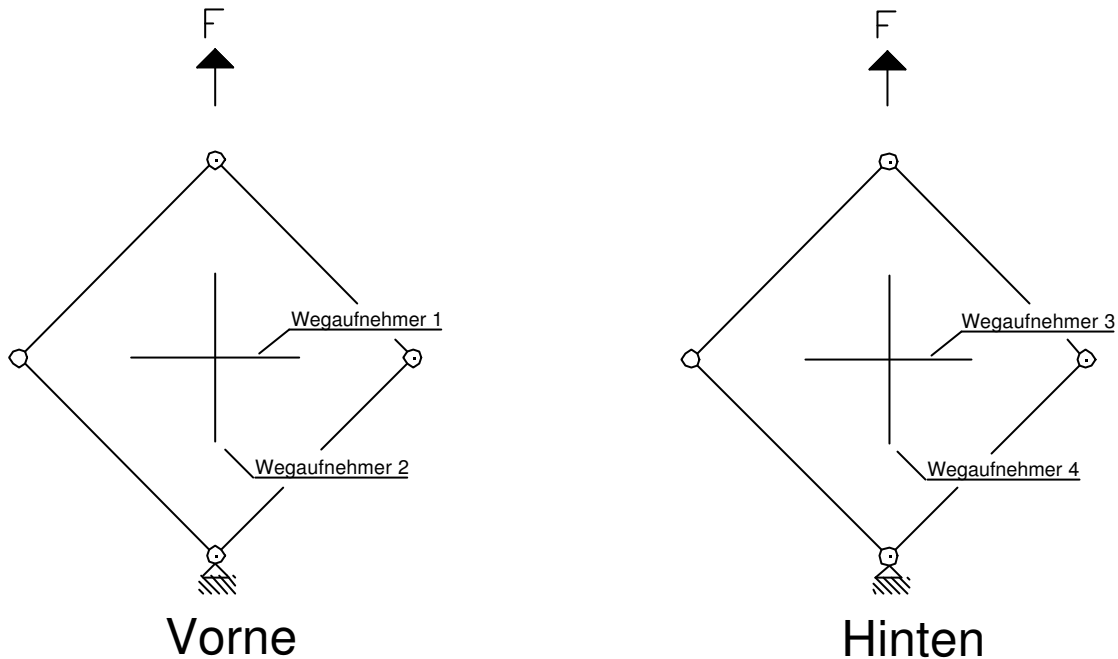


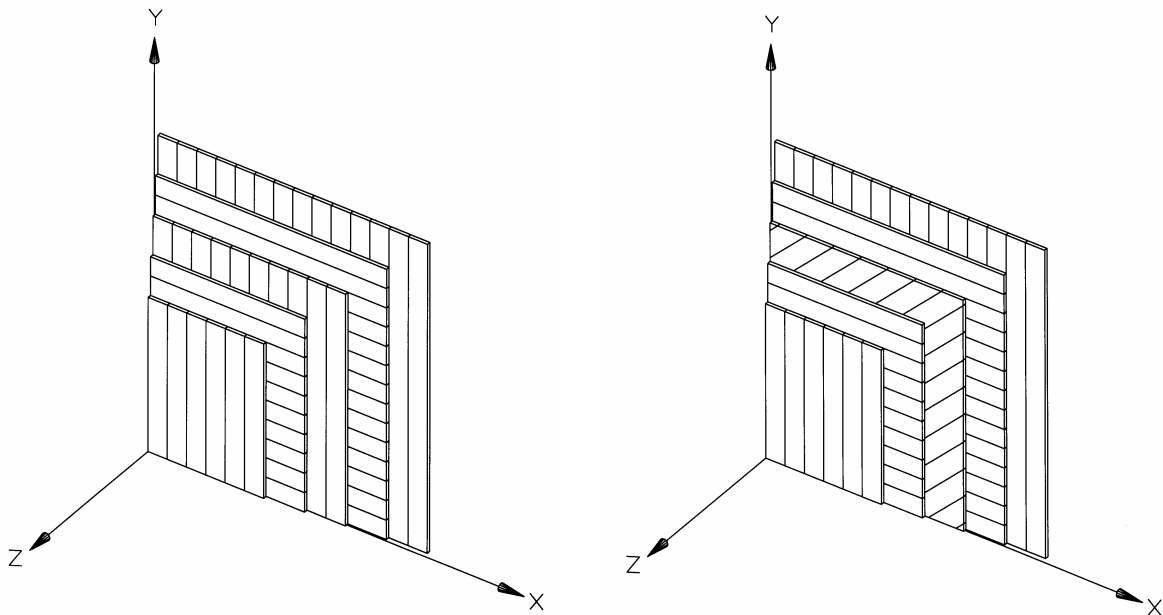
Bild 4.3: Anordnung der Wegaufnehmer auf dem Probekörper [44]

4.1.3 Probekörper

Die Probekörper aus Brettlagenholz weisen fünf Brettlagen mit einer Gesamtdicke $d = 5 \cdot 17$ [mm] = 85 [mm] auf. Die Seitenlänge l der quadratischen Probekörper beträgt 1200 [mm]. Die Maßabweichung der Probekörper beträgt ± 1 [mm]. Der Aufbau der Probekörper ist in Tabelle 3.2 und Bild 3.7 (vgl. Kapitel 3.4.2) wiedergegeben. Der Aufbau der Probekörper, die von der Firma Merk Holzbau zur Verfügung gestellt wurden, unterscheidet sich in der Ausrichtung der mittleren Brettlage. Die Probekörper aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur entsprechen den Bestimmungen der bauaufsichtlichen Zulassung für Merk-Dickholz [12]. Für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur existiert keine bauaufsichtliche Zulassung.

	Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	Brettlagenholz mit diagonaler Struktur
	ϕ [°]	ϕ [°]
Brettlage 1	90	90
Brettlage 2	0	0
Brettlage 3	90	45
Brettlage 4	0	0
Brettlage 5	90	90

Tabelle 3.2: Ausrichtung der Einzellagen bei Brettlagenholz mit orthogonaler bzw. diagonaler Struktur



a) Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

b) Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Bild 3.7: Aufbau der Wandscheiben aus Brettlagenholz

Im Rahmen dieser Versuche sind insgesamt zehn Probekörper aus Brettlagenholz zu Bruch gefahren worden, vier Probekörper aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und sechs Probekörper aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur.

4.1.4 Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Bild 4.4 zeigt die Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur.

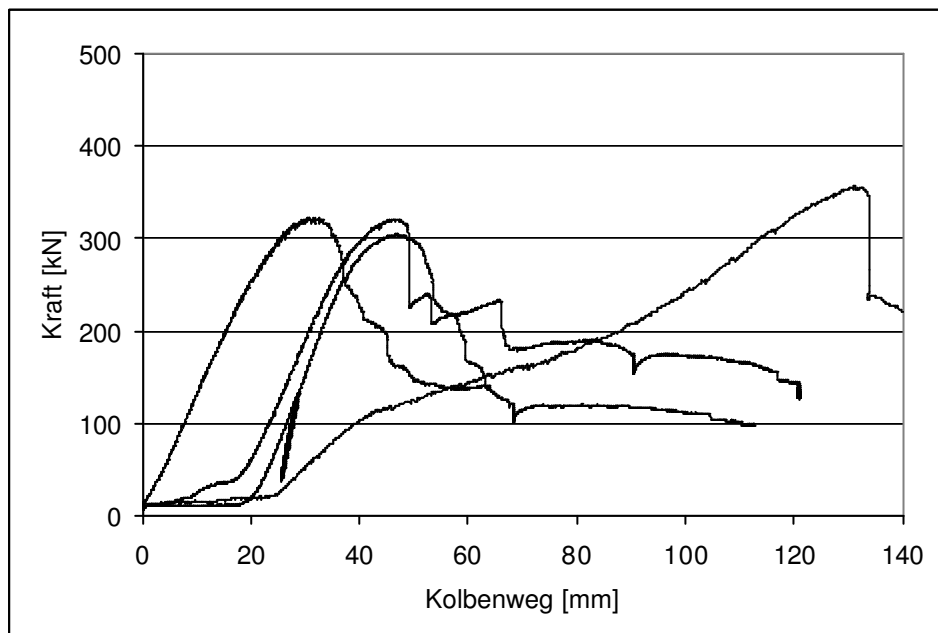


Bild 4.4: Kraft-Weg-Kurven für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Der aus den Maßabweichungen der Probekörper resultierende Schlupf zwischen dem Viergelenkrahmen und dem Probekörper wurde bis zu einem Lastniveau von ca. 30 [kN] abgebaut. Danach ist bis zum Bruchzustand ein linearer Zusammenhang zwischen Kraft und

Verformung festzustellen. Nach Erreichen der Bruchlast ist ein plötzlicher, deutlicher Kraftabfall zu verzeichnen. Die durchschnittliche Bruchlast für die Probekörper aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur beträgt 325 [kN].

Der vergleichsweise flache Verlauf der Kraft-Weg-Kurve des Probekörpers ORT 01 ist darin begründet, dass zunächst schmale Holzbretter auf die Ränder des Probekörpers genagelt wurden, um eine gleichmäßige Krafteinleitung zu gewährleisten. Aufgrund der starken Verformungen dieser Bretter (vgl. Bild 4.9/S. 71) wurde bei allen anderen Versuchen, einschließlich der Versuche für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur, auf derartige Bretter verzichtet.

Bei allen Probekörpern aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur stellen sich bis zum Erreichen des Bruchzustands deutlich erkennbare Schubverformungen im mittleren Bereich des Probekörpers ein (Bild 4.6/S. 70, Bild 4.8/S. 71). Diese Schubverformungen führen zu einem Versagen der Leimfugen im mittleren Bereich und daraus resultierend zum Ausknicken einzelner Bretter der äußeren Brettlagen (Bild 4.7/S. 70). Im Krafteinleitungsbereich am linken und rechten Gelenk des Viergelenkrahmens sind keine signifikanten Schäden erkennbar (Bild 4.8/S. 71).

Die nachfolgenden Bilder verdeutlichen die wesentlichen Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur.

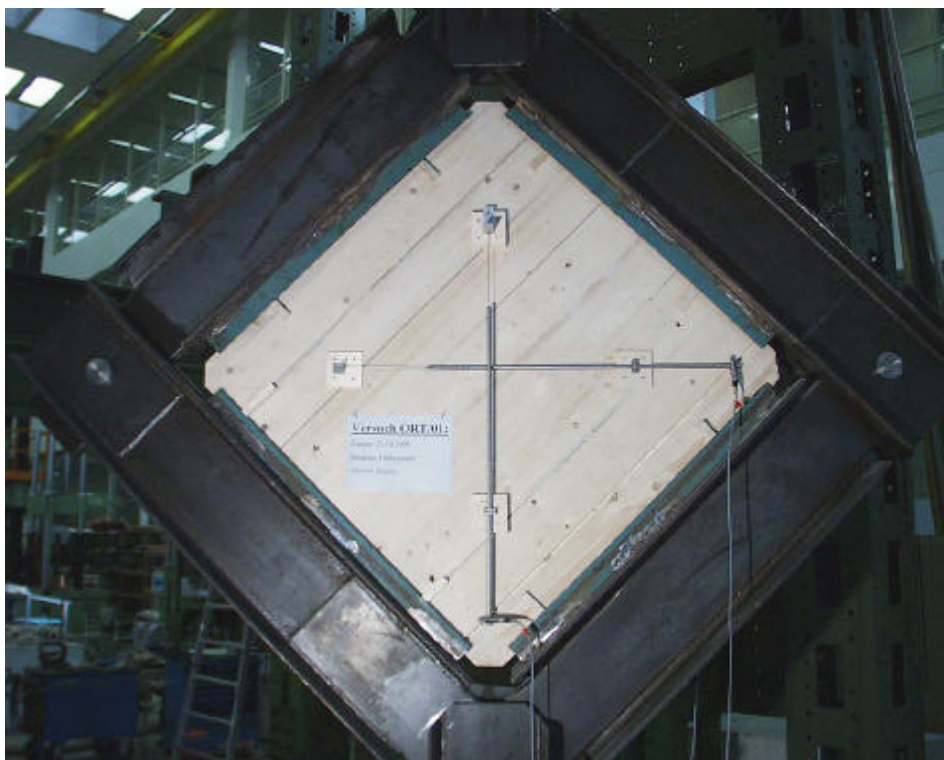


Bild 4.5: Probekörper im eingebauten Zustand vor Beginn des Versuchs

4 Experimentelle Untersuchungen



Bild 4.6: Schubverformungen bei Probekörpern aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur



Bild 4.7: Versagen der Leimfugen und Ausknicken einzelner Bretter der äußeren Brettlagen

4 Experimentelle Untersuchungen



Bild 4.8: Schubverformungen im mittleren Bereich bei weitgehend intaktem Kräfteinleitungsbereich am linken und rechten Gelenk des Viergelenkrahmens



Bild 4.9: Seitlich aufgenagelte Bretter am Probekörper ORT 01 im ausgebauten Zustand nach Versuchsende

4.1.5 Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Um ein Verkanten des Hubzylinders zu vermeiden, sieht der Versuchsaufbau vor, dass die Probekörper mit einer Neigung von 45° gegenüber der Horizontalen eingebaut werden. Für Probekörper aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur folgt daraus, dass es zwei Möglichkeiten hinsichtlich des Einbaus der diagonalen Mittellage im Viereckrahmen gibt. Die diagonale Mittellage kann zum einen zwischen dem linken und rechten Gelenk des Viereckrahmens verlaufen (horizontaler Einbau) oder zum anderen zwischen dem oberen und unteren Gelenk des Viereckrahmens verlaufen (vertikaler Einbau). Da sich der Einbau auf die Versuchsergebnisse auswirkt, sind Versuche mit horizontalem Einbau der Mittellage (DIA 01, DIA 02, DIA 03, DIA 04) als auch Versuche mit vertikalem Einbau der Mittellage (DIA 05, DIA 06) durchgeführt worden.

Bild 4.10 zeigt die Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur.

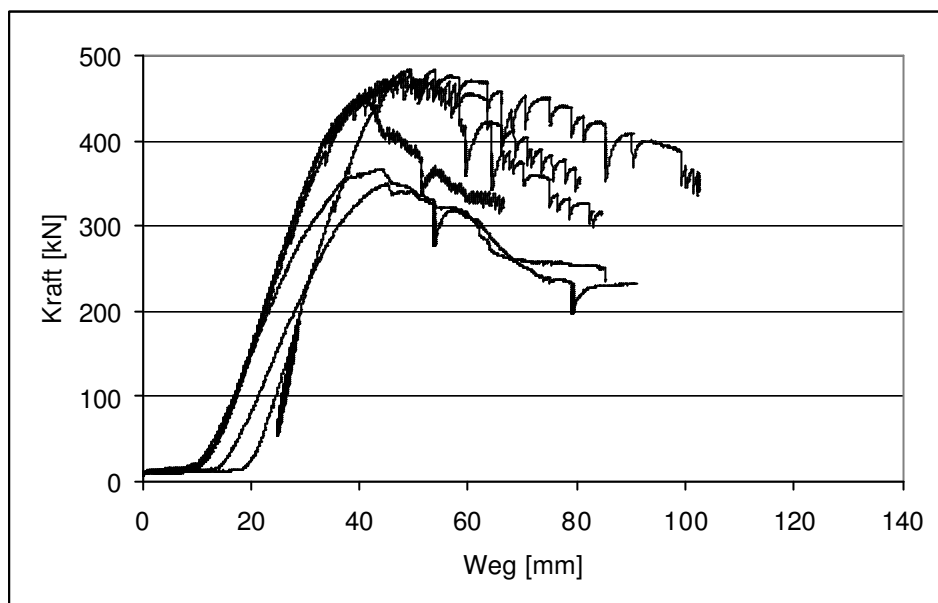


Bild 4.10: Kraft-Weg-Kurven für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Der aus den Maßabweichungen der Probekörper resultierende Schlupf zwischen dem Viereckrahmen und dem Probekörper wurde bis zu einem Lastniveau von ca. 30 [kN] abgebaut. Danach ist bis zum Bruchzustand ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen Kraft und Verformung festzustellen. Nach Erreichen der Bruchlast tritt kein plötzlicher Kraftabfall auf. Bis zum Ende des Versuchs fällt die Kraft langsam ab. Für Brettlagenholz mit horizontalem Einbau der Mittellage beträgt die durchschnittliche Bruchlast 473 [kN], für Brettlagenholz mit vertikalem Einbau der Mittellage beträgt sie durchschnittlich 358 [kN]. Die Bruchlast für Brettlagenholz mit horizontalem Einbau der Mittellage ist höher, da die vom Viereckrahmen auf den Probekörper übertragene Druckkraft unmittelbar von den Brettern der Mittellage parallel zu deren Faserlängsrichtung aufgenommen werden kann.

Bei allen Probekörpern aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur sind im Bruchzustand keine Schubverformungen zu erkennen (Bild 4.11/S. 73, Bild 4.13/S. 74). Die Leimfugen im mittleren Bereich der Probekörper sind intakt. Die Probekörper versagen im Krafteinleitungsbereich am linken und rechten Gelenk des Viereckrahmens. Das Überschreiten der Bruchspannungen einzelner Bretter führt dort zum Ausknicken dieser Bretter und zur Zerstörung der Leimverbindung (Bild 4.12/S. 73, Bild 4.14/S. 74). Diese

Feststellungen gelten für alle Probekörper aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur, unabhängig von der Richtung der Mittellage beim Einbau.

Die nachfolgenden Bilder verdeutlichen die wesentlichen Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur.



Bild 4.11: Probekörper aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur im Bruchzustand (DIA 01)



Bild 4.12: Versagen im Kräfteinleitungsbereich (DIA 01)

4 Experimentelle Untersuchungen



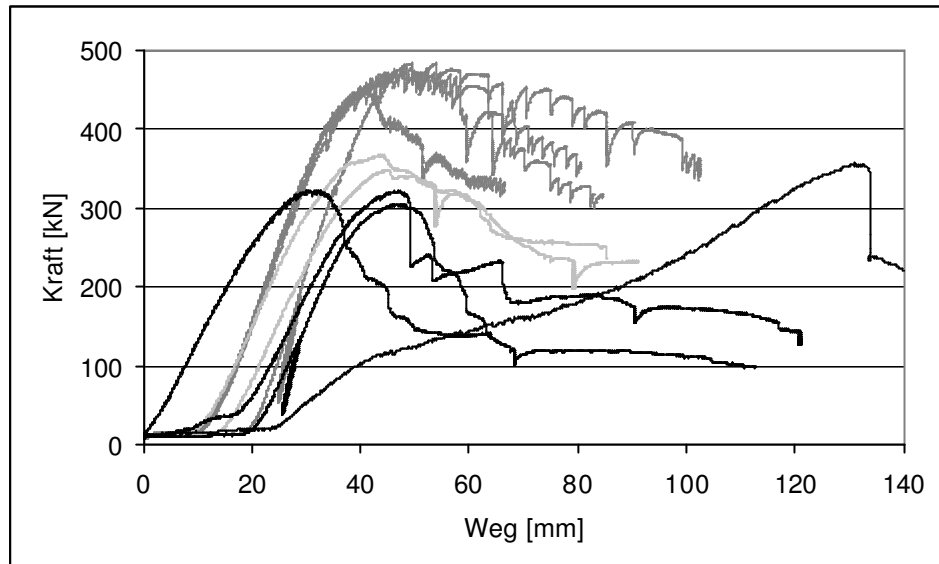
Bild 4.13: Probekörper aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur im Bruchzustand ohne Schubverformungen im mittleren Bereich (DIA 06)



Bild 4.14: Versagen im Kräfteinleitungsbereich (DIA 06)

4.1.6 Zusammenfassung

Für alle Probekörper aus Brettlagenholz ist bis zum Erreichen des Bruchzustands ein linearer Zusammenhang zwischen Kraft und Weg festzustellen. Bild 4.15 verdeutlicht zum einen die höheren Bruchlasten bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur und zum anderen den plötzlichen, deutlichen Kraftabfall nach Erreichen des Bruchzustands bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur.



Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit		
orthogonaler Struktur	diagonaler Struktur horizontaler Einbau der Mittellage	diagonaler Struktur vertikaler Einbau der Mittellage

Bild 4.15: Vergleich der Kraft-Weg-Kurven

Eine quantitative Aussage über die Steifigkeit der Probekörper kann durch die Auswertung der Messergebnisse für die Wegaufnahme erfolgen. Die Auswertung der Messergebnisse der Wegaufnahme erfolgte für den Lastbereich zwischen 50 [kN] und 250 [kN]. Bei der unteren Lastgrenze von 50 [kN] war bei allen Versuchen der Schlupf zwischen Viergelenkrahmen und Probekörper abgebaut. Die obere Lastgrenze von 250 [kN] wurde gewählt, da bei allen Versuchen noch keine Schädigungen im Krafteinleitungsbereich am linken und rechten Gelenk des Viergelenkrahmens festzustellen waren. Im Rahmen dieser Auswertung wurden die Messergebnisse vereinfacht mit einer linearen Ausgleichsgerade angenähert. Der Auswertung liegen die Versuche ORT 02, ORT 03, ORT 04 sowie DIA 01, DIA 02, DIA 03 und DIA 04 zugrunde [44].

Die Bilder 4.16 und 4.17 zeigen die Mittelwerte der Längenänderungen der Versuchskörper in horizontaler bzw. vertikaler Richtung. Werden die Mittelwerte miteinander verglichen, kann vereinfacht der Schluss gezogen werden, dass Brettlagenholz mit diagonaler Struktur doppelt so steif ist wie Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur.

Die Verkürzung in horizontaler Richtung ist betragsmäßig größer als die Verlängerung in vertikaler Richtung. Dieser Unterschied resultiert aus der fehlenden Zugkrafteinleitung in den Probekörper. Im mittleren Bereich des Probekörpers hat sich daher nur annähernd ein Schubfeld eingestellt.

4 Experimentelle Untersuchungen

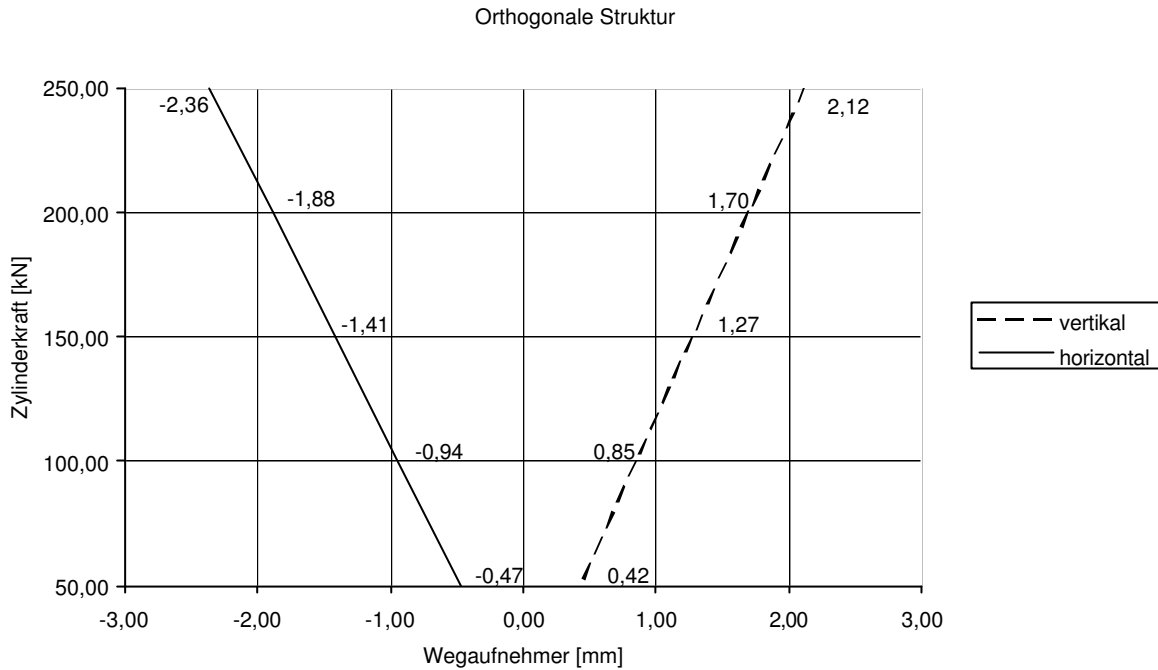


Bild 4.16: Mittelwerte der Längenänderungen für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

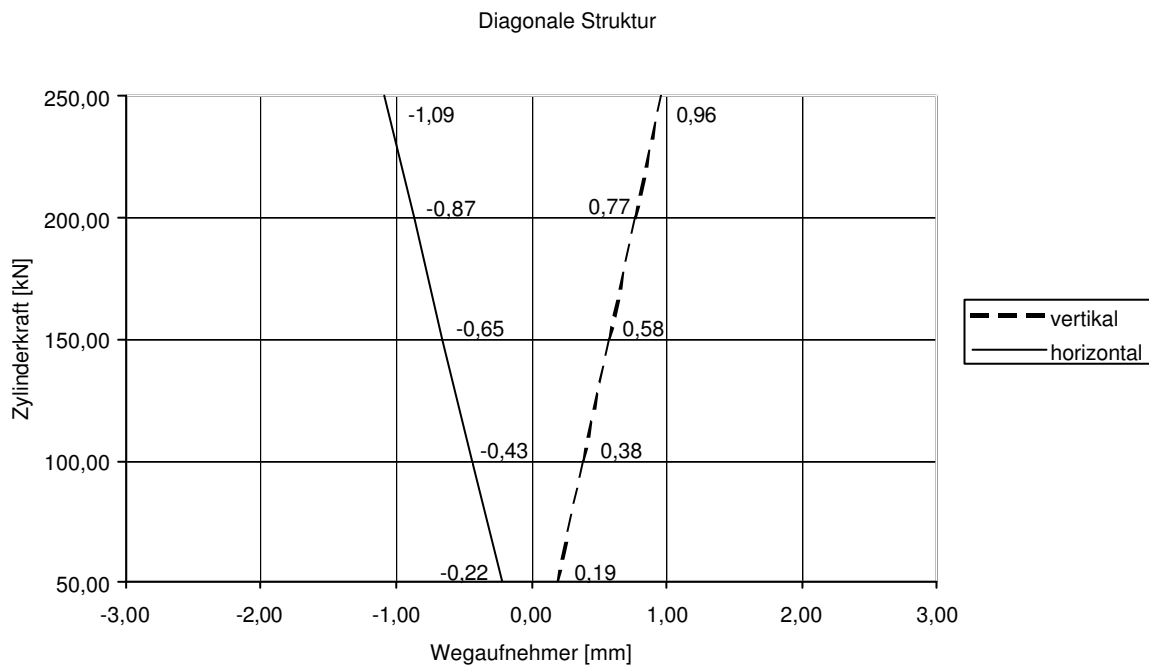


Bild 4.17: Mittelwerte der Längenänderungen für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Trotz der Probleme hinsichtlich der Krafteinleitung haben die durchgeführten Versuche zum Schubtragverhalten von Brettlagenholz gezeigt, dass Brettlagenholz mit diagonaler Struktur steifer ist, als Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur. Ein Beweis dafür ist auch die unterschiedliche Versagensart. Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur versagen die Leimfugen im mittleren Bereich des Probekörpers. Schubverformungen sind deutlich erkennbar. Brettlagenholz mit diagonaler Struktur versagt im Krafteinleitungsbereich am linken und rechten Gelenk des Viergelenkrahmens. Schubverformungen im mittleren Bereich des Probekörpers treten nicht auf.

4.2 Experimentelle Überprüfung des Rechenmodells

In Kapitel 3.4 ist die vom Verfasser der vorliegenden Arbeit gewählte Vorgehensweise zur Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz dargelegt worden. Eingangswerte s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} für die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes sind mechanisch begründet derart festgelegt worden, dass sich mit LISCHKE [64] übereinstimmende Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} einstellen.

Diese Vorgehensweise ist vom Verfasser der vorliegenden Arbeit anhand experimenteller Untersuchungen zum Biegetragverhalten von Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und von Brettlagenholz mit diagonaler Struktur überprüft und bestätigt worden. Nachfolgend werden die durchgeführten Versuche erläutert. Die Versuchsergebnisse werden mit den numerischen Ergebnissen der Berechnung nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes verglichen.

4.2.1 Versuchsaufbau

Bei den durchgeführten Versuchen wurde eine Vierpunktbelastung auf die Probekörper aus Brettlagenholz aufgebracht.

Insgesamt sind in zwei Versuchsreihen 16 Versuche durchgeführt worden. Versuchsreihe A umfasst sieben Versuche bei einer Stützweite s des lasteinleitenden Stahlprofils (HEA 100) von 350 [mm]. Versuchsreihe B umfasst neun Versuche bei einer Stützweite s des lasteinleitenden Stahlprofils (HEA 100) von 650 [mm]. Bei den weggesteuerten Versuchen mit einer Vorschubgeschwindigkeit von 0,25 [mm/s] wurden die Pressenkraft und die Durchbiegung w des Probekörpers in Feldmitte gemessen.

In Versuchsreihe A wurden drei Probekörper aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und vier Probekörper aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur untersucht. Die Versuchsreihe B umfasst vier Probekörper aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und fünf Probekörper aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur.

Die Bilder 4.18 und 4.19 zeigen den realisierten Versuchsaufbau.

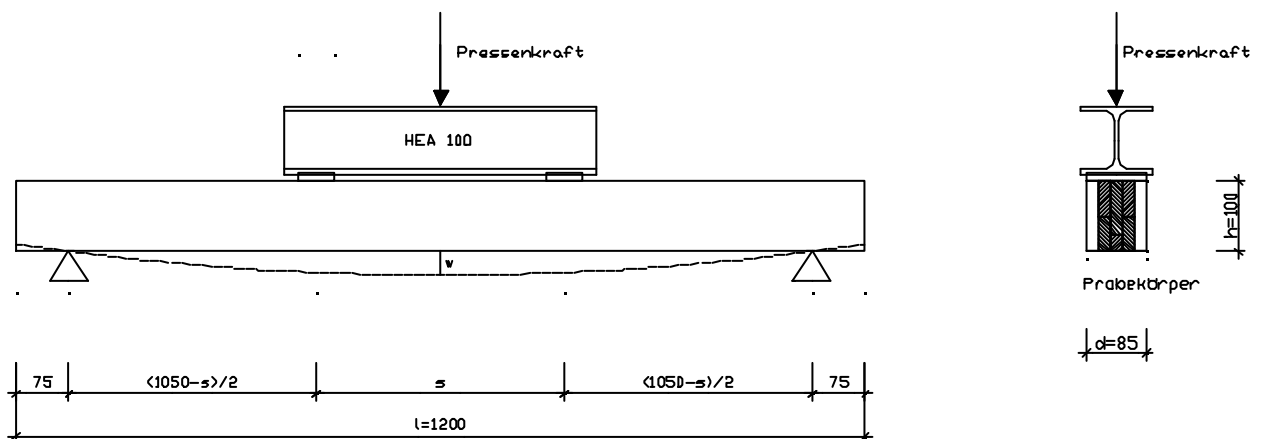


Bild 4.18: Versuchsaufbau

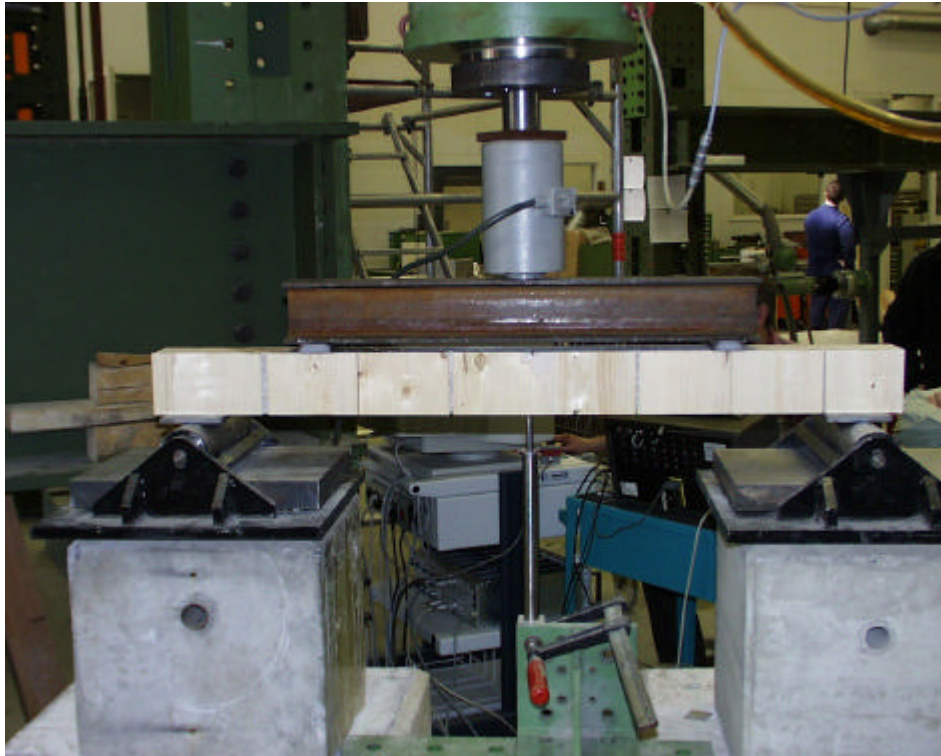


Bild 4.19: Versuchsaufbau, Versuchsreihe B

4.2.2 Probekörper

Die Probekörper aus Brettlagenholz weisen fünf Brettlagen mit einer Gesamtdicke $d = 5 \cdot 17$ [mm] = 85 [mm] auf. Die Länge l beträgt 1200 [mm], die Höhe h beträgt 100 [mm]. Die Probekörper wurden aus den quadratischen Platten mit einer Seitenlänge von 1200 [mm] geschnitten, die von der Firma Merk Holzbau für die Versuche zum Schubtragverhalten zur Verfügung gestellt wurden. Der Aufbau der Probekörper entspricht den in Kapitel 4.1.3 gemachten Angaben (vgl. Tabelle 3.2/S. 67 und Bild 3.7/S. 68).

4.2.3 Berechnung der Werkstoffkenngrößen

Auf das Anschreiben der Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur nach LISCHKE [64] und nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes für die untersuchten Probekörper wird in diesem Kapitel verzichtet. Da auf die Gesamtdicke d bezogene Werkstoffkenngrößen in der Einheit [N/mm²] angegeben werden, sind die Ergebnisse identisch mit den Werkstoffkenngrößen für Brettlagenholz mit einer Gesamtdicke $d = 5 \cdot 22$ [mm] = 110 [mm], die bereits in Tabelle 3.4/S. 64 und 3.5/S. 64 angeschrieben wurden.

Die der Berechnung der Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} nach LISCHKE [64] zugrundeliegenden geometrischen Abmessungen der Einzelbretter sowie die für Vollholz der Sortierklasse S 10 gültigen Materialkennwerte nach DIN 1052 *Holzbauwerke* [15], [16] entsprechen, mit Ausnahme der Dicke des Einzelbretts den Angaben der Tabelle 3.1/S.50.

Als Eingangswerte für die numerische Berechnung der Spannungen und Verformungen dienen die Elastizitätszahlen s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} nach Tabelle 3.3/S. 60. Die numerische Berechnung nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes erfolgte mit dem Finite-Element-Programm MSC/NASTRAN [49], [59].

4.2.4 Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Versuchsreihe A (s = 350 [mm])

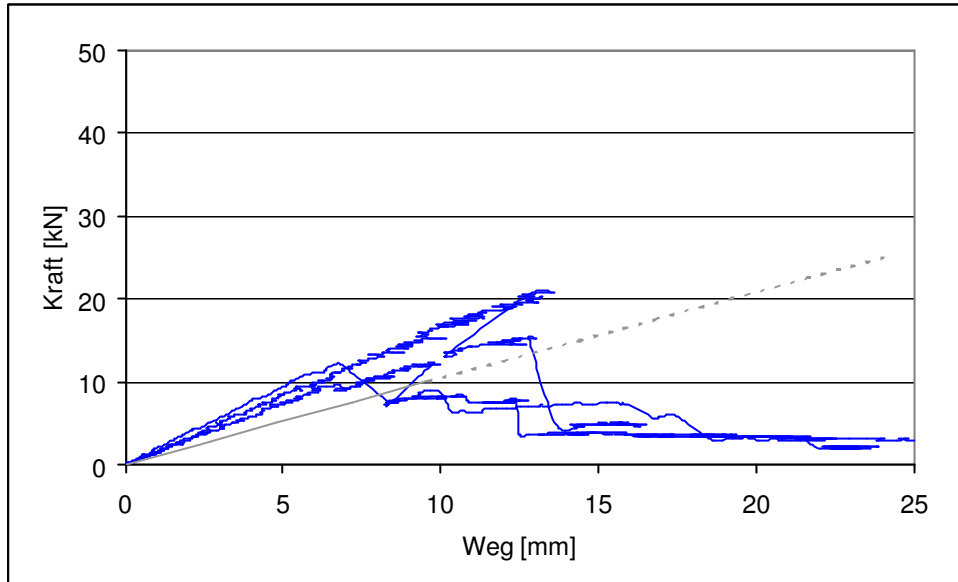
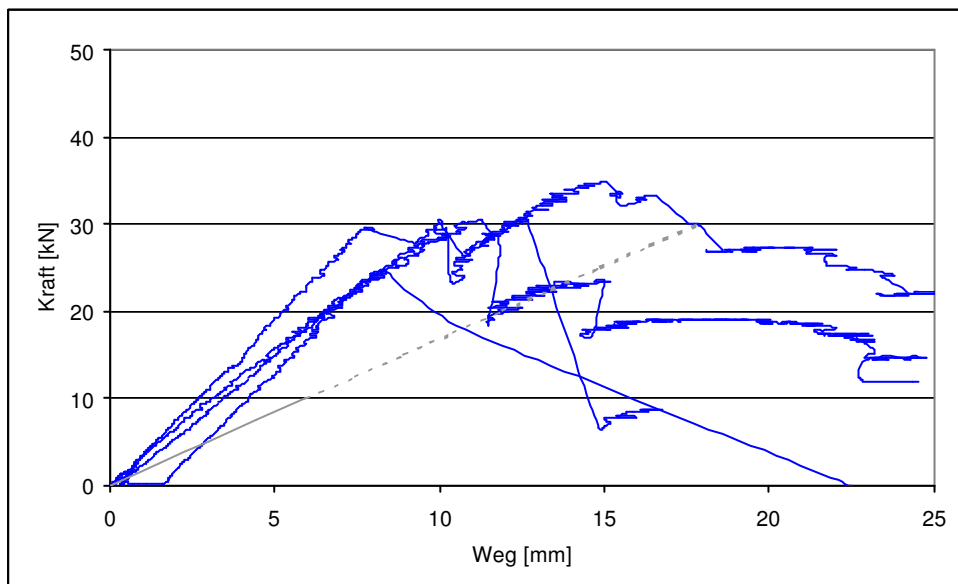


Bild 4.20: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe A)

Versuchsreihe B (s = 650 [mm])



Versuchsergebnisse Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	Rechenmodell
--	--------------

Bild 4.21: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe B)

Der Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur zeigt, dass die rechnerisch unterstellte Tragfähigkeit der Probekörper geringer ist, als die tatsächliche Tragfähigkeit.

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Versuchsreihe A (s = 350 [mm])

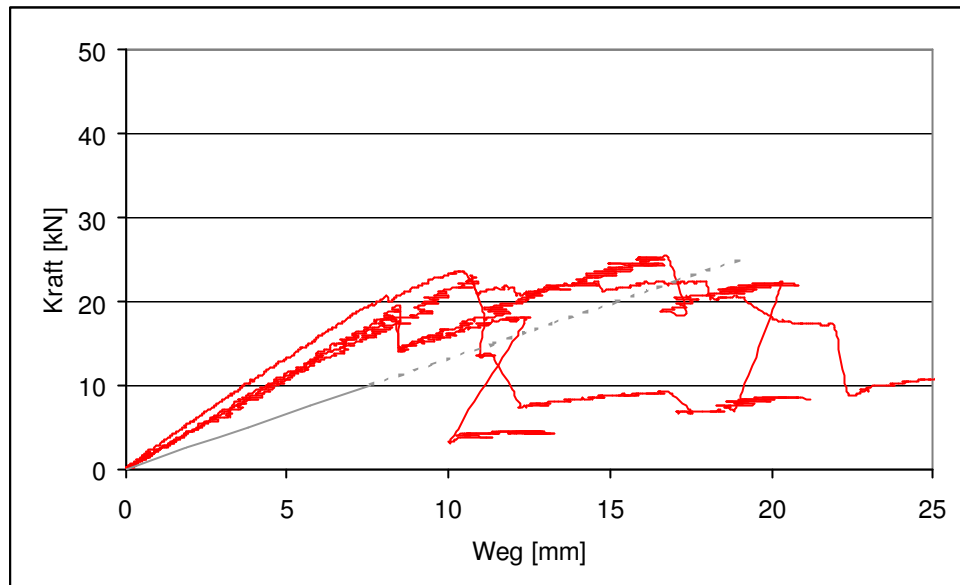
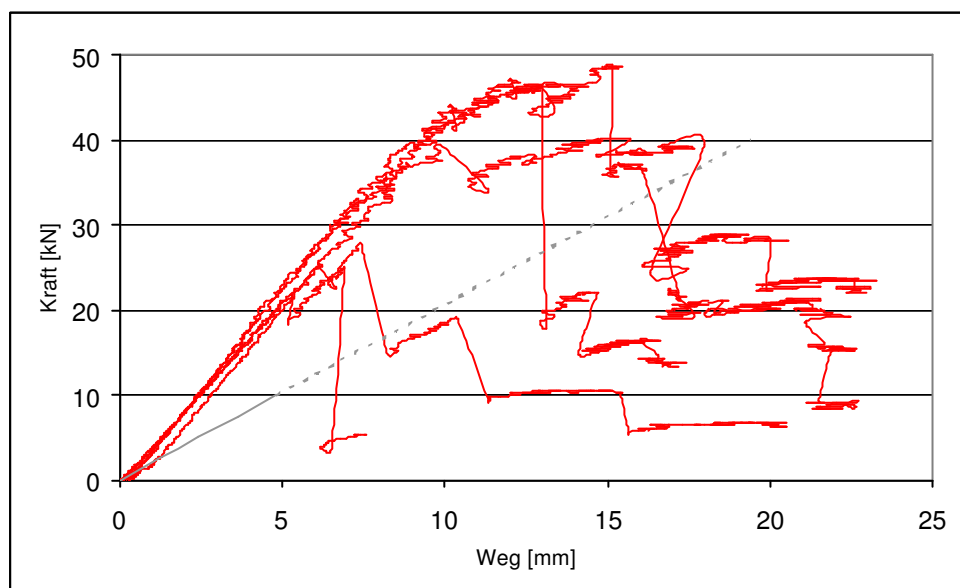


Bild 4.22: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe A)

Versuchsreihe B (s = 650 [mm])



Versuchsergebnisse Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	Rechenmodell
--	--------------

Bild 4.23: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe B)

Der Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur zeigt, dass die rechnerisch unterstellte Tragfähigkeit der Probekörper geringer ist, als die tatsächliche Tragfähigkeit.

4.2.5 Vergleichsrechnung mit Elastizitätszahlen nach DIN 68364 [21]

Die in Bild 4.20 bis Bild 4.23 dargestellten Ergebnisse des Rechenmodells beruhen auf den in Kapitel 3.4.4 vom Verfasser der vorliegenden Arbeit festgelegten Elastizitätszahlen s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} nach Tabelle 3.3/S. 60.

Die nachfolgende Betrachtung zeigt die Ergebnisse des Rechenmodells, wenn die in DIN 68364 *Kennwerte von Holzarten* [21] angegebenen Elastizitätszahlen entsprechend Tabelle 4.1 unverändert als Eingangswerte für die Berechnung der Spannungen und Verformungen nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes verwendet werden. Auf eine Darstellung der sich ändernden MembranstEIFigkeiten A_{ik} und BiegestEIFigkeiten D_{ik} wird verzichtet.

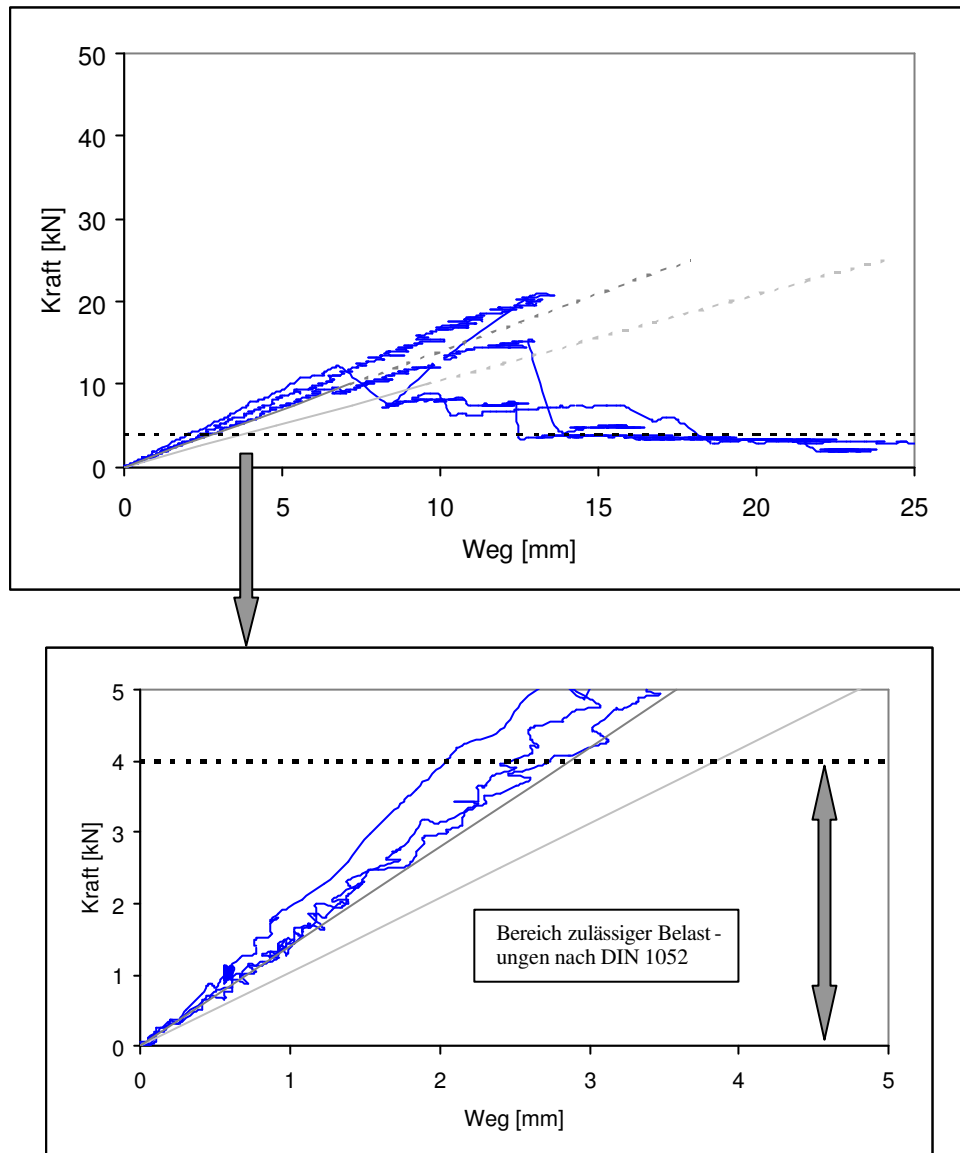
Elastizitätszahlen nach DIN 68364 <i>Kennwerte von Holzarten</i> [21]		
Elastizitätszahl s_{11}	[mm ² /N]	1/450
Elastizitätszahl s_{12}	[mm ² /N]	$-3,3 \cdot 10^{-5}$
Elastizitätszahl s_{22}	[mm ² /N]	1/10000
Elastizitätszahl s_{66}	[mm ² /N]	1/650

Tabelle 4.1: Elastizitätszahlen nach DIN 68364 *Kennwerte von Holzarten* [21]

In den nachfolgenden Abbildungen werden die Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells verglichen. Dargestellt werden jeweils die Kraft-Weg-Kurven. Zugleich begrenzt eine Parallele zur Abszisse den baupraktisch interessanten Bereich, da bei höheren Lasten die nach DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] zulässigen Biegespannungen in den horizontalen Brettlagen bereits überschritten werden.

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Versuchsreihe A ($s = 350$ [mm])



Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

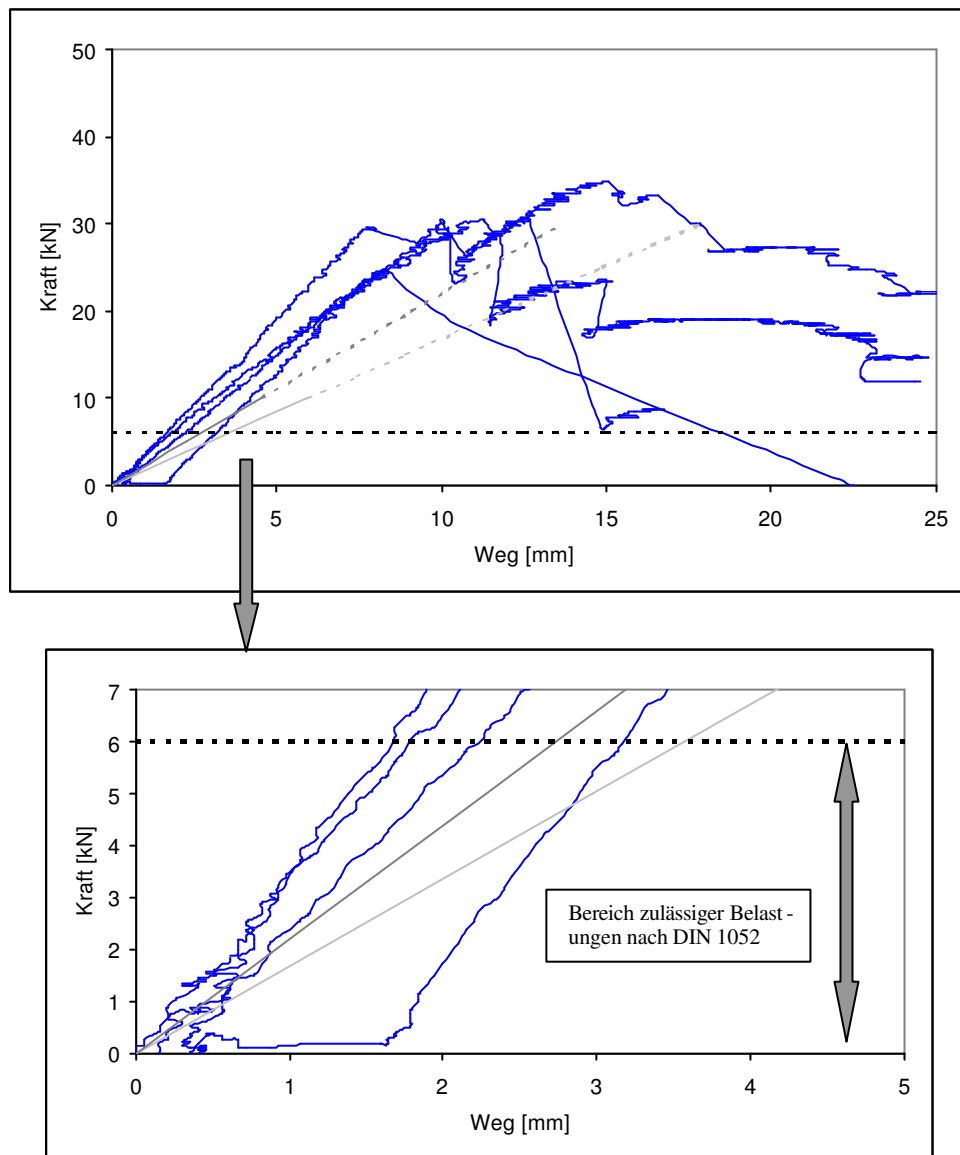
Rechenmodell mit Elastizitätszahlen nach Kapitel 3.4.4

Rechenmodell mit Elastizitätszahlen nach DIN 68364 [21]

----- Zulässige Belastung nach DIN 1052 [15]

Bild 4.24: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe A)

Versuchsreihe B (s = 650 [mm])



Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Rechenmodell mit Elastizitätszahlen nach Kapitel 3.4.4

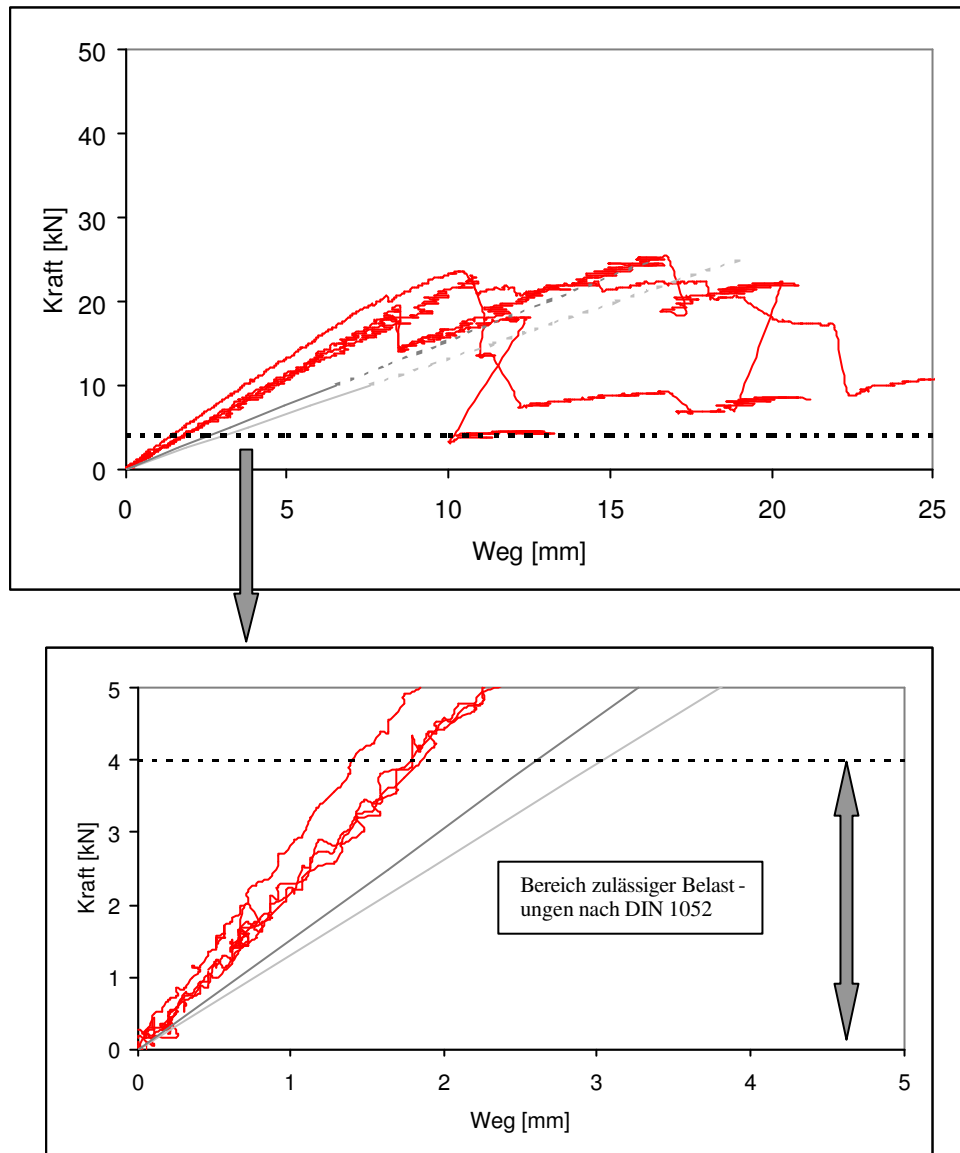
Rechenmodell mit Elastizitätszahlen nach DIN 68364 [21]

----- Zulässige Belastung nach DIN 1052 [15]

Bild 4.25: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe B)

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Versuchsreihe A ($s = 350$ [mm])



Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

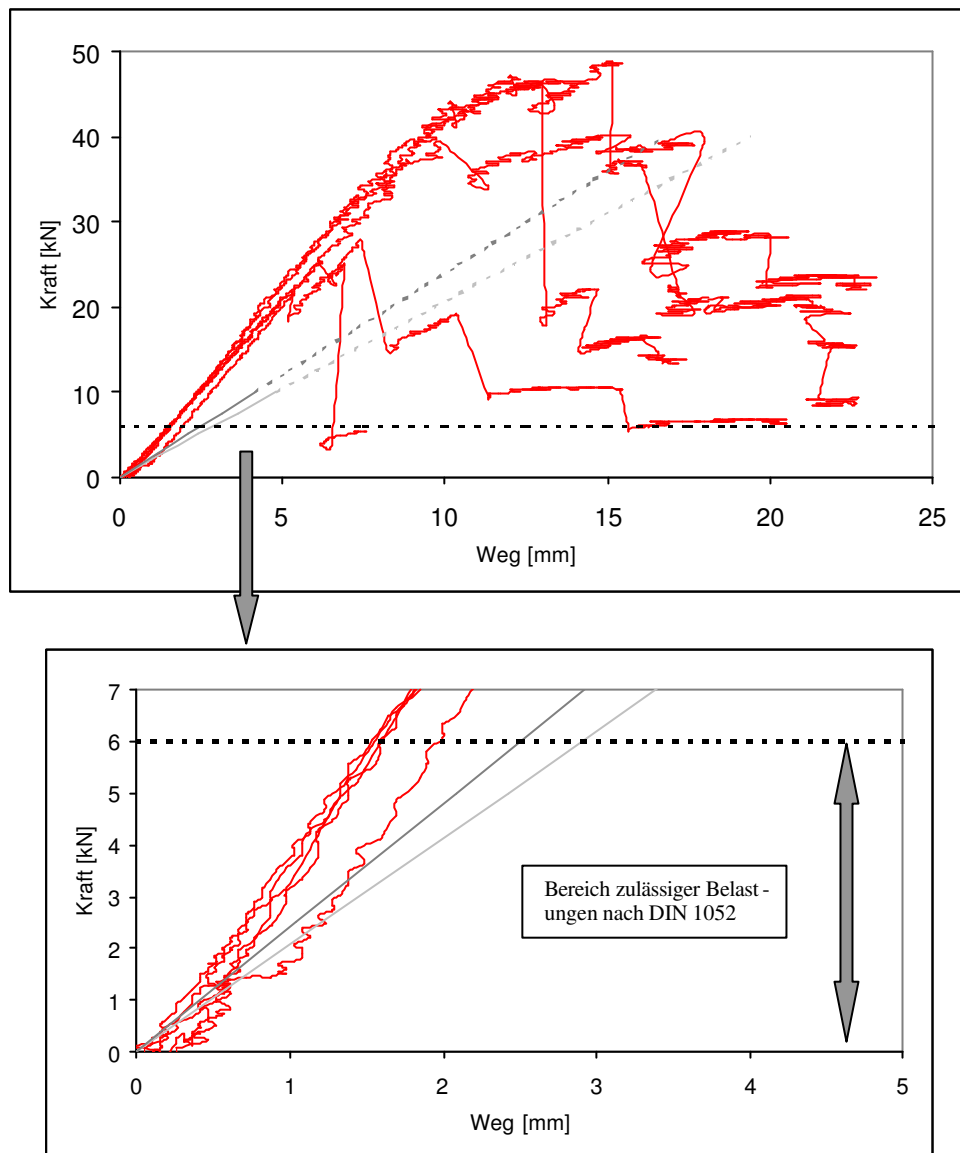
Rechenmodell mit Elastizitätszahlen nach Kapitel 3.4.4

Rechenmodell mit Elastizitätszahlen nach DIN 68364 [21]

----- Zulässige Belastung nach DIN 1052 [15]

Bild 4.26: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe A)

Versuchsreihe B (s = 650 [mm])



Versuchsergebnisse für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Rechenmodell mit Elastizitätszahlen nach Kapitel 3.4.4

Rechenmodell mit Elastizitätszahlen nach DIN 68364 [21]

----- Zulässige Belastung nach DIN 1052 [15]

Bild 4.27: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe B)

Mit den Elastizitätszahlen nach Kapitel 3.4.4 stellen sich Ergebnisse ein, die am weitesten auf der sicheren Seite liegen. Werden die Elastizitätszahlen nach DIN 68364 [21] unverändert übernommen, erhöht sich die Steifigkeit, so dass sich insgesamt ein steilerer Verlauf der Kraft-Weg-Kurve einstellt.

4.2.6 Zusammenfassung

Bei allen Probekörpern stellt sich bis zum Bruch ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen Kraft und Weg ein.

Die Versuche bestätigen die in Kapitel 4.1 gewonnenen Ergebnisse, wonach Brettlagenholz mit diagonaler Struktur steifer ist als Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur. Die Bilder 4.28 und 4.29 vergleichen die Kraft-Weg-Kurven für die Versuchsreihen A und B.

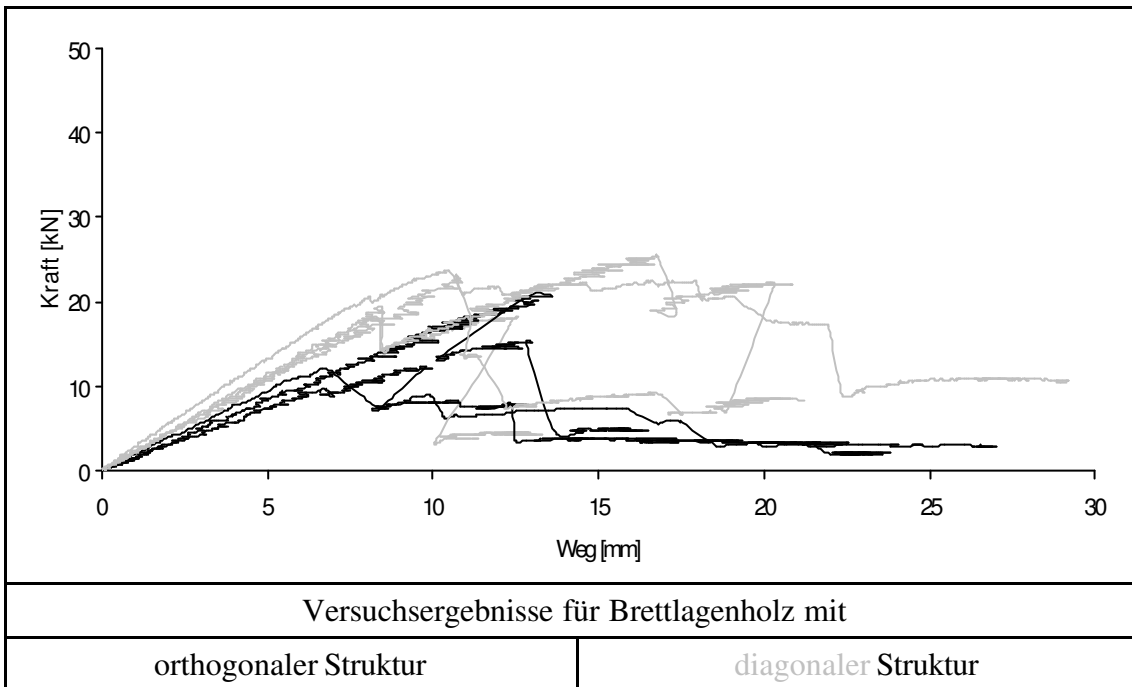


Bild 4.28: Kraft-Weg-Kurven für Versuchsreihe A

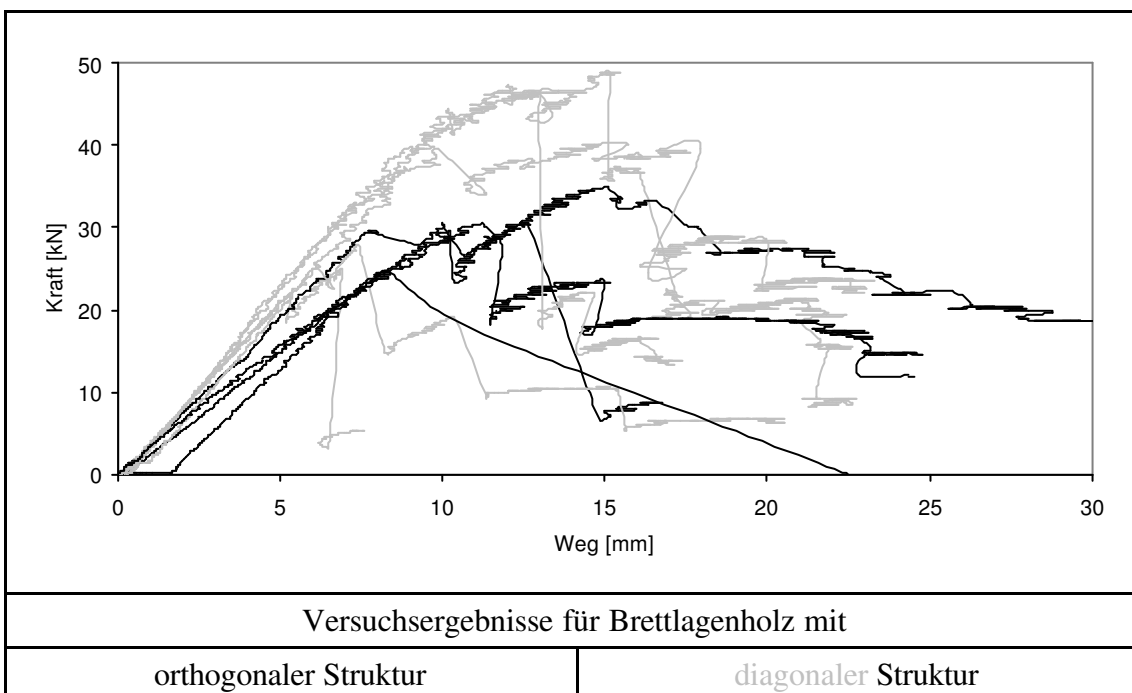


Bild 4.29: Kraft-Weg-Kurven für Versuchsreihe B

Tabelle 4.2 enthält die Mittelwerte der Bruchlasten und der Verformungen im Bruchzustand.

Versuchsreihe A		
	Bruchlast [kN]	Verformung [mm]
Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	15,1	9,8
Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	21,0	9,5
Versuchsreihe B		
Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	28,6	8,9
Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	35,5	9,0

Tabelle 4.2: Vergleich der Bruchlasten und der Verformungen im Bruchzustand

Es zeigt sich, dass Brettlagenholz mit diagonaler Struktur, bei annähernd gleichen Verformungen im Bruchzustand, höhere Bruchlasten aufweist. Anzumerken sei, dass die nach DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] zulässigen Spannungen in den horizontalen Brettlagen bereits bei einem Lastniveau von etwa 4 [kN] bzw. 6 [kN] überschritten sind.

Beim Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen der numerischen Berechnung zeigt sich, dass die tatsächliche Tragfähigkeit der Probekörper größer ist als die rechnerisch unterstellte Tragfähigkeit. Diese Feststellung trifft auf Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur als auch auf Brettlagenholz mit diagonaler Struktur zu. Diese „Tragreserve“ resultiert aus dem Verdrehungswiderstand der verleimten Brett Kreuzungen, der von LISCHKE [64] bei der Herleitung der Werkstoffkenngrößen für Brettlagenholz nicht berücksichtigt worden ist.

Bild 4.30 zeigt den bei allen Probekörpern auftretenden Bruch durch Überschreiten der Biegebruchfestigkeiten in den horizontalen Brettlagen 2 und 4. Die Bruchfestigkeiten sind etwa um den Faktor 5 höher als die nach DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] zulässigen Beanspruchungen. Dieses Ergebnis bestätigt den bei der Bemessung von Holztragwerken zu berücksichtigenden hohen Unsicherheitsbeiwert.



Bild 4.30: Biegebruch in den horizontalen Brettlagen 2 und 4

Da die Ergebnisse auf der sicheren Seite liegen, lässt sich das Trag- und Verformungsverhalten von Wandscheiben aus Brettlagenholz nach Ansicht des Verfassers mit der dargelegten Vorgehensweise hinreichend genau beschreiben. Eine Verfeinerung des Rechenmodells mit dem Ziel, sich an das tatsächliche Trag- und Verformungsverhalten anzunähern, ist zwar grundsätzlich denkbar, doch ist zu beachten, dass sich aufgrund der Eigenschaften des Werkstoffs Holz und deren Streuung keine absolute Genauigkeit erzielen lässt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde auf eine Verfeinerung des Rechenmodells verzichtet, da im Mittelpunkt der Betrachtungen das Aufzeigen einer praktikablen Vorgehensweise zur wirklichkeitsnahen Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz stand.

5 Gedanken zur Optimierung und Wahl einer zweckmäßigen Struktur für eine Wandscheibe aus Brettlagenholz

Die nachfolgenden Ausführungen erläutern die Möglichkeiten zur konstruktiven Durchbildung einer Wandscheibe aus Brettlagenholz im Hinblick auf das Trag- und Verformungsverhalten. Es erfolgt keine quantitative, sondern eine qualitative Ableitung einer optimalen Struktur, die auf der Basis anschaulicher Überlegungen und logischer Schlussfolgerungen gründet. Bauphysikalische Aspekte zur Verbesserung des Wärme-, Feuchte-, Schall- und Brandschutzes bleiben unberücksichtigt.

Im Gegensatz zu Brettschichtholz, das aus verleimten, gleichgerichteten Brettern hergestellt wird, handelt es sich bei Brettlagenholz um einen Verbundwerkstoff aus mindestens zwei miteinander starr verbundenen Brettlagen, deren Faserlängsrichtungen voneinander abweichen. Die Ausrichtung einer Brettlage wird durch den zwischen der globalen x-Richtung und der Faserlängsrichtung der Brettlage eingeschlossenen Winkel ϕ charakterisiert.

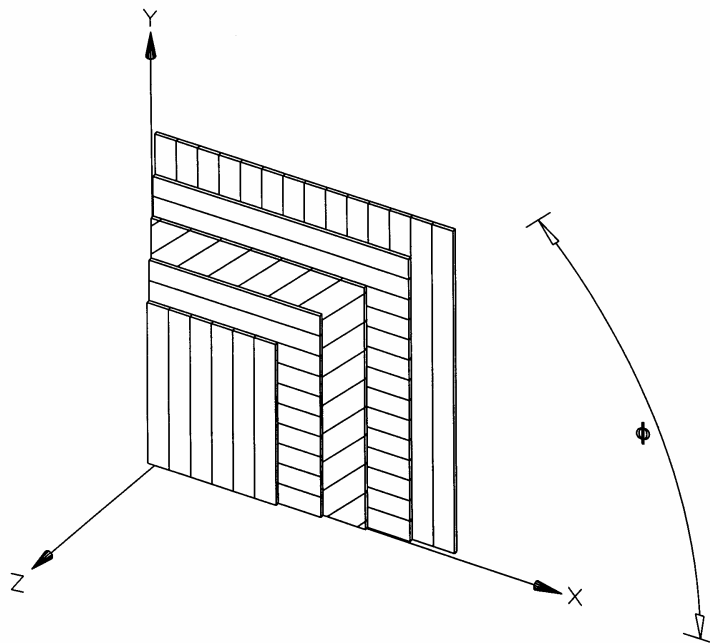


Bild 5.1: Aufbau von Brettlagenholz

Einzelne Brettlagen werden dadurch erzeugt, dass Bretter annähernd gleicher Breite und Dicke knirsch aneinander gelegt werden. Erforderliche Stöße der Einzelbretter in Längsrichtung müssen mit einer Keilzinkenverbindung ausgeführt werden. Die Schmalseiten der Bretter werden nicht verleimt. Die bauaufsichtliche Zulassung für Merk-Dickholz lässt beispielsweise eine bis zu 6 [mm] breite Fuge zwischen den einzelnen Brettern einer Lage zu [12]. Die Bretter einer einzelnen Lage werden nur an ihren Breitseiten mit den Brettern der benachbarten Brettlage verleimt. Auf diese Weise können großflächige Elemente hergestellt werden, deren Abmessungen nur von den zur Verfügung stehenden Leimpresen und den Transportmöglichkeiten begrenzt werden.

Die mechanischen Eigenschaften von Brettlagenholz sind zum einen von den Abmessungen und den Materialkennwerten der verwendeten Einzelbretter abhängig und zum anderen von deren Anordnung und Ausrichtung in der Wandscheibe. Durch Variation dieser Einflussgrößen bieten sich verschiedene Möglichkeiten für die konstruktive Durchbildung einer Wandscheibe aus Brettlagenholz.

5.1 Geometrie der Einzelbretter

In der Bundesrepublik Deutschland sind 1996 über 14,3 Mio. [m³] Schnittholz hergestellt worden, wovon 13,2 Mio. [m³] auf Nadel Schnittholz entfallen sind [82]. Je nach Einschnittbild, Rundholzdurchmesser und Sägetechnik ergeben sich unterschiedliche Mengen an Brettern. Diese beim Sägen anfallenden Bretter werden zwar als Dachschalungen oder als Bretter für Holzböden verwendet, doch sind die Anwendungsmöglichkeiten aufgrund der Querschnittsabmessungen begrenzt. Ähnlich wie beim Brettschichtholz können diese Bretter durch Verleimung zu einem hochwertigen Verbundwerkstoff weiterverarbeitet werden. Da eine gewisse Ähnlichkeit zwischen Brettschichtholz und Brettlagenholz in bezug auf die Herstellung gegeben ist, sollen für die einzelnen Bretter analoge Anforderungen gelten, wie sie bei der Herstellung von Brettschichtholz zu beachten sind. Die in DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] gestellten Anforderungen an die Herstellung tragender Leimverbindungen sind einzuhalten.

Die Dicke der Einzelbretter darf 6 [mm] nicht unterschreiten und 33 [mm] nicht überschreiten. Mit steigender Brettstärke nimmt die Gefahr der Trockenrissbildung zu und die Gewährleistung eines gleichmäßigen Anpressdrucks bei der Verleimung wird erschwert. Da durch eine natürliche Holz Trocknung langfristig nur eine mittlere Holzfeuchtigkeit von 20 % erreicht werden kann und die Verleimungsfeuchten im allgemeinen bei 8 % bis 12 % liegen, ist eine künstliche Holz Trocknung (Kammertrocknung) der Einzelbretter notwendig. Holzfeuchtigkeiten größer 15% sind für Leimverbindungen nach DIN 1052 [15] unzulässig. Um die Gefahr der Trockenrissbildung zu minimieren ist die Dicke der Einzelbretter so gering wie möglich zu wählen. Die bauaufsichtliche Zulassung für Merk-Dickholz schreibt beispielsweise eine Dicke der Einzelbretter von 17 [mm] vor [12].

In der Einzelschicht müssen Unterschiede in der Dicke der einzelnen Bretter beseitigt werden, um eine für die Verleimung ausreichende Passgenauigkeit und eine dünne Leimfuge bei geringem Leimverbrauch zu gewährleisten. Ein Hobeln der breitseitigen Leimflächen ist aus diesen Gründen nach Ansicht des Verfassers erforderlich. Zwar müssen die einzelnen Bretter einer Lage die gleiche Dicke aufweisen, allerdings können die unterschiedlichen Einzellagen durchaus unterschiedliche Dicken aufweisen. Auf diese Weise läßt sich der Aufbau der Wandscheibe aus Brettlagenholzes problemlos an die Belastung anpassen. Möglichen Überbeanspruchungen einzelner Brettlagen kann somit konstruktiv entgegen gewirkt werden.

Die Breite der Einzelbretter darf nicht mehr als 220 [mm] betragen. Durch die Begrenzung der Breite kann bei der Herstellung von Brettschichtholz nach DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] auf Entlastungsnuten in Brett längsrichtung verzichtet werden. Zum einen werden dadurch Eigenspannungen infolge von Holzfeuchtigkeitsänderungen reduziert und zum anderen entfällt im Herstellungsverfahren ein Arbeitsschritt.

5.2 Sortiermerkmale und Sortierklassen der Einzelbretter

Da der überwiegende Anteil des anfallenden Schnittholzes in die Sortierklassen S 7 bzw. S 10 einzuordnen ist, müssen die Einzelbretter der Brettlagen mindestens der Sortierklasse S 7 entsprechen. Diese Anforderung wird zum Beispiel auch in der bauaufsichtlichen Zulassung für Merk-Dickholz gestellt [12]. Zweckmäßig ist, in einer Brettlage nur Bretter gleicher Sortierklasse zu verwenden, da eine Differenzierung der Materialkennwerte innerhalb einer Einzellage im Sinne der Theorie des Mehrschichtenverbundes nicht möglich ist. In diesem Fall wären die ungünstigeren, also kleineren Werte, für die Berechnung der Spannungen und Verformungen anzunehmen. Einzelbretter einer höheren Sortierklasse als S 10 zu verwenden

erscheint unzweckmäßig, weil damit dem angesprochenen wirtschaftlichen Vorteil, beim Sägen oder auch beim Durchforsten anfallendes Holz zu verwenden, widersprochen wird. Trotzdem ist es denkbar, dass in einzelnen Lagen Bretter höherer Tragfähigkeit bzw. höherer Sortierklasse verwendet werden, da durch diese Maßnahme die Wandscheibe aus Brettlagenholz der äußeren Belastung angepasst werden kann.

5.3 Anordnung der Brettlagen

Unter Anordnung ist die Anzahl der einzelnen Brettlagen und deren Lage in Bezug zur Scheibenmittelfläche zu verstehen. Zusammen mit der Ausrichtung der einzelnen Brettlagen bestimmt deren Anzahl und Lage, ob eine zur Scheibenmittelfläche asymmetrisch oder symmetrisch aufgebaute Wandscheibe aus Brettlagenholz erzeugt wird.

Für asymmetrisch zur Scheibenmittelfläche aufgebautes Brettlagenholz sind alle Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} von Null verschieden. Es gilt die konstitutive Beziehung für die Schnittgrößen nach Gleichung 3.81, vgl. Kapitel 3.3.3.

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \\ m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Die Abtragung der Kräfte erfolgt in unterschiedlichen Ebenen, weshalb bezogen auf die Scheibenmittelfläche Versatzmomente entstehen. Diese Versatzmomente verursachen zusätzliche Verformungen und Verkrümmungen der Wandscheibe aus Brettlagenholz. Charakteristisch für asymmetrisch aufgebautes Brettlagenholz sind die auftretenden Koppelsteifigkeiten B_{ik} . Sie verknüpfen Kräfte mit Verkrümmungen und der Verdrillung, sowie Biegemomente mit Dehnungen und Gleitungen.

Bei symmetrischem Aufbau der Wandscheibe aus Brettlagenholz heben sich diese Versatzmomente gegenseitig wieder auf, da jeder Brettlage über der Scheibenmittelfläche genau eine Brettlage mit gleichen Eigenschaften, identischer Ausrichtung und Dicke unterhalb der Scheibenmittelfläche zugeordnet ist, wobei der Abstand beider Brettlagen zur Scheibenmittelfläche übereinstimmen muss. Für symmetrisch zur Scheibenmittelfläche aufgebautes Brettlagenholz vereinfacht sich die konstitutive Beziehung für die Schnittgrößen, da Koppelsteifigkeiten B_{ik} nicht auftreten. Es gilt die konstitutive Beziehung für die Schnittgrößen von Brettlagenholz nach Gleichung 3.87, vgl. Kapitel 3.3.3.

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \\ m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

Der nachfolgende Vergleich veranschaulicht beispielhaft die Unterschiede im Verformungsverhalten zwischen Brettlagenholz mit asymmetrischem Aufbau und Brettlagenholz mit symmetrischem Aufbau. Dem Vergleich liegt eine Wandscheibe aus Brettlagenholz mit den geometrischen Abmessungen nach Kapitel 6.1.1 zugrunde. Die Wandscheibe, die keine Öffnungen aufweist, wird am oberen Scheibenrand mit einer Gleichlast $p = 100$ [kN/m] in Richtung der Scheibenmittelfläche belastet. Die Belastung p und die gewählten Lagerungsbedingungen - gleichmäßige Stützung am unteren und oberen Scheibenrand - entsprechen dem Lastfall 1 des Kapitels 6.1.5. Die untersuchten Wandscheiben aus Brettlagenholz unterscheiden sich nur in der Ausrichtung der Brettlagen 4 und 5. Die Ausrichtung der Einzellagen bei Brettlagenholz mit asymmetrischem bzw. symmetrischem Aufbau ist Tabelle 5.1 zu entnehmen. Die Berechnung der Verformungen erfolgte mit den Eingangswerten nach Tabelle 3.3/S. 60 entsprechend der Theorie des Mehrschichtenverbundes.

	Brettlagenholz mit asymmetrischem Aufbau	Brettlagenholz mit symmetrischem Aufbau
	ϕ [°]	ϕ [°]
Brettlage 1	90	90
Brettlage 2	0	0
Brettlage 3	90	90
Brettlage 4	90	0
Brettlage 5	0	90

Tabelle 5.1: Ausrichtung der Einzellagen bei Brettlagenholz mit asymmetrischem bzw. symmetrischem Aufbau

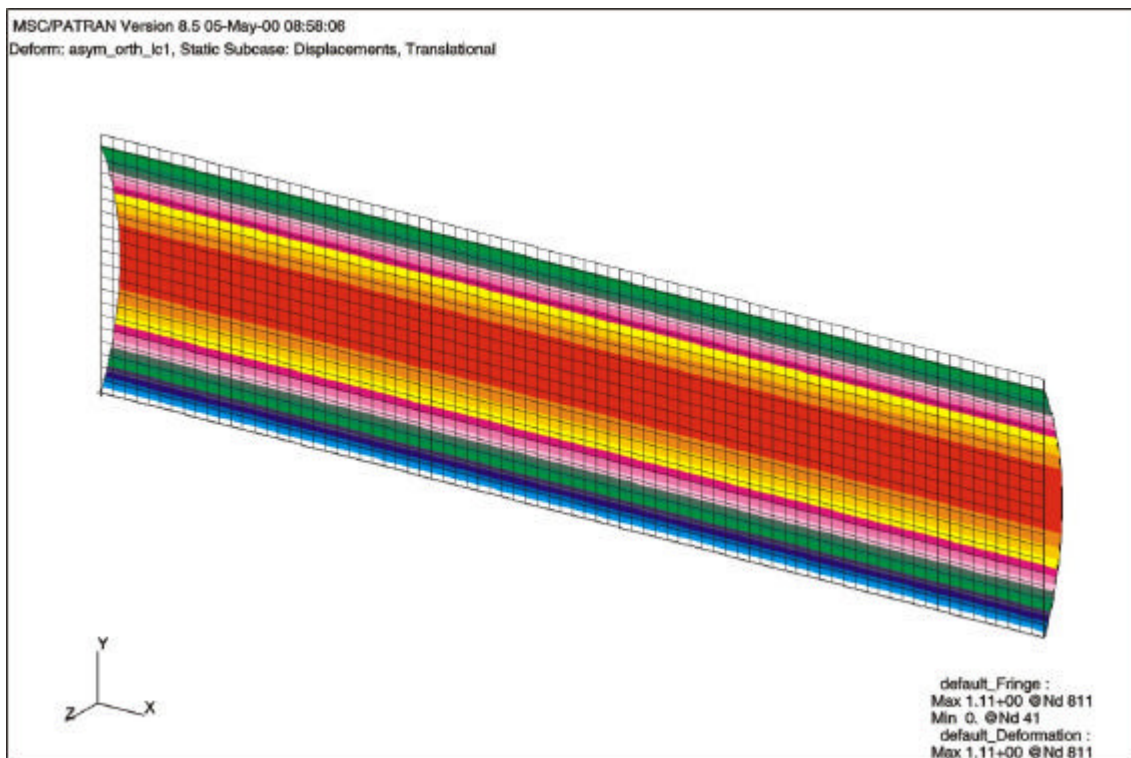


Bild 5.2: Verformungen bei Brettlagenholz mit asymmetrischem Aufbau

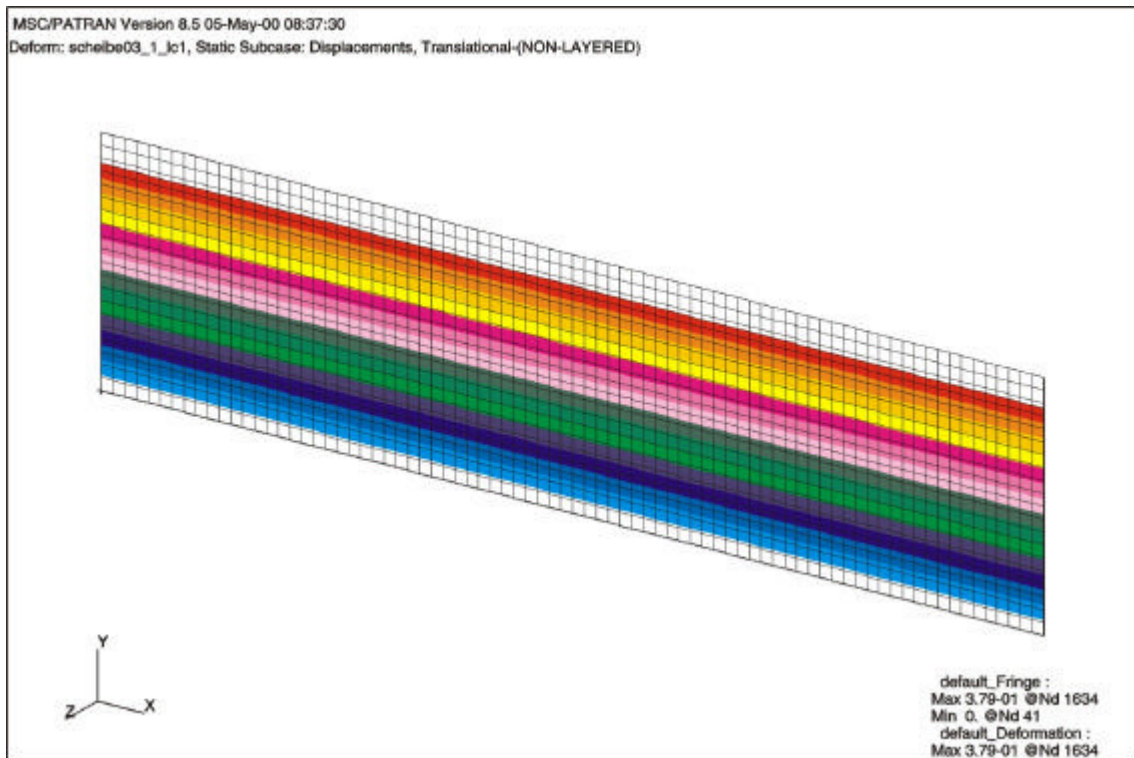


Bild 5.3: Verformungen bei Brettlagenholz mit symmetrischen Aufbau

Verformungen [mm]	Brettlagenholz mit asymmetrischem Aufbau	Brettlagenholz mit symmetrischem Aufbau
x-Richtung	0	0
y-Richtung	-0,40	-0,38
z-Richtung	-1,09	0

Tabelle 5.2: Vergleich der resultierenden Verformungen

Bei Wandscheiben aus Brettlagenholz mit asymmetrischen Aufbau stellen sich bei scheibenartiger Belastung aufgrund der Koppelsteifigkeiten B_{ik} auch Verformungen senkrecht zur Scheibenmittelfläche ein. Diese zusätzlichen Verformungen wirken sich auf das Verformungsverhalten der Wandscheibe negativ aus. Zum einen erhöht sich bei vorwiegend druckbeanspruchten Wandscheiben die Gefahr des Stabilitätsversagens und zum anderen werden die Leimfugen senkrecht zu ihrer Fläche belastet. Um das Auftreten von Koppelsteifigkeiten B_{ik} und die daraus resultierenden, negativen Auswirkungen auf das Verformungsverhalten auszuschließen, ist bei Flächentragwerken, die vorrangig scheibenartig beansprucht werden, ein symmetrischer Aufbau zur Scheibenmittelfläche zu bevorzugen.

Flächentragwerke, also Scheiben, Platten und Schalen, zeichnen sich dadurch aus, dass sie Belastungen in mehreren Richtungen abtragen können. Eine Wandscheibe aus Brettlagenholz kann einem derartigen Tragverhalten dann gerecht werden, wenn die einzelnen Brettlagen mit unterschiedlicher Ausrichtung angeordnet werden. Zweckmäßig ist, wenn die Faserlängsrichtung der einzelnen Bretter in Richtung der zu erwartenden Belastungen verlaufen.

Scheibenartige Bauteile werden durch Volumen- und Einzelkräfte im Innern oder am Rand der Scheibe und Temperaturänderungen belastet. Maßgebende Belastungen sind Linienlasten senkrecht zum Scheibenrand (Vertikallasten) bzw. tangential zum Scheibenrand

(Horizontallasten) sowie Belastungen senkrecht zur Mittelfläche, wie sie beispielsweise aus örtlich einwirkenden Windbeanspruchungen resultieren. Aus den möglichen Belastungen einer Wandscheibe erscheint eine Ausrichtung der Brettlagen in vertikaler und horizontaler Richtung zweckmäßig. Vertikale Brettlagen können vertikale Kräfte aufnehmen, während horizontale Brettlagen die horizontalen Kräfte abtragen können. Horizontale Brettlagen sind zudem im Bereich von Öffnungen notwendig, da sie dort die Funktion eines Unterzugs übernehmen und die Belastungen über Biegung in stützende Bereiche abtragen müssen.

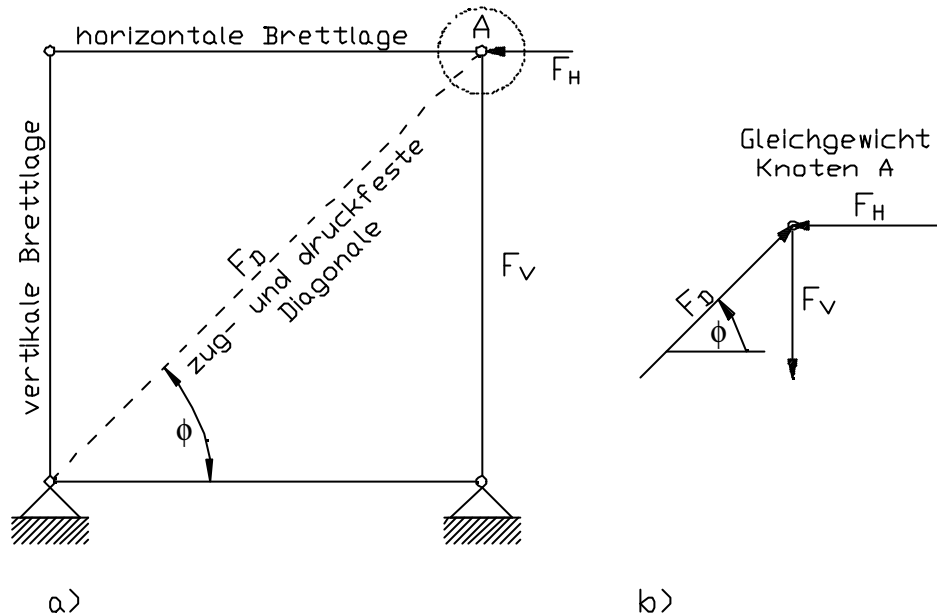


Bild 5.4: Gleichgewicht an einem Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Eine Wandscheibe aus Brettlagenholz mit horizontalen und vertikalen Brettlagen führt zu einer orthogonalen Struktur. Bild 5.4 zeigt ein Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur. Das Gleichgewicht der Kräfte, insbesondere gegenüber horizontalen Lasten, kann bei diesem Ersatzmodell nur durch biegesteife Ausbildung der Knotenpunkte gewährleistet werden (Vierendeel-Tragwirkung), also durch Berücksichtigung des Verdrehungswiderstands der flächenhaft verleimten Brett Kreuzungen. Bei gelenkigem Anschluss der einzelnen Stäbe ist das Gleichgewicht der Kräfte nur mittels einer zug- und druckfest angeschlossenen Diagonale möglich, sonst ist das System verschieblich.

PETERSEN beurteilt in [75] die stabilisierende Wirkung von einfachen Bretterschalungen auf Dächern bzw. Decken, wobei die Bretterschalung mit den Deckenbalken eine rein orthogonale Struktur bildet. Er kommt zu dem Ergebnis, dass sich durch in diagonaler Richtung aufgenagelte Bretter die Steifigkeit gegenüber einer einfachen Bretterschalung wesentlich steigern läßt. Insbesondere zur Kompensation von Schwindwirkungen empfiehlt er, einen vollständigen diagonalen Bretterverband anzuordnen. Diese Erkenntnisse lassen sich auch auf Brettlagenholz übertragen. Um das Tragverhalten von Wandscheiben aus Brettlagenholz bei möglichst geringer Beanspruchung der Leimfugen zu verbessern, ist die Anordnung einer diagonalen Brettlage zweckmäßig.

Eine Wandscheibe aus Brettlagenholz muss demzufolge aus mindestens drei unterschiedlich gerichteten Brettlagen aufgebaut sein, um die auftretenden Belastungen optimal abtragen zu können. Eine Brettlage verläuft in vertikaler Richtung, eine zweite Brettlage in horizontaler Richtung, eine dritte Brettlage ist zur Erhöhung der Steifigkeit in diagonaler Richtung anzuordnen. Diese Anordnung der drei Brettlagen führt jedoch zu einem asymmetrischen Brettlagenholz, bei dem Koppelsteifigkeiten B_{ik} auftreten.

Daraus folgt, dass Brettlagenholz aus mindestens drei Brettlagen unterschiedlicher Ausrichtung aufgebaut sein muss. Die Anordnung der Brettlagen muss dabei symmetrisch zur Mittelfläche erfolgen, um das Auftreten von Koppelsteifigkeiten B_k und daraus resultierender Verkrümmungen unter scheibenartiger Beanspruchung auszuschließen.

Ein fünfflagiger Aufbau mit vertikal verlaufenden Brettlagen auf den Außenseiten, jeweils anschließenden horizontalen Brettlagen und einer mittig angeordneten diagonalen Brettlage erfüllt die Symmetrieanforderung und gewährleistet, dass die möglichen Lasten abgetragen werden können. Die äußeren Brettlagen übernehmen die vertikalen Lasten und bilden zusammen mit der diagonalen Mittellage das Gleichgewicht für angreifende Horizontallasten, wenn der linke und rechte Scheibenrand nicht gestützt ist (vgl. Kapitel 5.4 und 6.1.5). Im Hinblick auf die Stabilitätsgefahr sind außenliegende, vertikale Brettlagen von Vorteil, da der nutzbare Hebelarm der inneren Kräfte am größten ist. Durch die diagonal verlaufende Mittellage erhöht sich die Steifigkeit der Gesamtkonstruktion. Die horizontal verlaufenden Brettlagen tragen die Belastungen bei Öffnungen über Biegung in stützende Bereiche ab.

Um die Zahl notwendiger Arbeitsgänge zu begrenzen, und nicht zuletzt aus wirtschaftlichen Überlegungen heraus, sollte die Zahl der Einzellagen minimiert werden, da mit jeder weiteren Einzellage zusätzliche Kosten für Bretter und insbesondere Verleimung anfallen. Wandscheiben mit mehr als fünf Brettlagen sollten deshalb die Ausnahme sein. Gegebenenfalls kann aber durch zusätzliche Brettlagen die Tragfähigkeit der Wandscheibe aus Brettlagenholz erhöht und der Belastung angepasst werden. In diesem Zusammenhang wäre der Einsatz dickerer Bretter bzw. Bohlen unter der Voraussetzung sorgfältiger Trocknung zu prüfen.

Zu klären ist die Frage, unter welchem Winkel ϕ die diagonale Brettlage gegenüber der globalen x -Richtung ausgerichtet sein muss. In Abhängigkeit der Belastung resultiert der für die diagonale Mittellage optimale Winkel aus dem Minimum der Formänderungsenergie. Aus fertigungstechnischen Gründen wird im Rahmen dieser Arbeit die diagonale Mittellage mit einem Winkel $\phi = 45^\circ$ gegenüber der globalen x -Richtung ausgerichtet. Diese Ausrichtung vereinfacht die Herstellung, da die Gefahr nicht besteht, dass die diagonale Brettlage mit einer falschen Neigung eingebaut wird.

Die im Kapitel 4 erläuterten Versuche zum Tragverhalten von Brettlagenholz bestätigen die höhere Steifigkeit von Brettlagenholz mit diagonalen Struktur im Vergleich zu Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur.

Die Abtragung der Lasten erfolgt bei Brettlagenholz mit diagonalen Struktur in guter Näherung über eine fachwerkartige Tragwirkung. Die fachwerkartige Tragwirkung wird beispielhaft anhand eines Unterzugs über einer Öffnung in einer Wandscheibe aus Brettlagenholz mit diagonalen Struktur veranschaulicht. Der Aufbau der Wandscheibe entspricht den Angaben aus Tabelle 3.2/S. 51. Die Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe für diese beispielhafte Betrachtung sind Tabelle 5.3 zu entnehmen. Die Breite der Öffnung betrage 1,50 [m], die Höhe des Unterzugs 0,75 [m].

Stab	b/h [mm]	Elastizitätsmodul E [N/mm ²]
Vertikalstab V_a	$2 \cdot 22/250$	10000
Vertikalstab V_i	$2 \cdot 22/500$	10000
Horizontalstab H	$2 \cdot 22/250$	10000
Diagonalstab D	$1 \cdot 22/(500 \cdot \sqrt{2})$	10000

Tabelle 5.3: Abmessungen und Elastizitätsmodul der Einzelstäbe

Bild 5.5 zeigt das für den Unterzug und die stützenden Bereiche links und rechts der Öffnung gewählte Ersatzmodell. Im Ersatzmodell weist der Unterzug eine Höhe von 0,50 [m] auf. Dieses Maß entspricht dem Hebelarm der inneren Kräfte bei einem Rechteckquerschnitt, der näherungsweise mit $2/3$ der Bauhöhe angesetzt werden kann.

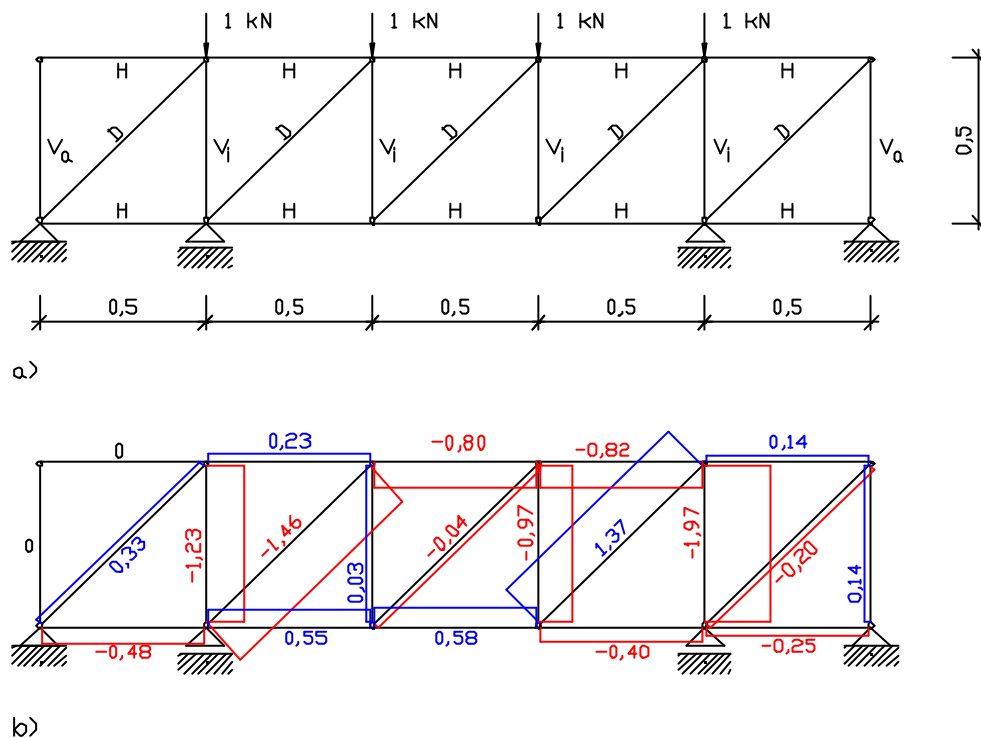


Bild 5.5: Ersatzmodell (Längen in [m]) und Normalkraftverteilung [kN] für einen Unterzug über einer Öffnung (Brettlagenholz mit diagonaler Struktur)

Die Normalkraftverteilung in Bild 5.5b zeigt, dass die Belastung über Normalkräfte in die stützenden Bereiche links und rechts der Öffnung abgetragen wird, Querkräfte und Biegemomente treten nicht auf. Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur ist ein derartiges Kräftegleichgewicht möglich ohne dass Kräfte über schmalseitige Fugen der Einzelbretter geleitet werden müssen und ohne die Verdrehungssteifigkeit der verleimten Brett Kreuzungen ansetzen zu müssen. Es muss lediglich gewährleistet sein, dass Kräfte über die Leimfuge in die benachbarten Brettlagen weitergeleitet werden können.

5.4 Ausbildung der vertikalen Fugen

Der linke und rechte Scheibenrand ist in allen Richtungen jeweils frei verschieblich. Baupraktisch bedeutet dies eine Fuge an den Wandecken, in der keine Schub- und Normalkräfte übertragen werden können. Durch diese Fugenausbildung wird eine eindeutige und kontrollierte Abtragung der Lasten gewährleistet. Eine eindeutige und kontrollierte Abtragung der Lasten ist zwingend erforderlich, um ungünstige Einflüsse auf das Trag- und Verformungsverhalten von Wandscheiben aus Brettlagenholz auszuschließen. Zudem kann im Holzbau aufgrund der Verschieblichkeit der Verbindungsmittel die Größenordnung und die Auswirkung unkontrollierter Lasteinleitungen nicht genau bestimmt werden.

Im Hinblick auf die räumliche Steifigkeit führen nicht kraftschlüssig miteinander verbundene Wandecken zwar zu größeren Verschiebungen, doch ist die räumliche Steifigkeit insgesamt gewährleistet. Wie Bild 5.6 zeigt, kann eine horizontale Belastung H am Wandkopf durch Schubkräfte T entlang des unteren Scheibenrandes und eine Zugkraft Z sowie eine Druckkraft D aufgenommen werden (vgl. auch Kapitel 6.2.3). Senkrecht zur Scheibenmittelfläche wird die räumliche Steifigkeit durch schubfeste Verbindung mit den aussteifenden, nicht tragenden Innenwänden und der Deckenscheibe gewährleistet.

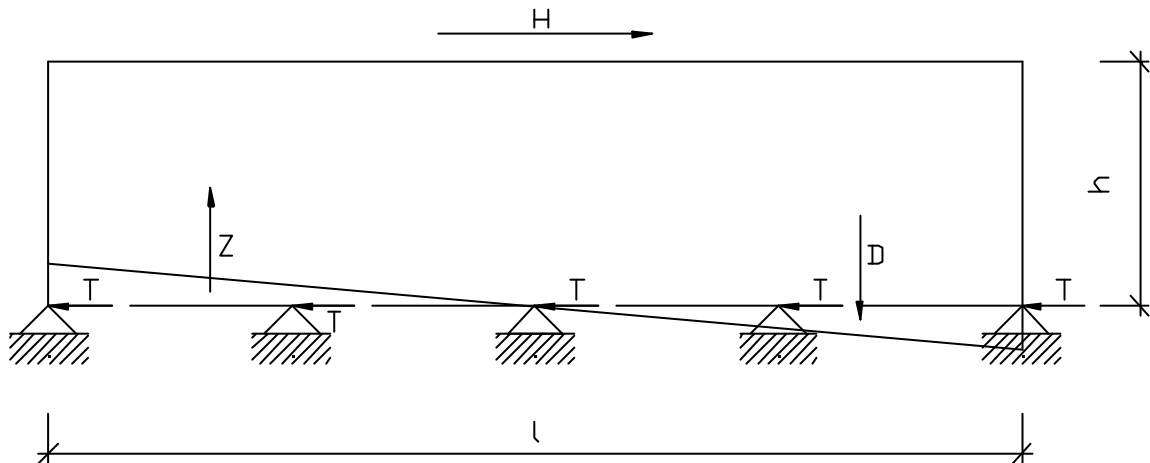


Bild 5.6: Abtragung horizontaler Lasten

Die nicht kraftschlüssig miteinander verbundenen Wandecken müssen selbstverständlich, wie alle anderen Fugen, bauphysikalischen Anforderungen, insbesondere im Hinblick auf die Dichtigkeit, genügen.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

6.1 Annahmen

Im nachfolgenden Kapitel werden die Ergebnisse der Berechnungen, die mit dem Finite-Element-Programm MSC/NASTRAN auf der Basis der Werkstoffkenngrößen nach LISCHKE [64] ermittelt worden sind, dokumentiert und bewertet.

Die Berechnungen werden zum einen an Wandscheiben ohne Öffnungen und zum anderen an Wandscheiben mit Öffnungen durchgeführt. Von besonderem Interesse sind dabei die Unterschiede im Trag- und Verformungsverhalten zwischen Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur, vor allem auch im Hinblick auf Beanspruchungsspitzen wie sie im Bereich von Tür- oder Fensteröffnungen auftreten können.

Die Darstellung und Auswertung der wesentlichen Ergebnisse erfolgt, getrennt für jeden Lastfall, mit gleichbleibender Systematik. Den Ergebnissen für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur schließen sich die Ergebnisse für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur an. Die wesentlichen Unterschiede im Trag- und Verformungsverhalten werden jeweils zusammengefasst. Dargestellt werden die sich einstellenden Verformungen sowie die Spannungen in den Einzellagen, da sich hier die wesentlichen Unterschiede im Trag- und Verformungsverhalten verdeutlichen lassen. Zusätzliche Ergebnisse werden dort angegeben, wo es zur Verbesserung der Anschaulichkeit führt.

Die graphische Darstellung der Verformungen erfolgt mit Bezug auf das globale Koordinatensystem. Die Spannungen in den Einzellagen werden mit Bezug auf das lokale Koordinatensystem der einzelnen Brettlage ausgegeben. Beim lokalen Koordinatensystem handelt es sich um ein Rechtssystem, dessen x -Richtung in Faserlängsrichtung der Einzellage verläuft.

Hinsichtlich der Spannungen in den Einzellagen ist vorzuschicken, dass auf die Darstellung der Normalspannungen σ_y verzichtet wird, da bei der Festlegung der Eingangswerte für die Berechnung der Spannungen und Verformungen nach der Methode der Finiten Elemente die Steifigkeit senkrecht zur Faserlängsrichtung vernachlässigt wurde. Die Tragfähigkeit senkrecht zur Faserlängsrichtung wurde daher nur mit dem Kehrwert der Tragfähigkeit in Faserlängsrichtung angesetzt (vgl. Kapitel 3.4.4 und Tabelle 3.3/S. 60). Diese geringe Steifigkeit senkrecht zur Faserlängsrichtung führt in allen Einzellagen dazu, dass die Normalspannungen σ_y von vernachlässigbar kleiner Größenordnung sind.

Normalspannungen σ_z und Schubspannungen τ_{yz} sowie τ_{zx} treten aufgrund der in Kapitel 3.3 getroffenen Annahmen nicht auf.

Zur Verbesserung der Lesbarkeit sind die den Lastfällen zugeordneten Symbole nach Tabelle 6.2/S. 102 auf den Ergebnisgraphiken wiederzufinden. Die Grenzwerte des farblich abgestuften Ergebnisspektrums orientieren sich an den nach DIN 1052 *Holzbauwerke* [15] zulässigen Spannungen für Nadelholz der Sortierklasse S 10.

6.1.1 Geometrie

Die Festlegung der geometrischen Abmessungen der Wandscheibe ist im Hinblick auf im Wohnungsbau denkbare Abmessungen für Fertigteile und unter Beachtung der Herstellungstechnik erfolgt. Beispielsweise kann Merk-Dickholz in Längen bis zu 14,80 [m] und Breiten bis zu 4,80 [m] gefertigt werden [12].

Bild 6.1 enthält die geometrischen Abmessungen der Wandscheibe ohne bzw. mit Öffnungen, sowie die Ausrichtung des globalen Koordinatensystems. Beim globalen Koordinatensystem handelt es sich um ein Rechtssystem. Die Richtung der z -Achse zeigt aus der Bildebene in Richtung des Betrachters.

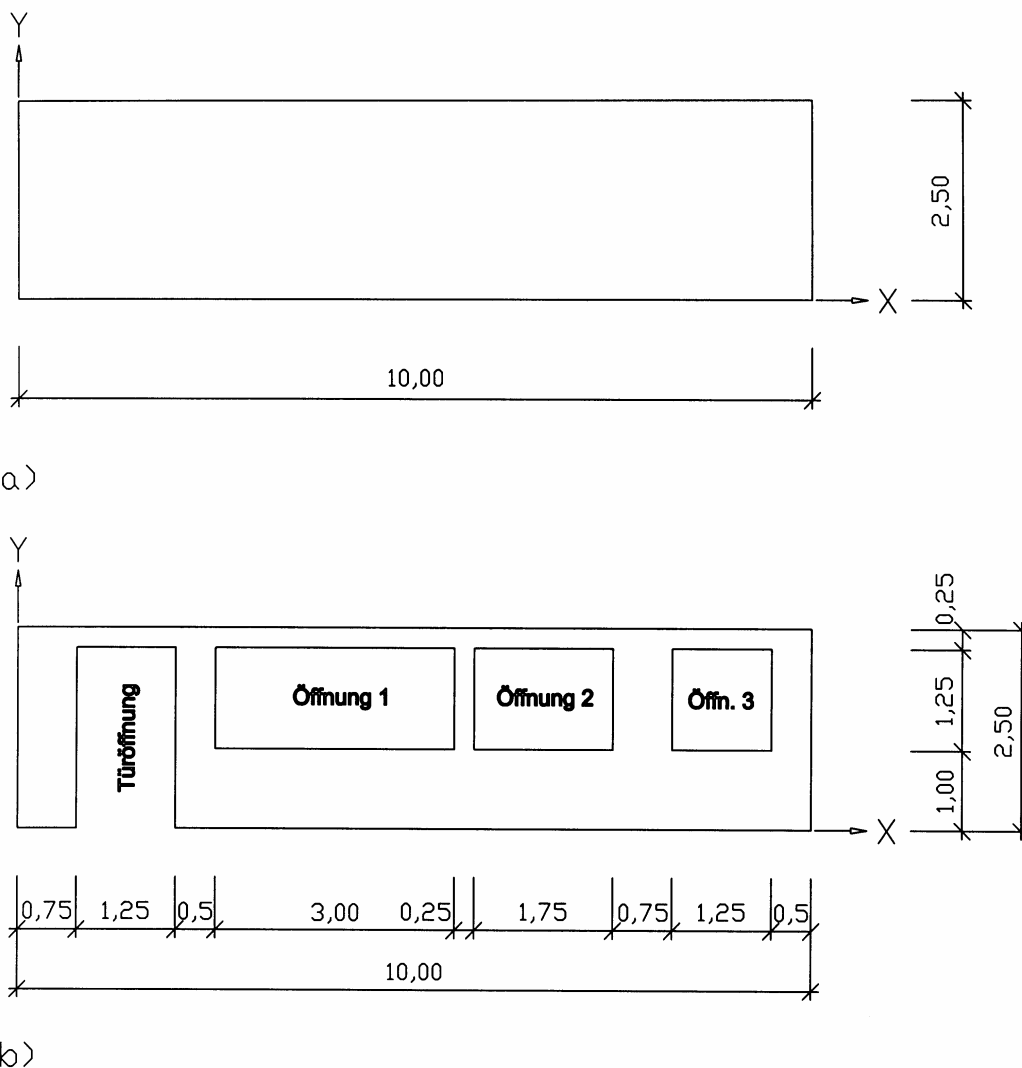


Bild 6.1: Geometrische Abmessungen (in [m]) der Wandscheibe a) ohne Öffnungen und b) mit Öffnungen

6.1.2 Aufbau der Wandscheiben aus Brettlagenholz

Den Berechnungen liegt Brettlagenholz mit fünf Einzellagen bei einer Gesamtdicke $d = 5 \cdot 22$ [mm] = 110 [mm] zugrunde. Der Aufbau der Wandscheiben aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur entspricht den Angaben des Kapitels 3.4.2.

6.1.3 Finite-Element-Modellierung

Die Berechnung der Spannungen und Verformungen der Wandscheiben aus Brettlagenholz sind mit dem Finite-Element-Programm MSC/NASTRAN, Version 70.5.2 durchgeführt worden [49], [59].

Alle für die Berechnung notwendigen Daten werden dabei in sogenannten „Karten“ abgespeichert, deren Format fest vorgegeben ist [49]. Diese „Karten“ ermöglichen und erleichtern eine Kontrolle in den Eingabe- und Ausgabedateien. Sie sind mit dem Programm MSC/PATRAN, Version 8.5 erstellt worden, mit dem auch die graphische Auswertung der Ergebnisse erfolgt ist. Das Format dieser „Karten“ wird in Anhang 2 exemplarisch erläutert.

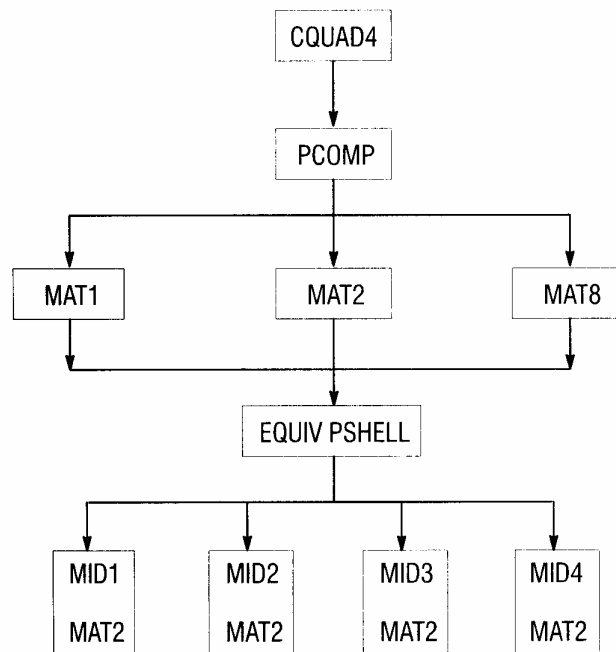


Bild 6.2: Ablaufschema zur Berechnung von Composites [59]

Durch das "Aufeinanderstapeln" beliebig vieler Einzellagen ergibt sich ein mehrlagiges Flächenelement, das sowohl eben als auch gekrümmt sein kann. Basierend auf dem in Bild 6.2 dargestellten Ablaufschema und der Theorie des Mehrschichtenverbundes, ist mit dem Finite-Element-Programm MSC/NASTRAN die Berechnung der Spannungen und Verformungen derartiger Flächenelemente möglich.

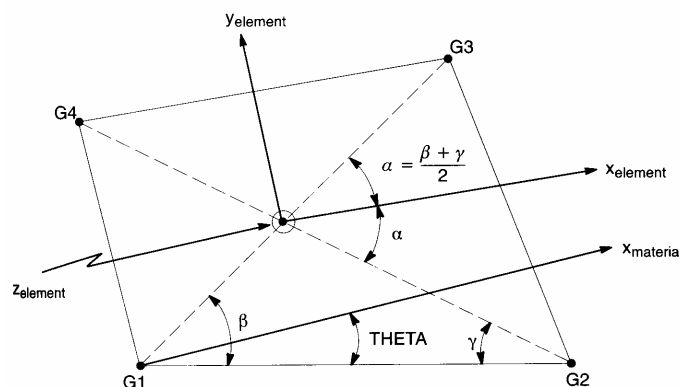


Bild 6.3: CQUAD4-Element [59]

Die mehrlagige Struktur ist mit CQUAD4-Elementen modelliert worden. Wie in Bild 6.3 dargestellt, weist ein CQUAD4-Element vier Knotenpunkte auf. Das zweidimensionale CQUAD4-Element ist aufgrund seiner Vielseitigkeit das am häufigsten verwendete Element für die Berechnung von Scheiben, Platten und Schalen [59]. Die wesentlichen Eigenschaften des verwendeten Elementes, insbesondere die eingeführten Knotenfreiheitsgrade, werden in Anhang 3 näher erläutert.

Die spezifischen Eigenschaften der CQUAD4-Elemente werden bei mehrlagigen Strukturen in der PCOMP-Karte definiert. Die PCOMP-Karte gibt hinsichtlich der vorhandenen Einzellagen Aufschluss über deren Werkstoffeigenschaften, deren Ausrichtung sowie deren Dicke.

In der MAT2-Karte werden den Einzellagen von Brettlagenholz zweidimensional anisotrope Eigenschaften zugewiesen. Die anisotropen Eigenschaften der Einzellagen werden durch die Steifigkeitskoeffizienten Q_{ik} der Steifigkeitsmatrix \mathbf{Q} charakterisiert. Sie resultieren unmittelbar aus den Elastizitätszahlen s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} (vgl. Kapitel 3.3.2). In Kapitel 6.1.4 werden die der Berechnung zugrunde liegenden Elastizitätszahlen s_{11} , s_{12} , s_{22} und s_{66} und die daraus resultierenden Steifigkeitskoeffizienten Q_{ik} wiedergegeben.

Aus den bisher getätigten Eingaben leitet MSC/NASTRAN die der mehrlagigen Struktur entsprechenden Einträge in der PSHELL-Karte ab. Bei diesem Rechengang werden bis zu vier "neue" Werkstoffe (MID1 bis MID4) generiert. Diese "neuen" Werkstoffe kennzeichnen das Tragverhalten des Schalenelements im Hinblick auf Membranbeanspruchung (MID1), Biegebeanspruchung (MID2), Querkraftbeanspruchung (MID3) und koppelnde Beanspruchungen (MID4). Den "neuen" Werkstoffen wird jeweils die MAT2-Karte zugewiesen. Die Kontrolle der Ausgabedatei zeigt, dass die Einträge in den MAT2-Karten den Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} entsprechen, womit das Tragverhalten von Brettlagenholz zutreffend charakterisiert wird.

Im Mittelpunkt der Betrachtungen steht nicht das Auffinden numerisch exakter Ergebnisse, sondern die Darlegung der wesentlichen Unterschiede im Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur. Eine wesentliche Bedeutung hat die Plausibilitätskontrolle der erzielten Ergebnisse. Um die Ergebnisse anschaulich auswerten zu können, sind die untersuchten Wandscheiben aus Brettlagenholz ausreichend fein vernetzt worden. Die Kantenlänge der quadratischen CQUAD4-Elemente beträgt einheitlich 125 [mm]. Eine Netzverfeinerung erhöht zwar in aller Regel die Qualität der Ergebnisse, doch hätte sie in Anbetracht der Zielvorstellung die Übersichtlichkeit verschlechtert. Anhang 3 beinhaltet die Ergebnisse der Konvergenzstudien, die für die einzelnen Lastfälle durchgeführt wurden. Dabei wurden die Kantenlängen der CQUAD4-Elemente schrittweise bis auf eine Länge von 12,5 [mm] reduziert. Es hat sich gezeigt, dass die sich einstellenden Abweichungen hinsichtlich der Verformungen etwa 12 % betragen, eine in Anbetracht der Zielvorstellung vertretbare Größenordnung.

6.1.4 Eingangswerte für die Finite-Element-Berechnung

Als Eingangswerte für die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Wandscheiben aus Brettlagenholz nach der Methode der Finiten Elemente dienen die in Tabelle 6.1 angegebenen Elastizitätszahlen s_{ik} , die in Kapitel 3.4.4 vom Verfasser der vorliegenden Arbeit festgelegt wurden (vgl. Tabelle 3.3/S. 60). Aus diesen Elastizitätszahlen lassen sich nach Gleichung 3.39/S. 39 bis Gleichung 3.42/S. 40 die Steifigkeitskoeffizienten Q_{ik} ermitteln. Die Elastizitätszahlen und die Steifigkeitskoeffizienten gelten jeweils für eine

Einzelschicht und sind bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur identisch (vgl. Abschnitt 3.4).

Eingangswerte			
Elastizitätszahlen s_{ik}	[mm ² /N]	Steifigkeitskoeffizienten Q_{ik}	[N/mm ²]
s_{11}	10000	Q_{11}	1/10000
s_{12}	0	Q_{12}	0
s_{22}	1/10000	Q_{22}	10000
s_{66}	0,0096	Q_{66}	104,2

Tabelle 6.1: Eingangswerte für die Finite-Element-Berechnung

Werden ausgehend von diesen Elastizitätszahlen die Werkstoffkenngrößen A_k , B_k und D_k der mehrlagigen Wandscheibe nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes ermittelt, zeigt sich, wie in Kapitel 3.4.6 dargelegt, dass die Membransteifigkeiten A_{ik} bei nur geringen Abweichungen der Biegesteifigkeiten D_{ik} mit LISCHKE [64] übereinstimmen.

Die Werkstoffkenngrößen A_k , B_k und D_k für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur sind in Tabelle 3.4/S. 64 bzw. Tabelle 3.5/S. 64 zu finden.

6.1.5 Lastfälle und Lagerungsbedingungen

Die Berechnung der Spannungen und Verformungen erfolgt anhand von Lastfällen, die für Wandscheiben charakteristisch sind. Es handelt sich um Belastungen, die zum einen eine scheibenartige Beanspruchung, und zum anderen eine plattenartige Beanspruchung in den Wandscheiben hervorrufen. Plattenartige Beanspruchungen können beispielsweise aus einer örtlichen Windbelastung resultieren.

Lastfälle

Es werden vier Lastfälle untersucht. Den einzelnen Lastfällen ist das in Tabelle 6.2 wiedergegebene Symbol zugeordnet, das auf den Ergebnisgraphiken wiederzufinden ist.

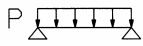

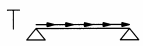

Lastfall	Symbol	Beschreibung
1		Gleichlast p am oberen Rand der Wandscheibe
2		Linear veränderliche Belastung L am oberen Rand der Wandscheibe
3		Horizontale Belastung T am oberen Rand der Wandscheibe
4		Gleichlast p am oberen Rand der Wandscheibe in Verbindung mit einer Flächenlast w senkrecht zur Wand

Tabelle 6.2: Lastfälle

Tabelle 6.3 enthält die Größenordnung der auf die Wandscheiben aus Brettlagenholz aufgebracht Belastung. Bei den Wandscheiben mit Öffnungen stellen sich aufgrund der

Querschnittsschwächungen höhere Spannungen und Verformungen ein, weshalb die aufgebrauchte Belastung, mit Ausnahme des Lastfalls 3, reduziert wird.

Lastfall	Scheibe ohne Öffnungen	Scheibe mit Öffnungen
	orthogonal - diagonal	orthogonal - diagonal
	[kN/m], [kN/m ²]	[kN/m], [kN/m ²]
1	$p = 100$	$p = 20$
2	$L(x) = 100 - 20 \cdot x$ $0 = x = 10$ [m]	$L(x) = 20 - 4 \cdot x$ $0 = x = 10$ [m]
3	$T = 1$	$T = 1$
4	$p = 100, w = 0,5$	$p = 20, w = 0,5$

Tabelle 6.3: Größenordnung der aufgebrauchten Belastung

Lagerungsbedingungen

Die Lagerungsbedingungen werden durch Festhalten der Freiheitsgrade der Knotenpunkte festgelegt. Die den Berechnungen zugrunde liegenden Lagerungsbedingungen sehen die Aufnahme von Biegemomenten nicht vor.

Der obere Rand der Wandscheibe wird bei allen vier Lastfällen unverschieblich in z-Richtung (senkrecht zur Scheibenmittelfläche) festgehalten, so dass hier Verschiebungen in z-Richtung nicht auftreten können. Baupraktisch ist diese Lagerung durch die Ausbildung einer Deckenscheibe zu gewährleisten.

Der linke und rechte Scheibenrand ist in allen Richtungen jeweils frei verschieblich. Baupraktisch bedeutet dies eine Fuge an den Wandecken, in der keine Schub- und Normalkräfte übertragen werden können. Durch diese Fugen wird eine eindeutige und kontrollierte Abtragung der Lasten gewährleistet. Unkontrollierte Lasteinleitungen, deren Größenordnung auch aufgrund der Verschieblichkeit der Verbindungsmittel im Holzbau nicht genau bestimmt werden kann, beeinflussen das Trag- und Verformungsverhalten von Wandscheiben aus Brettlagenholz ungünstig. Die Fuge muss selbstverständlich bauphysikalischen Anforderungen, insbesondere im Hinblick auf die Dichtigkeit, genügen.

Bei den Lagerungsbedingungen am unteren Scheibenrand wird zwischen den Lastfällen 1, 2 und 4 sowie dem Lastfall 3 unterschieden. Bei den Lastfällen 1, 2 und 4 sind alle Knotenpunkte unverschieblich in y-Richtung und z-Richtung gehalten. Der mittlere Knotenpunkt ist zusätzlich in x-Richtung unverschieblich. Eine nach allen Richtungen unverschiebliche Lagerung aller Knotenpunkte würden bei diesen Lastfällen zu einer Gewölbetragswirkung mit Beanspruchungsspitzen an den Ecken führen. Da sich aufgrund der Verschieblichkeit der Verbindungsmittel in der Fuge Wand-/Deckenscheibe derartige Gewölbetragswirkungen nur bedingt (in Abhängigkeit vom Verschiebungsmodul der Verbindungsmittel) einstellen können, erscheint es sinnvoll, Verschiebungen in Scheibenlängsrichtung in der Fuge Wand-/Deckenscheibe durch hohe Verschieblichkeiten der Verbindungsmittel zuzulassen, um eine kontrollierte Lastabtragung zu gewährleisten. Andererseits bedeutet die hier angenommene unverschiebliche Lagerung in x-Richtung des mittleren Knotens eine gewisse Störung der Lastabtragung und Spannungsverteilung bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur, was durch die Ergebnisse der Berechnung bestätigt wird.

Im Gegensatz dazu sind beim Lastfall 3 alle Knotenpunkte des unteren Scheibenrandes in x -Richtung unverschieblich gehalten, da die aufgebrachten horizontalen Belastungen kontinuierlich über die Länge der Wandscheibe abgetragen werden. Eine Lagerung wie für Lastfall 1, 2 und 4 würde zu einer Beanspruchungsspitze am mittleren Knotenpunkt führen, da die gesamten Kräfte über diesen Knotenpunkt abgetragen werden müssten.

Um gleiche Lagerungsbedingungen für alle Lastfälle zu erreichen, wäre denkbar, an den Lagern des unteren Scheibenrands Federn einzuführen.

Tabelle 6.4 fasst die unterschiedlichen Lagerungsbedingungen für die Lastfälle 1, 2 und 4 sowie Lastfall 3 zusammen, in dem die Verschiebungsmöglichkeiten in x -Richtung (u), in y -Richtung (v) und in z -Richtung (w) an den einzelnen Scheibenrändern angegeben werden. Eine Verschiebung gleich 0 ist einer unverschieblichen Lagerung gleichbedeutend.

Scheibenrand	Lastfall 1, 2, 4	Lastfall 3
oben	$u \neq 0, v \neq 0, w = 0$	$u \neq 0, v \neq 0, w = 0$
links	$u \neq 0, v \neq 0, w \neq 0$	$u \neq 0, v \neq 0, w \neq 0$
rechts	$u \neq 0, v \neq 0, w \neq 0$	$u \neq 0, v \neq 0, w \neq 0$
unten		
mittlerer Knoten	$u = 0, v = 0, w = 0$	$u = 0, v = 0, w = 0$
restliche Knoten	$u \neq 0, v = 0, w = 0$	$u = 0, v = 0, w = 0$

Tabelle 6.4: Lagerungsbedingungen an den Scheibenrändern für die einzelnen Lastfälle

6.2 Wandscheibe ohne Öffnungen

Bei allen Lastfällen spiegeln die dargestellten Ergebnisgraphiken die resultierenden Verformungen wieder, also die sich einstellende Verformungsfigur aus Überlagerung der Verformungen in x -Richtung, y -Richtung und z -Richtung. Das angegebene Ergebnisspektrum gibt dagegen die Größenordnung der jeweils betrachteten Verformung wieder.

Die Plausibilitätskontrollen hinsichtlich der Schnittgrößen und der Verformungen sind für die jeweiligen Lastfälle mit einem Stabwerksprogramm durchgeführt worden. Zur Veranschaulichung werden für jeden Lastfall das gewählte Stabwerksmodell sowie die sich einstellenden Verformungen und die Schnittgrößenverteilung wiedergegeben, so dass ein Vergleich mit den Ergebnissen der Finiten-Element-Berechnung möglich ist. Die Schnittgrößen werden mit gerundeten Werten angegeben. Das Gleichgewicht an den Knotenpunkten des Ersatzmodells mit den wiedergegebenen Werten ist deshalb nicht exakt erfüllt.

Anschließend an die Verformungen werden die Spannungen σ_x , σ_y und τ_{xy} in den einzelnen Brettlagen ausgewertet. Sie berechnen sich jeweils aus den vorhandenen Kräften n_x , n_y und n_{xy} auf Grundlage der Gleichungen 3.83/S. 46 bis 3.85/S. 46 (vgl. Abschnitt 3.3.3). Das den Berechnungen zugrunde liegende Brettlagenholz ist symmetrisch zur Scheibenmittelfläche aufgebaut. Der symmetrische Aufbau gilt für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur, als auch für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur. Aus dieser Symmetrie resultieren für Brettlagen mit identischer Ausrichtung identische Ergebnisse hinsichtlich der Spannungen in den einzelnen Brettlagen, wenn scheibenartige Belastungen aufgebracht werden. Bei scheibenartigen Belastungen werden daher nur die Ergebnisse von Brettlagen mit unterschiedlicher Ausrichtung wiedergegeben. Die Spannungen in den Einzelschichten werden mit Bezug zum Material-Koordinatensystem ausgegeben. Zur Veranschaulichung wird bei jeder Ergebnisgraphik die dargestellte Spannung und die Ausrichtung der betrachteten Brettlage mitangegeben.

6.2.1 Lastfall 1

Verformungen

Bei diesem Lastfall treten Verformungen in z -Richtung nicht auf, da die Wandscheibe nur in ihrer Ebene belastet wird.

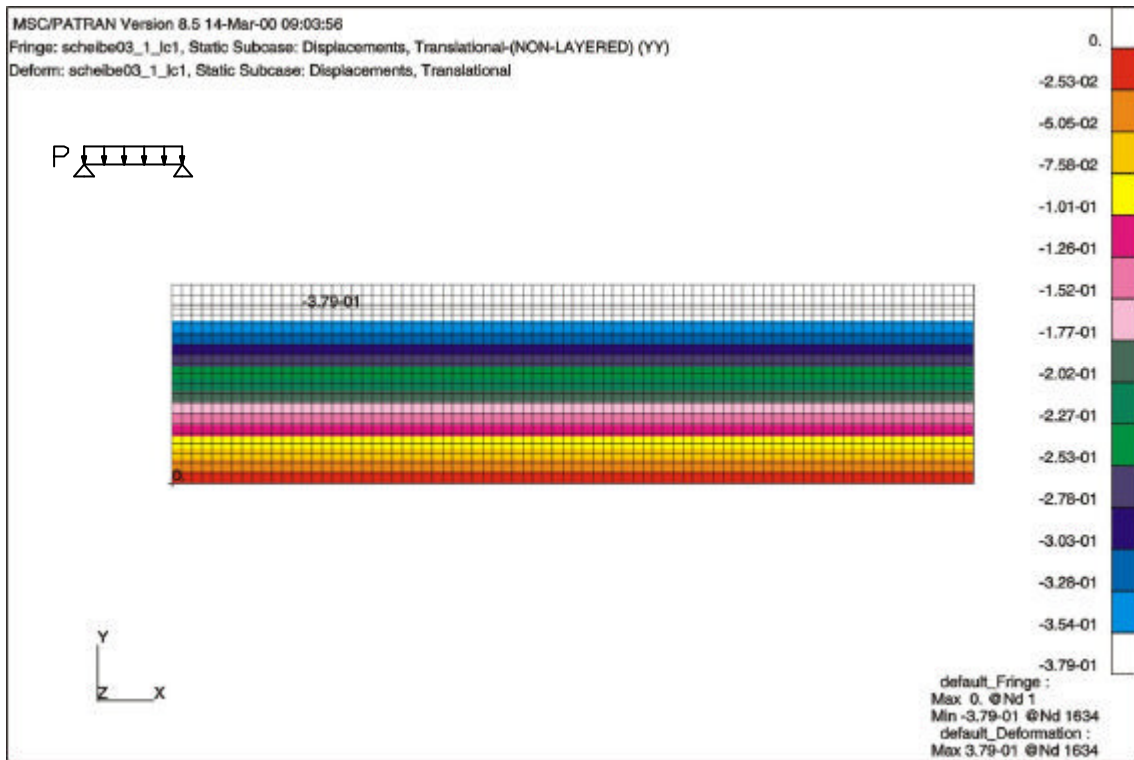
Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Bild 6.4: Verformungen in y-Richtung (orthogonale Struktur) [mm]

Verformungen in x-Richtung treten bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur bei vorgegebener Belastung nicht auf.

Die maximalen Verformungen in y-Richtung verteilen sich gleichmäßig entlang des oberen Randes der Scheibe. Die sich einstellenden Verformungen betragen $-0,38$ [mm].

Das für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur gewählte Stabwerksmodell ist in Bild 6.5 wiedergegeben. Das Gleichgewicht der Kräfte kann bei diesem Modell nur durch biegesteife Ausbildung der Knotenpunkte gewährleistet werden (Vierendeel-Tragwirkung). Bei gelenkigem Anschluss der einzelnen Stäbe ist das System verschieblich.

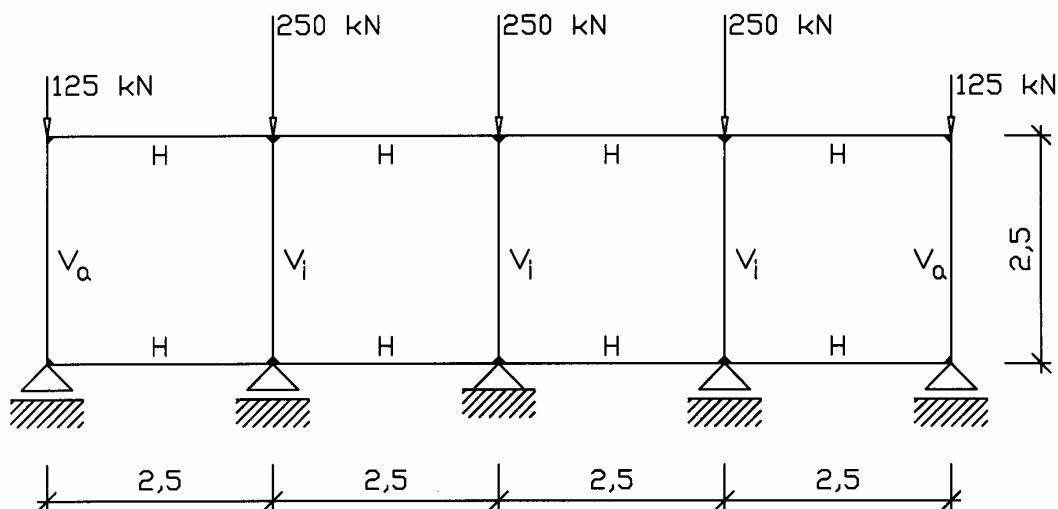


Bild 6.5: Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Längen in [m])

Stab	b/h [mm]	Elastizitätsmodul E [N/mm ²]
Vertikalstab V_a	$3 \cdot 22/1250$	10000
Vertikalstab V_i	$3 \cdot 22/2500$	10000
Horizontalstab H	$2 \cdot 22/1250$	10000

Tabelle 6.5: Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe

Die den Einzelstäben des Stabwerkmodells zugewiesenen Abmessungen spiegeln den Aufbau der Wandscheibe aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur wieder. Die in der Finite-Element-Berechnung kontinuierlich am oberen Scheibenrand aufgebrauchte Belastung wird entsprechend der Lasteinzugsflächen der Einzelstäbe an den Knotenpunkten des Obergurts eingeleitet.

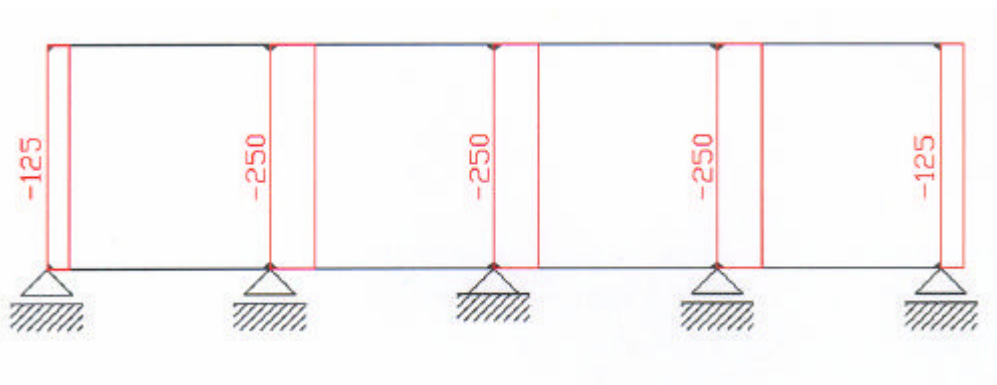


Bild 6.6: Normalkräfte am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur [kN]

Die Normalkraftverteilung im Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur lässt erkennen, dass die in den Knotenpunkten des Obergurts angreifenden Lasten von den Vertikalstäben in die Auflager abgetragen werden. Querkräfte und Momente stellen sich trotz biegesteifer Ausbildung der Knotenpunkte nicht ein.

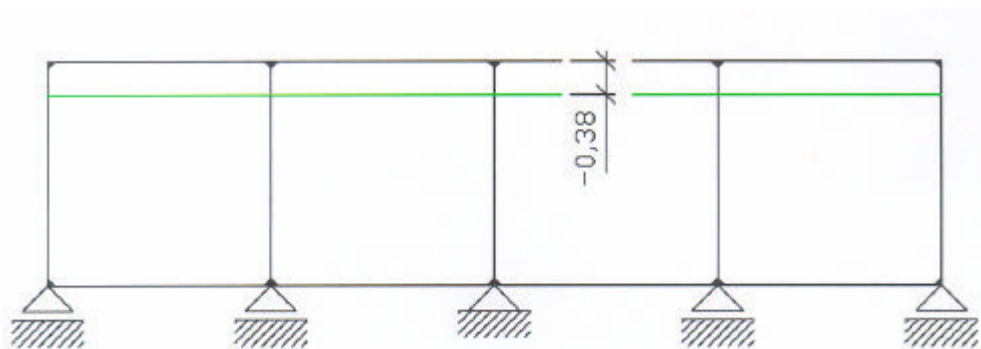


Bild 6.7: Verformungen am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur [mm]

Die aus dieser Normalkraftverteilung am Ersatzmodell resultierenden Verformungen in vertikaler Richtung entsprechen den Ergebnissen der Finite-Element-Berechnung. Es treten keine Verformungen in horizontaler Richtung auf. Die vertikalen Verformungen der Knotenpunkte des Obergurts betragen jeweils -0,38 [mm].

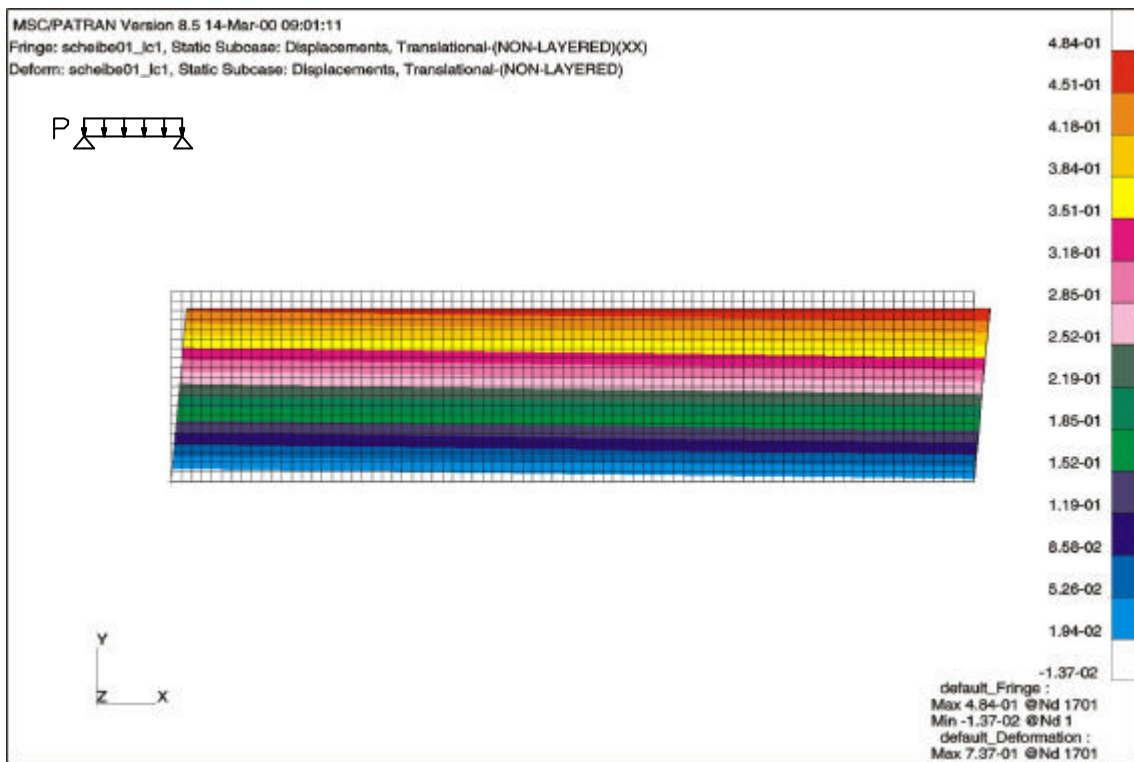
Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Bild 6.8: Verformungen in x-Richtung (diagonale Struktur) [mm]

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur treten horizontale Verformungen in x-Richtung auf, wobei die Verformungen zum rechten Rand hin zunehmen. Am oberen Rand stellt sich an der linken Ecke eine Verformung von +0,46 [mm] ein, am rechten Rand beträgt sie +0,48 [mm]. Am unteren Rand beträgt die Verformung an der linken Ecke -0,01 [mm], am rechten Rand +0,01 [mm].

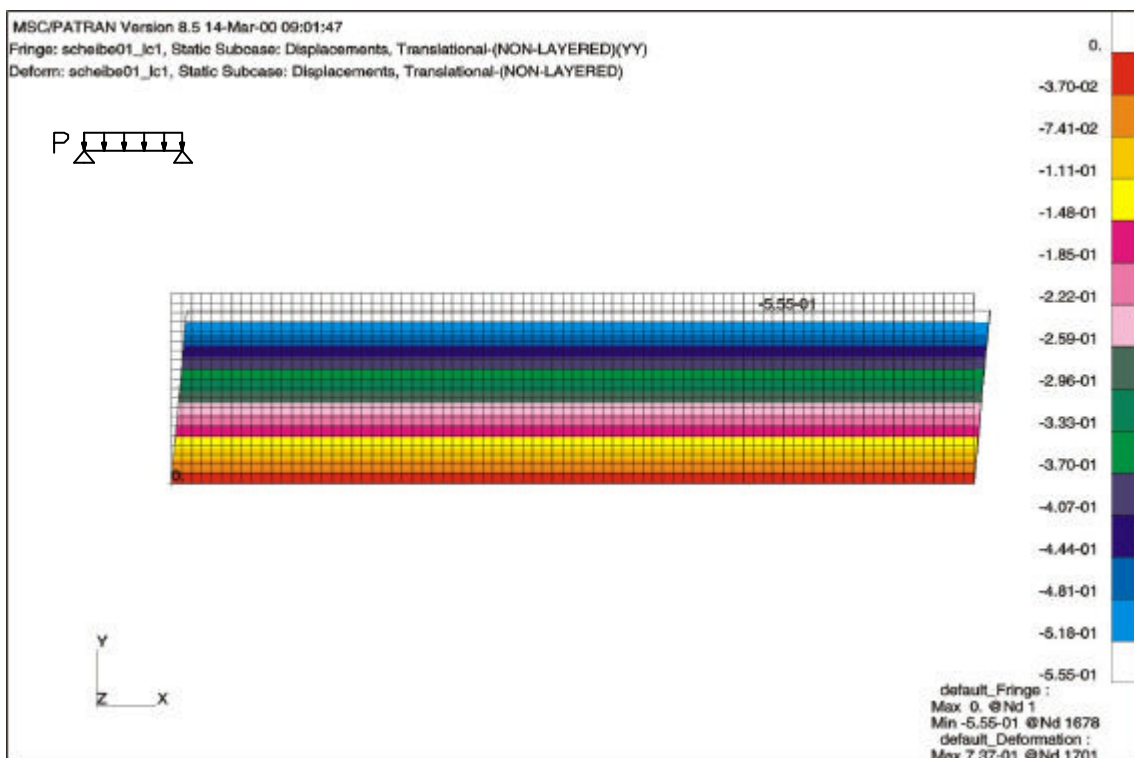


Bild 6.9: Verformungen in y-Richtung (diagonale Struktur) [mm]

Die maximalen Verformungen in y -Richtung verteilen sich gleichmäßig entlang des oberen Randes der Scheibe. Die sich einstellenden Verformungen betragen $-0,56$ [mm].

Die Plausibilitätskontrolle dieser Ergebnisse erfolgt anhand des in Bild 6.10 dargestellten Stabwerkmodells. Für das Gleichgewicht der Kräfte ist eine biegesteife Ausbildung der Knotenpunkte nicht notwendig, da das System auch bei gelenkigem Anschluss der Einzelstäbe unverschieblich ist.

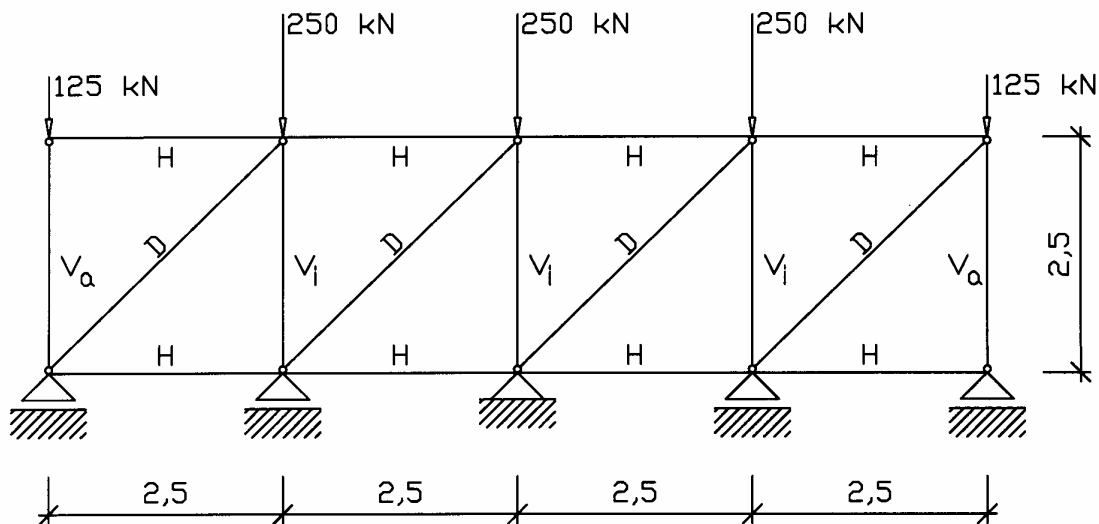


Bild 6.10: Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Längen in [m])

Die den Einzelstäben des Stabwerkmodells zugewiesenen Abmessungen spiegeln den Aufbau der Wandscheibe aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur wieder. Die in der Finiten-Element-Berechnung kontinuierlich am oberen Scheibenrand aufgebraachte Belastung wird entsprechend der Lasteinzugsflächen der Einzelstäbe an den Knotenpunkten des Obergurts eingeleitet.

Stab	b/h [mm]	Elastizitätsmodul E [N/mm ²]
Vertikalstab V_a	$2 \cdot 22/1250$	10000
Vertikalstab V_i	$2 \cdot 22/2500$	10000
Horizontalstab H	$2 \cdot 22/1250$	10000
Diagonalstab D	$1 \cdot 22/(2500 \cdot \sqrt{2})$	10000

Tabelle 6.6: Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe

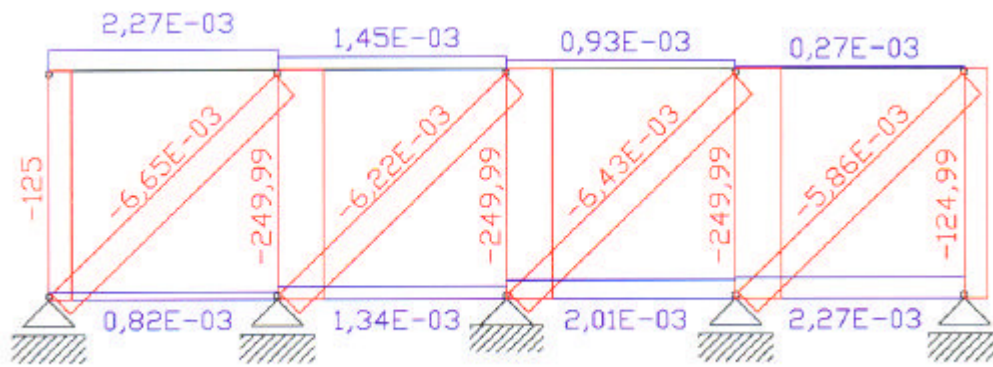


Bild 6.11: Normalkräfte am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur [kN]

Das Gleichgewicht der Kräfte und die Verträglichkeit der Verformungen ist für die Berechnung der unbekannt Stabkräfte notwendig, da die Knotenpunkte des Ersatzmodells für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur statisch unbestimmt sind. In statisch unbestimmten Systemen lagern sich Kräfte um, die Steifigkeit der Einzelstäbe beeinflusst die Verteilung der Schnittgrößen. Aus diesem Grund werden bei einer Belastung in vertikaler Richtung Kräfte in den horizontalen Brettlagen und der diagonalen Brettlage hervorgerufen, auch wenn diese von geringem Betrag sind. Die Lastabtragung über die horizontalen und diagonalen Brettlagen führt zu horizontalen Verformungen der Wandscheibe aus Brettlagenholz. Die in den Knotenpunkten des Obergurts angreifenden Lasten werden von den Vertikalstäben in die Auflager abgetragen. Querkräfte und Momente stellen sich nicht ein.

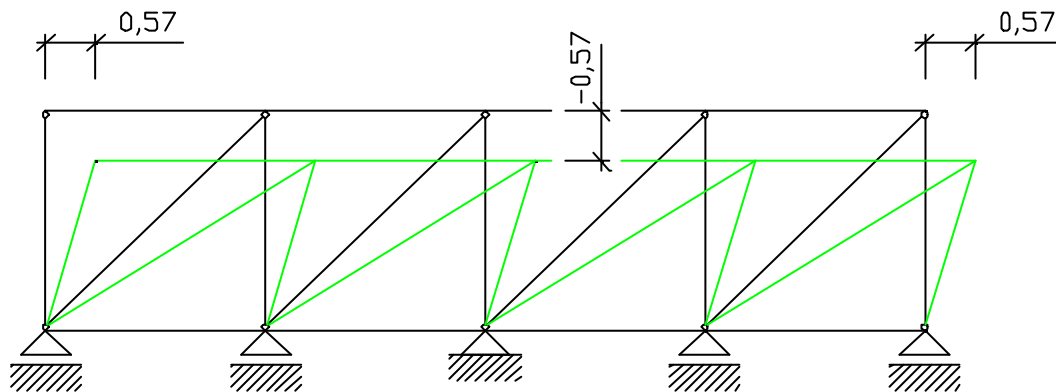


Bild 6.12: Verformungen am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur [mm]

Hinsichtlich der Verformungen korrespondieren die Ergebnisse am Ersatzmodell qualitativ mit den Ergebnissen der Finiten-Element-Berechnung. Auch beim Ersatzmodell nehmen die Verformungen in x-Richtung zum rechten Scheibenrand hin zu. Die Zugkräfte in den Horizontalstäben führen zu Verformungen in x-Richtung, die sich im Obergurt bei zum rechten Rand hin abnehmenden Zugkräften aufsummieren. Im Untergurt nehmen die Zugkräfte zum rechten Rand hin zu. Die Verformungen in x-Richtung der Knotenpunkte des Untergurts summieren sich nicht über die Länge, da sie sich nur von den Eckknoten bis zum unverschieblichen Lager des Mittelknotens auswirken können. Die Verformungen in y-Richtung der Knotenpunkte des Obergurts betragen jeweils -0,57 [mm].

Die quantitativen Unterschiede bei den Ergebnissen resultieren aus der sehr groben Annäherung der tatsächlichen Wandscheibe mit nur vier Teilbereichen. Eine weitere Ursache liegt in der unterschiedlichen Schubsteifigkeit des Ersatzmodells. Die Bilder 6.8/S. 108, 6.9/S. 108 und 6.12 zeigen, dass sich eine Winkeländerung an den Ecken einstellt. Eine derartige Winkeländerung wird beim Ersatzmodell nur durch die Diagonalstäbe behindert, während sie

beim Finite-Element-Modell durch die Schubsteifigkeit der einzelnen Elemente behindert wird. Für eine qualitative Aussage im Rahmen einer Plausibilitätskontrolle sind die vorhandenen Abweichungen jedoch hinreichend genau.

Zusammenfassung

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur treten Verformungen in horizontaler Richtung auf. Derartige Verformungen sind bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur nicht festzustellen.

Die Extremwerte der vertikalen Verformungen treten entlang des oberen Scheibenrandes auf. Ein signifikanter Unterschied besteht im Hinblick auf die Größenordnung der sich einstellenden vertikalen Verformungen. Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur sind statt drei vertikaler Brettlagen nur zwei vertikale Brettlagen vorhanden. Durch die geringere Steifigkeit gegenüber vertikalen Lasten vergrößern sich die vertikalen Verformungen um den Faktor 3/2.

Spannungen in den einzelnen Brettlagen

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

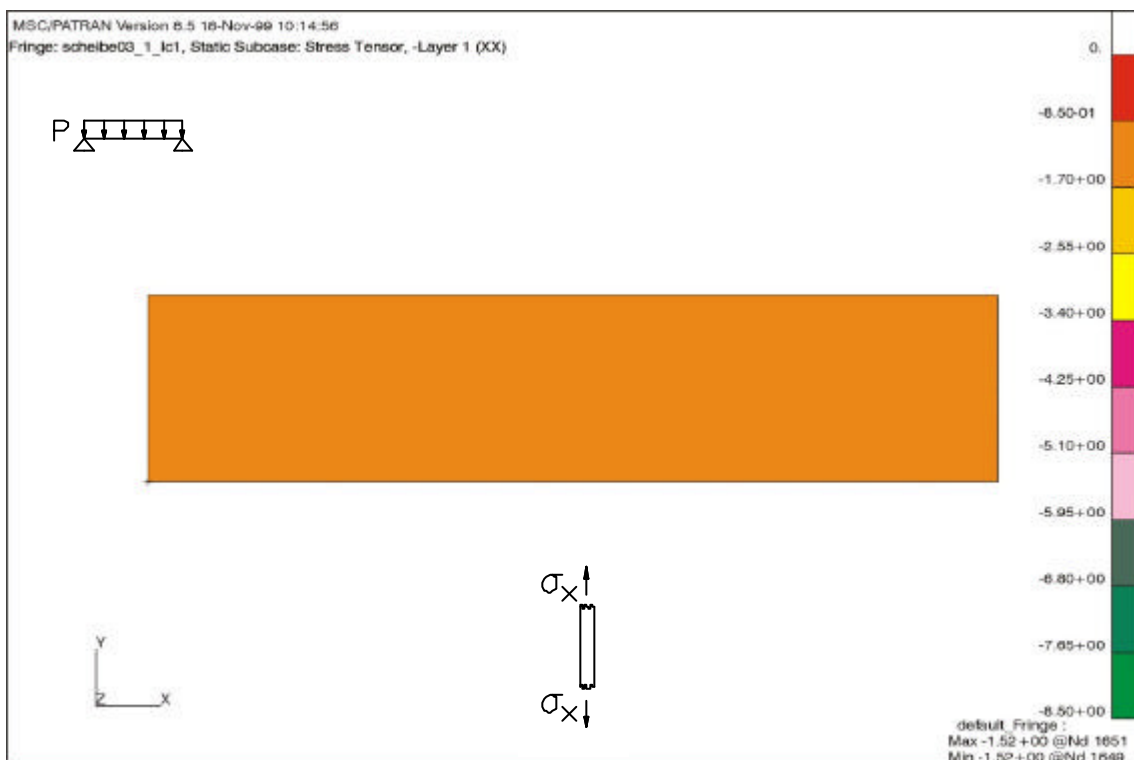


Bild 6.13: Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur wird die aufgebrachte Belastung gleichmäßig über drei vertikal angeordnete Brettlagen aufgenommen und in die Auflager weitergeleitet. Die sich in den Einzellagen 1, 3 und 5 einstellenden Normalspannungen σ_x entsprechen dem Quotienten aus der Belastung $p = 100$ [N/mm] und deren Fläche $A = 3 \cdot h = 3 \cdot 22 = 66$ [mm²]. Die Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen betragen $-1,52$ [N/mm²].

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

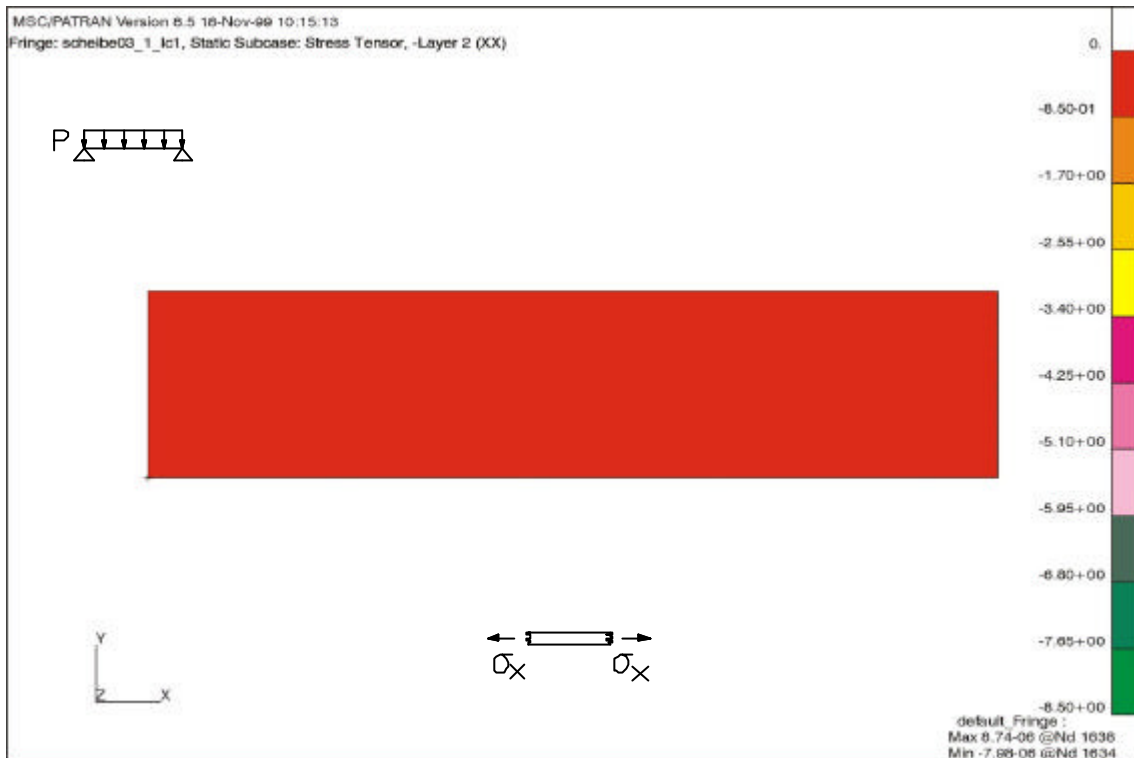


Bild 6.14: Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

An der Wandscheibe greifen keine horizontalen Belastungen an, so dass die Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen 2 und 4 vernachlässigbar klein sind.

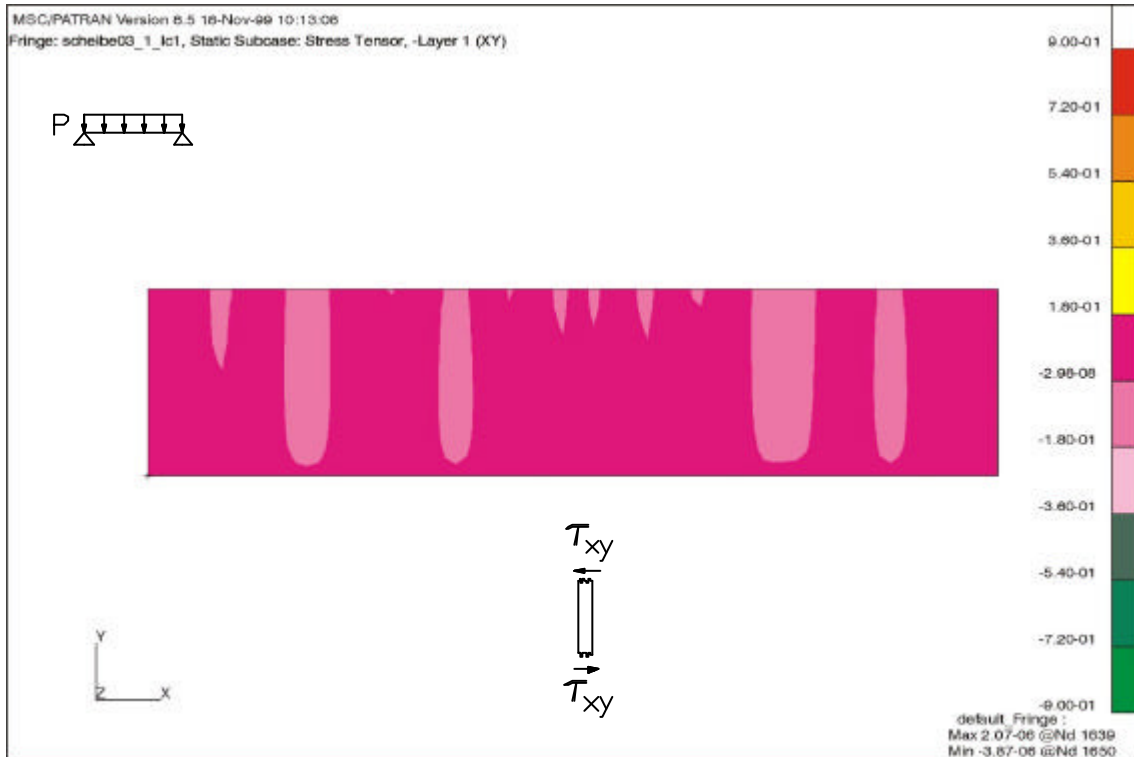


Bild 6.15: Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

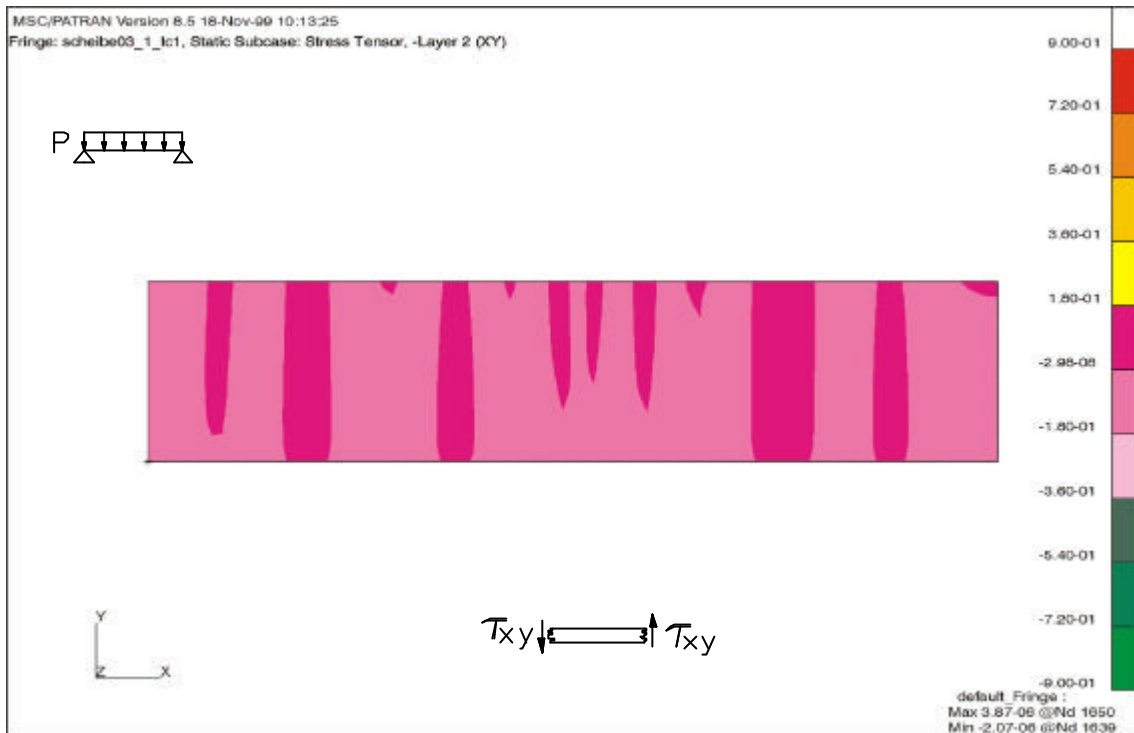


Bild 6.16: Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Da die gleichmäßige Belastung am oberen Rand der Wandscheibe bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur über Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen abgetragen wird, treten Schubspannungen τ_{xy} nicht auf. Die Größenordnung der sich in den vertikalen und horizontalen Brettlagen einstellenden Schubspannungen ist mit $\pm 3,87 \text{ E-06}$ zu vernachlässigen.

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Die in Tabelle 3.5/S. 64 für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur angegebenen Membranstifigkeiten A_{ik} zeigen, dass die diagonale Mittellage die Abtragung der Kräfte n_x , n_y und n_{xy} beeinflusst. Durch die diagonale Mittellage lagern sich Kräfte in der Wandscheibe um, da korrespondierend zu Gleichung 3.81/S. 45, Dehnungen ϵ_{y0} beispielsweise Kräfte n_x hervorrufen.

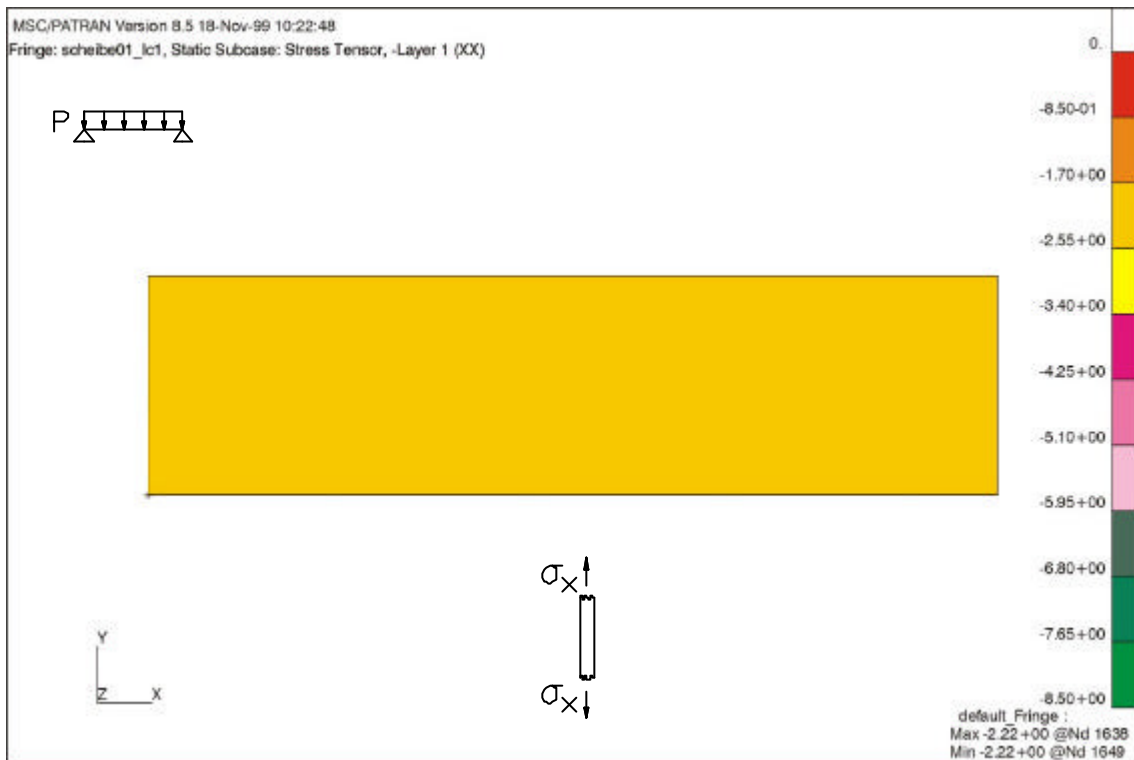


Bild 6.17: Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur wird die aufgebrachte Belastung überwiegend von den beiden vertikal angeordneten Brettlagen aufgenommen und in die Auflager weitergeleitet. Zwar werden in der diagonalen Mittellage Druckkräfte hervorgerufen, doch sind diese gering, wie auch die Normalkraftverteilung am Ersatzmodell zeigt (vgl. Bild 6.11/S. 110). Eine signifikante Entlastung der beiden vertikalen Brettlagen erfolgt durch die diagonale Mittellage nicht. Die Ergebnisse einer Vergleichsrechnung belegen diese Aussage.

	Normalspannung σ_x in den vertikalen Brettlagen [N/mm ²]
Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	-1,52
Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	-2,22
Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur 2 Lagen vertikal, 3 Lagen horizontal	-2,27

Tabelle 6.7: Vergleich der Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen

Tabelle 6.7 zeigt die Extremwerte der Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen, die sich bei einer Gleichlast $p = 100$ [N/mm] am oberen Scheibenrand bei den untersuchten Wandscheiben aus Brettlagenholz einstellen (vgl. Bilder 6.13/S. 111 und 6.17) und zusätzlich das Ergebnis für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur, wenn zwei Brettlagen vertikal und

drei Brettlagen horizontal verlaufen. Die diagonale Mittellage führt zu einer Entlastung der vertikalen Brettlagen in einer Größenordnung von 2%. Die sich in den Einzellagen 1 und 5 einstellenden Normalspannungen σ_x entsprechen überschlägig dem Quotienten aus der Belastung $p = 100 \text{ [N/mm]}$ und deren Fläche $A = 2 \cdot h = 2 \cdot 22 = 44 \text{ [mm}^2\text{]}$, reduziert um den Anteil der von der diagonalen Mittellage aufgenommen wird. Die Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen betragen $-2,22 \text{ [N/mm}^2\text{]}$.

Mit den Ergebnissen der Tabelle 6.7 wird verdeutlicht, dass es falsch ist, einer mehrlagigen Wandscheibe aus anisotropem Werkstoff vereinfacht ein annähernd isotropes Werkstoffverhalten zu unterstellen. In diesem Fall würde sich die Belastung gleichmäßig über die Dicke der Wandscheibe verteilen. Die Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen würden dem Quotienten aus der Belastung $p = 100 \text{ [N/mm]}$ und der Fläche $A = 5 \cdot h = 5 \cdot 22 = 110 \text{ [mm}^2\text{]}$ aus allen Brettlagen entsprechen. Diese Vorgehensweise führt zu geringeren Beanspruchungen in den einzelnen Brettlagen ($\sigma_x = 100/110 = 0,91 \text{ [N/mm}^2\text{]}$) und spiegelt das tatsächliche Tragverhalten der mehrlagigen Wandscheibe falsch wieder.

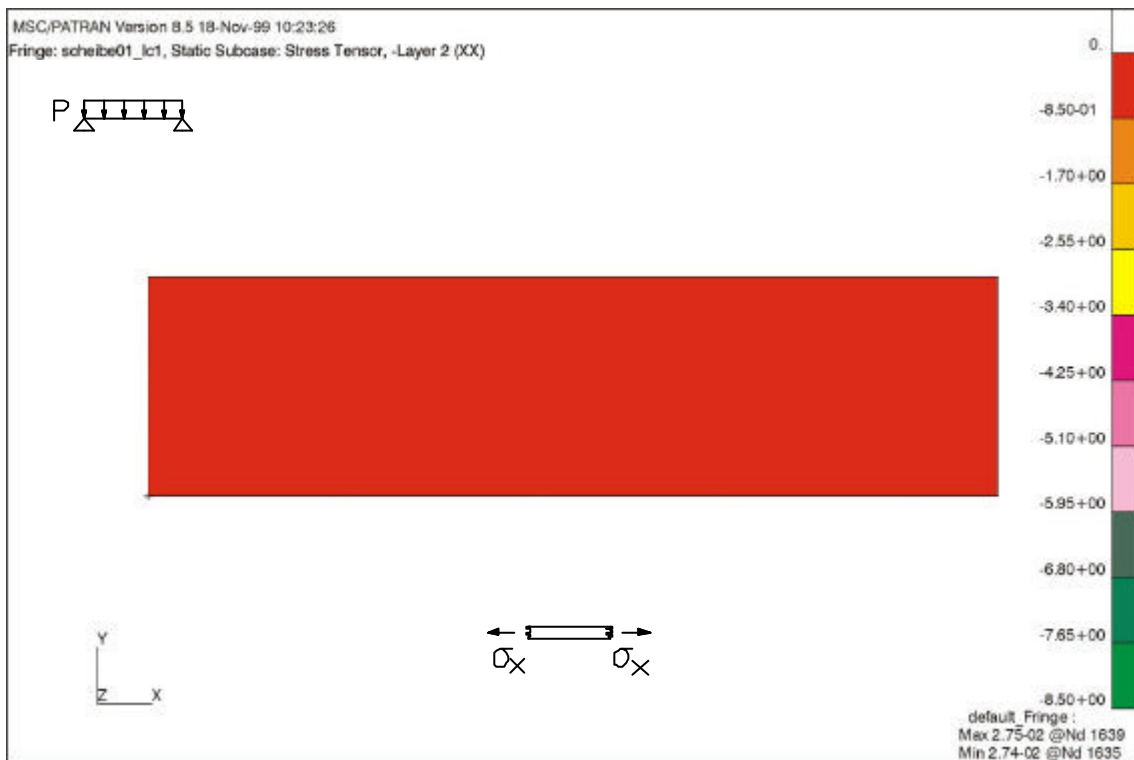


Bild 6.18: Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur) $[\text{N/mm}^2]$

Die konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen nach Gleichung 3.81/S. 45 zeigen, dass Dehnungen ϵ_{y0} Kräfte n_x hervorrufen, wenn die Membransteifigkeit A_{12} von Null verschieden ist. Da sich die diagonale Mittellage auf die Größenordnung aller Membransteifigkeiten A_k auswirkt, werden bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur auch Beanspruchungen in den horizontalen Brettlagen 2 und 4 hervorgerufen. Die vorgegebene Belastung am oberen Scheibenrand führt zu Zugspannungen in den horizontalen Brettlagen. Die Höhe der Spannungen in den Einzellagen resultiert aus den Gleichungen 3.83/S. 46 bis 3.85/S. 46, vgl. Kapitel 3.3.3. Die Extremwerte der Normalspannungen σ_x in den Brettlagen 2 und 4 betragen $+0,03 \text{ [N/mm}^2\text{]}$. Die Ergebnisse korrespondieren mit dem Normalkraftverlauf am Ersatzmodell.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

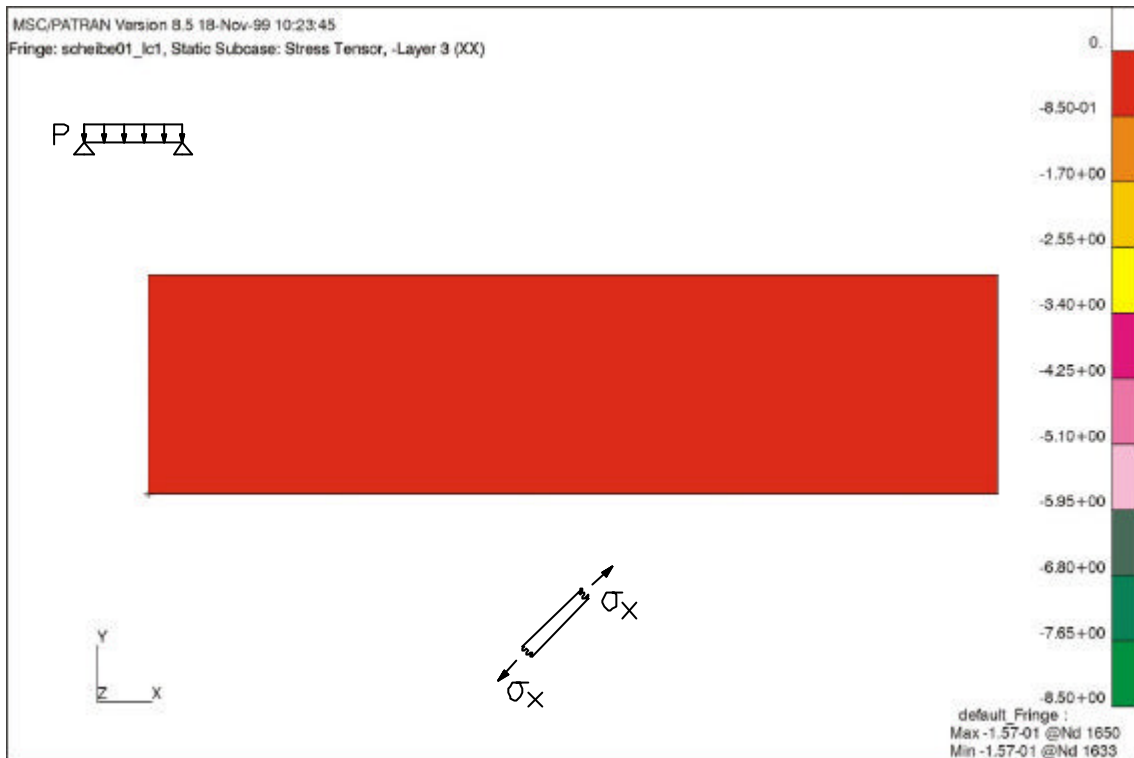


Bild 6.19: Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur) [N/mm²]

Der Extremwert der Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage 3 beträgt $-0,16$ [N/mm²]. Die Ergebnisse entsprechen dem Normalkraftverlauf am Ersatzmodell. In der diagonalen Mittellage werden Druckspannungen hervorgerufen.

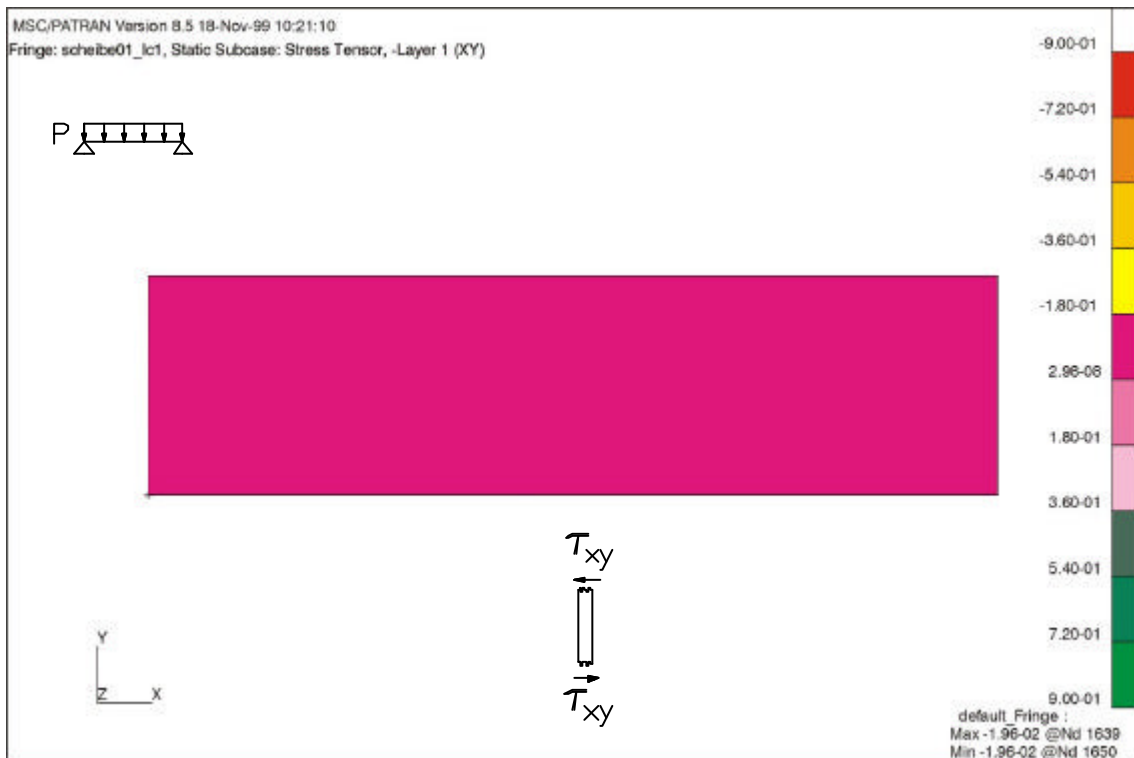


Bild 6.20: Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

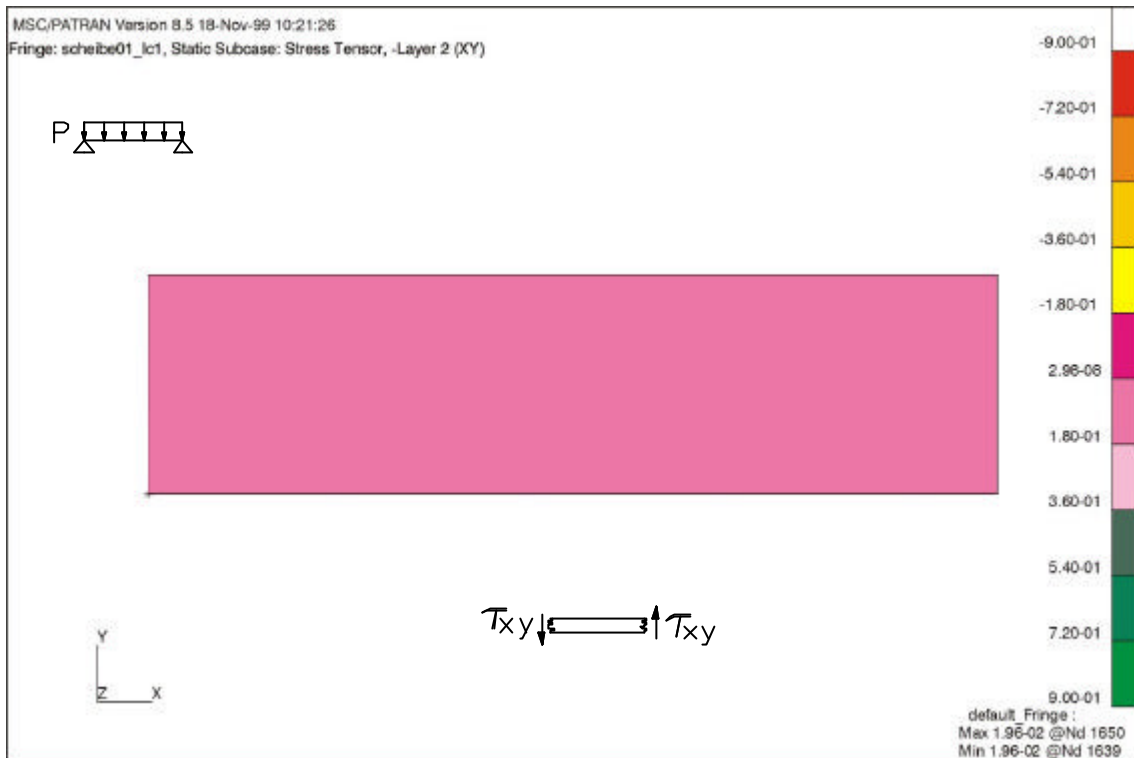


Bild 6.21: Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

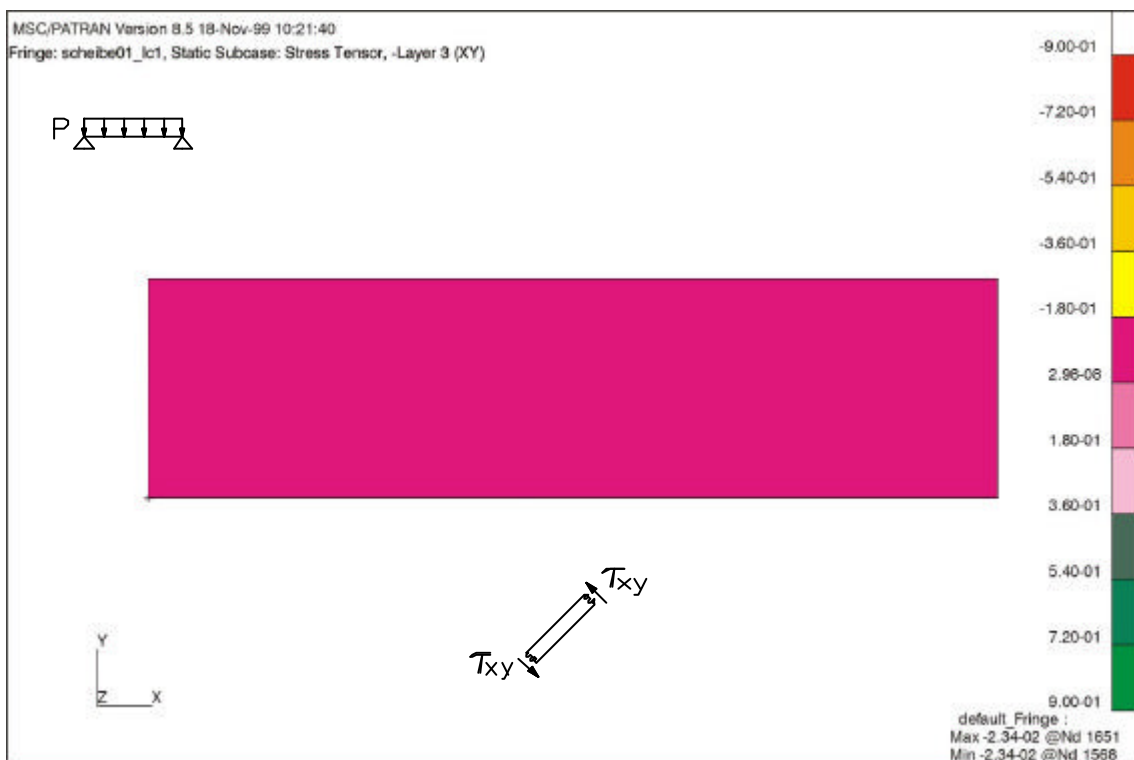


Bild 6.22: Schubspannungen τ_{xy} in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur) [N/mm²]

Die verzerrte Verformungsfigur von Brettlagenholz mit diagonalen Struktur lässt erkennen, dass sich aufgrund der größeren Schubsteifigkeit höhere Schubspannungen τ_{xy} in den einzelnen Brettlagen einstellen, wenngleich sie von geringer Größenordnung sind. Sie sind in der diagonalen Brettlage minimal und betragen dort $-0,02$ [N/mm²].

Zusammenfassung

Die diagonale Anordnung der mittleren Brettlage führt zu einer signifikanten Veränderung der Spannungen in den einzelnen Brettlagen.

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur führt die geringere Steifigkeit gegenüber vertikalen Lasten zu einer Erhöhung der Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen. Durch die diagonale Brettlage werden die vertikalen Brettlagen in einer Größenordnung von etwa 2% entlastet. Aus der Umlagerung von Kräften resultieren bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen. Die aufgrund der diagonalen Mittellage höhere Schubsteifigkeit führt zu größeren Schubspannungen τ_{xy} in allen Einzellagen.

Diese Erkenntnisse hinsichtlich der Lastabtragung von Brettlagenholz, insbesondere die Verteilung der Lasten auf die Einzellagen, verdeutlichen, dass eine Berechnung von Spannungen und Verformungen auf der Basis zutreffender Werkstoffkenngrößen erfolgen muss. Sonst kann es zu Überlastungen einzelner Brettlagen kommen, vor allem dann, wenn, wie bei Brettlagenholz mit diagonaler Mittellage, zur Abtragung vorwiegend vertikaler Lasten nur zwei Brettlagen zur Verfügung stehen.

6.2.2 Lastfall 2

Verformungen

Verformungen in z -Richtung treten bei diesem Lastfall nicht auf, da die Wandscheibe nur in ihrer Ebene belastet wird.

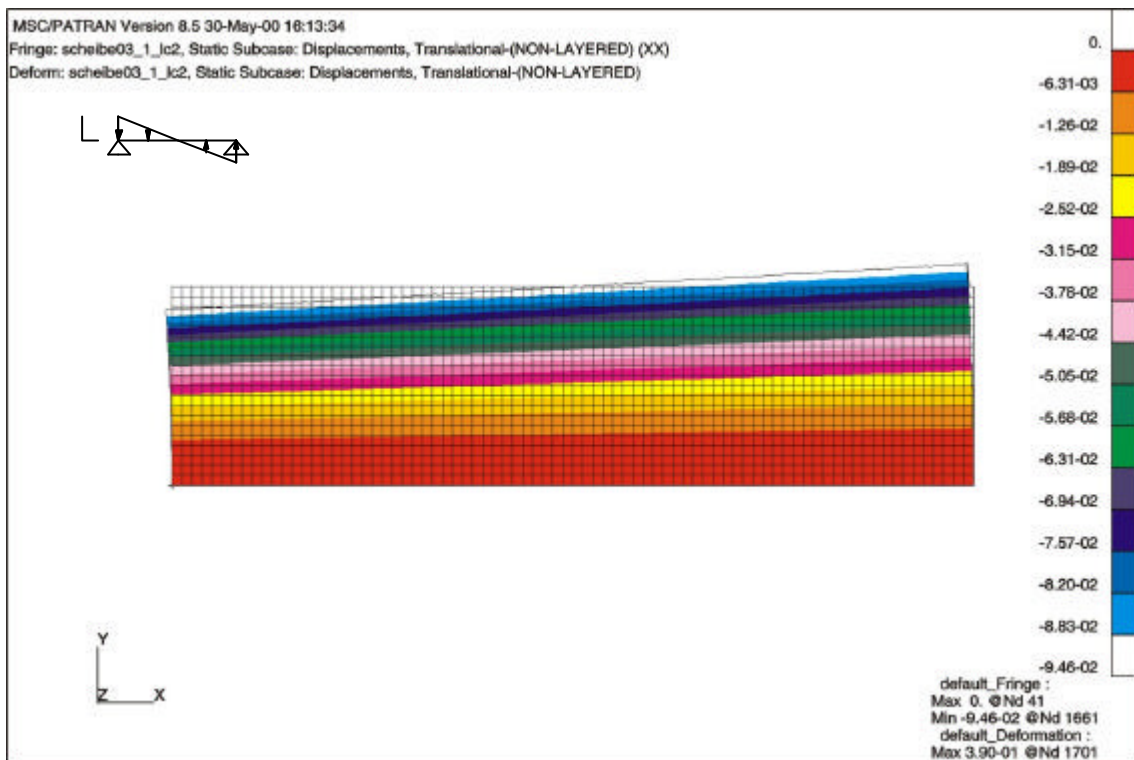
Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Bild 6.23: Verformungen in x -Richtung (orthogonale Struktur) [mm]

Verformungen in x -Richtung stellen sich nur von zu vernachlässigender Größenordnung ein. Die minimale Verformung in Richtung x beträgt $-0,09$ [mm].

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

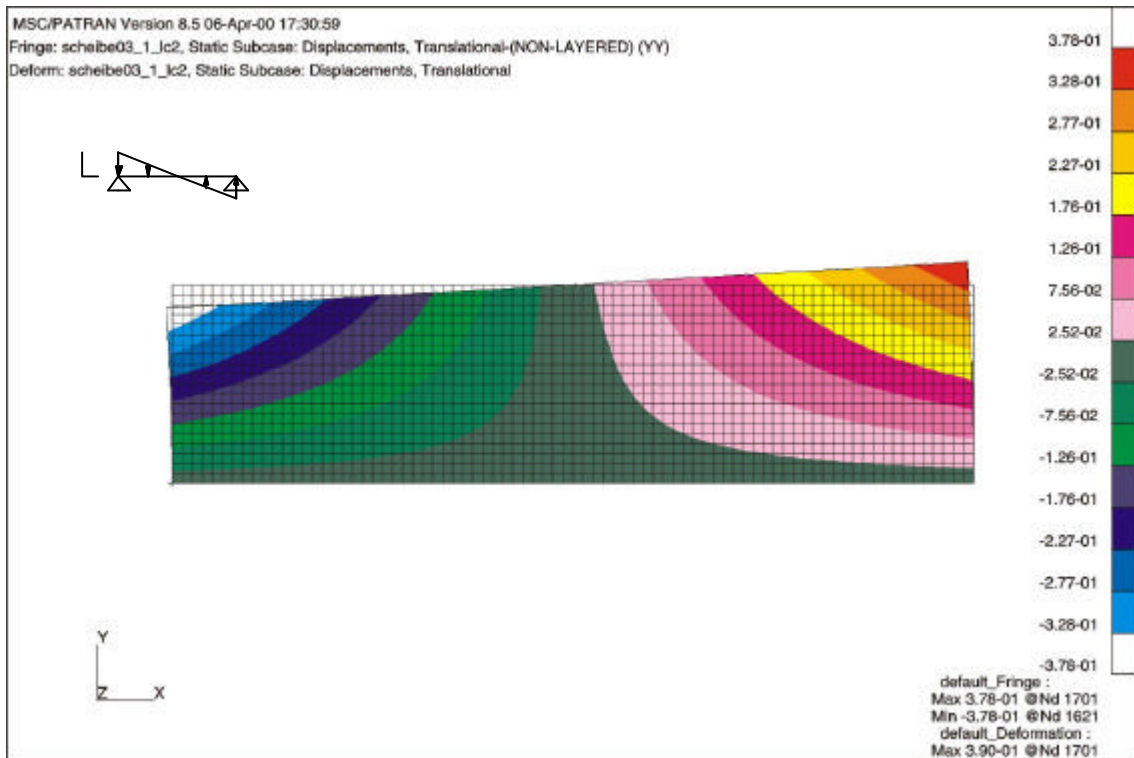


Bild 6.24: Verformungen in y-Richtung (orthogonale Struktur) [mm]

Die Extremwerte der Verformungen in y-Richtung stellen sich korrespondierend zur aufgetragenen Belastung am oberen Rand der Scheibe ein. An der linken Ecke beträgt die Verformung $-0,38$ [mm], an der rechten Ecke $+0,38$ [mm].

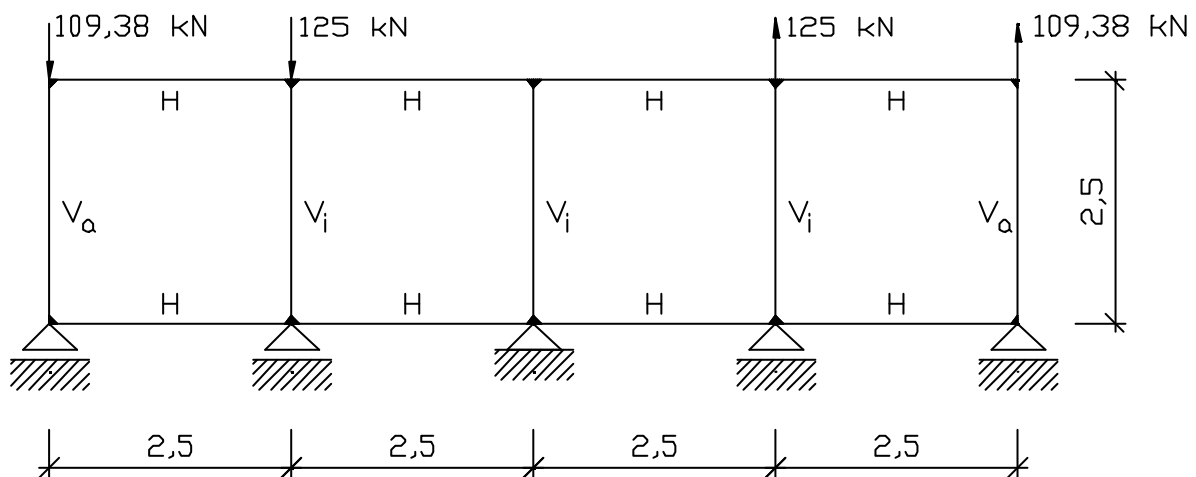


Bild 6.25: Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Die Plausibilitätskontrolle der Ergebnisse erfolgt anhand des dargestellten Stabwerkmodells. Wie bereits in Kapitel 6.2.1 erläutert, ist das Gleichgewicht der Kräfte bei diesem Modell nur durch biegesteife Ausbildung der Knotenpunkte gewährleistet (Vierendeel-Tragwirkung). Bei gelenkigem Anschluss der einzelnen Stäbe ist das System verschieblich. Die Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe entsprechen den Angaben der Tabelle 6.5/S. 107. Sie spiegeln den Aufbau der Wandscheibe aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur wieder. Die in der Finiten-Element-Berechnung am oberen Scheibenrand aufgetragene, linear veränderliche Belastung wird entsprechend der Lasteinzugsflächen der Einzelstäbe an den Knotenpunkten des Obergurts eingeleitet.

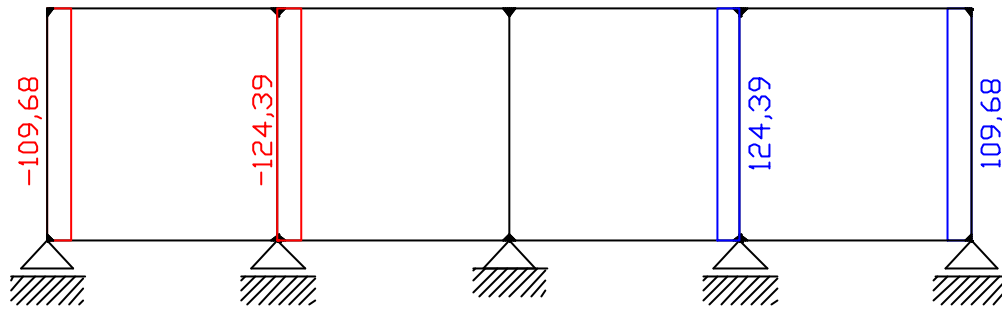


Bild 6.26: Normalkräfte am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur [kN]

Die Normalkraftverteilung am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur lässt erkennen, dass die in den Knotenpunkten des Obergurts angreifenden Lasten von den Vertikalstäben in die Auflager abgetragen werden. Querkräfte und Momente stellen sich trotz biegesteifer Ausbildung der Knotenpunkte nicht ein.

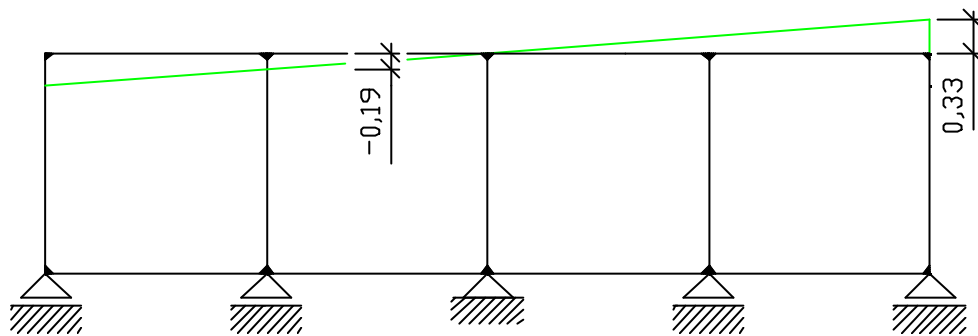


Bild 6.27: Verformungen am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur [mm]

Die aus dieser Normalkraftverteilung am Ersatzmodell resultierenden Verformungen in vertikaler Richtung entsprechen annähernd den Ergebnissen der Finite-Element-Berechnung. Es treten keine Verformungen in horizontaler Richtung auf. Die Verformung in vertikaler Richtung am linken, oberen Knotenpunkt beträgt $-0,33$ [mm], am rechten, oberen Knotenpunkt beträgt sie $+0,33$ [mm].

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

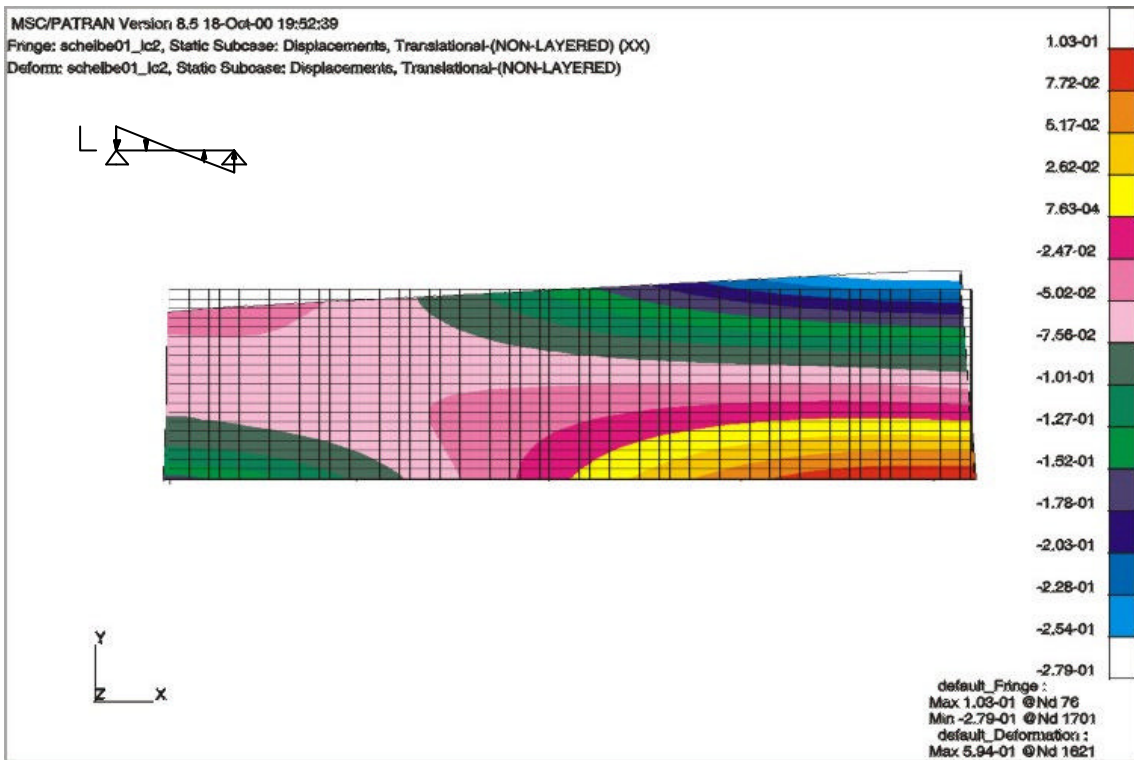


Bild 6.28: Verformungen in x-Richtung (diagonale Struktur) [mm]

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur treten signifikante Verformungen in x-Richtung auf. Am oberen Rand nehmen die Verformungen zum rechten Rand hin zu. An der linken Ecke stellt sich eine Verformung von -0,05 [mm] ein, am rechten Rand beträgt sie -0,27 [mm]. Am unteren Rand beträgt die Verformung an der linken Ecke -0,16 [mm], an der rechten Ecke +0,07 [mm].

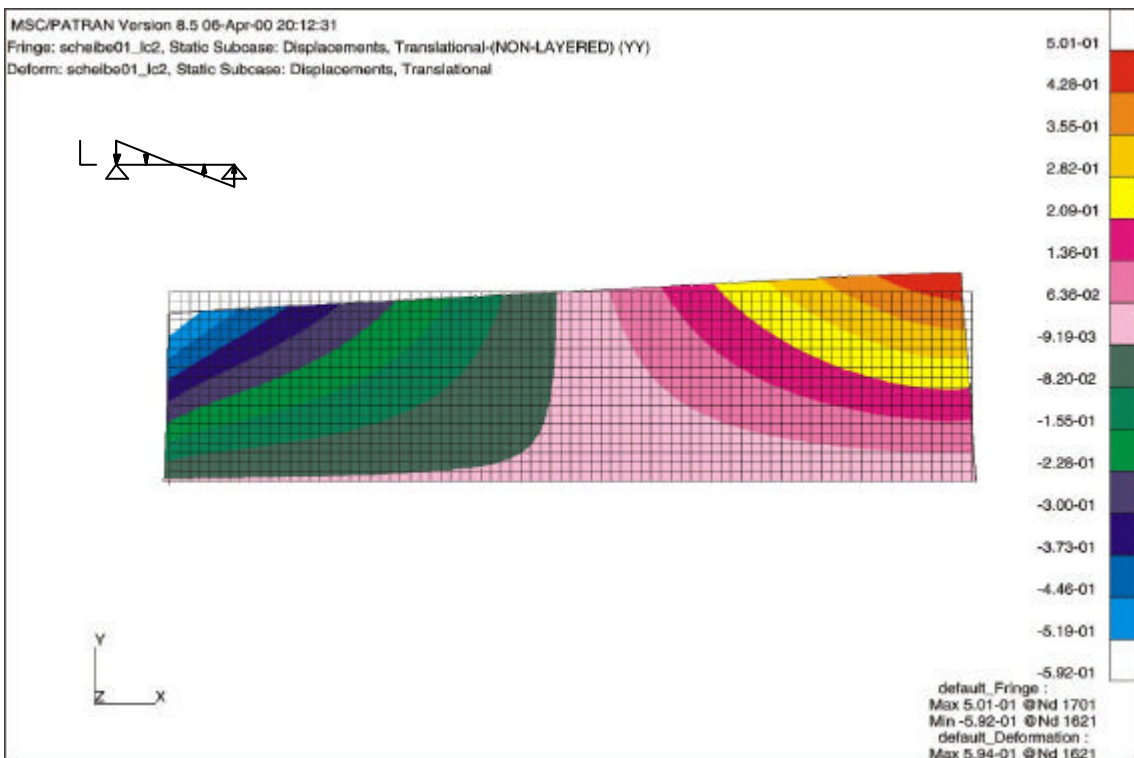


Bild 6.29: Verformungen in y-Richtung (diagonale Struktur) [mm]

Die Extremwerte der Verformungen in y-Richtung stellen sich korrespondierend zur aufgebrachtten Belastung am oberen Rand der Scheibe ein. An der linken Ecke beträgt die Verformung $-0,59$ [mm], an der rechten Ecke $+0,50$ [mm].

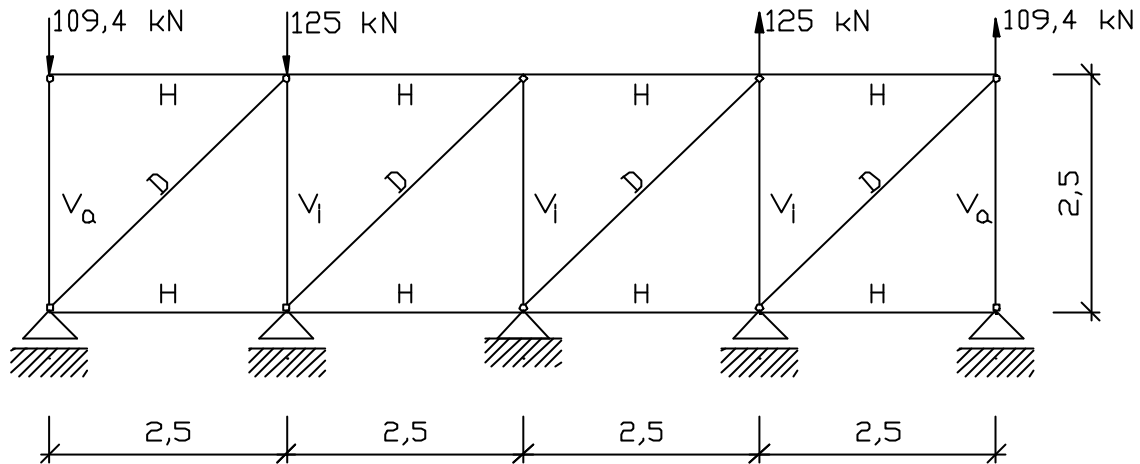


Bild 6.30: Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Die Plausibilitätskontrolle der Ergebnisse erfolgt anhand des in Bild 6.30 dargestellten Stabwerkmodells für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur. Für das Gleichgewicht der Kräfte ist, wie in Kapitel 6.2.1 bereits erläutert, eine biegesteife Ausbildung der Knotenpunkte nicht notwendig, da das System aufgrund der Diagonalstäbe auch bei gelenkigem Anschluss der Einzelstäbe unverschieblich ist. Die Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe entsprechen den Angaben der Tabelle 6.6/S. 109. Sie spiegeln den Aufbau der Wandscheibe aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur wieder. Die in der Finiten-Element-Berechnung am oberen Scheibenrand aufgebrachtte, linear veränderliche Belastung wird entsprechend der Lastezugsflächen der Einzelstäbe an den Knotenpunkten des Obergurts eingeleitet.

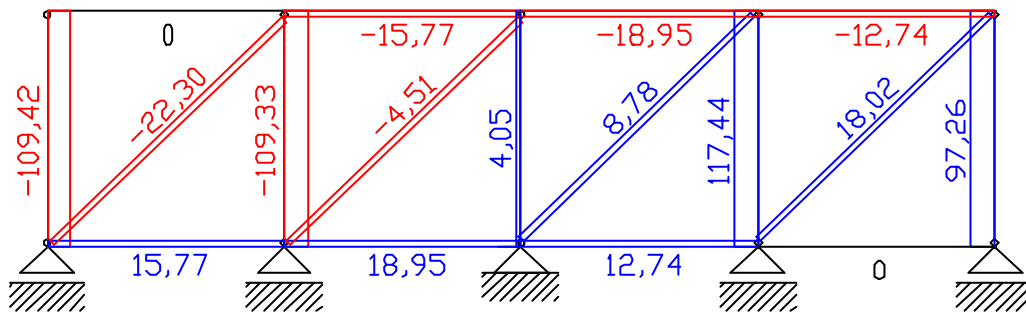


Bild 6.31: Normalkräfte am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur [kN]

Da die Knotenpunkte des Ersatzmodells für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur statisch unbestimmt sind, ist das Gleichgewicht der Kräfte und die Verträglichkeit der Verformungen für die Berechnung der unbekanntten Stabkräfte notwendig. In statisch unbestimmten Systemen lagern sich Kräfte um, die Steifigkeit der Einzelstäbe beeinflusst die Verteilung der Schnittgrößen. Aus diesem Grund werden bei einer Belastung in vertikaler Richtung Kräfte in den horizontalen Brettlagen und der diagonalen Brettlage hervorgerufen. Die in den Knotenpunkten des Obergurts angreifenden Lasten werden von den Vertikalstäben in die Auflager abgetragen. Querkräfte und Momente stellen sich nicht ein. Die sich einstellenden Normalkräfte in den Einzelstäben korrespondieren mit der Verformungsfigur, die in Bild 6.32 angegeben ist.

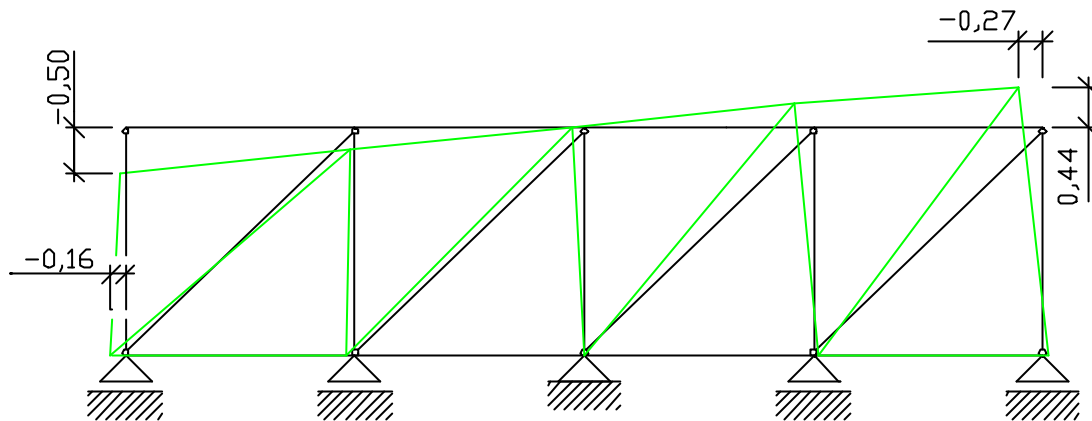


Bild 6.32: Verformungen am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur [mm]

Hinsichtlich der Verformungen korrespondieren die Ergebnisse am Ersatzmodell qualitativ mit den Ergebnissen der Finiten-Element-Berechnung. Am oberen Rand summieren sich die horizontalen Verformungen zum rechten Rand hin auf, so dass sich an der rechten, oberen Ecke die größte Verformung in x-Richtung einstellt. Die horizontalen Verformungen am Untergurt können sich aufgrund des unverschieblichen, mittleren Auflagers nicht über die Länge aufsummieren. In den beiden linken Stäben des Untergurts stellen sich betragsmäßig höhere Zugkräfte ein als in den rechten beiden Stäben des Untergurts, so dass die horizontalen Verformungen an der linken, unteren Ecke größer sind als an der rechten, unteren Ecke.

Die vertikalen Verformungen sind an der linken, oberen Ecke größer als an der rechten oberen Ecke. Der Grund dafür ist die fehlende Diagonale an diesem Knotenpunkt. Die aufgebrachte Belastung wird direkt vom dortigen Vertikalstab aufgenommen. An der rechten, oberen Ecke reduziert sich die Beanspruchung für den Vertikalstab, da die aufgebrachte Belastung vom Horizontalstab und dem Diagonalstab mit aufgenommen wird.

Zusammenfassung

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur treten signifikante Verformungen in horizontaler Richtung auf. Derartige Verformungen sind bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur bei diesem Lastfall nicht so stark ausgeprägt.

Die Extremwerte der Verformungen in vertikaler Richtung treten an den Eckpunkten des oberen Scheibenrandes auf. Ein signifikanter Unterschied besteht im Hinblick auf die Größenordnung der sich einstellenden Verformungen in vertikaler Richtung. Analog zum Lastfall 1 stellen sich bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur aufgrund der geringeren Steifigkeit in vertikaler Richtung um den Faktor 3/2 höhere Verformungen in vertikaler Richtung ein.

Spannungen in den einzelnen Brettlagen

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Wie Bild 6.33 zeigt, wird die aufgebrachte Belastung gleichmäßig über drei vertikal angeordnete Brettlagen aufgenommen und in die Auflager weitergeleitet. Die sich in den Einzellagen 1, 3 und 5 einstellenden Normalspannungen σ_x entsprechen dem Quotienten aus der Belastung $L(x) = 100 - 20 \cdot x$ [kN/m] für $0 \leq x \leq 10$ [m] und deren Fläche $A = 3 \cdot h = 3 \cdot$

22 = 66 [mm²]. Die Extremwerte der Normalspannungen σ_x am linken bzw. rechten Scheibenrand betragen $\pm 1,49$ [N/mm²].

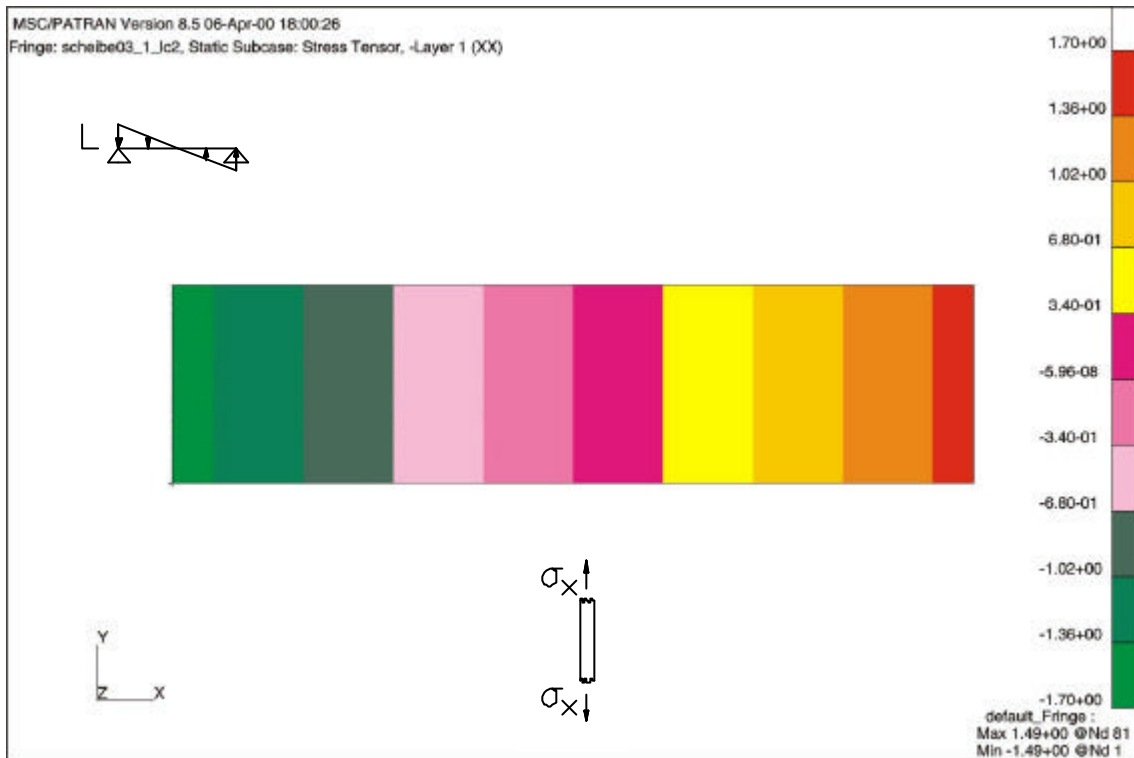


Bild 6.33: Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

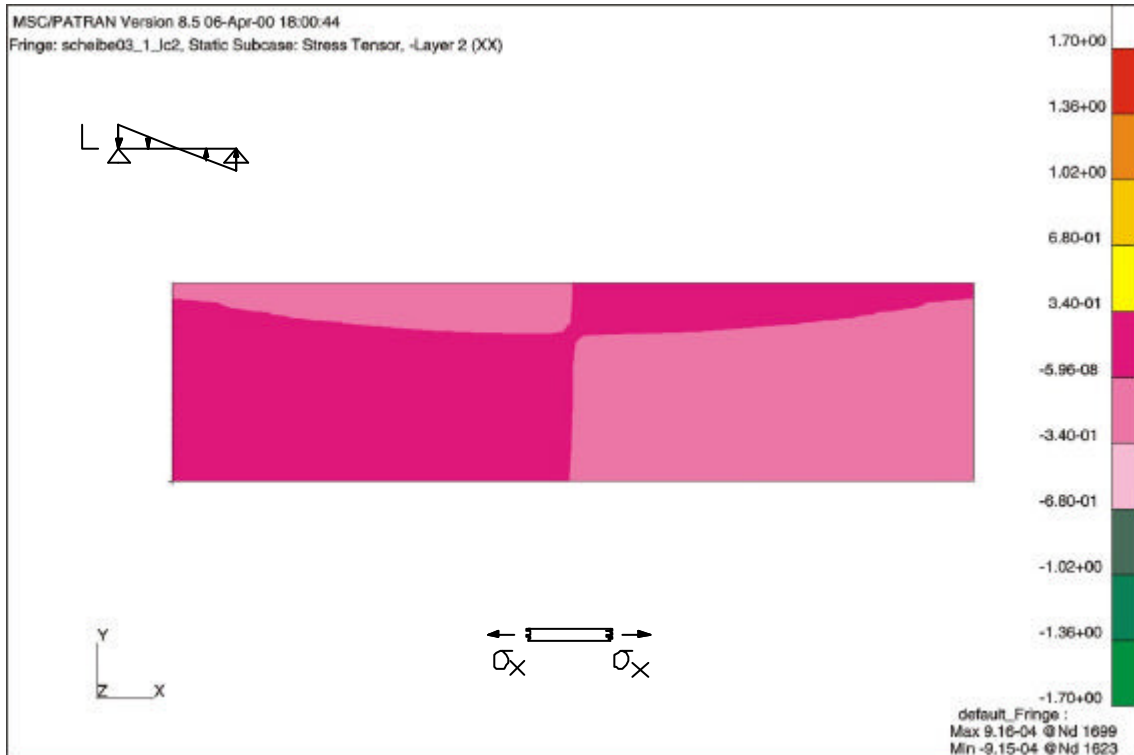


Bild 6.34: Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

An der Wandscheibe greifen keine horizontalen Belastungen an, so dass die Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen 2 und 4 vernachlässigbar klein sind.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

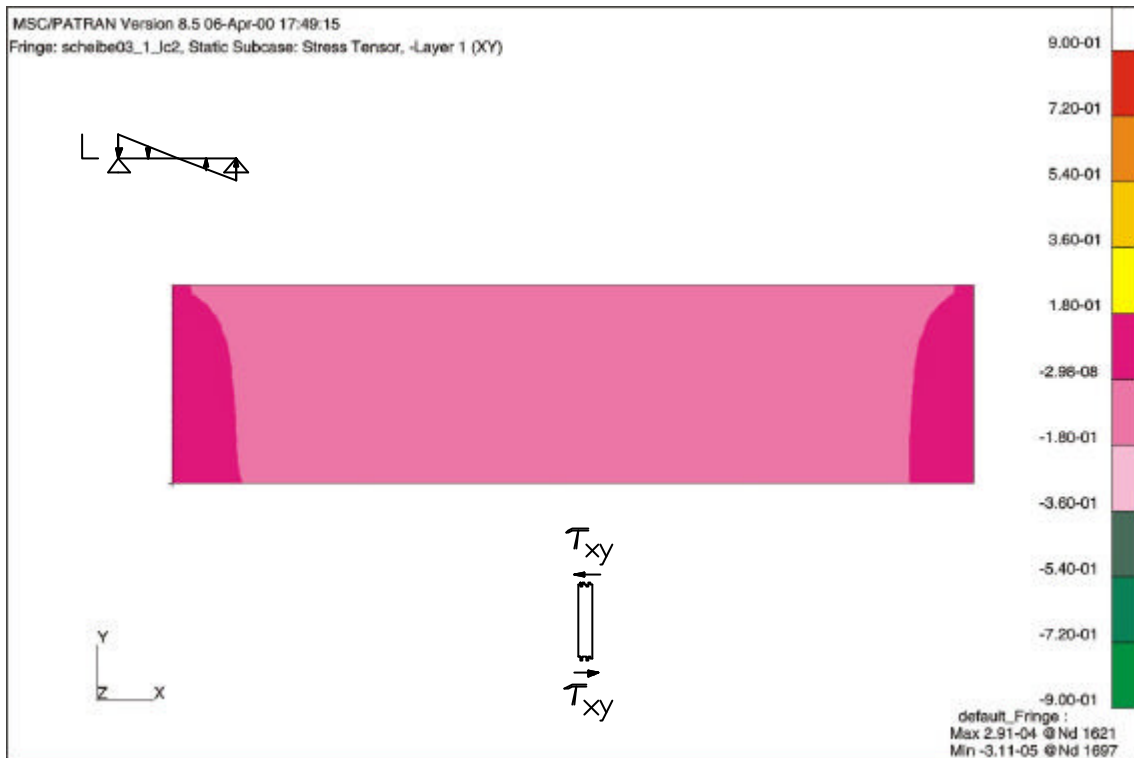


Bild 6.35: Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

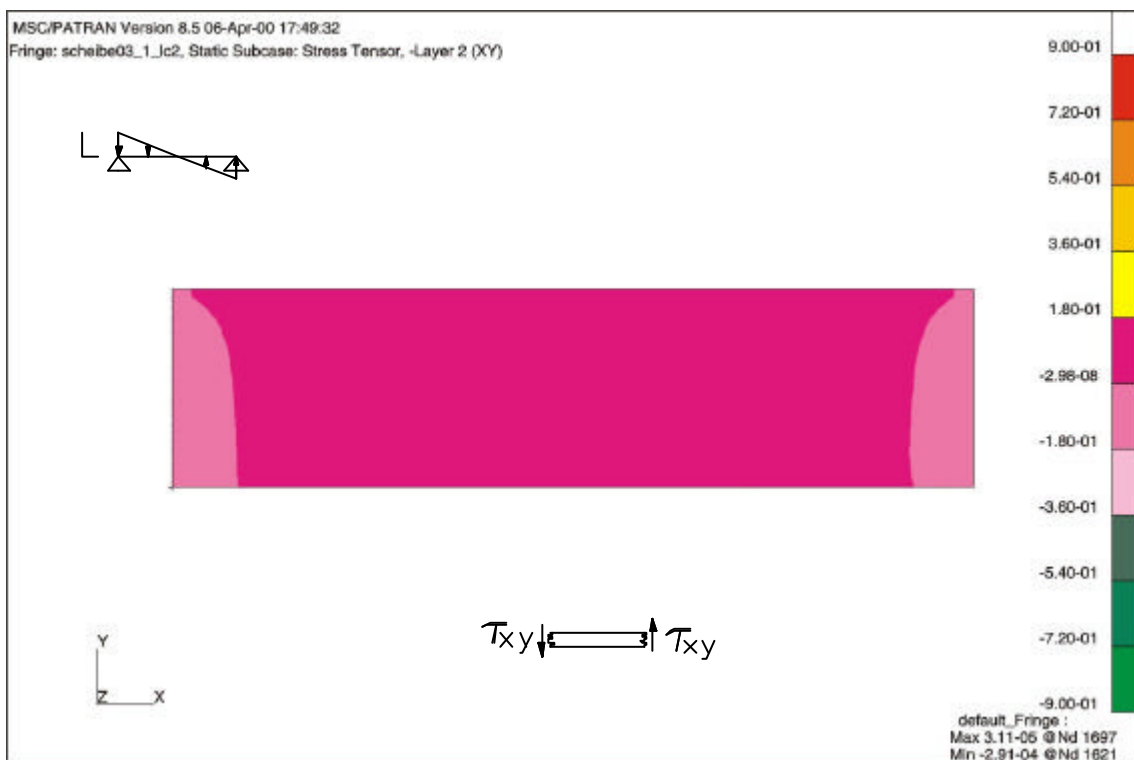


Bild 6.36: Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Da die gleichmäßige Belastung am oberen Rand der Wandscheibe bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur über Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen abgetragen wird, treten Schubspannungen τ_{xy} nicht auf. Die Größenordnung der sich in den vertikalen und horizontalen Brettlagen einstellenden Schubspannungen ist vernachlässigbar klein.

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Die in Tabelle 3.5/S. 64 für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur angegebenen Membransteifigkeiten A_{ik} zeigen, dass die diagonale Mittellage die Abtragung der Kräfte n_x , n_y und n_{xy} beeinflusst. Durch die diagonale Mittellage lagern sich Kräfte in der Wandscheibe um, da korrespondierend zu Gleichung 3.81/S. 45, Dehnungen ϵ_{y0} beispielsweise Kräfte n_x hervorrufen.

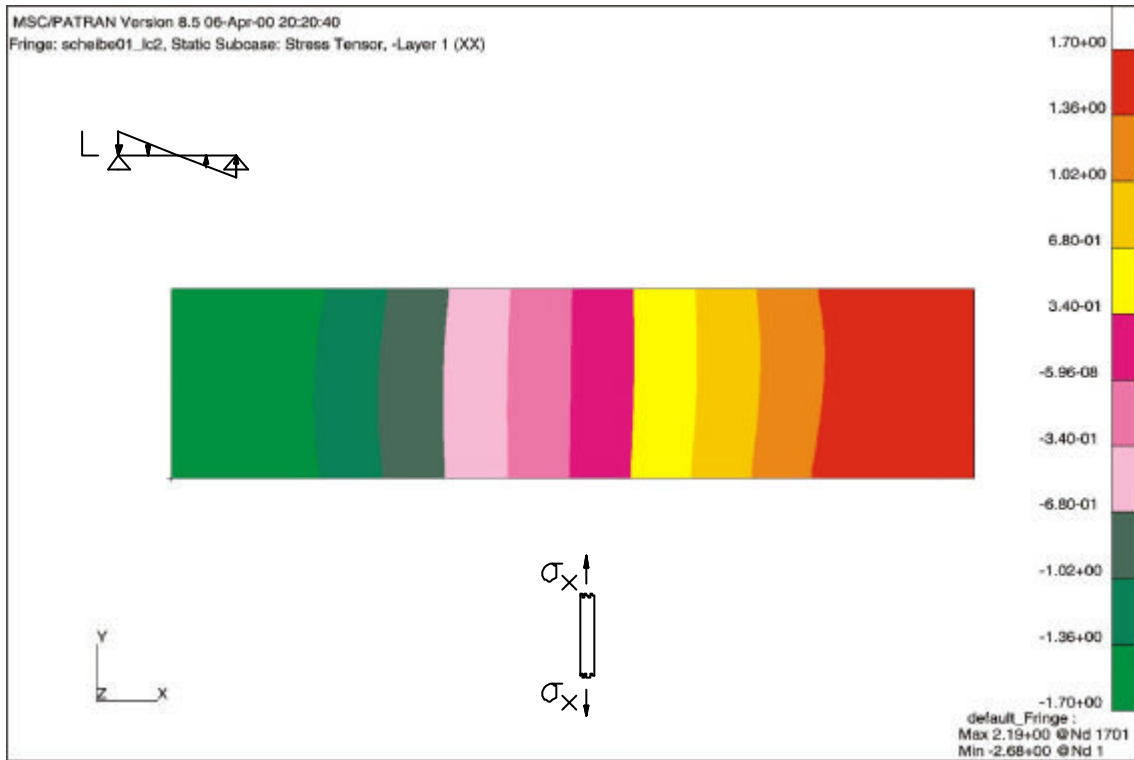


Bild 6.37: Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur wird die aufgebrachte Belastung überwiegend von den beiden vertikal angeordneten Brettlagen aufgenommen und in die Auflager weitergeleitet, wenn gleich die diagonale Mittellage und die horizontalen Lagen an der Lastabtragung beteiligt werden, wie die Normalkraftverteilung am Ersatzmodell zeigt (vgl. Bild 6.31/S. 123). Korrespondierend zu dieser Normalkraftverteilung stellen sich am linken Scheibenrand die minimalen Druckspannungen mit $-2,68$ [N/mm²] ein, und am rechten Scheibenrand die betragsmäßig geringeren Zugspannungen mit $2,19$ [N/mm²]. Dieser betragsmäßige Unterschied resultiert aus der diagonalen Brettlage, die an der Lastabtragung beteiligt wird.

Die konstitutiven Gleichungen für die Schnittgrößen nach Gleichung 3.81/S. 45 zeigen, dass Dehnungen ϵ_{y0} Kräfte n_x hervorrufen, wenn die Membransteifigkeit A_{12} von Null verschieden ist. Da sich die diagonale Mittellage auf die Größenordnung aller Membransteifigkeiten A_{ik} auswirkt, werden bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur auch Beanspruchungen in den horizontalen Brettlagen 2 und 4 hervorgerufen. Die vorgegebene, linear veränderliche Belastung führt am oberen Scheibenrand zu Druckspannungen in den horizontalen Brettlagen. Am unteren Scheibenrand stellen sich Zugspannungen ein. Die Höhe der Spannungen in den Einzellagen resultiert aus den Gleichungen 3.83/S. 46 bis 3.85/S. 46, vgl. Abschnitt 3.3.3. Die Extremwerte der Normalspannungen σ_x in den Brettlagen 2 und 4 betragen $+0,35$ [N/mm²]. Dieses Ergebnis wird durch die Normalkraftverteilung am Ersatzmodell bestätigt (vgl. Bild 6.31/S. 123).

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

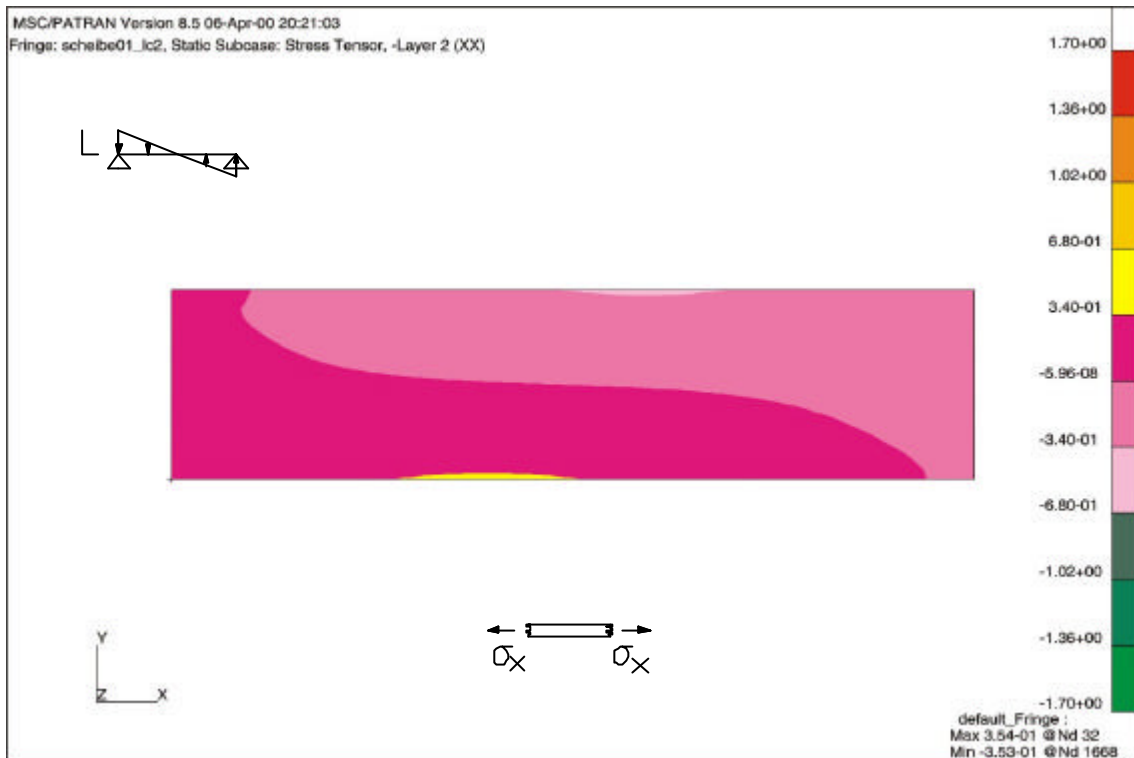


Bild 6.38: Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

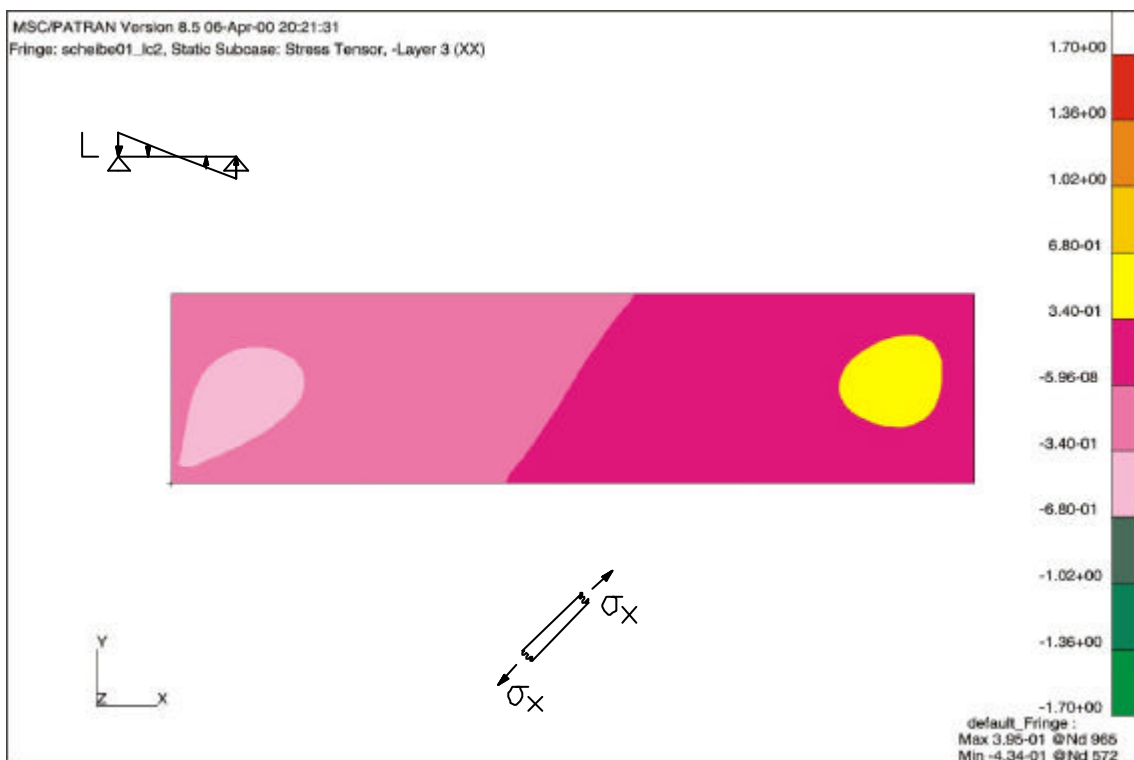


Bild 6.39: Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur) [N/mm²]

Die maximalen Zugspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage 3 betragen 0,40 [N/mm²], die minimalen Druckspannungen -0,43 [N/mm²]. Die Ergebnisse entsprechen annähernd dem Normalkraftverlauf am Ersatzmodell (vgl. Bild 6.31/S. 123).

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

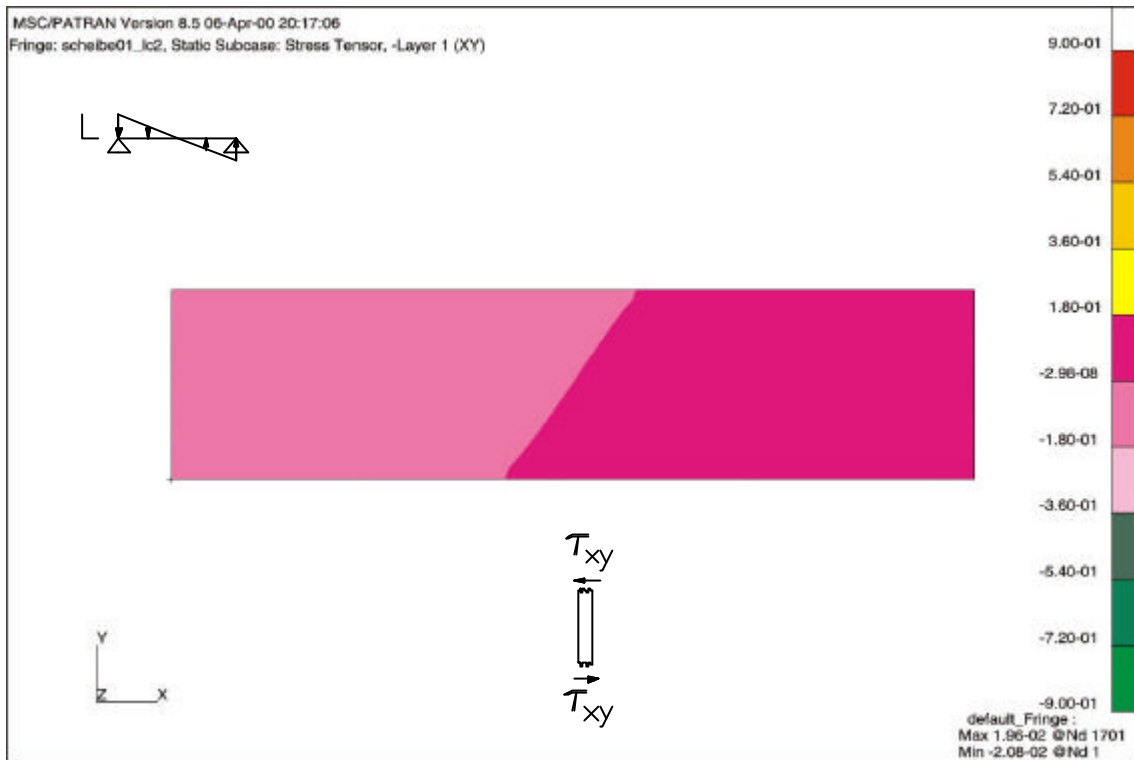


Bild 6.40: Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

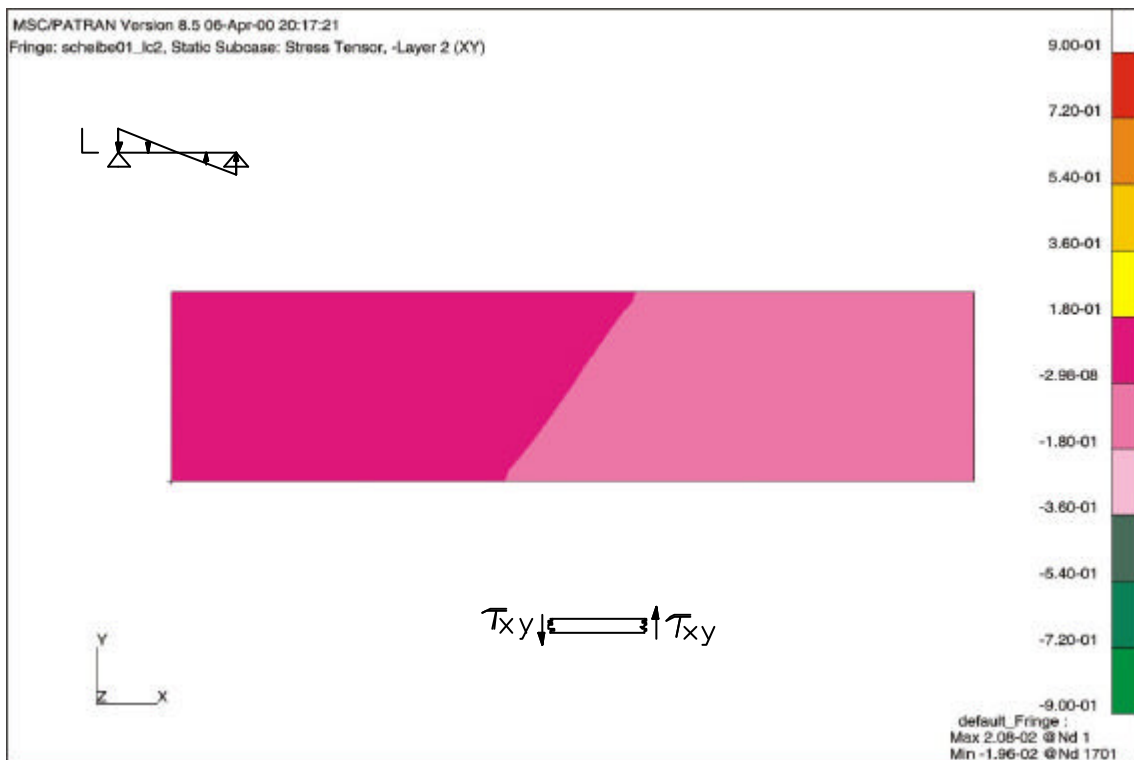


Bild 6.41: Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

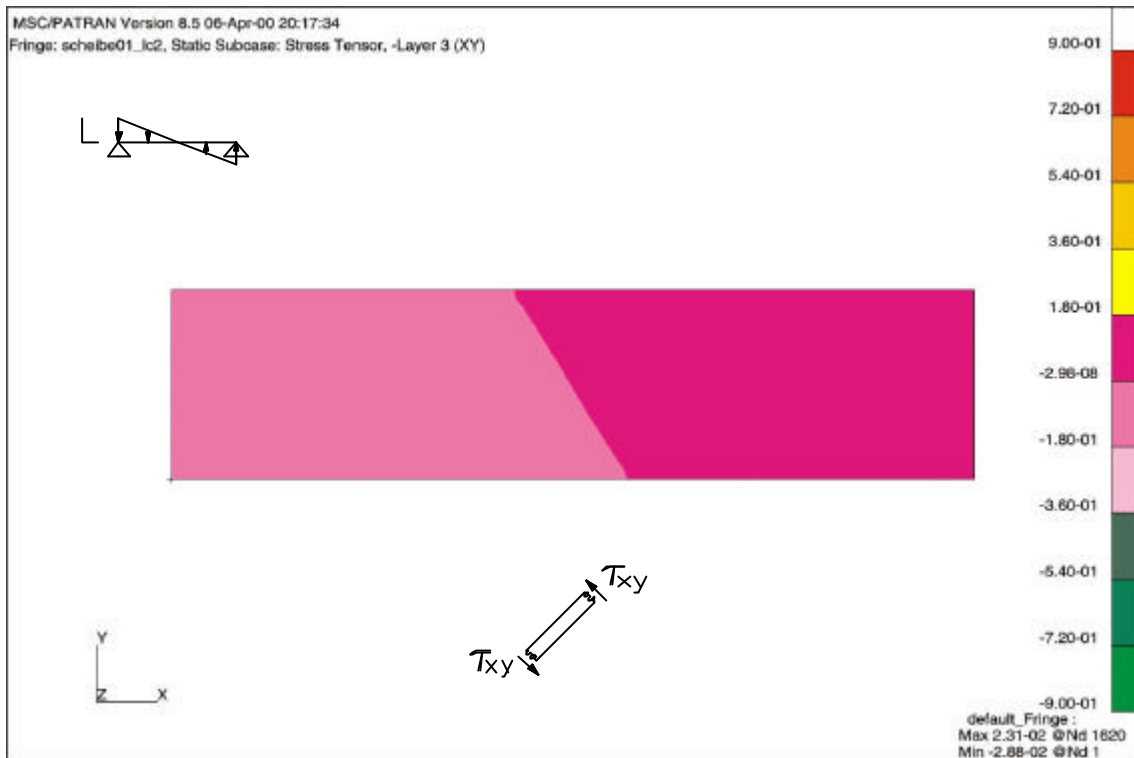


Bild 6.42: Schubspannungen τ_{xy} in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur) [N/mm²]

Die verzerrte Verformungsfigur von Brettlagenholz mit diagonaler Struktur lässt erkennen, dass sich aufgrund der größeren Schubsteifigkeit höhere Schubspannungen τ_{xy} in den einzelnen Brettlagen einstellen. Sie sind in der diagonalen Brettlage minimal und betragen dort $-0,029$ [N/mm²]. Die Größenordnung der Schubspannungen ist vernachlässigbar klein, da die Belastung in den einzelnen Brettlagen über Normalkräfte und nicht über Biegung abgetragen wird.

Zusammenfassung

Analog zu Lastfall 1, führt die diagonale Anordnung der mittleren Brettlage zu einer signifikanten Veränderung der Spannungen in den einzelnen Brettlagen.

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur führt die geringere Steifigkeit gegenüber vertikalen Lasten zu einer Erhöhung der Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen. Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur betragen die Extremwerte der Normalspannung $+2,19$ [N/mm²] und $-2,68$ [N/mm²]. Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur nimmt die Normalspannung Extremwerte von $\pm 1,49$ [N/mm²] an. Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur werden Kräfte umgelagert, so dass die horizontalen Brettlagen und die diagonale Brettlage an der Lastabtragung beteiligt werden. Diese Kraftumlagerung führt jedoch zu keiner signifikanten Entlastung der vertikalen Brettlagen. Die aufgrund der diagonalen Mittellage höhere Schubsteifigkeit führt zu größeren Schubspannungen τ_{xy} in allen Einzellen, wenn gleich deren Größenordnung vernachlässigbar klein ist.

6.2.3 Lastfall 3

Verformungen

Bei diesem Lastfall treten Verformungen in z -Richtung nicht auf, da die Wandscheibe nur in ihrer Ebene belastet wird.

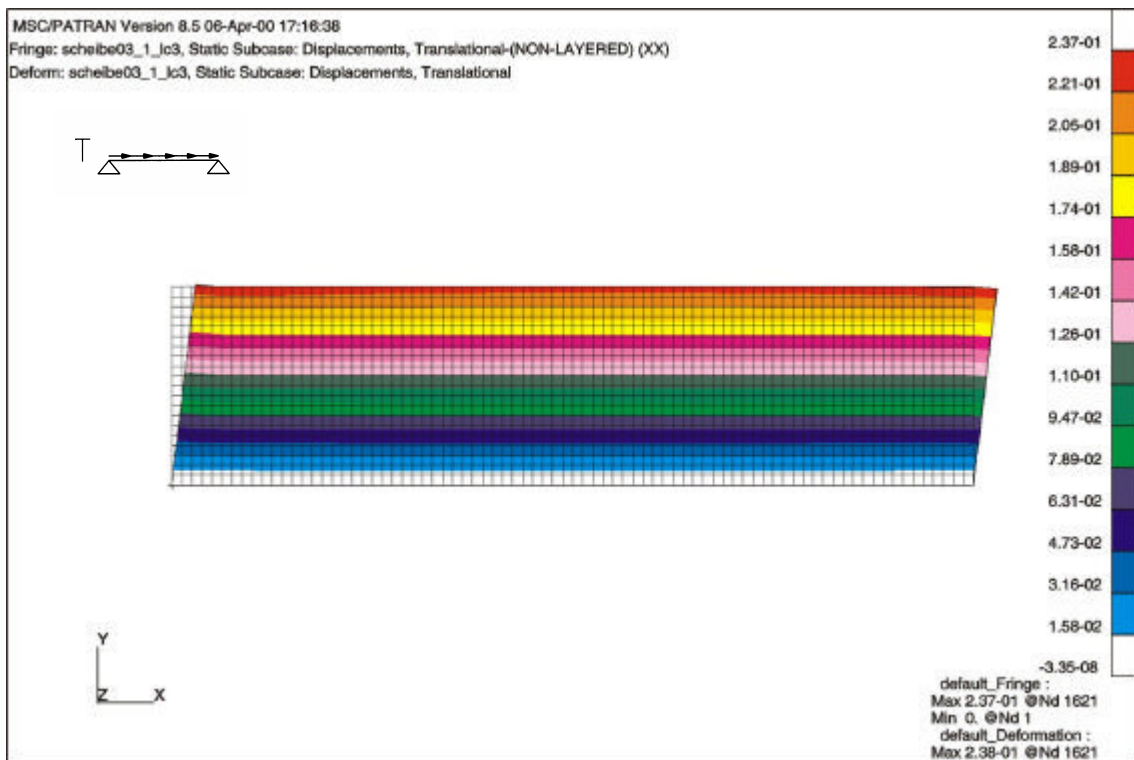
Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Bild 6.43: Verformungen in x -Richtung (orthogonale Struktur) [mm]

Die aufgebrachte Belastung führt zu einer Verzerrung der Wandscheibe. Die Verformungen in x -Richtung sind, in Abhängigkeit der Höhe, über die Länge konstant. Die Extremwerte der horizontalen Verformungen stellen sich an den Ecken des oberen Scheibenrandes mit 0,24 [mm] ein.

Die Verformungen in vertikaler Richtung sind mit einer Größenordnung von 0,024 [mm] vernachlässigbar klein.

Bei der Plausibilitätskontrolle stellt sich hinsichtlich der Wahl eines zutreffenden Ersatzmodells das Problem, dass die aufgebrachte horizontale Belastung sowohl über Normalkräfte als auch über Querkräfte und Biegemomente abgetragen werden muss, so dass die Biegesteifigkeit des Ersatzmodells zutreffend erfasst werden muss. Bei den Lastfällen 1 und 2 bestand diese Problematik nicht, da trotz biegesteifer Ausbildung der Knotenpunkte die Abtragung der Lasten vorwiegend über Normalkräfte in den Vertikalstäben erfolgte. Bild 6.44 zeigt das für die Plausibilitätskontrolle des Lastfalls 3 gewählte Ersatzmodell. Die Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe entsprechen den Angaben der Tabelle 6.5/S. 107. Die in der Finiten-Element-Berechnung am oberen Scheibenrand aufgebrachte, horizontale Belastung wird entsprechend der Lasteinzugsflächen der Einzelstäbe an den Knotenpunkten des Obergurts eingeleitet.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

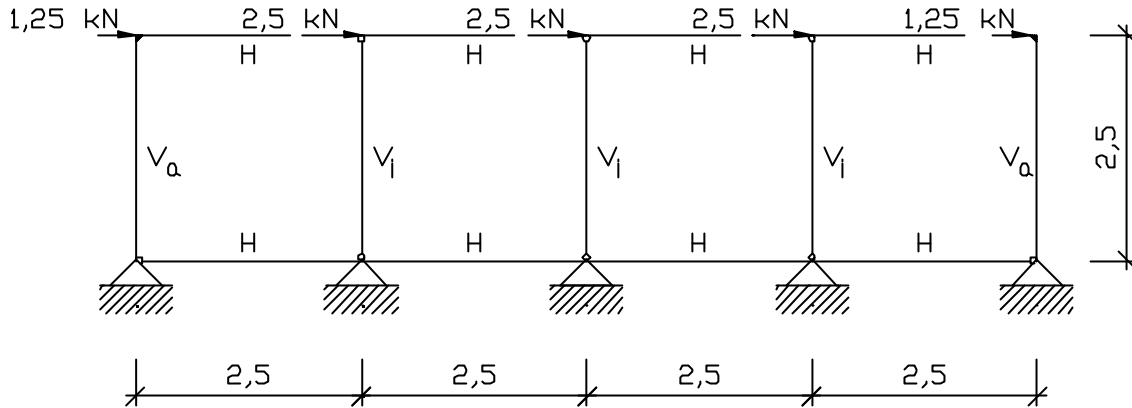


Bild 6.44: Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

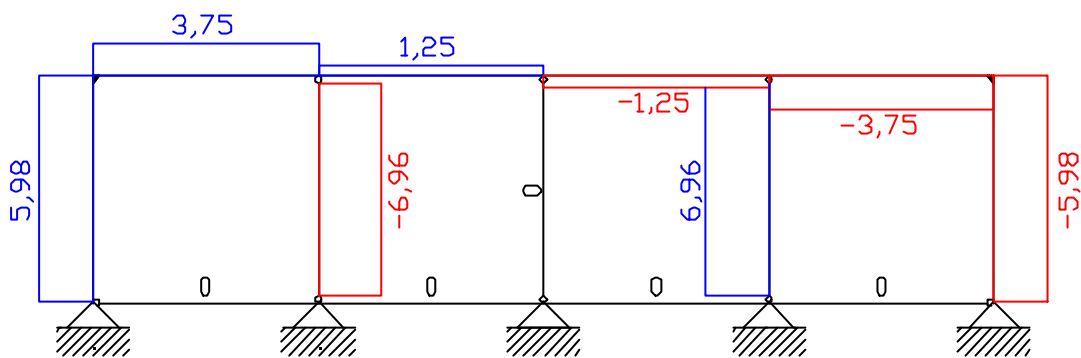


Bild 6.45: Normalkräfte am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur [kN]

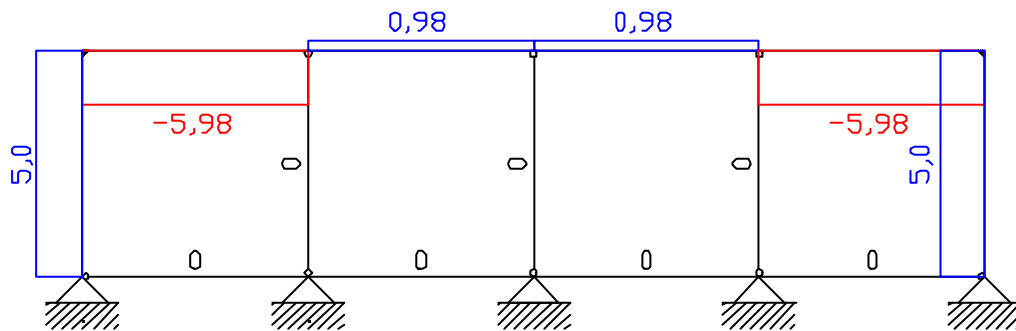


Bild 6.46: Querkräfte am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur [kN]

Die Schnittkraftverteilung am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur zeigt, dass die in den Knotenpunkten des Obergurts angreifenden Lasten über Normal- und Querkräfte abgetragen werden. Auf die Darstellung der Biegemomente wurde verzichtet. Zwar sind die aus der Schnittkraftverteilung am Ersatzmodell resultierenden Verformungen mit Ergebnissen der Finite-Element-Rechnung quantitativ nur bedingt vergleichbar, doch zeigen sich qualitative identische Ergebnisse. Am Ersatzmodell betragen die maximalen Verformungen 0,60 [mm], während die maximalen Verformungen nach der Finite-Element-Berechnung 0,27 [mm] betragen. Diese große Abweichung ist insbesondere darauf zurückzuführen, dass die Verdrehungssteifigkeit der verleimten Brettkreuzungen im Stabwerksmodell unberücksichtigt bleibt, und damit insgesamt größere Verformungen resultieren.

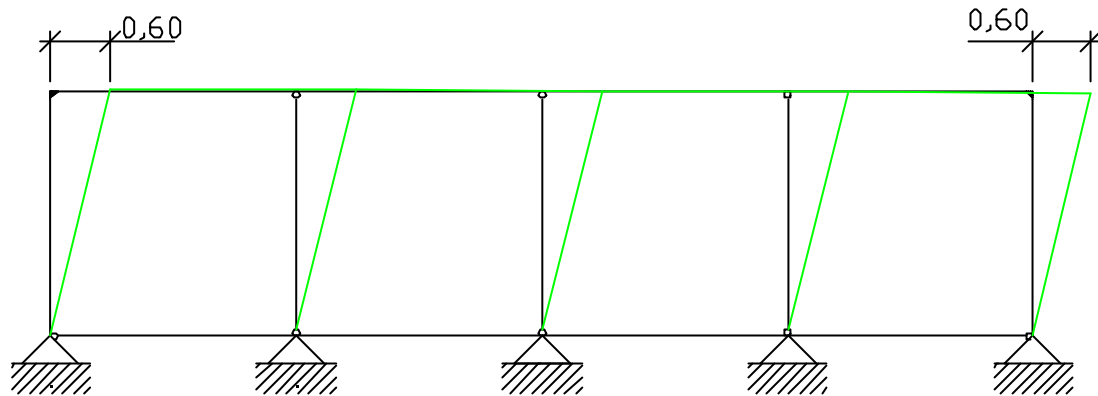


Bild 6.47: Verformungen am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur [mm]

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

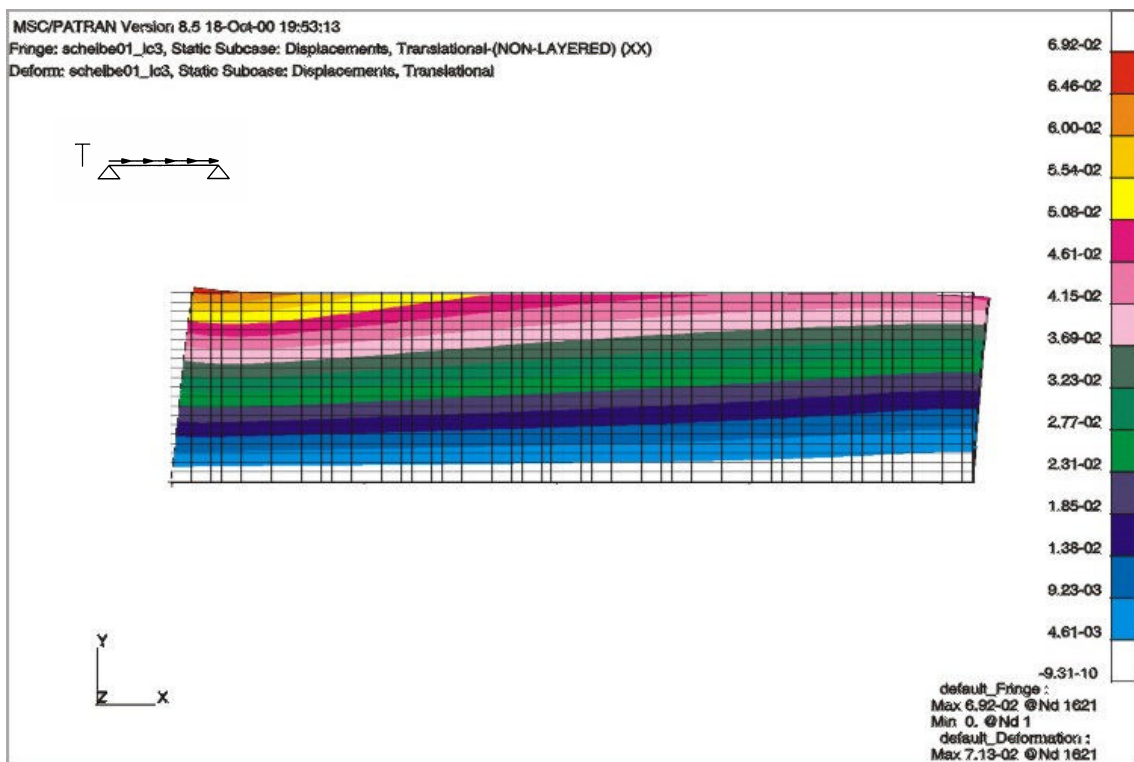


Bild 6.48: Verformungen in x-Richtung (diagonale Struktur) [mm]

Die Verformungen in x -Richtung bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur sind nicht mehr gleichmäßig über die Länge der Wandscheibe verteilt, sondern nehmen zum rechten Scheibenrand hin ab. An der linken Ecke stellt sich eine Verformung von 0,07 [mm] ein, am rechten Rand beträgt sie etwa 0,05 [mm].

Die Verformungen in vertikaler Richtung sind von geringer Größenordnung. Der Maximalwert der Verformungen in y -Richtung beträgt 0,02 [mm].

Die Plausibilitätskontrolle der Ergebnisse erfolgt anhand des in Bild 6.49 dargestellten Stabwerkmodells für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur. Für das Gleichgewicht der Kräfte ist, wie in Kapitel 6.2.1 bereits erläutert, eine biegesteife Ausbildung der Knotenpunkte nicht notwendig, da das System aufgrund der Diagonalstäbe auch bei gelenkigem Anschluss der Einzelstäbe unverschieblich ist. Die Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe

entsprechen den Angaben der Tabelle 6.6/S. 109. Sie spiegeln den Aufbau der Wandscheibe aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur wieder. Die in der Finiten-Element-Berechnung am oberen Scheibenrand aufgebrauchte, horizontale Belastung wird entsprechend der Lasteinzugsflächen der Einzelstäbe an den Knotenpunkten des Obergurts eingeleitet.

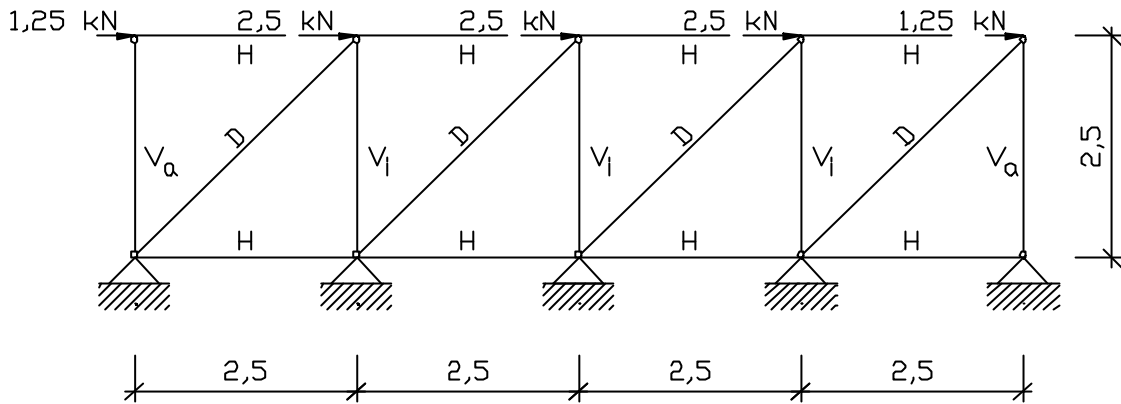


Bild 6.49: Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

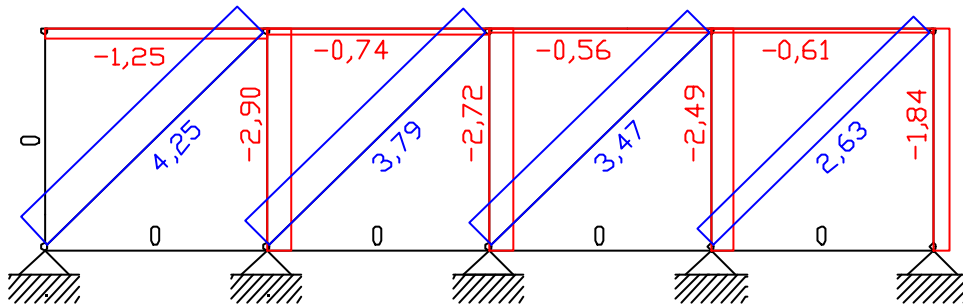


Bild 6.50: Normalkräfte am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur [kN]

Die am Obergurt angreifenden horizontalen Lasten rufen in den Diagonalstäben Zugkräfte, und in den Vertikalstäben Druckkräfte hervor. Querkräfte und Momente stellen sich nicht ein. Die Normalkraftverteilung korrespondiert mit der Verformungsfigur des Ersatzmodells. Die Beanspruchungen der Obergurtstäbe nehmen zum rechten Rand hin ab, was die geringeren Verformungen an der rechten oberen Ecke erklärt (vgl. Bild 6.48/S. 133).

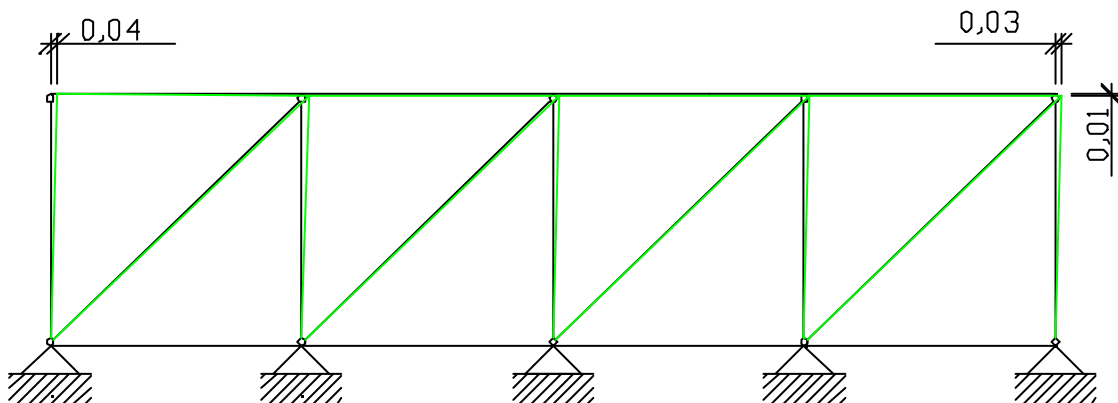


Bild 6.51: Verformungen am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur [mm]

Die Verformungen am Ersatzmodell stimmen qualitativ und quantitativ mit den Ergebnissen der Finiten-Element-Berechnung überein.

Zusammenfassung

Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur stellen sich signifikant höhere Verformungen in horizontaler Richtung ein. Der Maximalwert der Verformungen beträgt entlang des oberen Scheibenrandes 0,24 [mm].

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur stellt sich die maximale Verformung in horizontaler Richtung von 0,07 [mm] an der linken oberen Ecke ein. Die horizontalen Verformungen nehmen zum rechten Scheibenrand hin ab, da die diagonale Mittellage zusammen mit den vertikalen Brettlagen die aufgebrachte Belastung aufnimmt. Insgesamt führt die aussteifende Wirkung der diagonalen Mittellage zu Verformungen, die im Vergleich zu Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur etwa um den Faktor 3 kleiner sind.

Verformungen in vertikaler Richtung sind bei diesem Lastfall für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur nicht maßgebend.

Spannungen in den einzelnen Brettlagen

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Die aufgebrachte, horizontale Belastung wird über Normal- und Querkräfte in den vertikalen und horizontalen Brettlagen abgetragen.

In den vertikalen Brettlagen stellen sich am linken Scheibenrand Zugbeanspruchungen und am rechten Rand Druckbeanspruchungen ein. Dieses Ergebnis korrespondiert mit den Ergebnissen am Ersatzmodell, vgl. Bild 6.45/S. 132. Aus der Verteilung der Auflagerreaktionen ist zu erkennen, dass die vertikalen Brettlagen im mittleren Scheibenbereich kaum beansprucht werden.

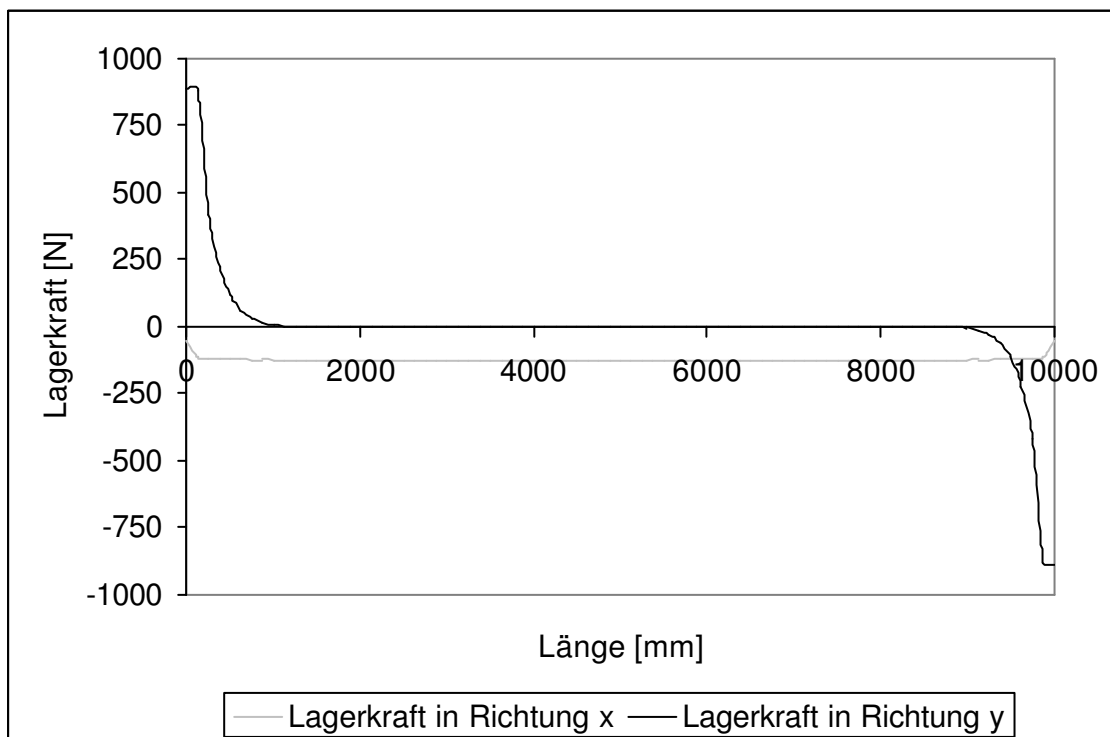


Bild 6.52: Auflagerreaktionen für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

In vertikaler Richtung verteilt sich die Beanspruchung gleichmäßig auf drei Brettlagen. Die sich in den Einzellagen 1, 3 und 5 einstellenden Extremwerte der Normalspannungen σ_x können aus den Auflagerreaktionen ermittelt werden. Sie entsprechen dem Quotienten aus der maximalen Lagerkraft am linken bzw. rechten Scheibenrand und der Fläche $A = 3 \cdot h = 3 \cdot 22 = 66 \text{ [mm}^2\text{]}$. Die Extremwerte der Normalspannungen σ_x am linken bzw. rechten Scheibenrand betragen $\pm 0,17 \text{ [N/mm}^2\text{]}$. Die Plausibilitätskontrolle hinsichtlich der Größenordnung der Auflagerreaktionen ist Anhang 4 zu entnehmen.

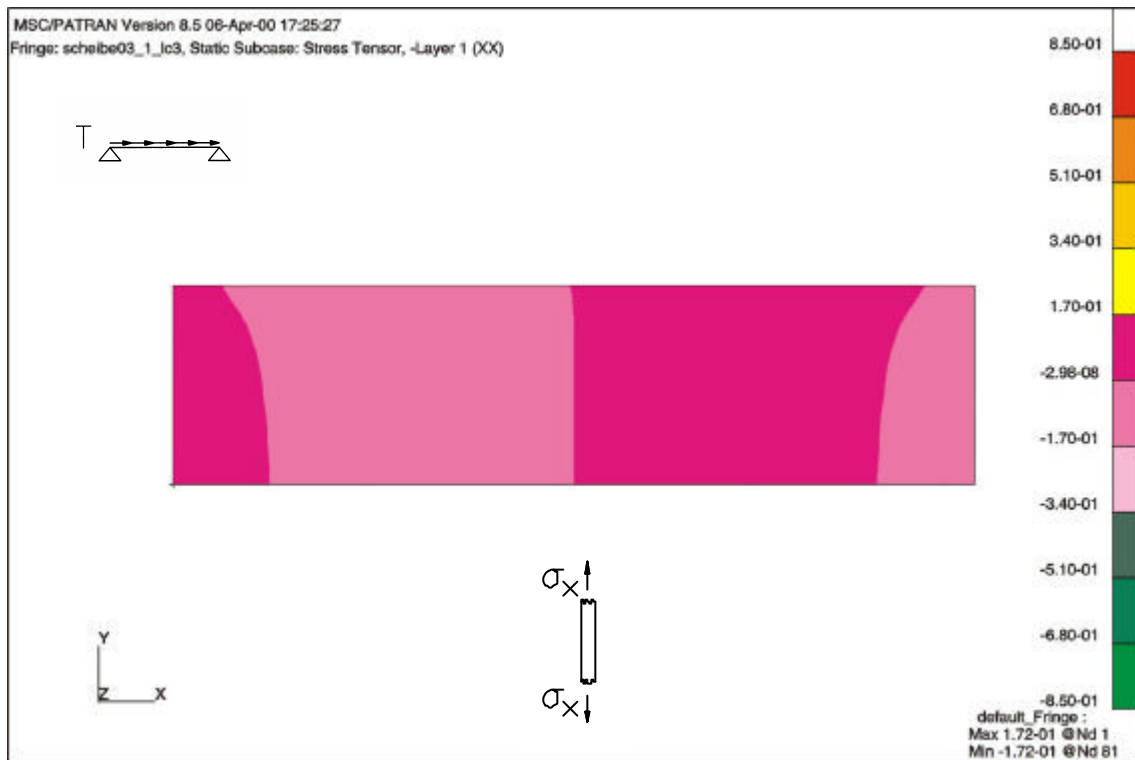


Bild 6.53: Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Die Auflagerreaktionen in x -Richtung, die über die Länge konstant sind, entsprechen unter Berücksichtigung der Elementabmessungen von 125 [mm] der aufgetragenen Belastung von 1 [N/mm].

In den horizontalen Brettlagen 2 und 4 stellen sich Beanspruchungen ein, die der aufgetragenen Belastung von 1 [N/mm] entsprechen. Überschlägig können sie dadurch ermittelt werden, dass die Belastung durch die Fläche $A = 2 \cdot h = 2 \cdot 22 = 44 \text{ [mm}^2\text{]}$ dividiert wird. Der überschlägig ermittelte Wert für die Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen beträgt 0,023 [N/mm²]. In der Finiten-Element-Berechnung stellen sich Extremwerte von $\pm 0,038 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ ein. Qualitativ korrespondieren die Ergebnisse für die Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen mit den Ergebnissen am Ersatzmodell, vgl. Bild 6.45/S.132.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

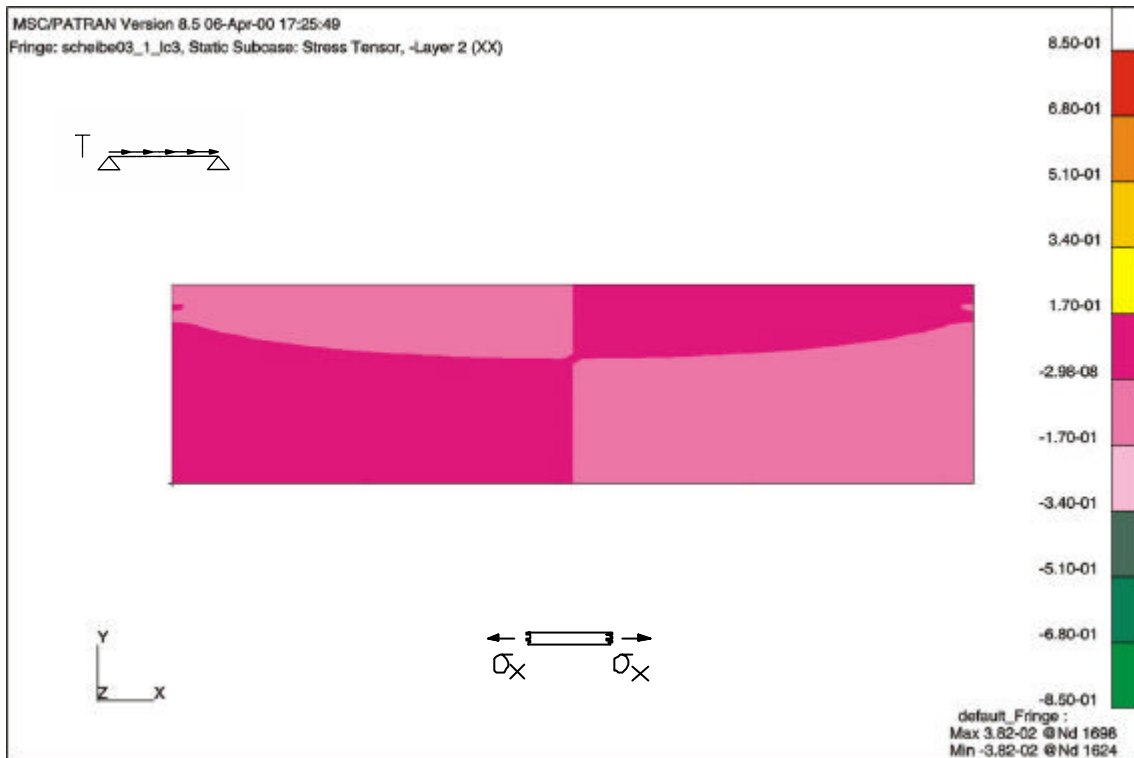


Bild 6.54: Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Die Bilder 6.55 und 6.56 zeigen die Schubspannungen τ_{xy} in den einzelnen Brettlagen. Die Belastung in horizontaler Richtung am oberen Scheibenrand führt zu einer Verzerrung der Wandscheibe aus Brettlagenholz und zu vergleichbaren Schubbeanspruchungen in den horizontalen bzw. vertikalen Einzellagen.

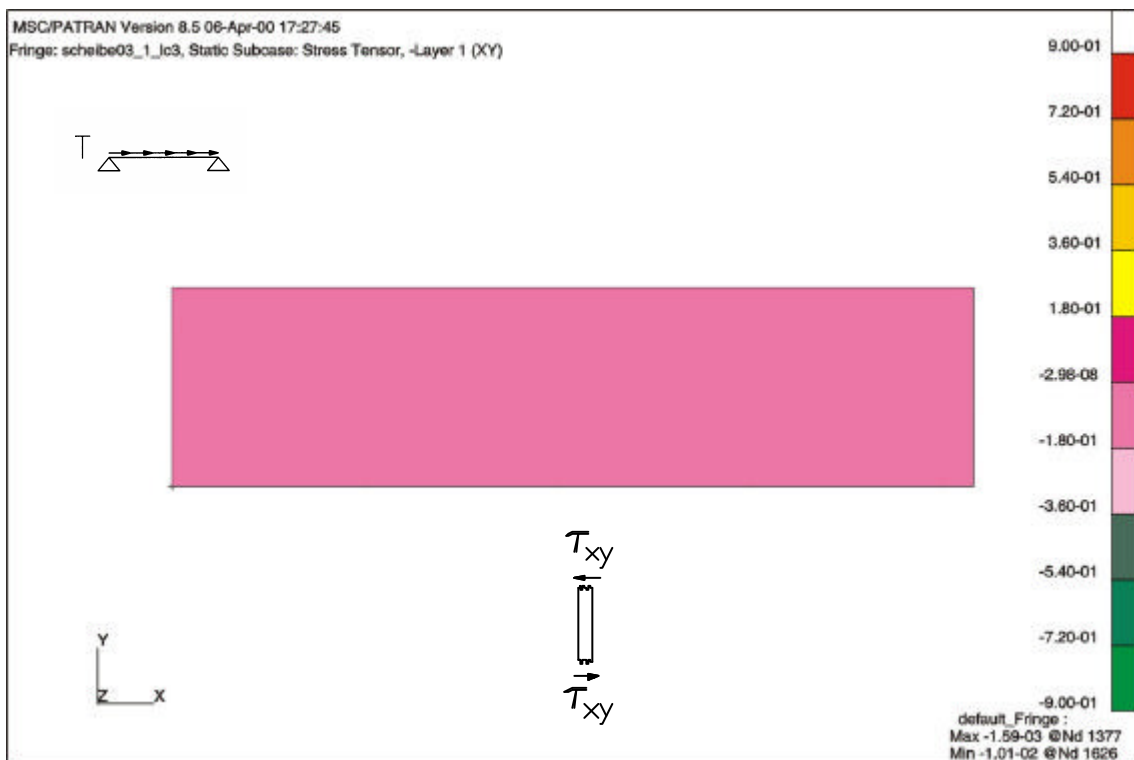


Bild 6.55: Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

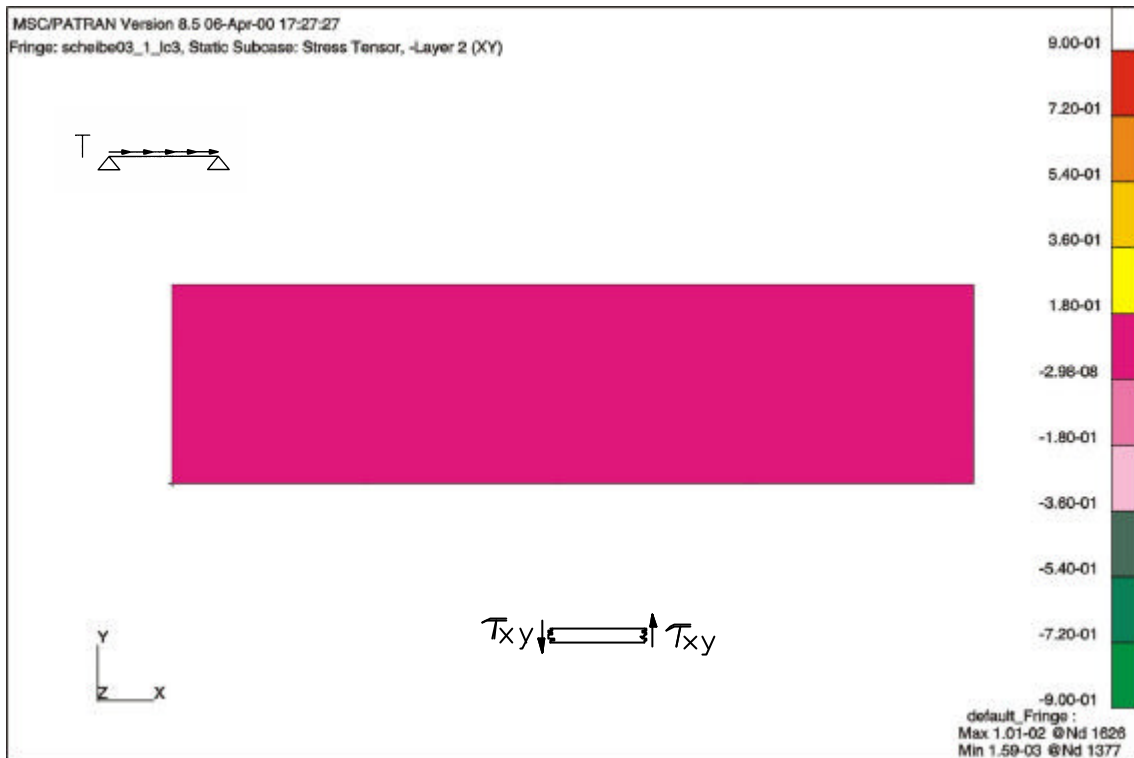


Bild 6.56: Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Da sich bei Wandscheiben aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur ein Kräftegleichgewicht nach Bild 5.4b/S. 94 einstellen kann, wird die aufgebrachte, horizontale Belastung über Normalkräfte in den einzelnen Brettlagen abgetragen (vgl. auch Bild 6.50/S. 134).

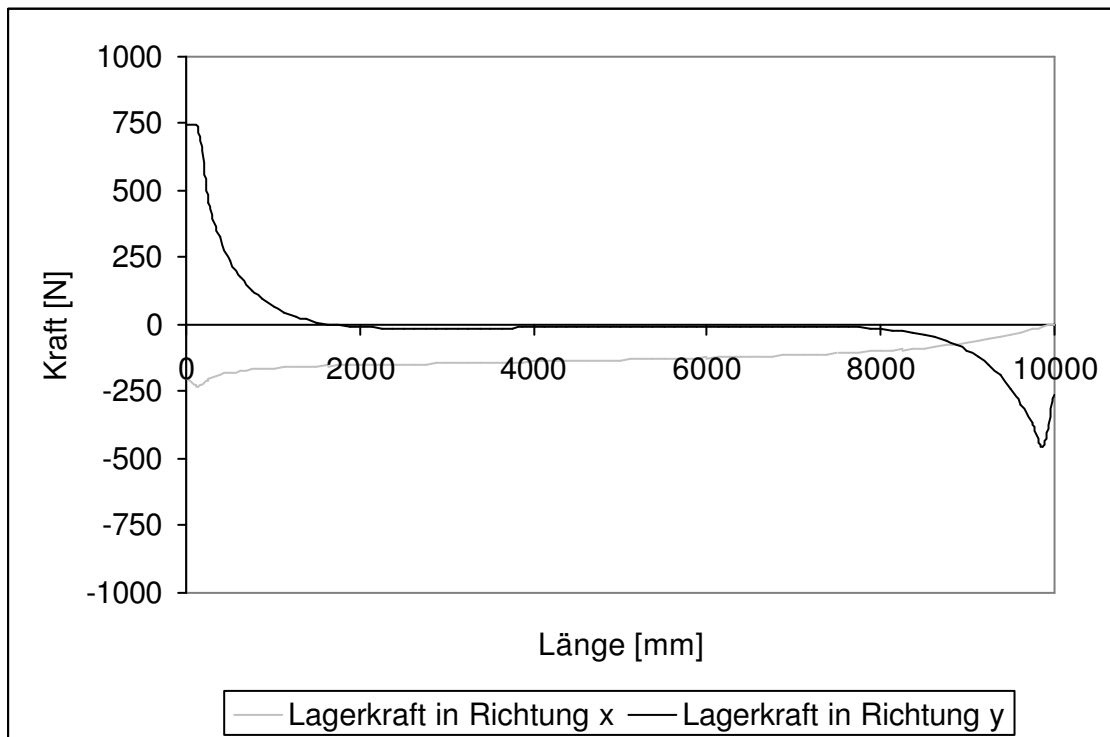


Bild 6.57: Auflagerreaktionen für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Die Verteilung der Auflagerreaktionen verdeutlicht, dass die vertikalen Brettlagen im mittleren Scheibenbereich kaum beansprucht werden, wenngleich mehrere vertikale Brettlagen an der Lastabtragung beteiligt werden, als bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur. Die bessere Lastverteilung bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur führt zu geringeren Beanspruchungen der vertikalen Brettlagen. In den vertikalen Brettlagen stellen sich am linken Scheibenrand Zugbeanspruchungen und am rechten Rand Druckbeanspruchungen ein. Dieses Ergebnis korrespondiert qualitativ mit den Ergebnissen am Ersatzmodell, vgl. Bild 6.50/S. 134.

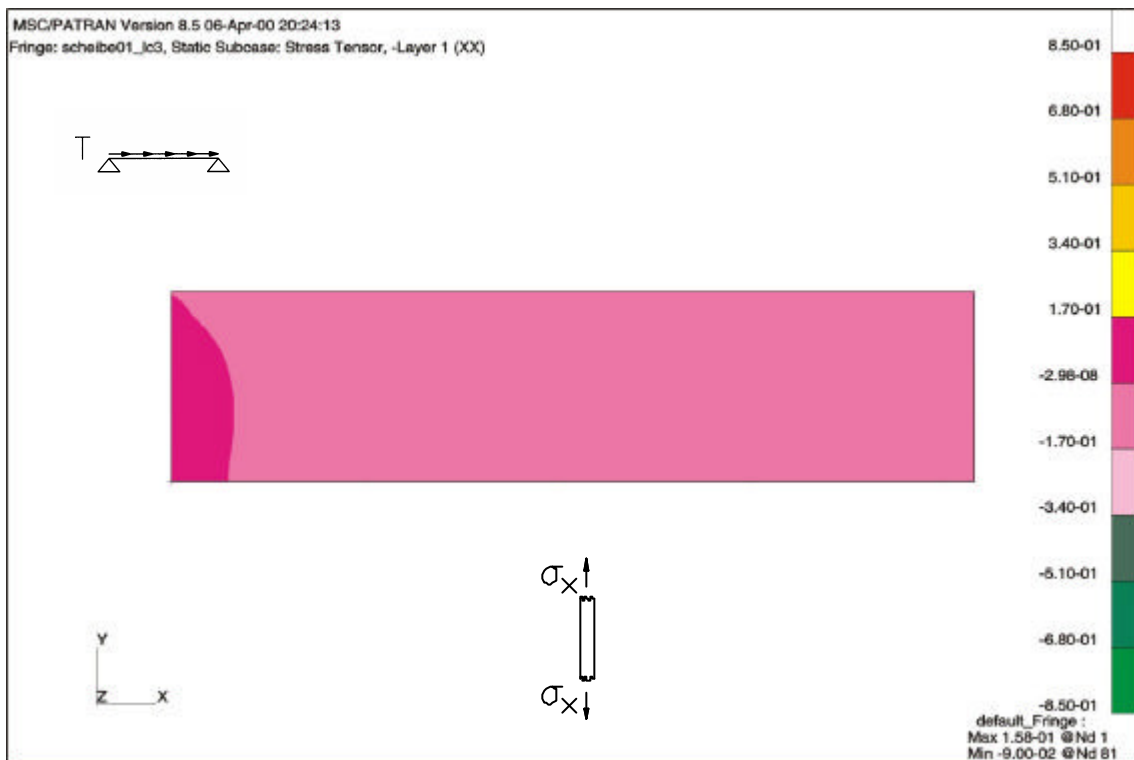


Bild 6.58: Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

In vertikaler Richtung verteilt sich die Beanspruchung nahezu gleichmäßig auf zwei Brettlagen. Die sich in den Einzellagen 1 und 5 einstellenden Extremwerte der Normalspannungen σ_x können aus den Auflagerreaktionen ermittelt werden. Sie entsprechen dem Quotienten aus dem Extremwert der Lagerkraft am linken bzw. rechten Scheibenrand und der Fläche $A = 2 \cdot h = 2 \cdot 22 = 44$ [mm²]. Die maximale Normalspannung σ_x an der linken, unteren Ecke beträgt 0,16 [N/mm²]. An der rechten unteren Ecke stellt sich eine minimale Druckspannung von -0,09 [N/mm²] ein. Da im rechten Scheibenbereich die diagonale Mittellage nicht über die komplette Wandhöhe verläuft, und somit nur geringere Kräfte aufnehmen kann, stellen sich am rechten Scheibenrand betragsmäßig geringere Normalspannungen σ_x . Die Plausibilitätskontrolle hinsichtlich der Größenordnung der Auflagerreaktionen ist Anhang 4 zu entnehmen.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

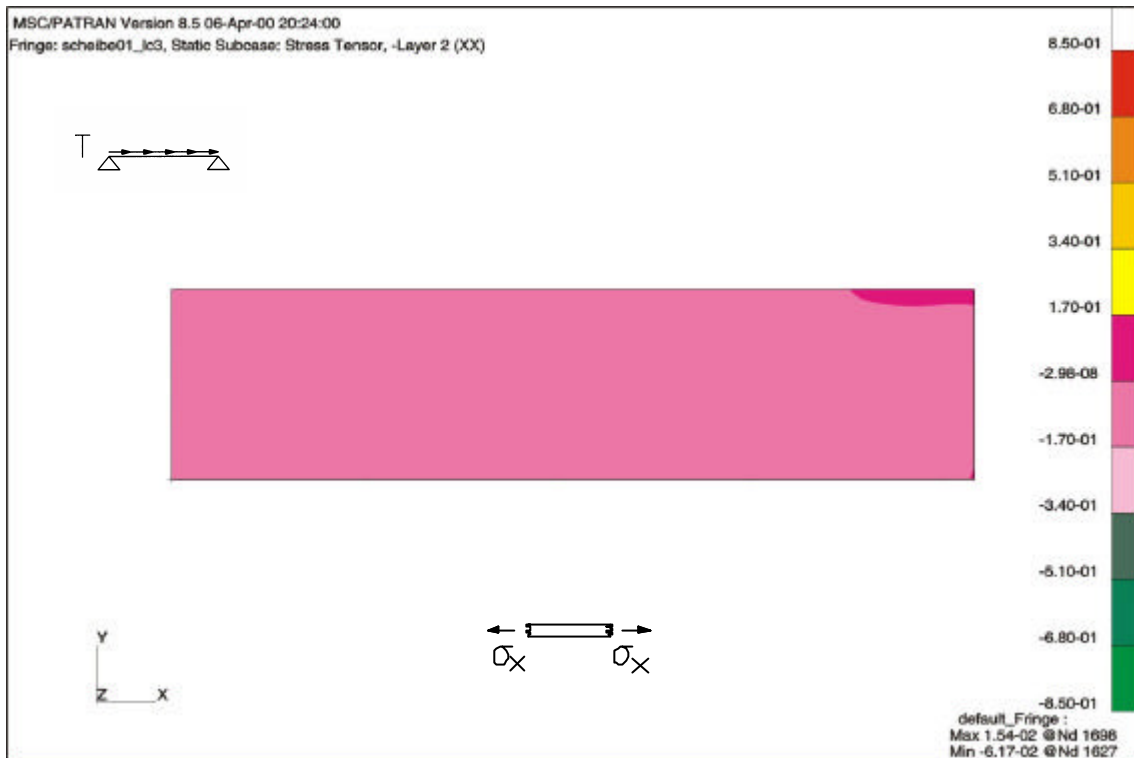


Bild 6.59: Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

In den horizontalen Brettlagen 2 und 4 stellen sich Beanspruchungen ein, die der aufgetragenen Belastung von 1 [N/mm] entsprechen. Überschlägig können sie dadurch ermittelt werden, dass die Belastung durch die Fläche $A = 2 \cdot h = 2 \cdot 22 = 44$ [mm²] dividiert wird. Der überschlägig ermittelte Wert für die Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen beträgt 0,023 [N/mm²]. In der Finiten-Element-Berechnung stellen sich Extremwerte von +0,015 [N/mm²] und -0,062 [N/mm²] ein. Am linken oberen Scheibenrand stellen sich die betragsmäßig höheren Normalspannungen σ_x ein, da die entlastende Wirkung der diagonalen Mittellage erst dort einsetzt, wo sie über die volle Wandhöhe bis zum Auflager verläuft. Diese Aussage wird durch den Verlauf der Auflagerreaktionen in horizontaler Richtung, die zum rechten Scheibenrand hin abnehmen, bestätigt (vgl. Bild 6.57/S. 138).

Die maximalen Zugspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage 3 treten an der linken, unteren Ecke der Wandscheibe auf, da dort die diagonale Mittellage über die komplette Wandhöhe verläuft und sich die Beanspruchung deshalb an dieser Ecke konzentriert. Die maximale Zugspannung beträgt 0,16 [N/mm²]. Die Normalspannungen der diagonalen Mittellage in Scheibenbereichen, in denen die diagonale Mittellage nicht über die komplette Wandhöhe verläuft, sind vernachlässigbar klein. Überschlägig ist die sich einstellende Normalspannung σ_x in den diagonalen Brettlagen aus der aufgetragenen Belastung von 1 [N/mm], dividiert durch die Fläche $A = 1 \cdot h = 1 \cdot 22 = 22$ [mm²] und den Richtungscosinus. Der überschlägig ermittelte Wert für die Normalspannungen σ_x in den diagonalen Brettlagen beträgt 0,064 [N/mm²]. Er liegt in vergleichbarer Größenordnung wie die Ergebnisse nach Bild 6.60/S. 141.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

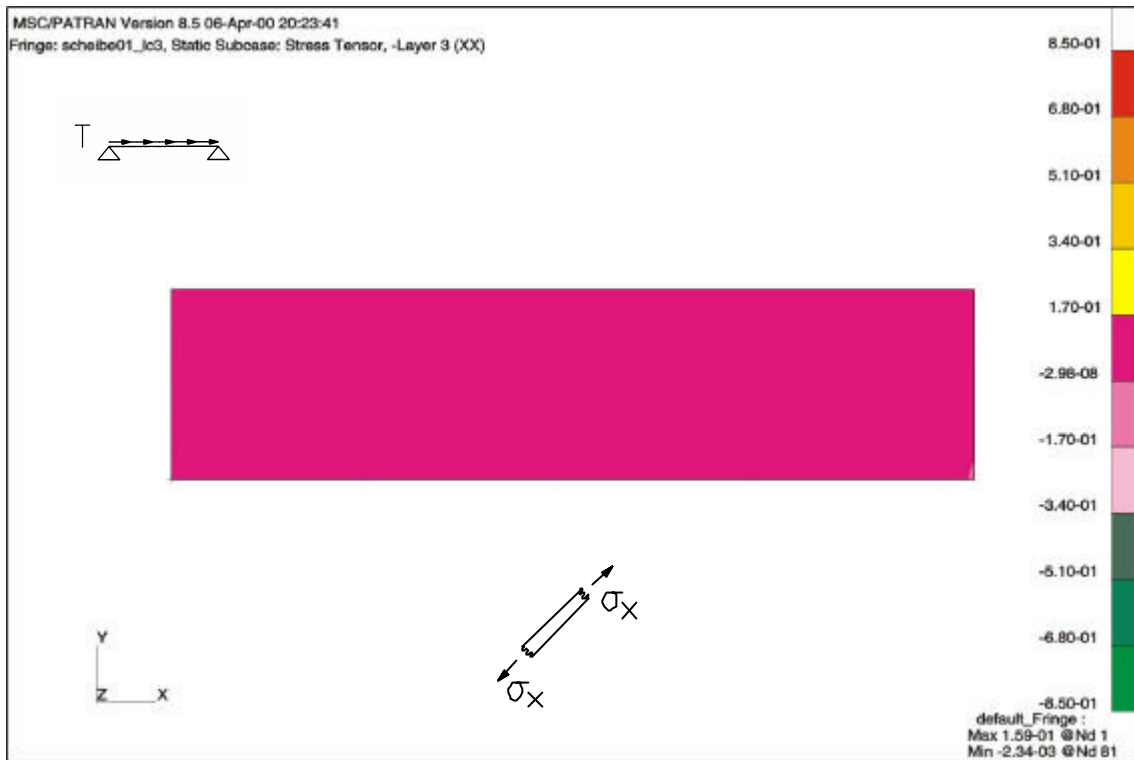


Bild 6.60: Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur) [N/mm²]

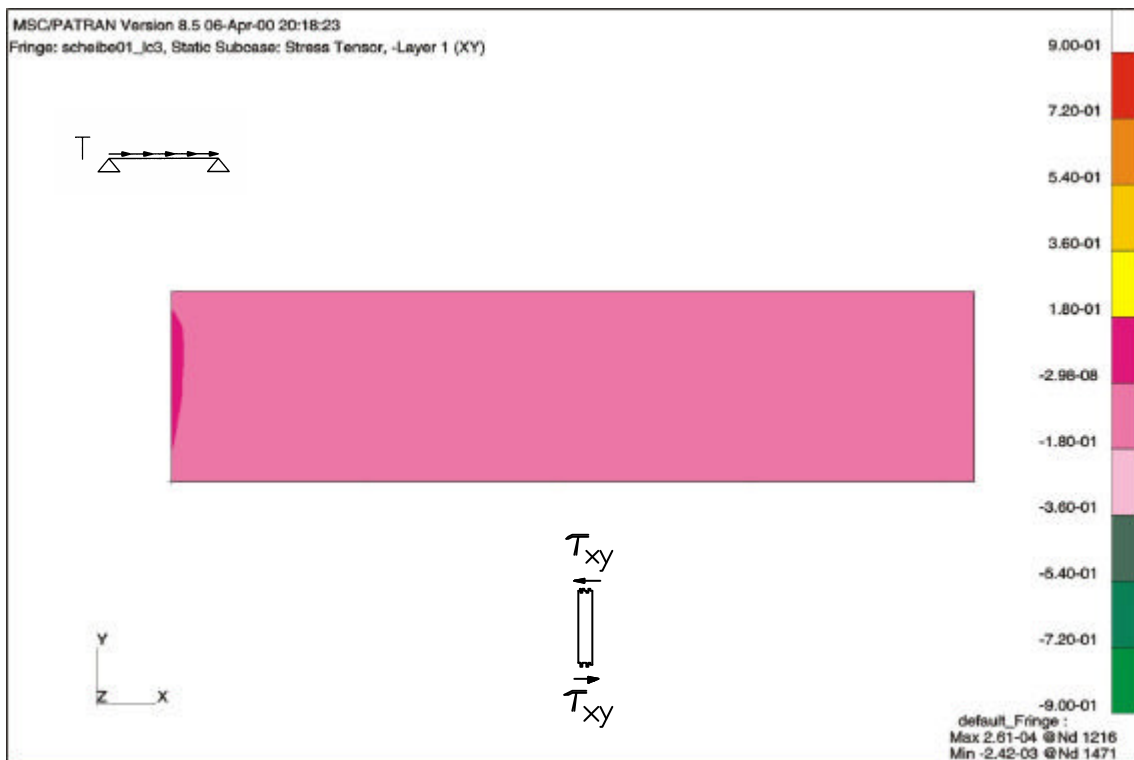


Bild 6.61: Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

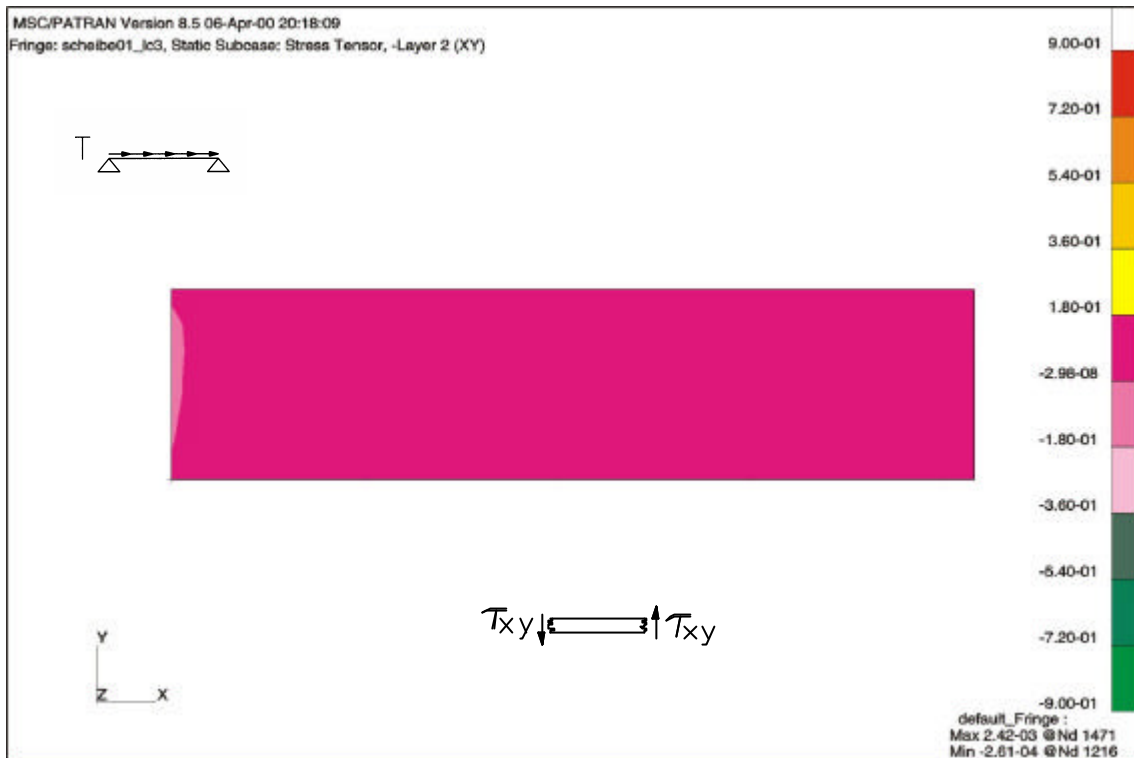


Bild 6.62: Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

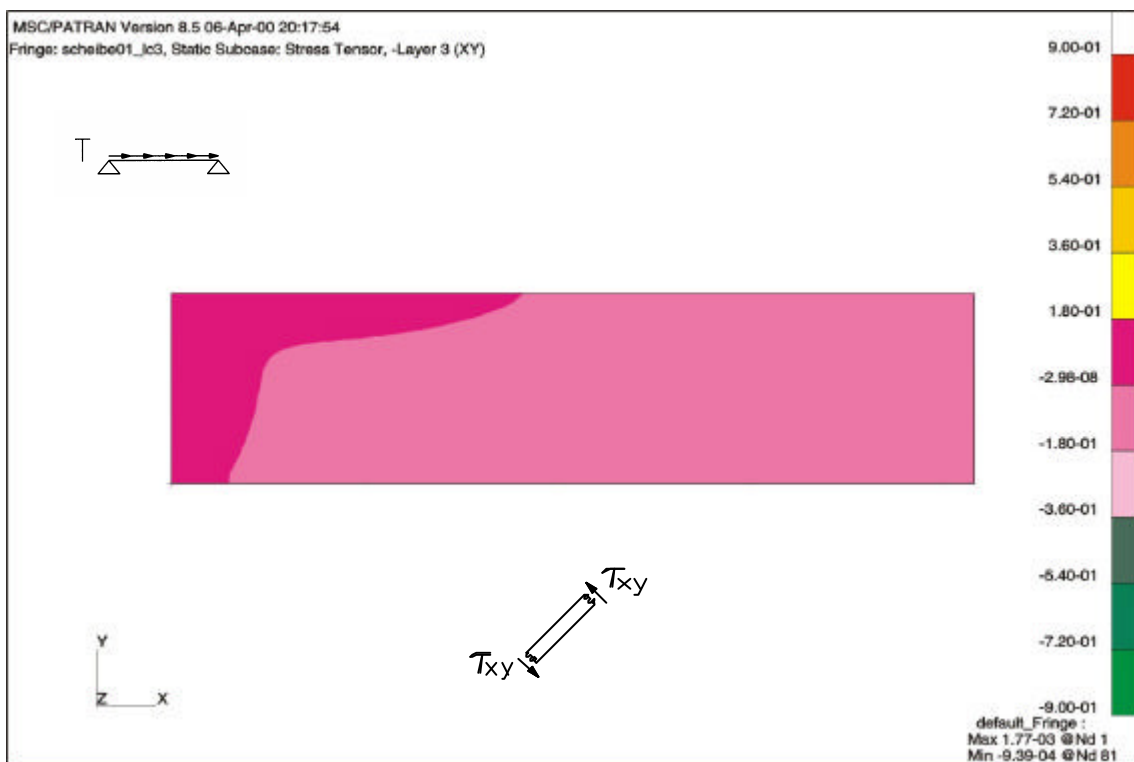


Bild 6.63: Schubspannungen τ_{xy} in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur) [N/mm²]

Die Größenordnung der Schubspannungen ist in allen Brettlagen vernachlässigbar klein, da die Belastung in den einzelnen Brettlagen über Normalkräfte und nicht über Querkräfte und Biegung abgetragen wird.

Zusammenfassung

Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur erfolgt die Abtragung der Lasten über Normal- und Querkräfte. Das Gleichgewicht der Kräfte ist allerdings nur bei biegesteifer Ausbildung der Knotenpunkte gewährleistet, was zu einer höheren Beanspruchung der verleimten Brett Kreuzungen führt. Die Lastabtragung über Querkräfte verursacht in allen Brettlagen, im Vergleich zu Brettlagenholz mit diagonaler Struktur, höhere Schubspannungen τ_{xy} .

Da sich bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur ein Kräftegleichgewicht nach Bild 5.4b/S. 94 einstellt, erfolgt die Abtragung der Lasten über Normalkräfte. Da sich die Kräfte innerhalb der Scheibe umlagern können, und somit größere Scheibenbereiche an der Lastabtragung beteiligt werden, sind die Spannungen in den vertikalen Brettlagen niedriger als bei Wandscheiben aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur. Die Schubspannungen τ_{xy} in den Einzellagen sind vernachlässigbar klein.

6.2.4 Lastfall 4

Die nachfolgende Betrachtung zeigt das Verformungsverhalten von Wandscheiben aus Brettlagenholz, wenn neben einer Belastung in Scheibenebene eine Belastung senkrecht zur Scheibenebene auftritt. Bei diesem Lastfall ist eine gleichmäßig verteilte Belastung $p = 100$ [kN/m] am oberen Scheibenrand und eine gleichmäßig verteilte Flächenlast $w = 0,5$ [kN/m²] (Windlast) senkrecht zur Scheibenebene aufgebracht worden.

Dargestellt werden die bei plattenartigen Beanspruchungen auftretenden Verformungen in z -Richtung. Von Interesse ist der Unterschied in den Ergebnissen, wenn die Berechnung zum einen am unverformten System (Theorie I. Ordnung) und zum anderen am verformten System erfolgt (Theorie II. Ordnung). Durch Vorgabe des „Solution Type“ SOL 102 wird mit dem Finite-Element-Programm MSC/NASTRAN die Berechnung der Spannungen und Verformungen iterativ am verformten System durchgeführt [49].

Verformungen und Spannungen in den vertikalen Brettlagen

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

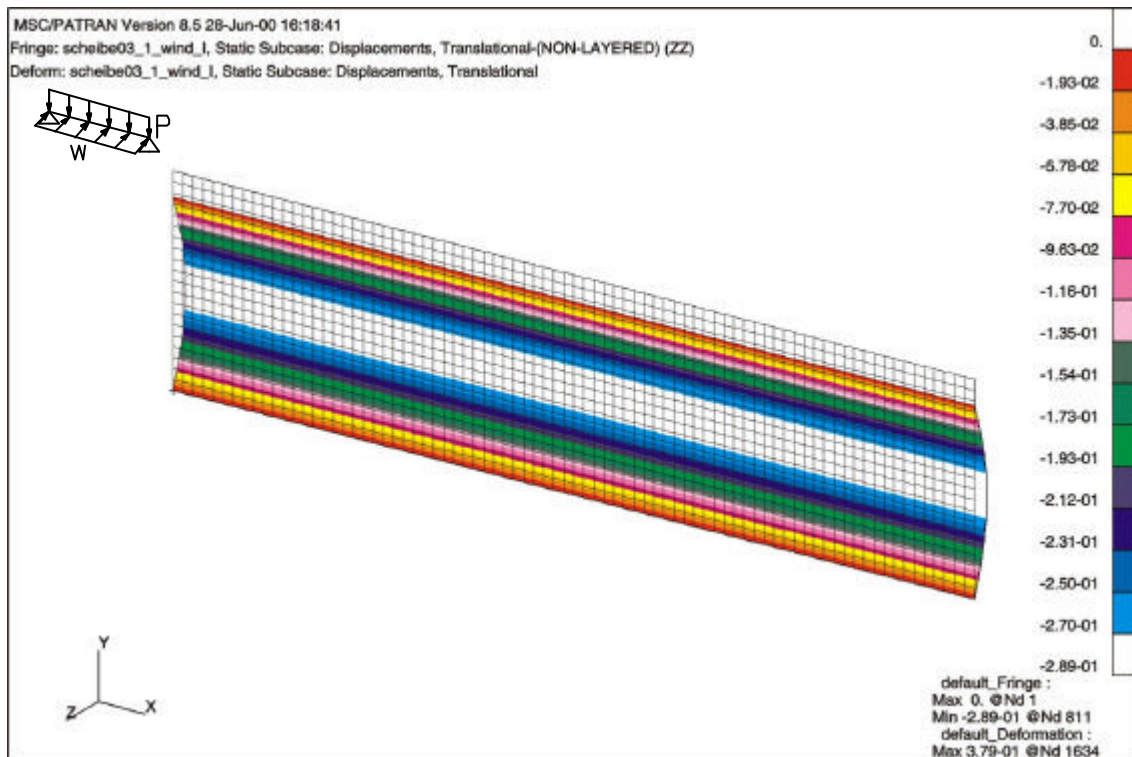


Bild 6.64: Verformungen in z -Richtung, Theorie I. Ordnung (orthogonale Struktur) [mm]

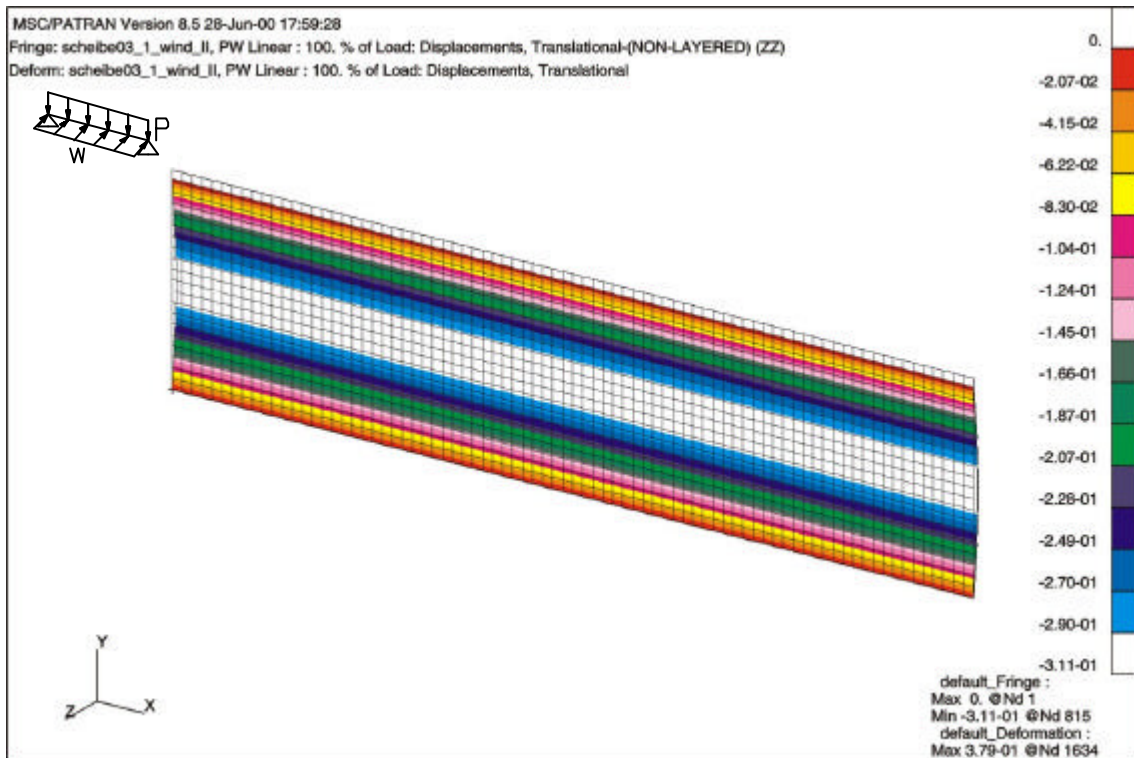


Bild 6.65: Verformungen in z-Richtung, Theorie II. Ordnung (orthogonale Struktur) [mm]

Nach Theorie I. Ordnung stellt sich in z-Richtung eine Verformung von -0,29 [mm] ein, nach Theorie II. Ordnung resultiert eine Verformung von -0,31 [mm], was einer Zunahme von etwa 8% entspricht. Der Verformungseinfluss nach Theorie II. Ordnung wirkt sich nach PETERSEN [75] bei baupraktisch sinnvoller Dimensionierung in einer Erhöhung der Verformungen und Schnittgrößen gegenüber den nach Theorie I. Ordnung berechneten Werten um ca. 5 - 15% aus.

Die gleichmäßig verteilte Belastung am oberen Scheibenrand führt zu einer Verformung in y-Richtung von -0,38 [mm]. Die Ergebnisse für die Verformungen in y-Richtung sind nach Theorie I. Ordnung und nach Theorie II. Ordnung identisch, da die zusätzlichen Verformungen in z-Richtung zwar das Biegemoment und damit die Verkrümmung der Wandscheibe erhöhen, nicht aber die Normalkraft in vertikaler Richtung. Die Verformungen in vertikaler Richtung wurden bereits in Kapitel 6.2.1 diskutiert.

	σ_x^I [N/mm ²]	σ_x^{II} [N/mm ²]
Brettlage 1	-1,32	-1,31
Brettlage 5	-1,71	-1,73

Tabelle 6.8: Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen (Finite-Element-Rechnung)

Tabelle 6.8 vergleicht für die vertikalen Brettlagen 1 und 5 die Ergebnisse der Finite-Element-Rechnung für die Normalspannungen σ_x in Faserlängsrichtung nach Theorie I. Ordnung und Theorie II. Ordnung.

Diese Ergebnisse werden nach PETERSEN [75] anhand einer überschlägigen Vergleichsrechnung an einem Stabwerksmodell bestätigt. Nach PETERSEN [75] lässt sich mit Hilfe des Vergrößerungsfaktors α innerhalb des elastischen Bereichs eine einfache und im allgemeinen zutreffende Abschätzung der Beanspruchung nach Theorie II. Ordnung durchführen. Die nach

Theorie I. Ordnung berechneten statischen Größen werden mit dem Vergrößerungsfaktor α erhöht, wodurch der Verformungseinfluss nach Theorie II. Ordnung berücksichtigt wird. Der Vergrößerungsfaktor α lässt sich mit der Knicklast P_{Ki} und der einwirkenden Vertikallast N ermitteln

$$\alpha = 1 / (1 - N/P_{Ki}) \quad (6.1)$$

Die Schnittkräfte N^{II} und M^{II} nach Theorie II. Ordnung werden aus den Schnittgrößen N^I und M^I nach Theorie I. Ordnung berechnet.

$$N^{II} = N^I \quad (6.2a)$$

$$M^{II} = \alpha \cdot M^I \quad (6.2b)$$

Gleichung 6.2 verdeutlicht, dass der Einfluss der Theorie II. Ordnung zu einer Erhöhung des Biegemoments führt, die Normalkraft aber nicht beeinflusst wird. Aus den Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung bzw. Theorie II. Ordnung resultieren die Spannungen

$$\sigma^I = \frac{N^I}{A} \pm \frac{M^I}{I} \cdot z \quad (6.3a)$$

$$\sigma^{II} = \frac{N^{II}}{A} \pm \frac{M^{II}}{I} \cdot z \quad (6.3b)$$

Basierend auf dieser Vorgehensweise und einem Vergrößerungsfaktor α von 1,14 stellen sich für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur die in Tabelle 6.9 angegebenen Ergebnisse ein. Die Abweichung zu den Ergebnissen der Finite-Element-Rechnung beträgt weniger als 2%. Eine ausführliche Darstellung der durchgeführten Vergleichsrechnung am Stabwerksmodell ist in Anhang 5 zu finden.

	σ_x^I [N/mm ²]	σ_x^{II} [N/mm ²]
Brettlage 1	-1,32	-1,29
Brettlage 5	-1,72	-1,75

Tabelle 6.9: Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen (Vergleichsrechnung)

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

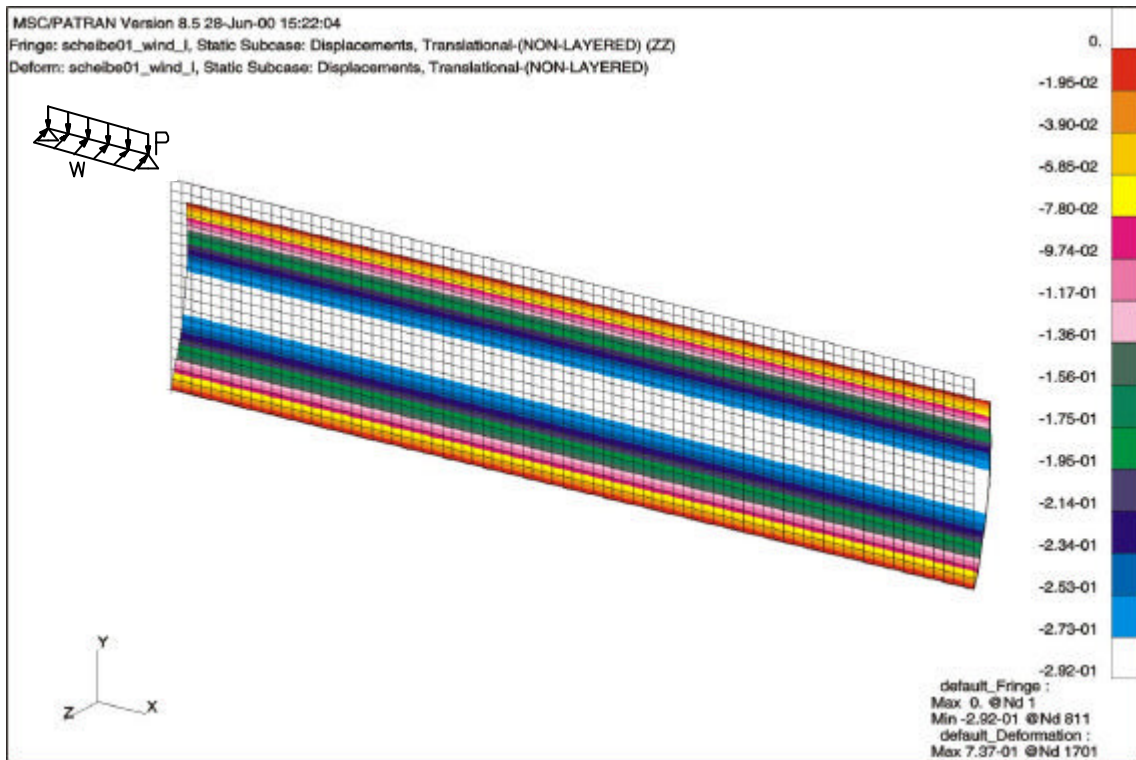


Bild 6.66: Verformungen in z-Richtung, Theorie I. Ordnung (diagonale Struktur) [mm]

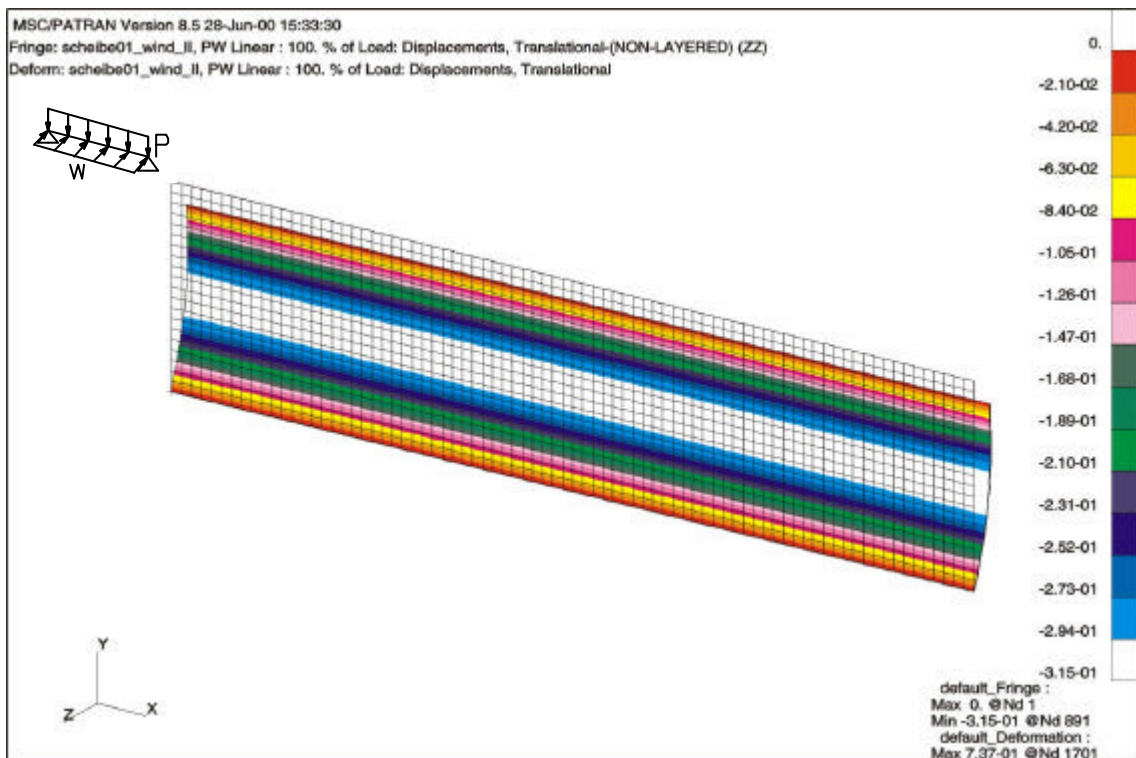


Bild 6.67: Verformungen in z-Richtung, Theorie II. Ordnung (diagonale Struktur) [mm]

Nach Theorie I. Ordnung stellt sich in z-Richtung eine Verformung von -0,29 [mm] ein, nach Theorie II. Ordnung resultiert eine Verformung von rund -0,32 [mm], was einer Zunahme von etwa 8% entspricht. Der Verformungseinfluss nach Theorie II. Ordnung bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur bewegt sich damit in dem von PETERSEN [75] für baupraktisch sinnvolle Dimensionierung angegebenen Bereich von 5 - 15%.

Die gleichmäßig verteilte Belastung am oberen Scheibenrand führt nach Theorie I. Ordnung und nach Theorie II. Ordnung zu einer Verformung in y-Richtung von -0,56 [mm]. Die Verformungen in vertikaler Richtung wurden bereits in Kapitel 6.2.1 diskutiert.

	σ_x^I [N/mm ²]	σ_x^{II} [N/mm ²]
Brettlage 1	-2,02	-2,01
Brettlage 5	-2,42	-2,44

Tabelle 6.10: Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen (Finite-Element-Rechnung)

Tabelle 6.10 vergleicht für die vertikalen Brettlagen 1 und 5 die Ergebnisse der Finite-Element-Rechnung für die Normalspannungen σ_x in Faserlängsrichtung nach Theorie I. Ordnung und Theorie II. Ordnung.

Die Vergleichsrechnung (vgl. Anhang 5) für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur liefert bei einem Vergrößerungsfaktor α von 1,19 die in Tabelle 6.11 angegebenen Ergebnisse. Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur resultiert der im Vergleich zu Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur höhere Vergrößerungsfaktor α aus der geringeren Steifigkeit in vertikaler Richtung (vgl. Anhang 5). Die Abweichung zu den Ergebnissen der Finite-Element-Rechnung beträgt etwa 3%, wobei die „entlastende Wirkung“ der diagonalen Mittellage nicht angesetzt worden ist (vgl. Tabelle 6.7/S. 114).

	σ_x^I [N/mm ²]	σ_x^{II} [N/mm ²]
Brettlage 1	-2,07	-2,03
Brettlage 5	-2,47	-2,51

Tabelle 6.11: Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen (Vergleichsrechnung)

Zusammenfassung

Aus der Berechnung nach Theorie II. Ordnung resultieren bei Wandscheiben aus Brettlagenholz, unabhängig von der Struktur, höhere Verformungen in z-Richtung. Die Verformungen erhöhen sich in etwa um 8%. Der Verformungseinfluss nach Theorie II. Ordnung bewegt sich damit in dem von PETERSEN [75] für baupraktisch sinnvolle Dimensionierung angegebenen Bereich von 5 - 15%.

Hinsichtlich der Spannungen in den vertikalen Brettlagen stellen sich bei vorgegebener Belastung keine großen Änderungen ein. Ausschlaggebend dafür ist, dass die aus der Windlast resultierende Biegebeanspruchung, im Vergleich zur gleichmäßig verteilten Belastung am oberen Scheibenrand, nur zu geringfügigen Beanspruchungen der vertikalen Brettlagen führt. Die gleichmäßig verteilte Belastung erhöht sich durch den Verformungseinfluss nach Theorie II. Ordnung nicht.

Trotzdem sind die Verformungen nach Theorie II. Ordnung bei der Bemessung der Wandscheiben aus Brettlagenholz zu berücksichtigen, da dadurch eine mögliche Überbeanspruchung einzelner Brettlagen erkannt wird und durch konstruktive Maßnahmen behoben werden kann. Insbesondere erhöht sich die Stabilitätsgefahr druckbeanspruchter Brettlagen. Dieser erhöhten Stabilitätsgefahr ist bei Wandscheiben aus Brettlagenholz Rechnung zu tragen, da für die Abtragung der überwiegend vertikalen Lasten nur zwei bzw. drei vertikal angeordnete Brettlagen zur Verfügung stehen.

Das hier auftretende Ergebnis, dass die Berechnung nach Theorie II. Ordnung im Vergleich zur Berechnung nach Theorie I. Ordnung nur geringen Einfluss auf Verformungen und Spannungen hat, ist ausschließlich darin begründet, dass die Flächenlast w relativ klein ist, und vor allem ein zur Mittelfläche symmetrischer Aufbau der Wandscheibe aus Brettlagenholz vorliegt. Ein symmetrischer Aufbau liegt sowohl bei orthogonaler Struktur als auch bei diagonaler Struktur vor. Bei höherer Flächenlast w , insbesondere aber bei zur Mittelfläche unsymmetrischem Aufbau der Wandscheibe aus Brettlagenholz, verändern sich die Ergebnisse ganz erheblich, wie auch die Ergebnisse der Verformungsberechnung in Kapitel 5.3 zeigen.

6.3 Wandscheibe mit Öffnungen

6.3.1 Lastfall 1

Verformungen

Bei diesem Lastfall treten Verformungen in z-Richtung nicht auf, da die Wandscheibe nur in ihrer Ebene belastet wird.

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

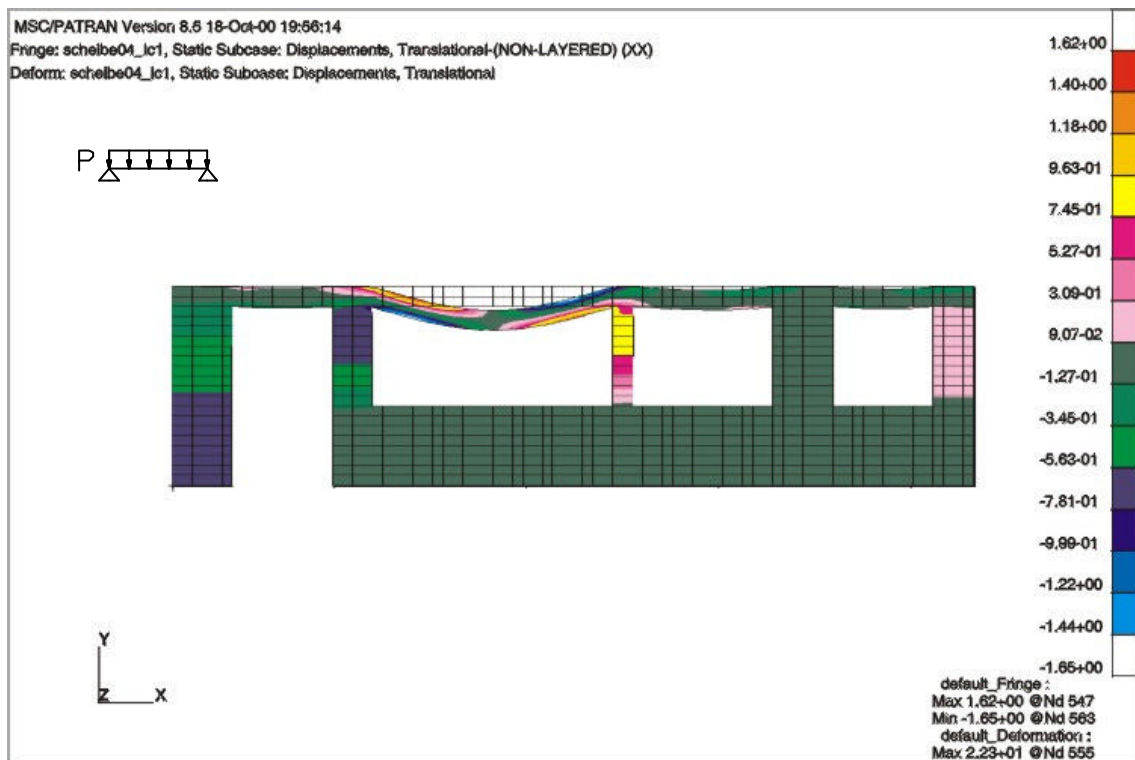


Bild 6.68: Verformungen in x-Richtung (orthogonale Struktur) [mm]

Die horizontalen Brettlagen 2 und 4 übernehmen über den Öffnungen die Funktion eines Unterzugs. Sie tragen die Lasten über den Öffnungen über Biegung auf die stützenden Bereiche zwischen den Öffnungen ab. Aus der Beanspruchung der horizontalen Brettlagen 2 und 4 (vgl. Bild 6.76/S. 156) resultieren für die Wandscheibe Verformungen in x-Richtung. Der Maximalwert der Verformungen in horizontaler Richtung beträgt im Bereich über der größten Öffnung 1,62 [mm]. Die Dehnungen der horizontalen Brettlagen über den Öffnungen führen zu Verformungen der stützenden Bereiche zwischen den Öffnungen und insgesamt zu einer Schiefstellung der Wandscheibe aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

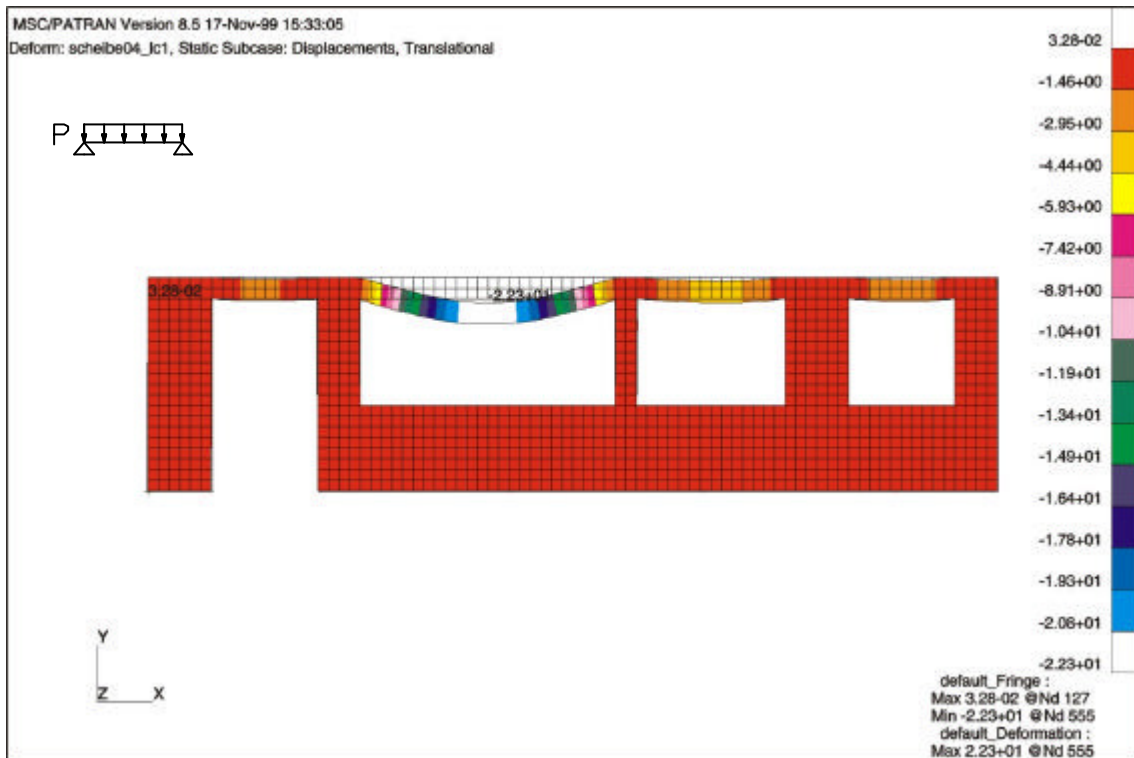


Bild 6.69: Verformungen in y-Richtung (orthogonale Struktur) [mm]

Über den Fensteröffnungen stellen sich die größten Verformungen in y-Richtung ein. Der Extremwert über der größten Fensteröffnung beträgt -22,3 [mm].

Anhand des in Bild 6.70 dargestellten Stabwerkmodells werden die Ergebnisse für den Wandbereich über der größten Öffnung auf Plausibilität überprüft. Das Ersatzmodell weist eine Höhe von 0,15 [m] auf. Dieses Maß entspricht dem Hebelarm der inneren Kräfte bei einem Rechteckquerschnitt, der näherungsweise mit 2/3 der Bauhöhe angesetzt werden kann.

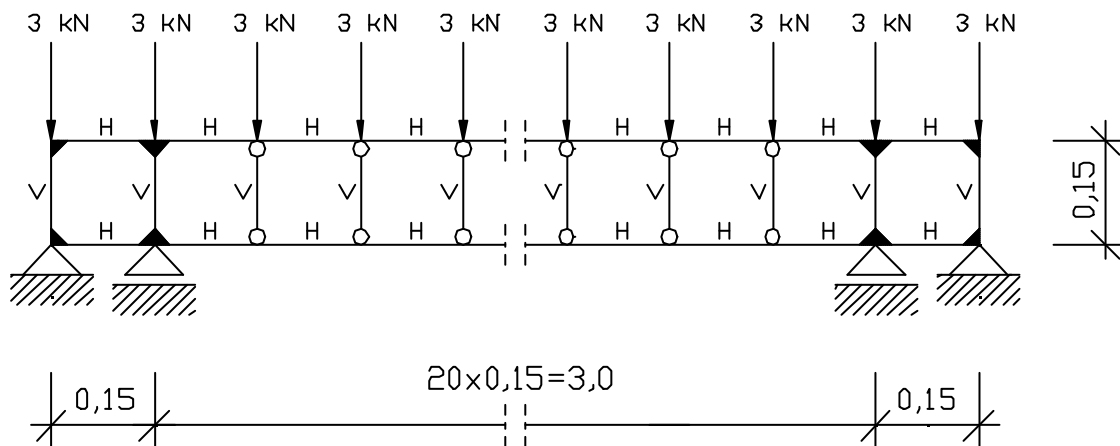


Bild 6.70: Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur im Bereich über der größten Öffnung (Längen in [m])

Über den Öffnungen wird die Wandscheibe aus Brettlagenholz auf Biegung und Schub beansprucht. Hinsichtlich der Wahl eines Ersatzmodells stellt sich die Problematik, die Biege- und Schubsteifigkeit des Ersatzmodells zutreffend zu erfassen. Beispielsweise beeinflusst die Anzahl biegesteifer Ecken beim Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur die Größenordnung der resultierenden Verformungen (bei Brettlagenholz mit orthogonaler

Struktur ist zum Gleichgewicht eine biegesteife Ausbildung der Knotenpunkte erforderlich, vgl. Kapitel 6.2.1). Die Ergebnisse am Ersatzmodell können daher nicht quantitativ, sondern nur qualitativ mit den Ergebnissen der Finite-Element-Rechnung verglichen werden. Bei Wandscheiben ohne Öffnungen besteht diese Problematik nicht, da die Belastung weitgehend über Normalkräfte, und nicht über Querkräfte und Biegemomente abgetragen wird. Im Auflagerbereich wurden vom Verfasser der vorliegenden Arbeit biegesteife Knotenpunkte angenommen, da in den stützenden Bereichen zwischen den Öffnungen eine „Quasieinspannung“ gegeben ist. Die angreifenden Einzellasten an den Knotenpunkten des Obergurts resultieren aus der gleichmäßig verteilten Belastung von 20 [kN/m].

Stab	b/h [mm]	Elastizitätsmodul E [N/mm ²]
Vertikalstäbe V	3 · 22/150	10000
Horizontalstäbe H	2 · 22/125	10000

Tabelle 6.12: Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe

Die aufgebrachte Belastung führt bei diesem Ersatzmodell zu einer Verformung in Feldmitte von -31,4 [mm]. Die Belastung wird über Querkräfte und Biegemomente abgetragen. Die tabellarische Auflistung der Ergebnisse für die Schnittgrößen der einzelnen Stäbe ist Anhang 6 zu entnehmen. Tabelle 6.12 zeigt die Abmessungen und die Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe des Ersatzmodells.

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

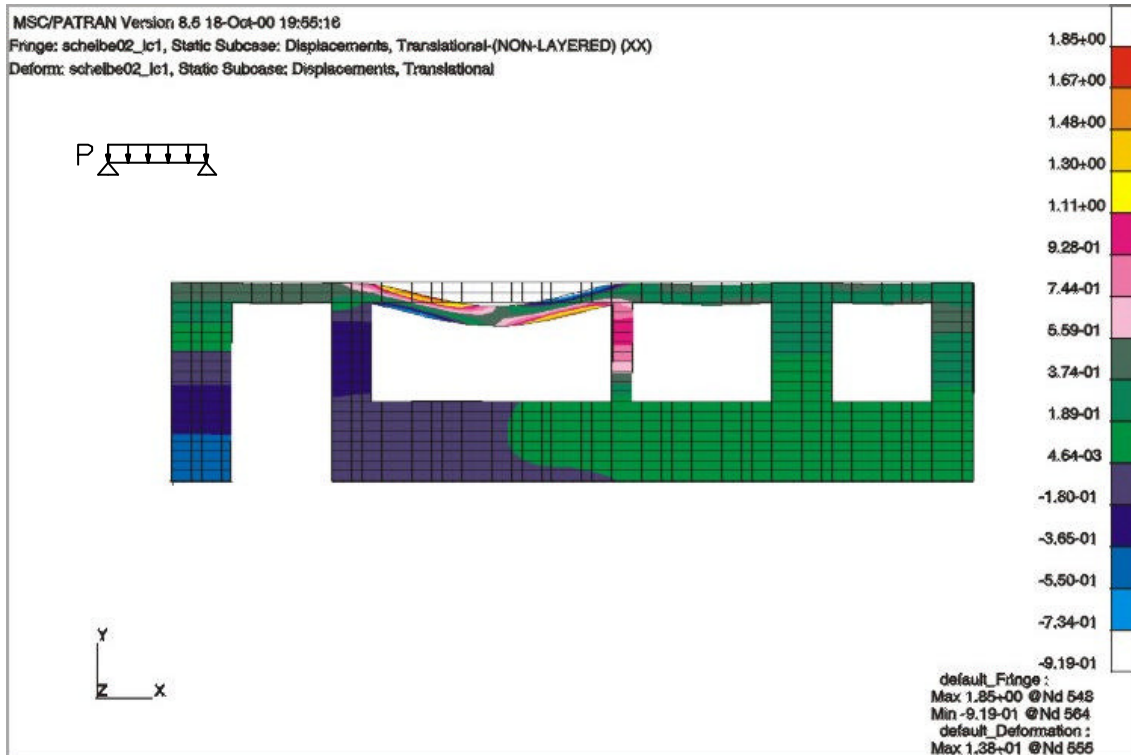


Bild 6.71: Verformungen in x-Richtung (diagonale Struktur) [mm]

Wie bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur, übernehmen die horizontalen Brettlagen über den Öffnungen die Funktion eines Unterzugs. Daraus resultieren Verformungen in horizontaler Richtung. Der Maximalwert der Verformungen in horizontaler Richtung beträgt

im Bereich über der größten Öffnung 1,85 [mm]. Die Dehnungen der horizontalen Brettlagen über den Öffnungen führen zu horizontalen Verformungen der stützenden Bereiche zwischen den Öffnungen und insgesamt zu einer Schiefstellung der Wandscheibe aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur.

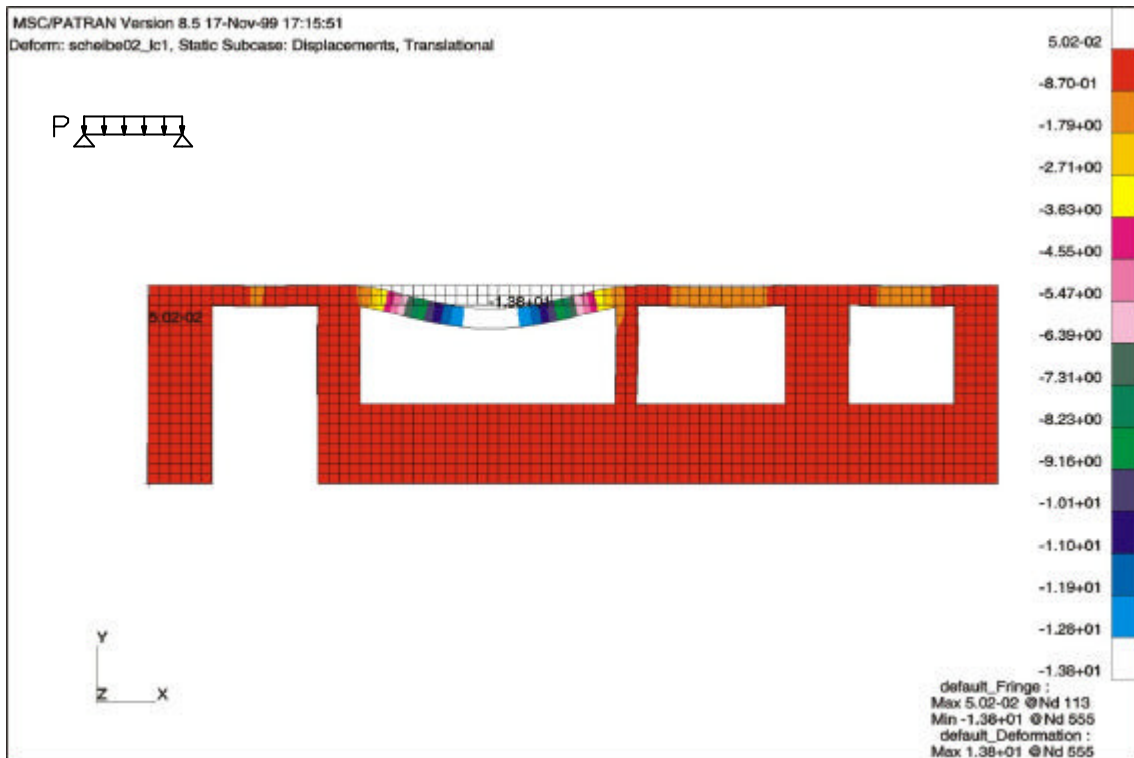


Bild 6.72: Verformungen in y-Richtung (diagonale Struktur) [mm]

Über den Fensteröffnungen stellen sich die größten Verformungen in y-Richtung ein. Der Maximalwert über der größten Fensteröffnung beträgt 13,8 [mm].

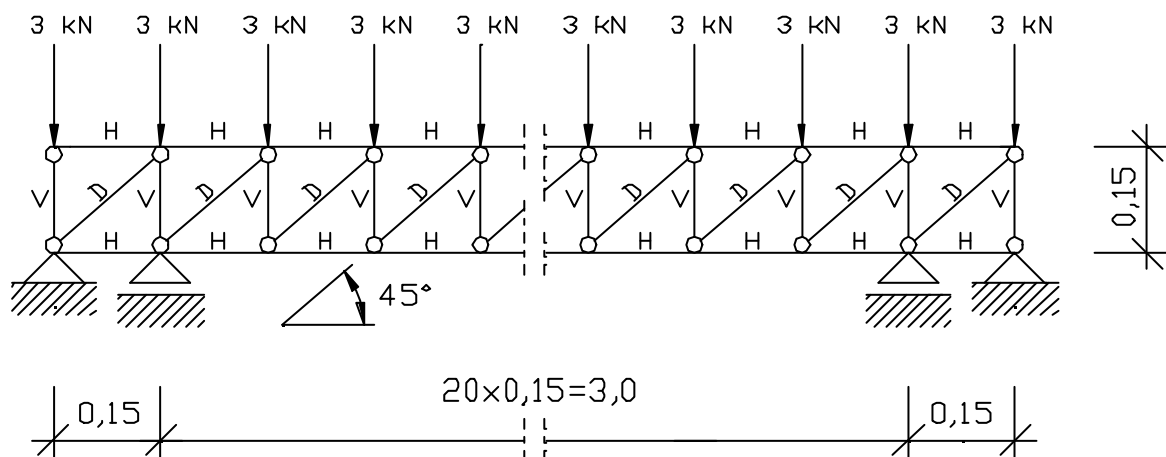


Bild 6.73: Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur im Bereich über der größten Öffnung (Längen in [m])

Bild 6.73 zeigt das gewählte Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur. Die bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur beschriebene Problematik hinsichtlich der zutreffenden Erfassung der Biege- und Schubsteifigkeit der Einzelstäbe gilt auch beim Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur. Aus diesem Grund ist vom Verfasser der vorliegenden Arbeit ein vereinfachtes Modell mit den in Tabelle 6.13 angegebenen

Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe gewählt worden, womit eine qualitative Aussage zu den Ergebnissen möglich ist.

Stab	b/h [mm]	Elastizitätsmodul E [N/mm ²]
Vertikalstab V	2 · 22/150	10000
Horizontalstab H	2 · 22/125	10000
Diagonalstab D	1 · 22/(√2 · 150)	10000

Tabelle 6.13: Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe

Die aufgebrachte Belastung führt bei diesem Ersatzmodell zu einer Verformung in Feldmitte von -13,7 [mm]. Die Belastung wird über Normalkräfte abgetragen. Die tabellarische Auflistung der Ergebnisse für die Schnittgrößen der einzelnen Stäbe ist Anhang 6 zu entnehmen.

Zusammenfassung

Bei Wandscheiben aus Brettlagenholz treten, unabhängig von der Struktur, Verformungen in horizontaler Richtung auf. Die horizontalen Verformungen resultieren aus der Biegebeanspruchung der horizontalen Brettlagen 2 und 4, die über den Öffnungen die Funktion eines Unterzugs übernehmen. Im Vergleich zu den Verformungen in vertikaler Richtung sind die Verformungen in horizontaler Richtung von geringer Größenordnung. Sie betragen ca. 10% der Verformungen in vertikaler Richtung.

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur treten größere Verformungen in horizontaler Richtung auf, da sich in den horizontalen Brettlagen aufgrund des Kräftegleichgewichts Zugkräfte einstellen (vgl. Bild 6.74/S. 155), auch wenn sich diese aufgrund der Öffnungen nicht ungestört einstellen können.

Sowohl bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur als auch bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur treten die Extremwerte der Verformungen in y-Richtung über der größten Fensteröffnung ein. Ein signifikanter Unterschied besteht im Hinblick auf die Größenordnung der sich einstellenden Verformungen, da diese um den Faktor 1,5 differieren. Bei gleicher Belastung stellen sich bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur aufgrund der geringeren Steifigkeit größere Verformungen ein. Dieses Ergebnis wird durch die vom Verfasser durchgeführten experimentellen Untersuchungen bestätigt (vgl. Kapitel 4). Hinsichtlich der aufnehmbaren Belastung bedeutet dies, dass, bei Einhaltung einer als zulässig erachteten Durchbiegung über den Öffnungen, Brettlagenholz mit diagonaler Struktur höhere Belastungen aufnehmen kann, als Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur. Bei schlanken Unterzügen über den Öffnungen und einem höheren Anteil der ständigen Lasten an den gesamten Lasten (z. B. 50%) sollte der Einfluss des Kriechens beim Nachweis der Durchbiegungen berücksichtigt werden, vgl. [15].

Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur wird die aufgebrachte Belastung über Querkräfte und Biegung abgetragen. Gleichgewicht ist nur möglich bei biegegesteifer Ausbildung der Knotenpunkte, also unter Ansatz der Verdrehungssteifigkeit der flächenhaft verleimten Brettkreuzungen.

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur wird die Belastung über Normalkräfte abgetragen, da Gleichgewicht entsprechend Bild 6.74 gewährleistet ist. Die angreifende Kraft P wird in eine Horizontalkomponente F_H , eine Vertikalkomponente F_V und in eine Diagonalkomponente F_D zerlegt. Dieses Kräftegleichgewicht ist möglich, ohne dass Kräfte über schmalseitige Fugen der Einzelbretter geleitet werden müssen und ohne Ansatz der Verdrehungssteifigkeit der verleimten Brettkreuzungen. Es muss lediglich gewährleistet sein, dass Kräfte über die Leimfuge in die benachbarten Brettlagen weitergeleitet werden können.

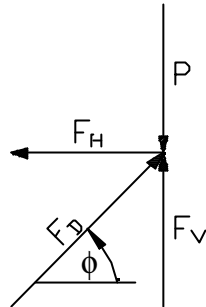


Bild 6.74: Kräftegleichgewicht bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Spannungen in den einzelnen Brettlagen

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

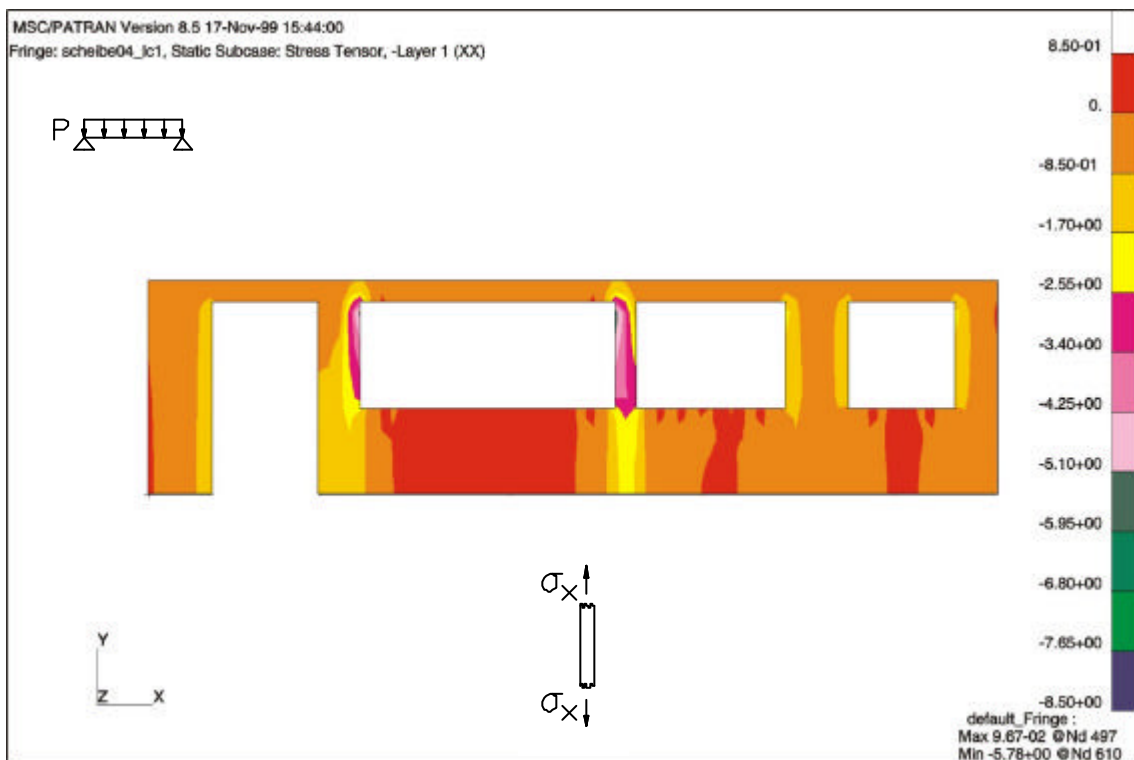


Bild 6.75: Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Die Extremwerte der Normalspannungen σ_x der vertikalen Brettlagen 1, 3 und 5 treten in den Stützbereichen zwischen den Öffnungen auf. Die minimale Beanspruchung von $-5,78$ [N/mm²] resultiert in den vertikalen Brettlagen des „Pfeilers“ zwischen den Öffnungen 1 und 2 (vgl. Bild 6.1b/S. 99). Die Querkräfte der horizontalen Brettlagen über den Öffnungen werden dort über Normalkräfte in die Auflager abgetragen. Die Beanspruchungen in den vertikalen Brettlagen werden zu den Auflagern hin nicht abgebaut. Scheibenbereiche unter

den Fensteröffnungen, die an die Stützbereiche unmittelbar angrenzen, werden an der Lastabtragung nicht beteiligt.

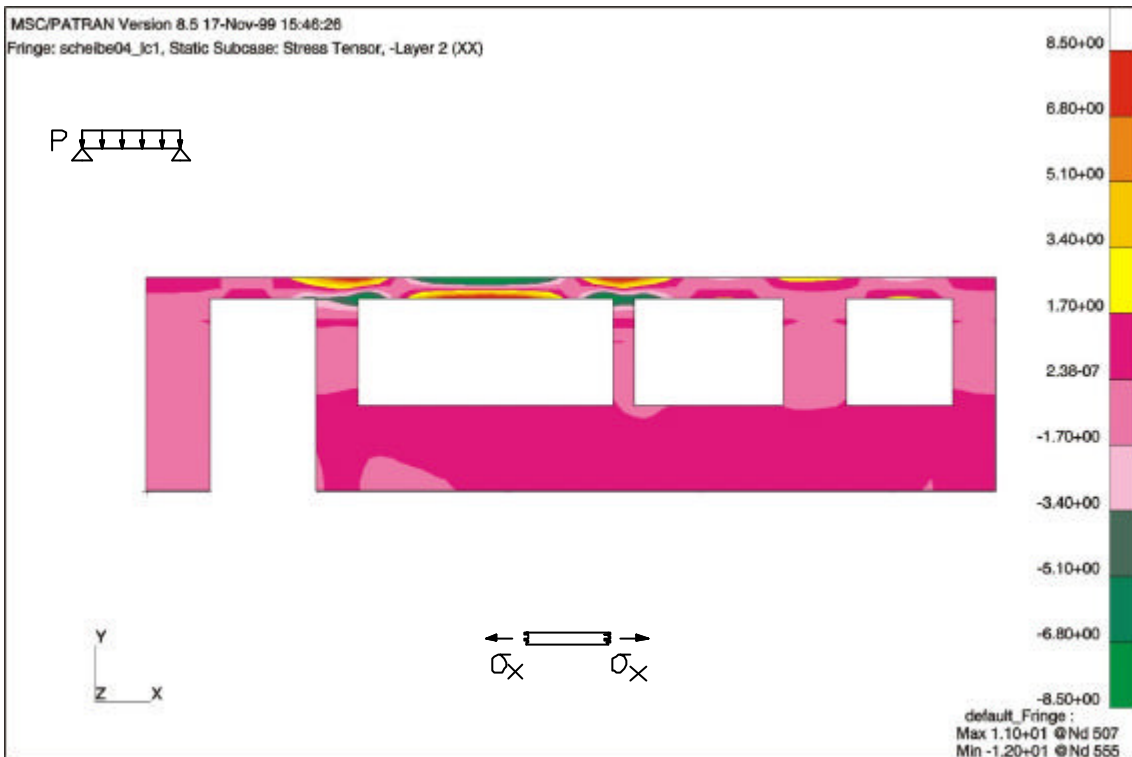


Bild 6.76: Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Die horizontalen Brettlagen 2 und 4 übernehmen die Aufgabe, die vertikalen Lasten im Bereich von Öffnungen über Biegung und Querkräfte in die stützenden Bereiche abzutragen. Die daraus resultierende Durchlaufwirkung der horizontalen Brettlagen ist aus Bild 6.76 zu erkennen. Die minimale Spannung beträgt -12,0 [N/mm²].

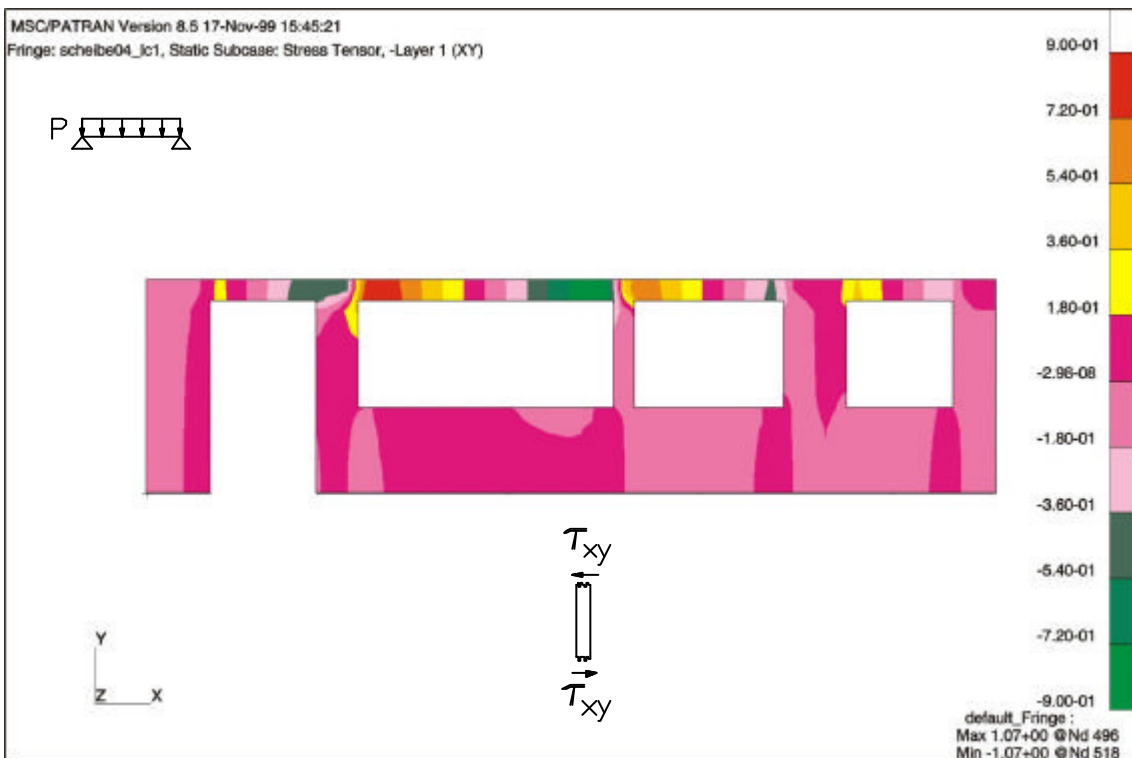


Bild 6.77: Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

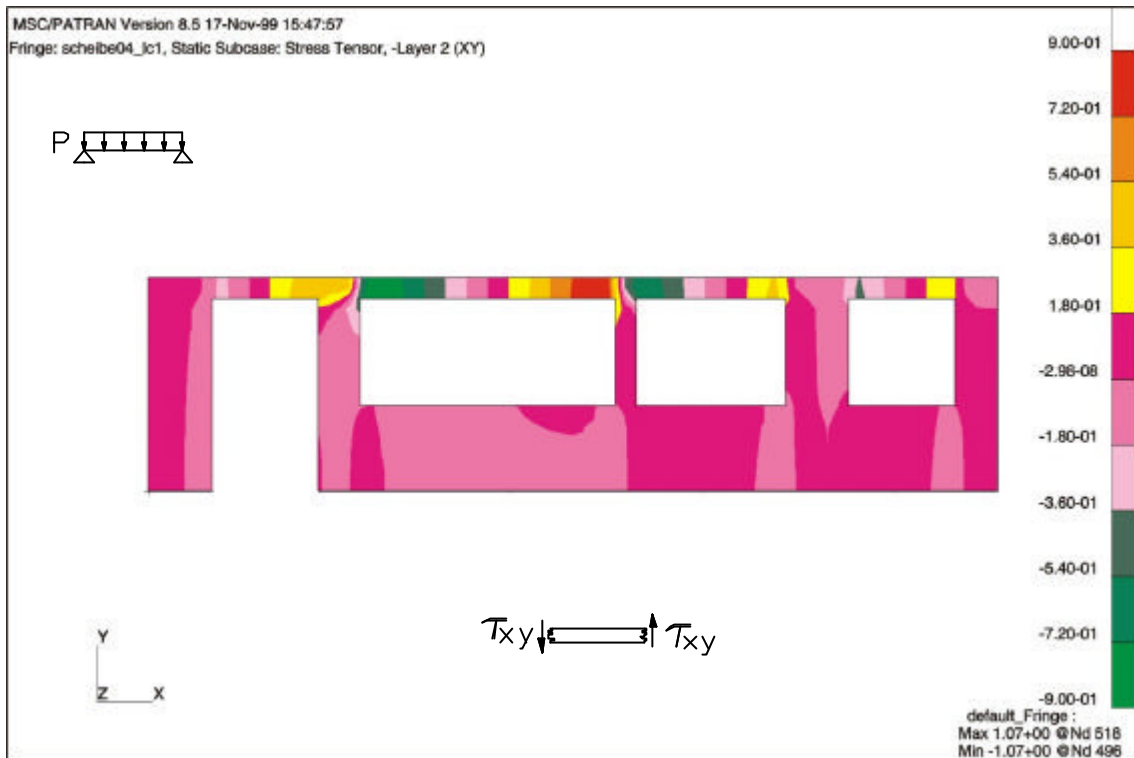


Bild 6.78: Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

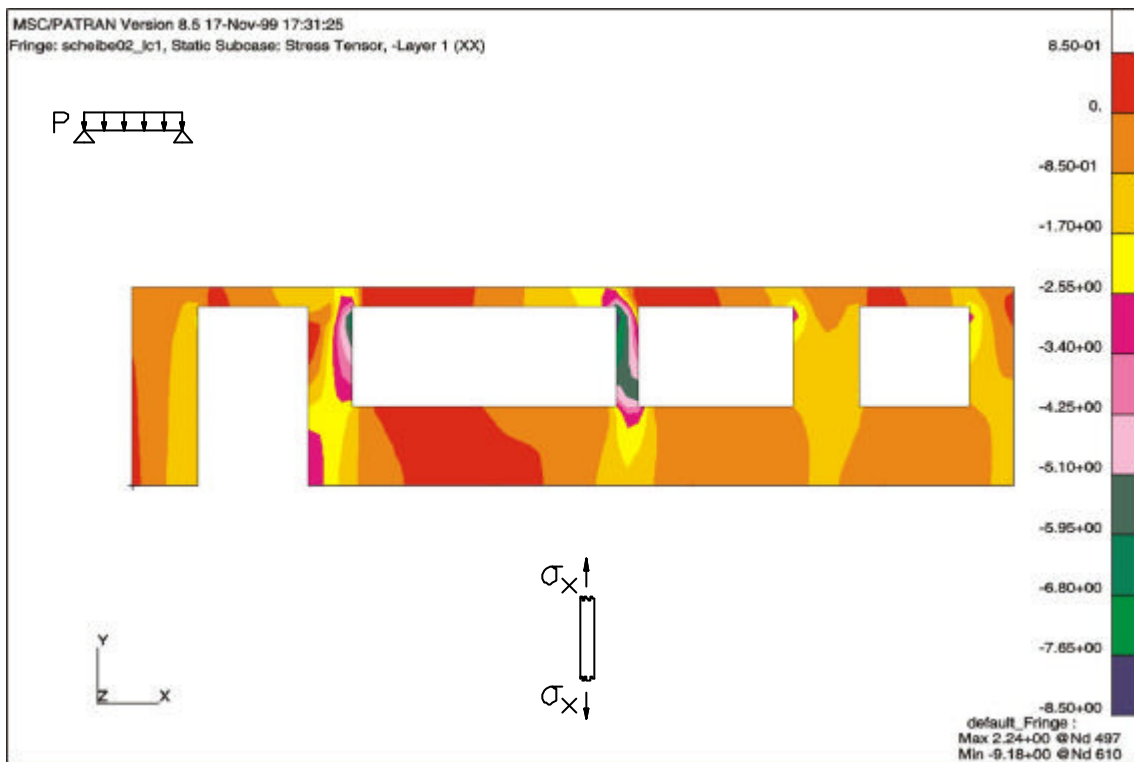
Die Bilder 6.77 und 6.78 zeigen, dass in den horizontalen und vertikalen Brettlagen eine gleichmäßige Schubbeanspruchung auftritt. Dieser Schluss erscheint zunächst zutreffend, da alle Brettlagen an der Schubsteifigkeit A_{66} von Wandscheiben aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur nach LISCHKE [64] den gleichen Beitrag liefern (vgl. Kapitel 3.4.3).

Diese zunächst naheliegende Schlussfolgerung ist jedoch nicht zutreffend. Zwar liefern die vertikalen Brettlagen einen Beitrag zur Schubsteifigkeit A_{66} , doch können über die schmalseitigen Fugen der Einzelbretter keine Kräfte übertragen werden. In den vertikalen Brettlagen können deshalb keine Schubspannungen auftreten. Schubbeanspruchungen über den Öffnungen können lediglich in den beiden horizontalen Brettlagen auftreten. Die Ergebnisse der Schubspannungen in den horizontalen Brettlagen sind demzufolge um den Faktor 5/2 zu erhöhen. Die in Bild 6.77 dargestellten Schubspannungen in den vertikalen Brettlagen resultieren aus der Berechnung nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes, die homogene Einzelschichten ohne Fugen unterstellt.

Bei einem Rechteckquerschnitt sind die Schubspannungen parabolisch über die Höhe verteilt, vgl. u.a. [11], [72]. Am oberen und unteren Rand ist die Schubspannung gleich Null, in der Schwerachse beträgt der Extremwert der Schubspannung

$$\max \tau = 1,5 \cdot \frac{Q}{b \cdot h} \quad (6.4)$$

Diese parabolische Verteilung der Schubspannungen beim Rechteckquerschnitt ist in den Ergebnissen der Finite-Element-Rechnung nicht berücksichtigt. Sie unterstellt über die Querschnittshöhe eine konstante Schubspannungsverteilung, weshalb die Ergebnisse für die Schubspannungen in den horizontalen Brettlagen zusätzlich um den Faktor 1,5 zu erhöhen sind.

Brettlagenholz mit diagonaler StrukturBild 6.79: Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

Die Extremwerte der Normalspannungen σ_x der vertikalen Brettlagen 1 und 5 treten in den Stützbereichen zwischen den Öffnungen auf. Die minimale Beanspruchung von -9,18 [N/mm²] resultiert in den vertikalen Brettlagen des „Pfeilers“ zwischen den Öffnungen 1 und 2 (vgl. Bild 6.1b/S. 99). Die Querkräfte der horizontalen Brettlagen über den Öffnungen werden dort über Normalkräfte in die Auflager abgetragen. Da sich das Kräftegleichgewicht nach Bild 6.74/S. 155 einstellen kann, werden die Beanspruchungen in den vertikalen Brettlagen zu den Auflagern hin abgebaut. Scheibenbereiche unter den Fensteröffnungen, die an die Stützbereiche unmittelbar angrenzen, werden an der Lastabtragung beteiligt. Die Abtragung von Lasten in Richtung der diagonalen Mittellage führt zu Beanspruchungskonzentrationen, wie beispielsweise an der rechten, unteren Ecke der Türöffnung.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

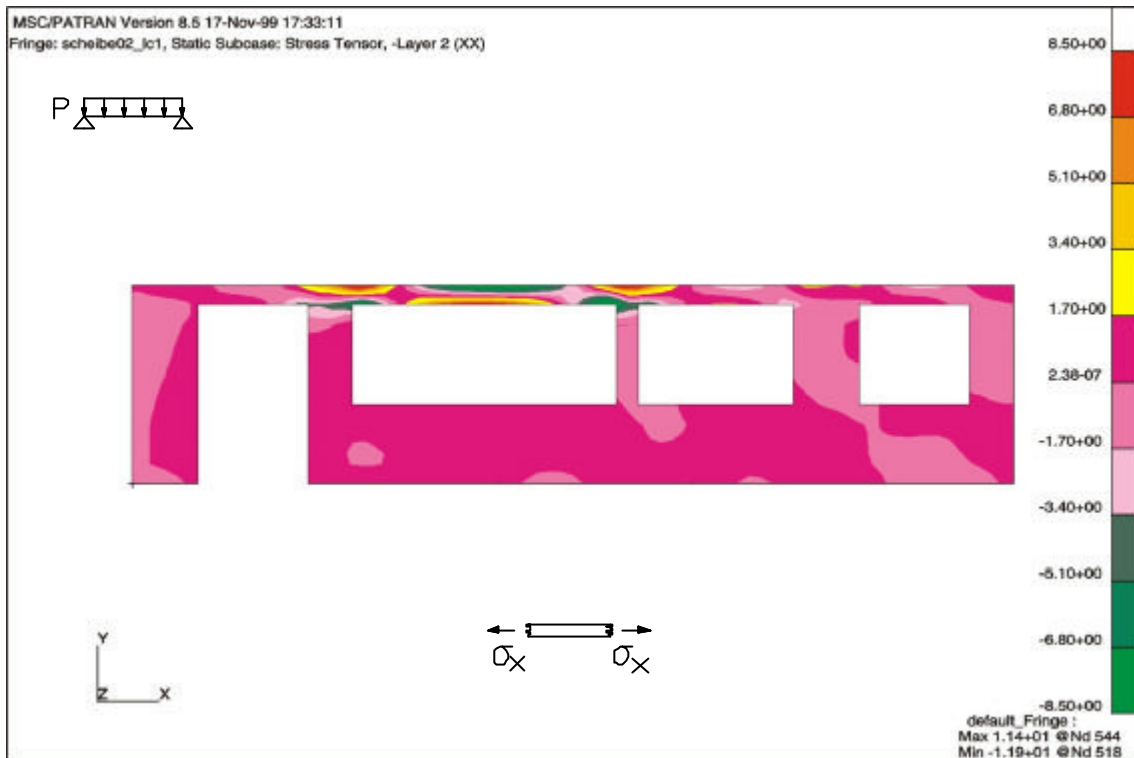


Bild 6.80: Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

Die horizontalen Brettlagen 2 und 4 übernehmen die Aufgabe, die vertikalen Lasten im Bereich von Öffnungen über Biegung und Querkräfte in die stützenden Bereiche abzutragen. Die daraus resultierende Durchlaufwirkung der horizontalen Brettlagen ist aus Bild 6.80 zu erkennen. Die minimale Spannung beträgt -11,9 [N/mm²].

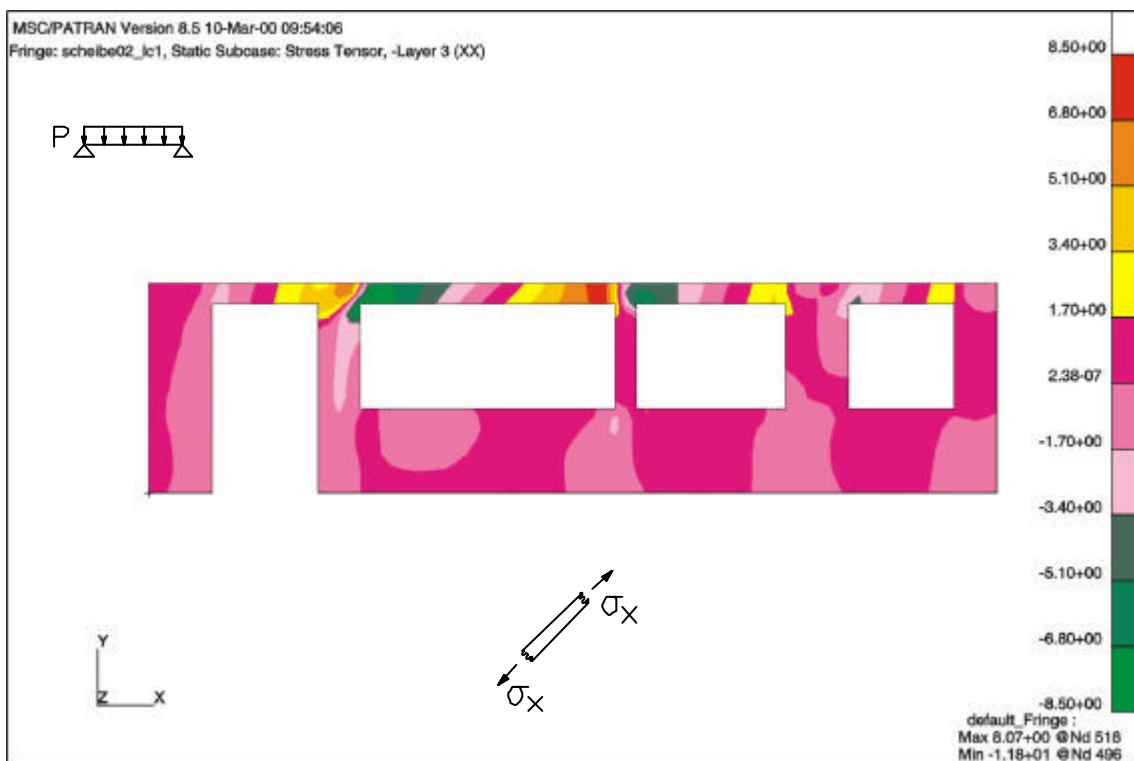


Bild 6.81: Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur) [N/mm²]

Bei Wandscheiben aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur stellt sich das in Bild 6.74/S. 155 dargestellte Kräftegleichgewicht ein. Die Belastung wird über Normalkräfte abgetragen, weshalb sich in der diagonalen Mittellage über den Öffnungen Normalspannungen σ_x einstellen. Aus der gleichbleibenden Neigung der diagonalen Mittellage resultieren im linken Bereich über den Öffnungen Druckspannungen und im rechten Bereich über den Öffnungen Zugspannungen. Die Extremwerte der Normalspannungen σ_x betragen $-11,8 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ und $+8,07 \text{ [N/mm}^2\text{]}$.

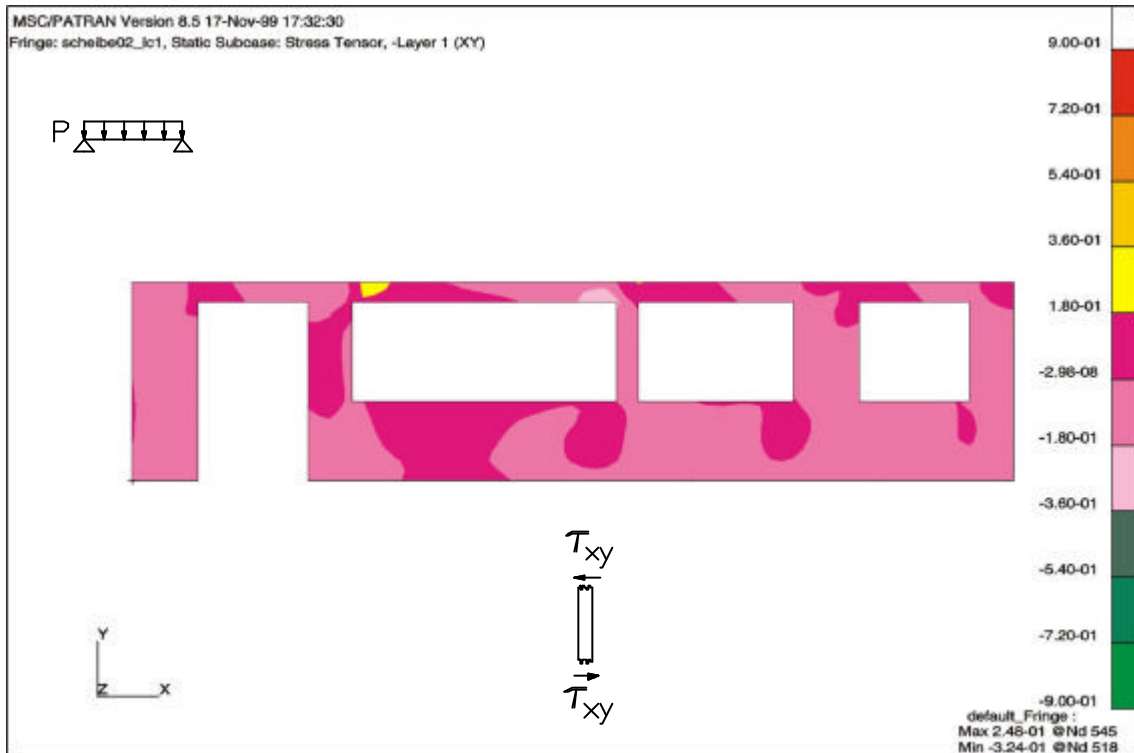


Bild 6.82: Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur) $[\text{N/mm}^2]$

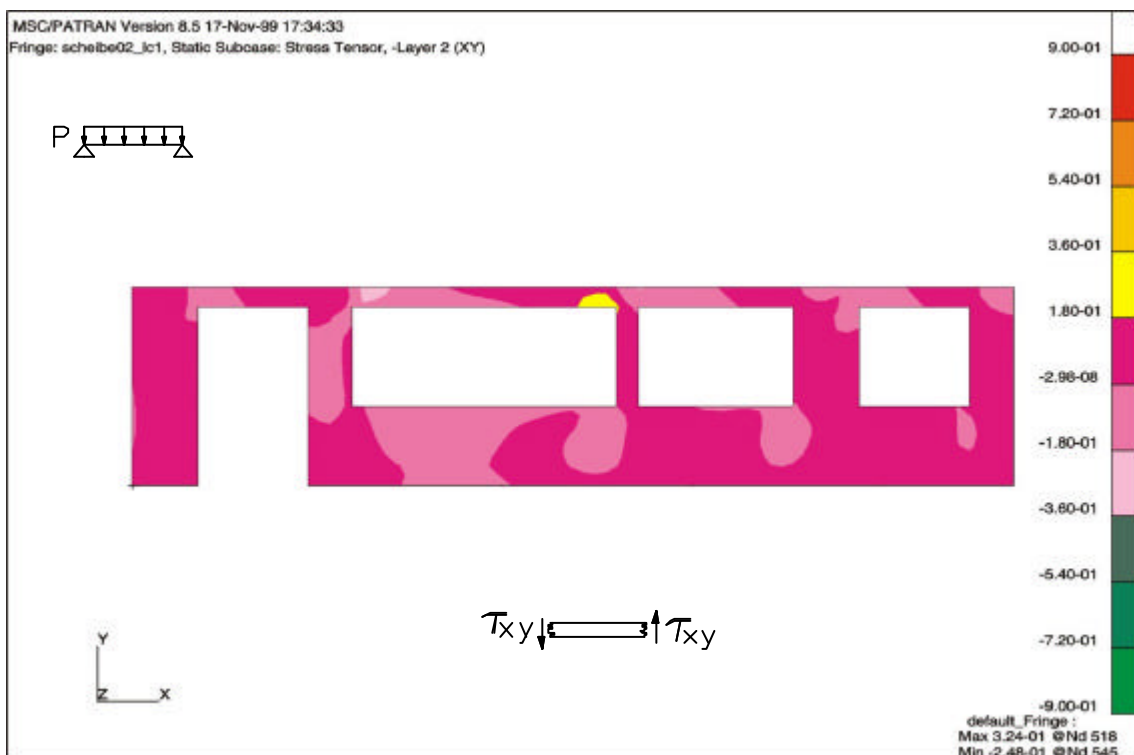


Bild 6.83: Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur) $[\text{N/mm}^2]$

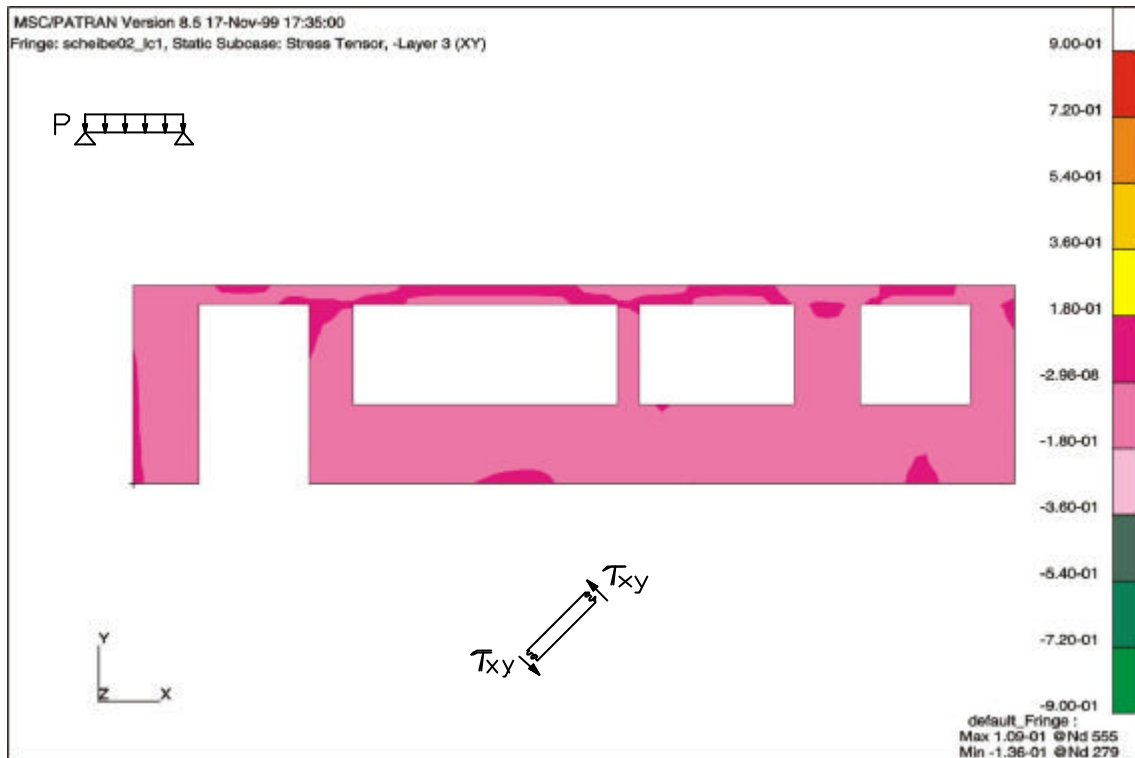


Bild 6.84: Schubspannungen τ_{xy} in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur) [N/mm²]

In allen Brettlagen treten Schubspannungen auf. Dadurch dass bei Brettlagenholz mit diagonalen Struktur die aufgebrachte Belastung vorwiegend über Normalkräfte, und nicht über Biegung und Querkräfte abgetragen wird, reduzieren sich die Schubspannungen in den einzelnen Brettlagen deutlich. Bei Brettlagenholz mit diagonalen Struktur stellt sich ein Kräftegleichgewicht nach Bild 6.74/S. 155 ein. Eine Kraftübertragung über die schmalseitigen Fugen einer Brettlage ist zum Kräftegleichgewicht nicht notwendig. Eine Erhöhung der Schubspannungen ist daher nach Ansicht des Verfassers nur aufgrund der Verteilung der Schubspannungen beim Rechteckquerschnitt notwendig, vgl. Gleichung 6.4/S. 157.

Zusammenfassung

Hinsichtlich der Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen 2 und 4 stellen sich zwischen Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonalen Struktur keine wesentlichen Unterschiede ein. Das affine Tragverhalten ist plausibel, da bei beiden Strukturen für die Lastabtragung über den Öffnungen jeweils zwei Brettlagen zur Verfügung stehen.

Hinsichtlich der Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen ist festzustellen, dass bei Brettlagenholz mit diagonalen Struktur durch Umlagerung von Kräften Beanspruchungsspitzen abgebaut werden. Diese Umlagerung von Kräften ist bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur nicht in dem Maß möglich. Beanspruchungsspitzen werden nicht abgebaut, sondern laufen nach unten bis in die Auflager durch. Dieses Tragverhalten wird anhand von Bild 6.85/S. 162 verdeutlicht, mit dem die sich einstellenden Auflagerreaktionen verglichen werden. Zur Veranschaulichung sind die Öffnungen in der Wandscheibe mit dargestellt. Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur treten die betragsmäßig höheren Auflagerkräfte auf. Es ist zu erkennen, dass eine nennenswerte Umlagerung der Kräfte nicht stattfindet. Bei Brettlagenholz mit diagonalen Mittellage werden hingegen die Beanspruchungen in der Wandscheibe zu den Auflagern hin abgebaut. Diese Umlagerung von Beanspruchungen innerhalb der Wandscheibe auf benachbarte Bereiche ist bei Wandscheiben

aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur um so wichtiger, da die vertikalen Brettlagen höher ausgelastet werden.

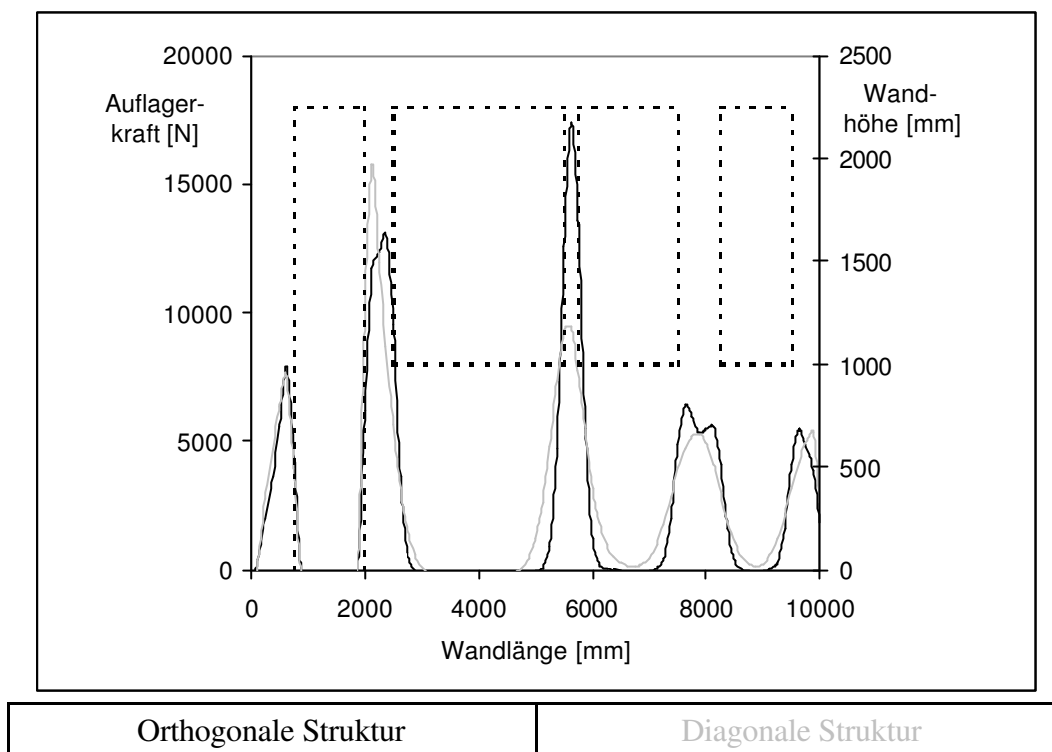


Bild 6.85: Vergleich der Auflagerreaktionen in y-Richtung

An Scheibenrändern und an Öffnungen können sich die Kräfte nicht so stark umlagern, weshalb dort die Auflagerreaktionen für orthogonale und diagonale Struktur von vergleichbarer Größenordnung sind.

Bei den gewählten geometrischen Abmessungen stellen sich die Beanspruchungsspitzen in den Stützbereichen zwischen den Öffnungen ein. Die Höhe der Beanspruchung hängt zum einen von den Abmessungen der Öffnungen und zum anderen von der nutzbaren Querschnittsfläche der Stütze ab. Im Bedarfsfall kann bei einer Überlastung der Stütze deren Querschnitt vergrößert, bzw. es können Brettlagen höherer Festigkeit verwendet werden. Selbstverständlich ist dann die dadurch verursachte örtliche Veränderung der Steifigkeiten bei der Berechnung der Spannungen und Verformungen zu berücksichtigen.

Die Ergebnisse hinsichtlich der Schubspannungen in den einzelnen Brettlagen sind aufgrund der Schubspannungsverteilung beim Rechteckquerschnitt um den Faktor 1,5 zu erhöhen. Diese Erhöhung gilt für Wandscheiben aus Brettlagenholz, unabhängig von deren Struktur. Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur stellt sich ein Kräftegleichgewicht entsprechend Bild 6.74/S. 155 ein. Da über die schmalseitigen Fugen der einzelnen Brettlagen keine Kräfte übertragen werden müssen, resultieren signifikant geringere Schubspannungen in den einzelnen Brettlagen. Da ein derartiges Kräftegleichgewicht bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur nicht möglich ist, und Kräfte über die schmalseitigen Brett-fugen nicht übertragen werden können, ist bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur eine zusätzliche Erhöhung der Schubspannungen in den horizontalen Brettlagen um den Faktor 5/2 notwendig.

6.3.2 Lastfall 2

Verformungen

Bei diesem Lastfall treten Verformungen in z-Richtung nicht auf, da die Wandscheibe nur in ihrer Ebene belastet wird.

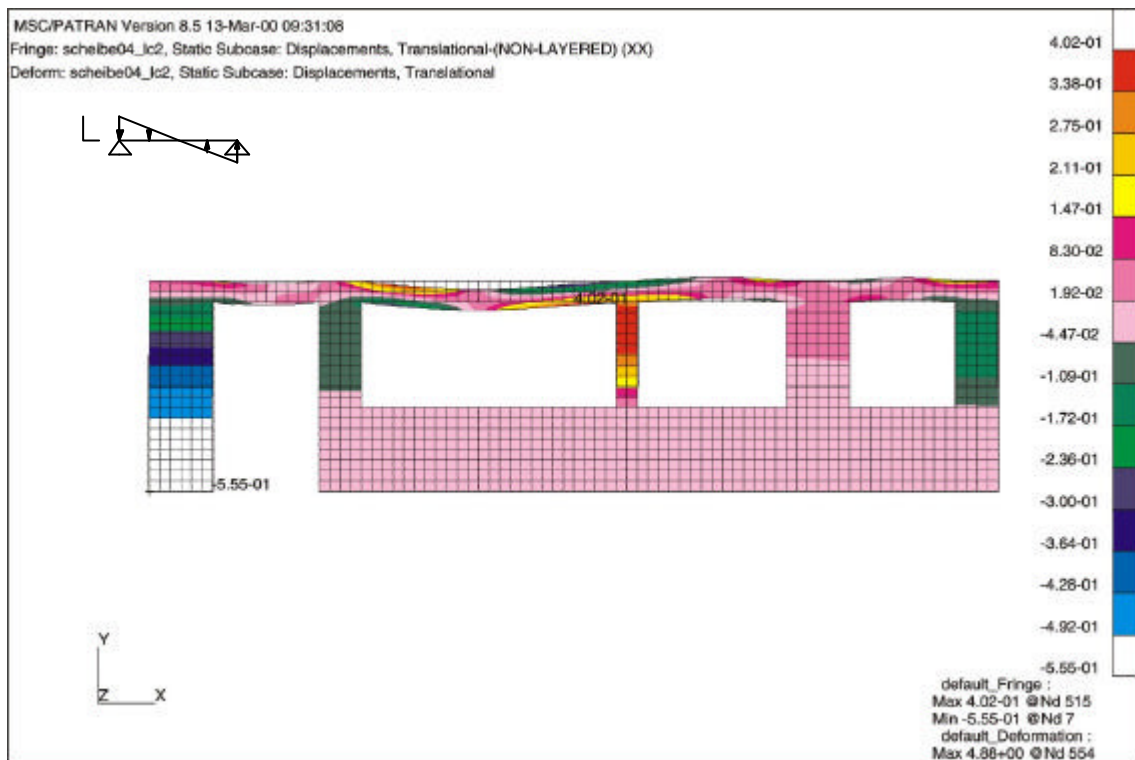
Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Bild 6.86: Verformungen in x-Richtung (orthogonale Struktur) [mm]

Analog zu Lastfall 1 übernehmen die horizontalen Brettlagen 2 und 4 über den Öffnungen die Funktion eines Unterzugs. Sie tragen die Lasten über den Öffnungen über Biegung auf die stützenden Bereiche zwischen den Öffnungen ab. Aus der Beanspruchung der horizontalen Brettlagen 2 und 4 (vgl. Bild 6.93/S. 169) resultieren für die Wandscheibe Verformungen in x-Richtung. Der Extremwert der Verformungen in horizontaler Richtung beträgt im Bereich über der größten Öffnung 0,40 [mm]. Die Dehnungen der horizontalen Brettlagen über den Öffnungen führen zu Verformungen der stützenden Bereiche zwischen den Öffnungen und insgesamt zu einer Schiefstellung der Wandscheibe aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur. Im Bereich links der Türöffnung stellt sich eine horizontale Verformung von -0,56 [mm] ein.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

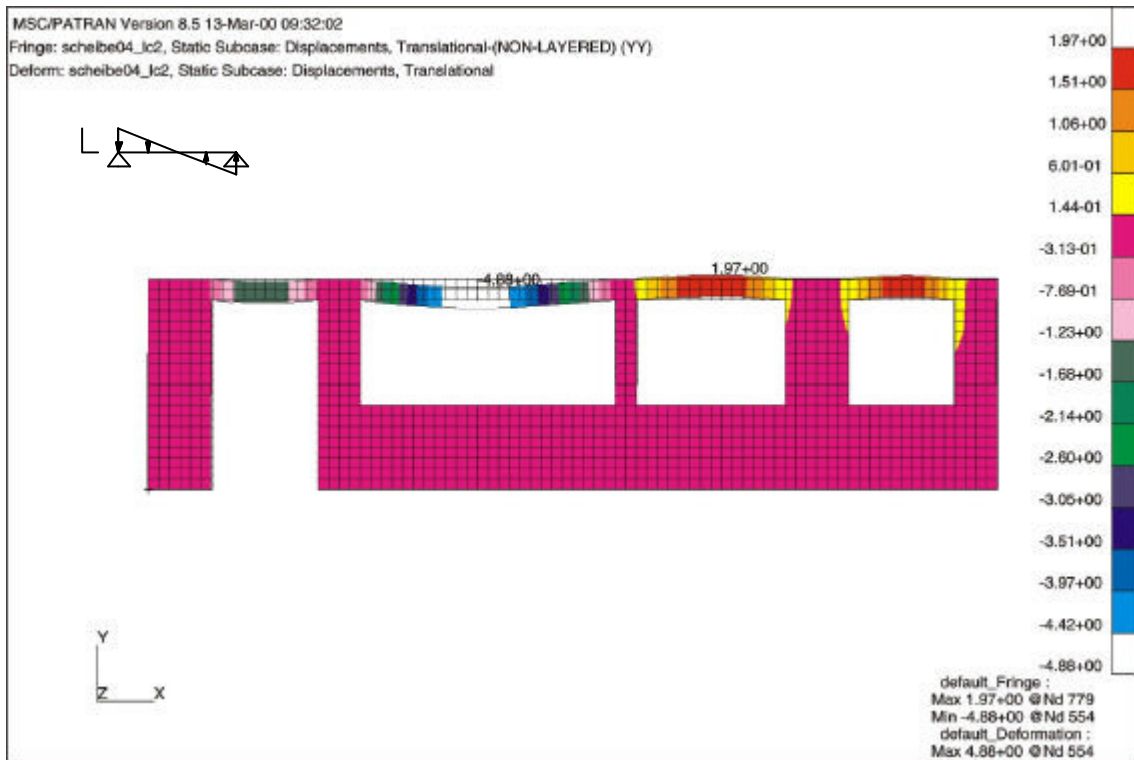


Bild 6.87: Verformungen in y-Richtung (orthogonale Struktur) [mm]

Über den Fensteröffnungen stellen sich die größten Verformungen in y-Richtung ein. Der Maximalwert über der größten Fensteröffnung beträgt -4,9 [mm].

Anhand des in Bild 6.88 dargestellten Stabwerkmodells werden die Ergebnisse für den Wandbereich über der größten Öffnung auf Plausibilität überprüft. Das Ersatzmodell weist eine Höhe von 0,15 [m] auf. Dieses Maß entspricht dem Hebelarm der inneren Kräfte bei einem Rechteckquerschnitt, der näherungsweise mit 2/3 der Bauhöhe angesetzt werden kann.

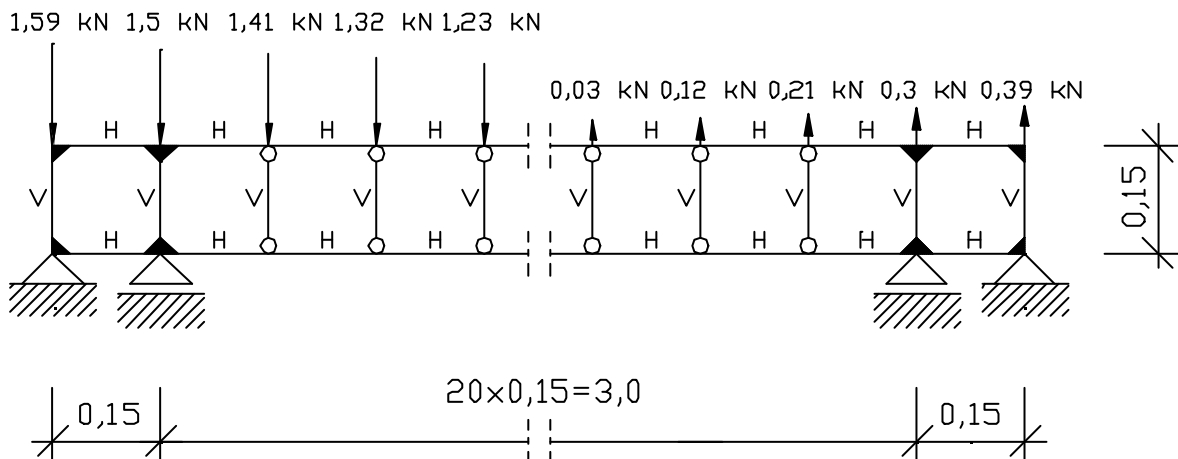


Bild 6.88: Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur im Bereich über der größten Öffnung (Längen in [m])

Über den Öffnungen wird die Wandscheibe aus Brettlagenholz auf Biegung und Schub beansprucht. Hinsichtlich der Wahl eines Ersatzmodells stellt sich die Problematik, die Biege- und Schubsteifigkeit des Ersatzmodells zutreffend zu erfassen (vgl. Kapitel 6.3.1). Die Ergebnisse am Ersatzmodell können daher nicht quantitativ, sondern nur qualitativ mit den Ergebnissen der Finite-Element-Rechnung verglichen werden. Die angreifenden Einzellasten an den Knotenpunkten des Obergurts resultieren, unter Berücksichtigung der Lasteinzugs-

flächen, aus der linear veränderlichen Belastung am oberen Scheibenrand, vgl. Tabelle 6.3/S. 103. Die Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe des Ersatzmodells entsprechen den Angaben der Tabelle 6.12/S. 152.

Die aufgebrachte Belastung führt bei diesem Ersatzmodell zu einer Verformung in Feldmitte von -6,3 [mm]. Die Belastung wird über Querkräfte und Biegemomente abgetragen. Die tabellarische Auflistung der Ergebnisse für die Schnittgrößen am Ersatzmodell ist Anhang 7 zu entnehmen.

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

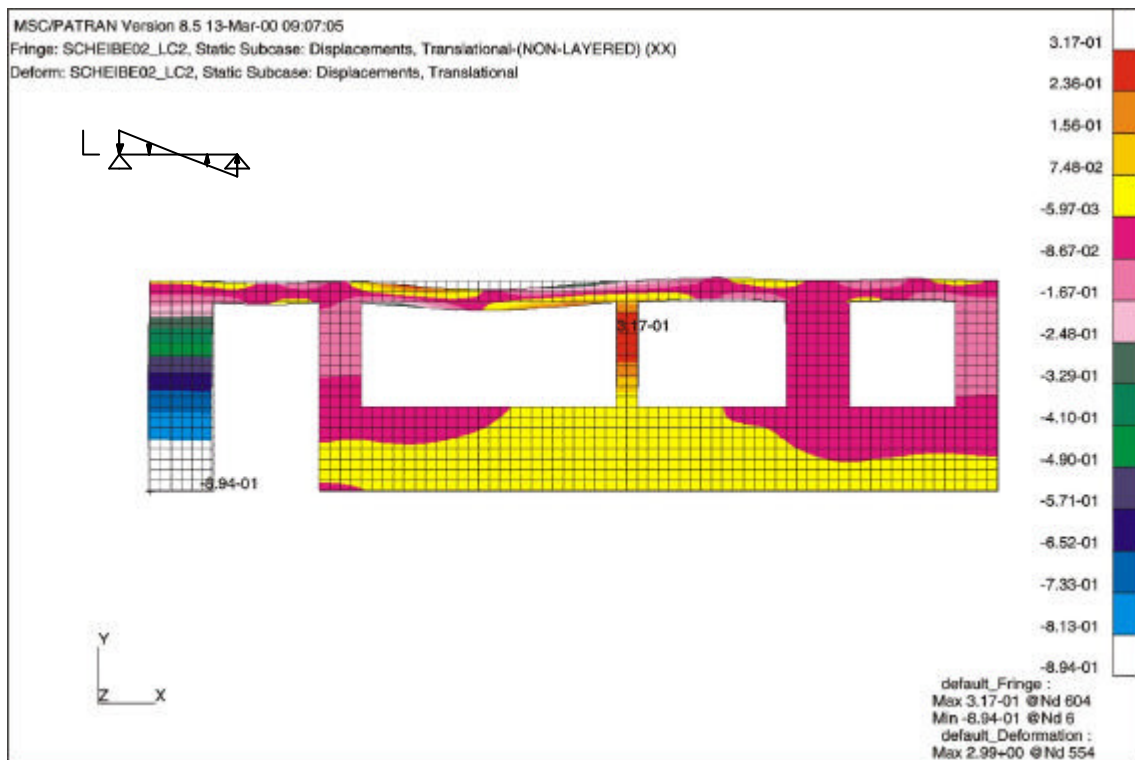


Bild 6.89: Verformungen in x-Richtung (diagonale Struktur) [mm]

Wie bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur, übernehmen die horizontalen Brettlagen über den Öffnungen die Funktion eines Unterzugs. Daraus resultieren Verformungen in horizontaler Richtung. Der Maximalwert der Verformungen in horizontaler Richtung beträgt im Bereich über der größten Öffnung 0,32 [mm]. Die Dehnungen der horizontalen Brettlagen über den Öffnungen führen zu horizontalen Verformungen der stützenden Bereiche zwischen den Öffnungen und insgesamt zu einer Schiefstellung der Wandscheibe aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur. Im Bereich links der Türöffnung stellt sich eine horizontale Verformung von -0,89 [mm] ein.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

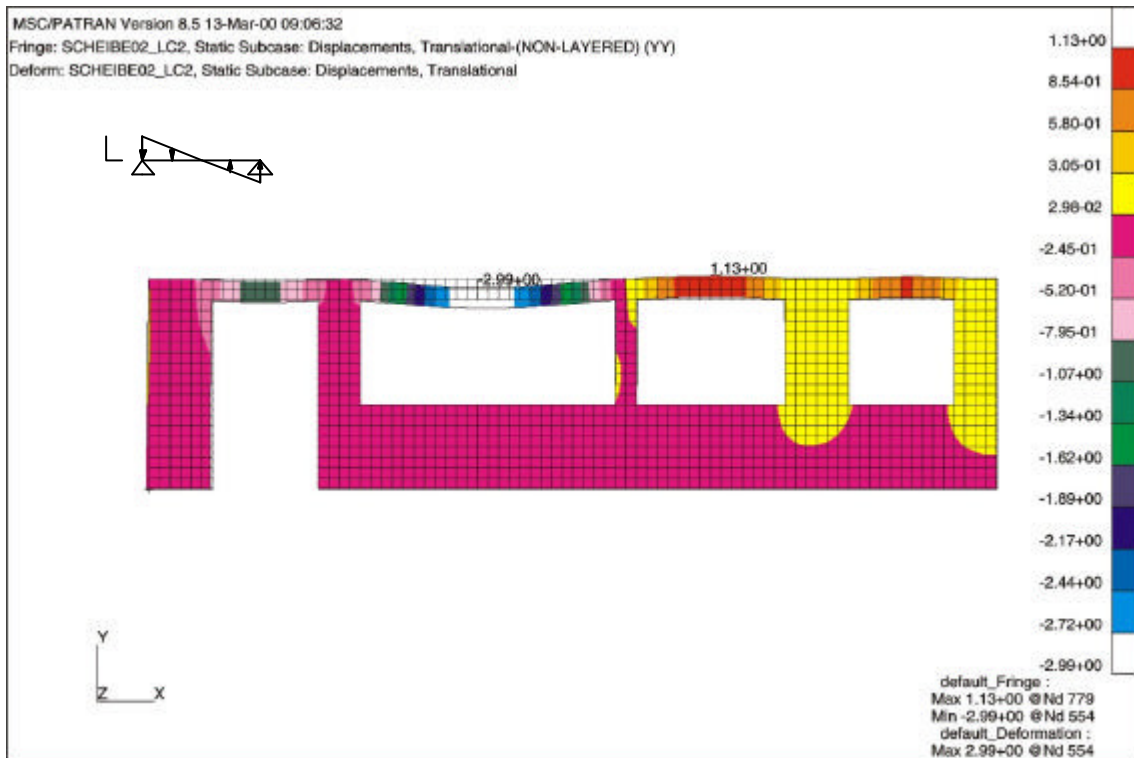


Bild 6.90: Verformungen in y-Richtung (diagonale Struktur) [mm]

Über den Fensteröffnungen stellen sich die größten Verformungen in y-Richtung ein. Der Extremwert über der größten Fensteröffnung beträgt -3,0 [mm].

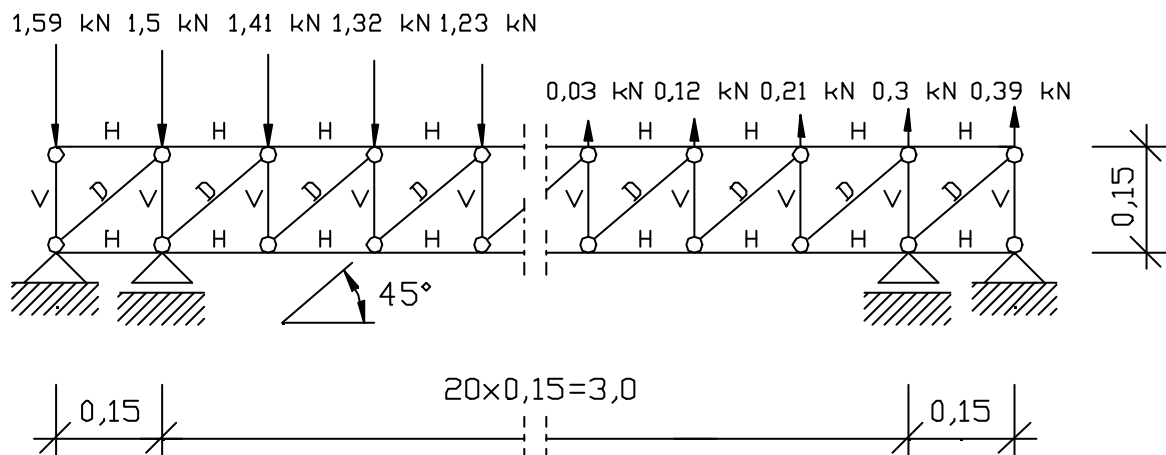


Bild 6.91: Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur im Bereich über der größten Öffnung (Längen in [m])

Bild 6.91 zeigt das gewählte Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur. Die in Kapitel 6.3.1 beschriebene Problematik hinsichtlich der zutreffenden Erfassung der Biege- und Schubsteifigkeit der Einzelstäbe gilt auch beim Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur. Vom Verfasser der vorliegenden Arbeit ist ein vereinfachtes Modell mit den in Tabelle 6.13/S. 154 angegebenen Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe gewählt worden, womit eine qualitative Aussage zu den Ergebnissen möglich ist.

Die aufgebrachte Belastung führt bei diesem Ersatzmodell zu einer Verformung in Feldmitte von -2,8 [mm]. Die Belastung wird über Normalkräfte abgetragen. Anhang 7 beinhaltet die tabellarische Auflistung der Ergebnisse für die Stabschnittkräfte am Ersatzmodell.

Zusammenfassung

Bei Wandscheiben aus Brettlagenholz treten, unabhängig von der Struktur, Verformungen in horizontaler Richtung auf. Die horizontalen Verformungen resultieren aus der Biegebeanspruchung der horizontalen Brettlagen 2 und 4, die über den Öffnungen die Funktion eines Unterzugs übernehmen. Im Vergleich zu den Verformungen in vertikaler Richtung sind die Verformungen in horizontaler Richtung von geringer Größenordnung.

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur treten größere Verformungen in horizontaler Richtung auf, da sich in den horizontalen Brettlagen aufgrund des Kräftegleichgewichts Zugkräfte einstellen, auch wenn sich diese aufgrund der Öffnungen nicht ungestört einstellen können.

Sowohl bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur als auch bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur treten die Extremwerte der Verformungen in y-Richtung über der größten Fensteröffnung ein. Ein signifikanter Unterschied besteht im Hinblick auf die Größenordnung der sich einstellenden Verformungen, da diese um den Faktor 1,5 differieren. Bei gleicher Belastung stellen sich bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur aufgrund der geringeren Steifigkeit größere Verformungen ein. Dieses Ergebnis wird durch die vom Verfasser durchgeführten experimentellen Untersuchungen bestätigt (vgl. Kapitel 4). Hinsichtlich der aufnehmbaren Belastung bedeutet dies, dass, bei Einhaltung einer als zulässig erachteten Durchbiegung über den Öffnungen, Brettlagenholz mit diagonaler Struktur höhere Belastungen aufnehmen kann, als Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur, wengleich die vertikalen Brettlagen höher ausgelastet sind.

Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur wird die aufgebrachte Belastung über Querkräfte und Biegung abgetragen. Gleichgewicht ist nur möglich bei biegesteifer Ausbildung der Knotenpunkte, also unter Ansatz der Verdrehungssteifigkeit der flächenhaft verleimten Brettkreuzungen.

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur wird die Belastung über Normalkräfte abgetragen, da Gleichgewicht entsprechend Bild 6.74/S. 155 gewährleistet ist.

Spannungen in den einzelnen Brettlagen

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

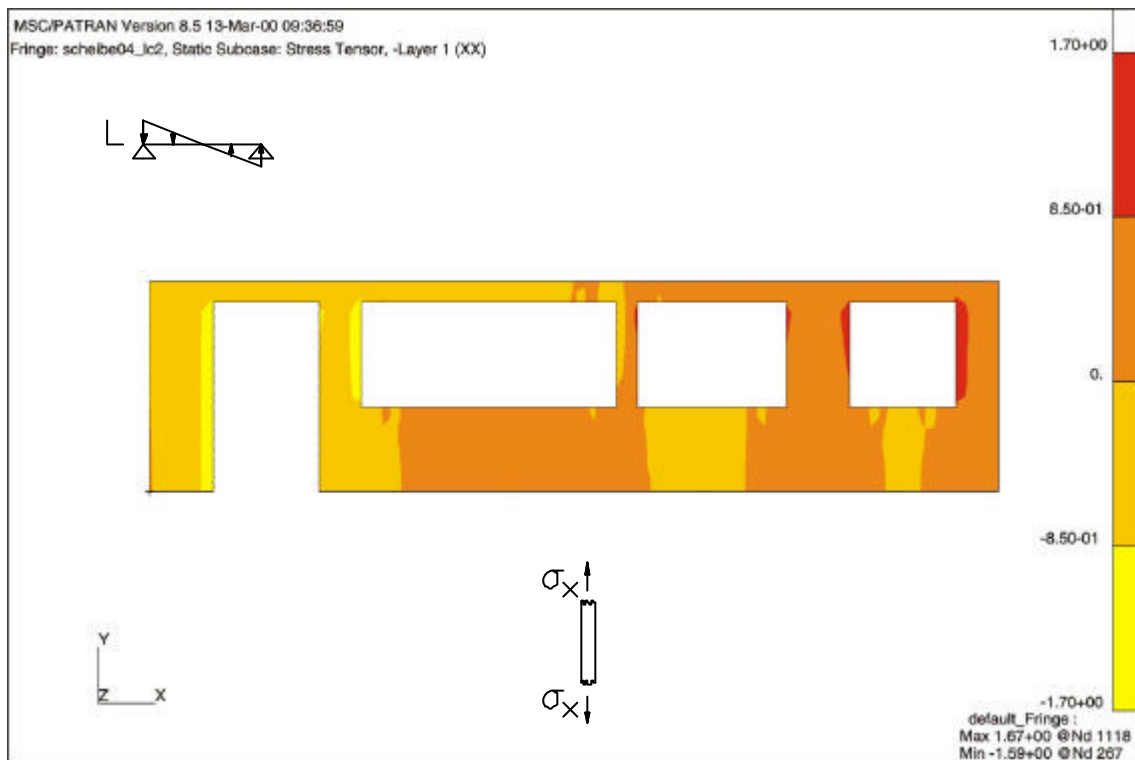


Bild 6.92: Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Die Extremwerte der Normalspannungen σ_x der vertikalen Brettlagen 1, 3 und 5 treten in den Stützbereichen zwischen den Öffnungen auf. Die Druckbeanspruchungen nehmen analog zur Belastung vom linken Scheibenrand zur Mitte hin ab. Die hohe Druckbeanspruchung im Stützbereich zwischen der Türöffnung und Öffnung 1 resultiert aus dessen Lastezugsfläche über Öffnung 1 (vgl. Bild 6.1b/S. 99). Die minimale Druckspannung σ_x beträgt -1,59 [N/mm²]. Analog zur Belastung nehmen die Zugbeanspruchungen von der Mitte zum rechten Scheibenrand hin zu. Die maximale Zugspannung σ_x beträgt +1,67 [N/mm²] und tritt am Stützbereich rechts neben Öffnung 3 auf. Die Querkräfte der horizontalen Brettlagen über den Öffnungen werden in den Stützbereichen über Normalkräfte (Druck- bzw. Zugkräfte) in die Auflager abgetragen.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

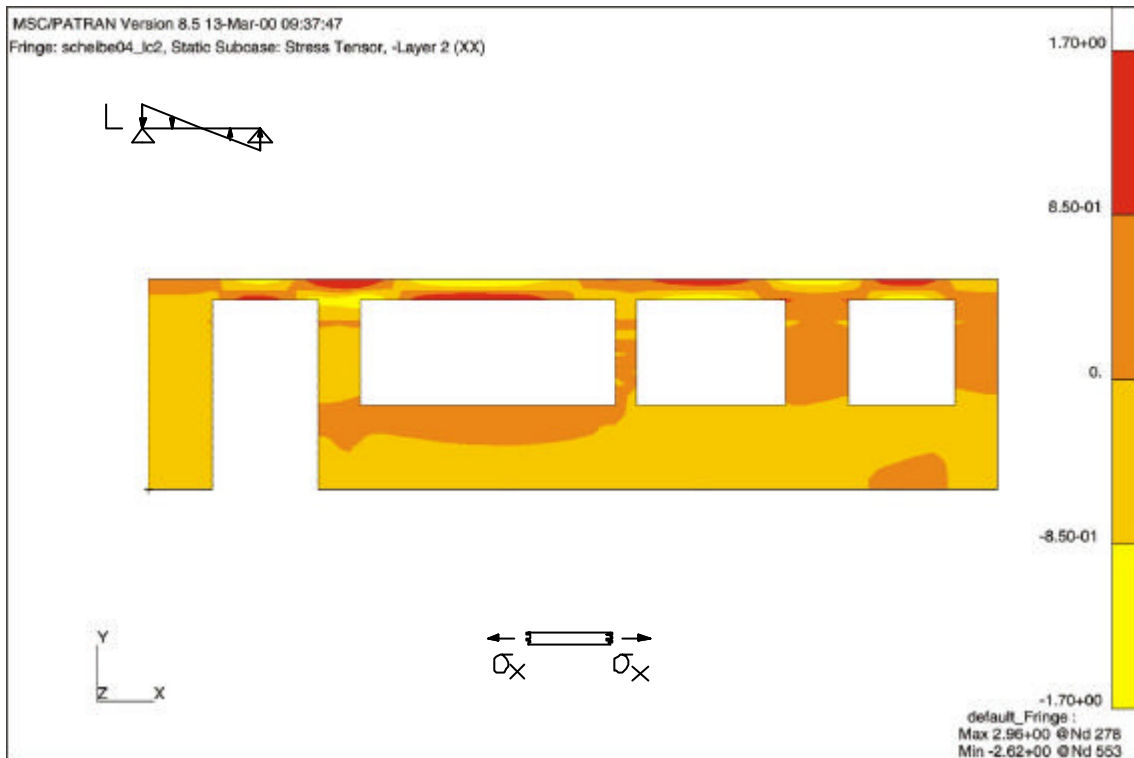


Bild 6.93: Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Die horizontalen Brettlagen 2 und 4 übernehmen die Aufgabe, die vertikalen Lasten im Bereich von Öffnungen über Biegung und Querkräfte in die stützenden Bereiche abzutragen. Die daraus resultierende Durchlaufwirkung der horizontalen Brettlagen ist aus Bild 6.93 zu erkennen. Die maximale Spannung beträgt +2,96 [N/mm²].

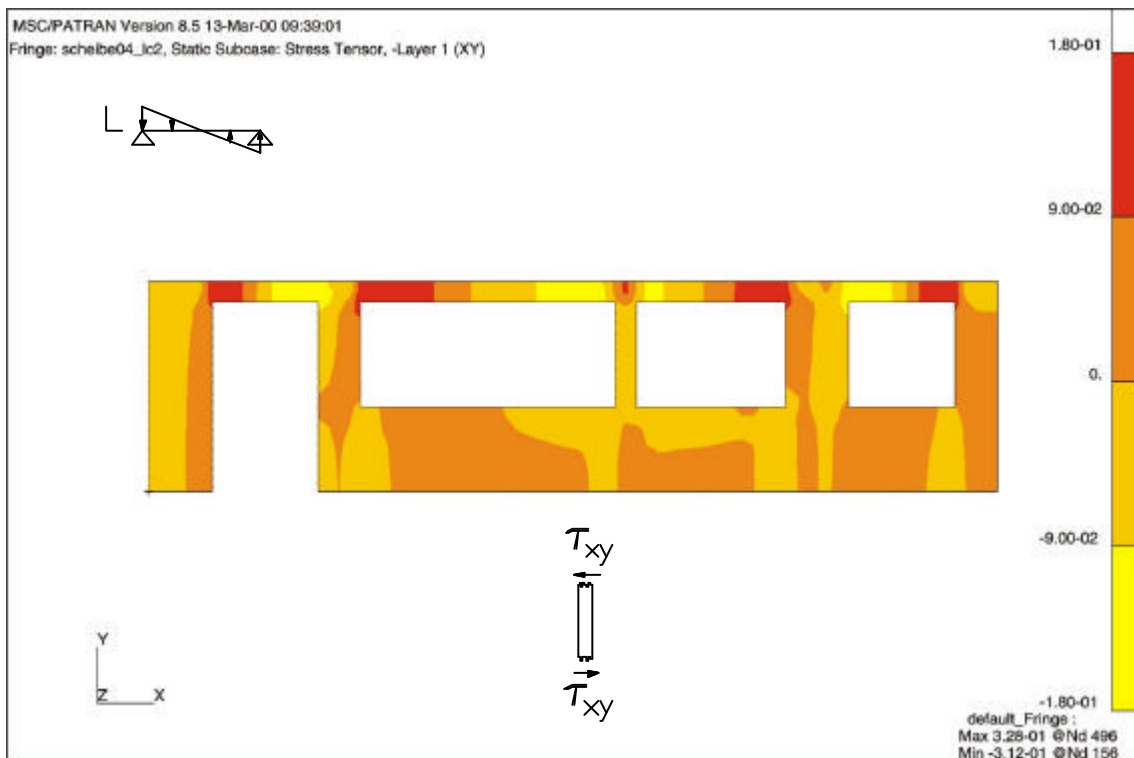


Bild 6.94: Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

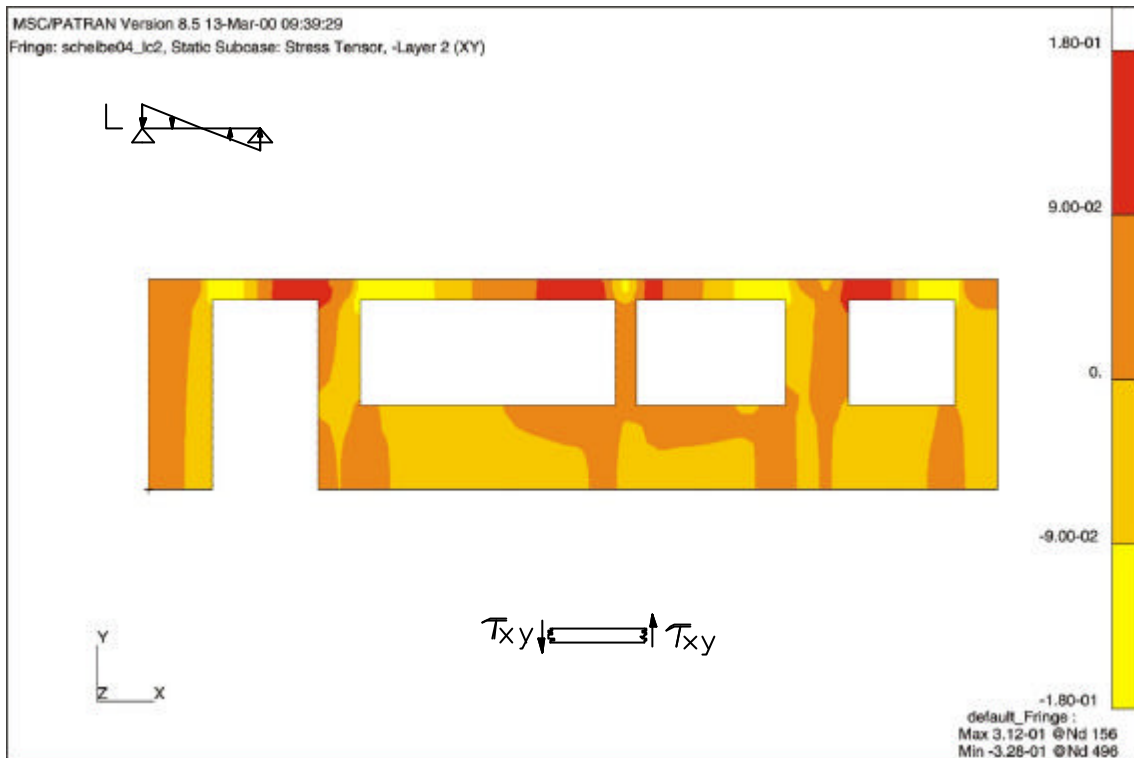
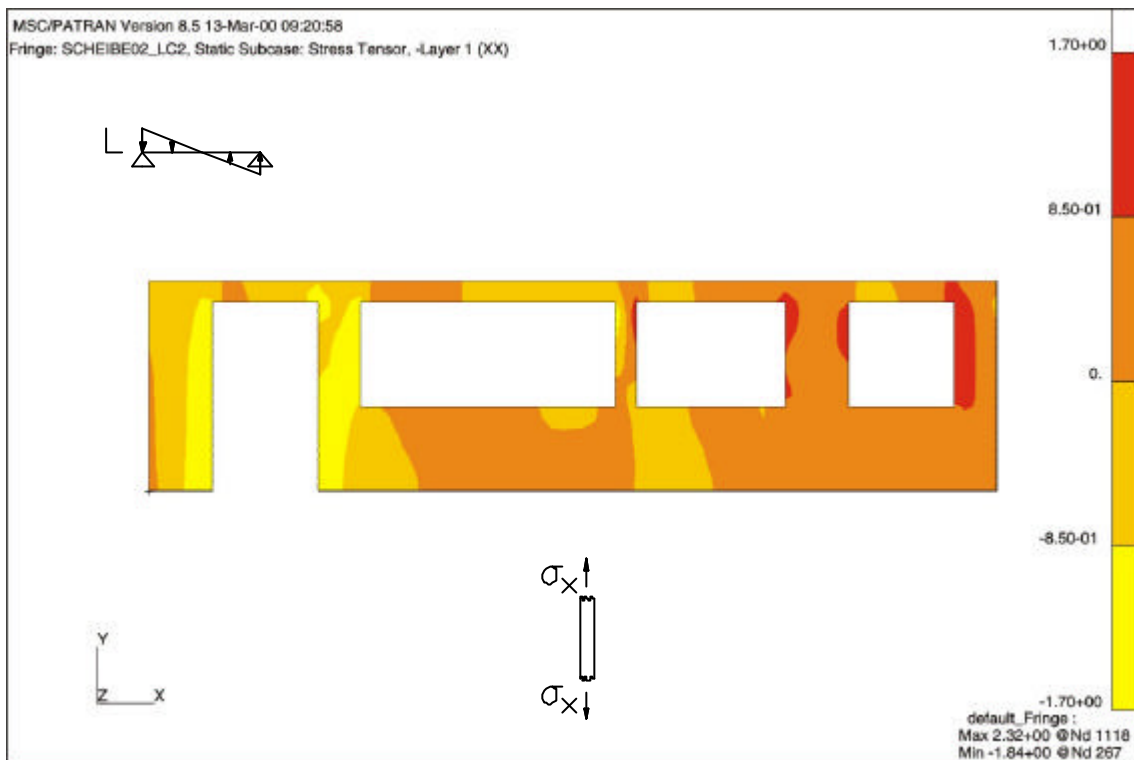


Bild 6.95: Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Die Bilder 6.94 und 6.95 zeigen, dass in den horizontalen und vertikalen Brettlagen eine gleichmäßige Schubbeanspruchung auftritt. Die Schubspannungsverteilung ist affin zum Querkraftverlauf über den Öffnungen. Allerdings gelten die in Kapitel 6.3.1 getroffenen Aussagen hinsichtlich der Größenordnung der Schubspannungen auch bei diesem Lastfall. Über die schmalseitige Fugen der Einzelbretter können keine Kräfte übertragen werden. Die Ergebnisse der Schubspannungen in den horizontalen Brettlagen sind demzufolge um den Faktor $5/2$ zu erhöhen. Die in Bild 6.94 dargestellten Schubspannungen in den vertikalen Brettlagen resultieren aus der Berechnung nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes, die homogene Einzelschichten ohne Fugen unterstellt. Aus der parabolischen Verteilung der Schubspannungen folgt zusätzlich eine Erhöhung um den Faktor 1,5 (vgl. Kapitel 6.3.1).

Brettlagenholz mit diagonaler StrukturBild 6.96: Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur stellt sich ein Kräftegleichgewicht nach Bild 6.74/S. 155 ein. Die Abtragung von Lasten in Richtung der diagonalen Mittellage führt im Bereich der Öffnungen zu Beanspruchungskonzentrationen, wie beispielsweise an der rechten, unteren Ecke der Türöffnung oder an der rechten oberen Ecke von Öffnung 3. Die minimale Normalspannung σ_x der vertikalen Brettlagen 1 und 5 tritt mit $-1,84$ [N/mm²] im Stützbereich zwischen der Türöffnung und Öffnung 1 auf. Die maximale Zugspannung σ_x an der oberen rechten Ecke von Öffnung 3 beträgt $2,32$ [N/mm²]. Die Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen sind nicht affin zur Belastung, sondern affin zum Querkraftverlauf über den Öffnungen. Im linken Scheibenbereich stellen sich rechts neben den Stützbereichen Zugspannungen ein, und links neben den Stützbereichen Druckspannungen. Im rechten Scheibenbereich ist dies umgekehrt, da die Belastung in entgegengesetzter Richtung wirkt. Die diagonale Mittellage bewirkt, dass sich Kräfte innerhalb der Scheibe umlagern können. Beanspruchungen in den vertikalen Brettlagen bauen sich zum Auflager hin ab, in dem benachbarte Scheibenbereiche an der Lastabtragung beteiligt werden.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

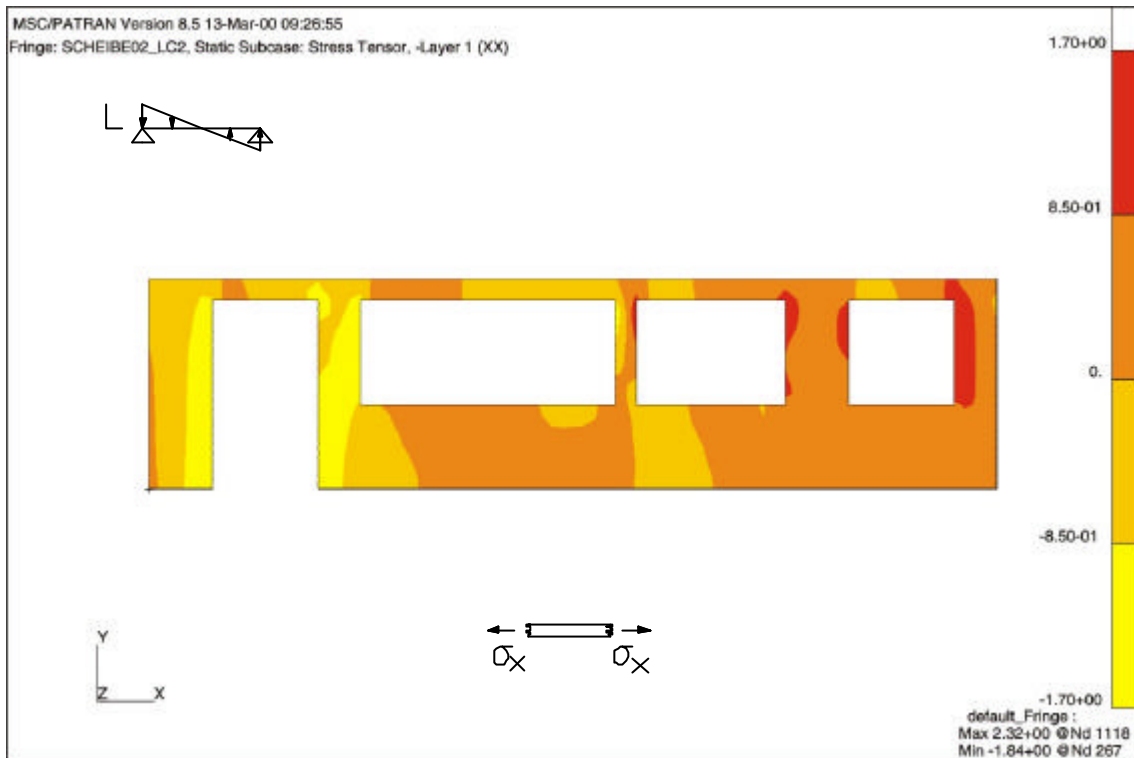


Bild 6.97: Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

Die horizontalen Brettlagen 2 und 4 übernehmen die Aufgabe, die vertikalen Lasten im Bereich von Öffnungen über Biegung und Querkräfte in die stützenden Bereiche abzutragen. Die daraus resultierende Durchlaufwirkung der horizontalen Brettlagen ist aus Bild 6.97 zu erkennen. Die maximale Spannung beträgt 2,32 [N/mm²].

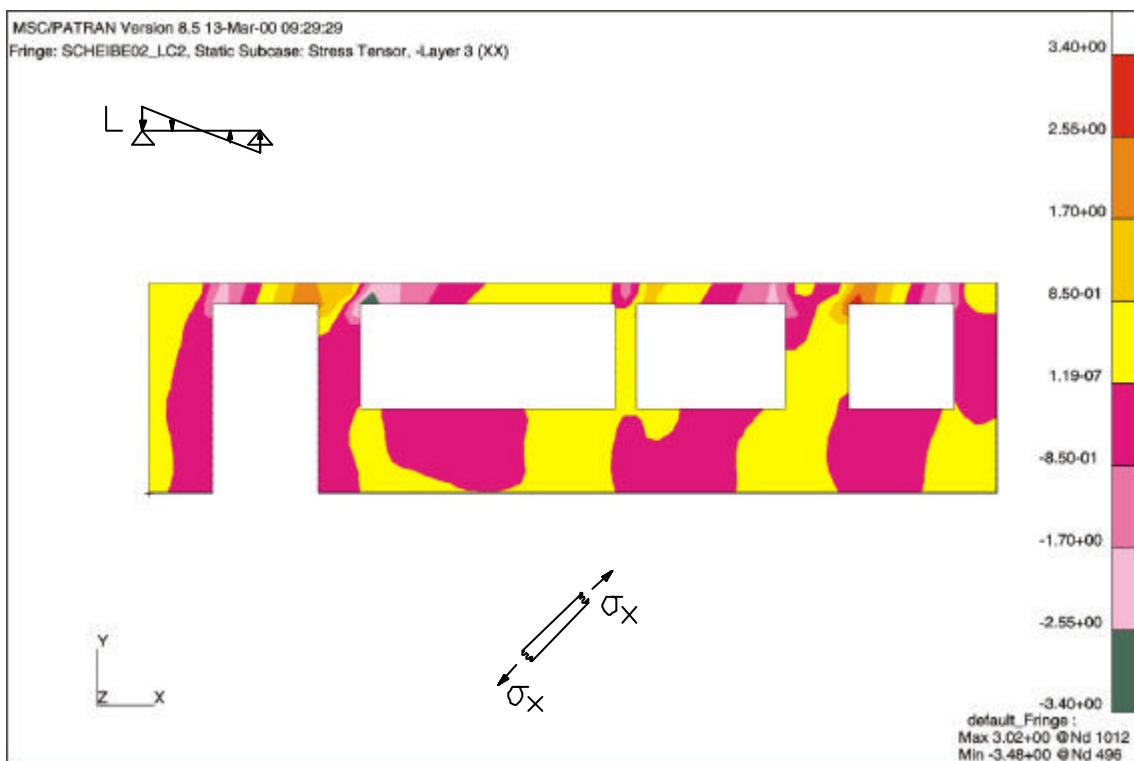


Bild 6.98: Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur) [N/mm²]

Bei Wandscheiben aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur stellt sich das in Bild 6.74/S. 155 dargestellte Kräftegleichgewicht ein. Die Belastung wird über Normalkräfte abgetragen, weshalb sich in der diagonalen Mittellage über den Öffnungen Normalspannungen σ_x einstellen. Im linken Scheibenbereich resultieren aus der gleichbleibenden Neigung der diagonalen Mittellage im linken Bereich über den Öffnungen Druckspannungen und im rechten Bereich über den Öffnungen Zugspannungen. Im rechten Scheibenbereich stellen sich umgekehrte Vorzeichen ein, da die Belastung entgegengesetzt gerichtet ist. Die minimale Druckspannung beträgt $-3,48 \text{ [N/mm}^2\text{]}$, die maximale Zugspannung beträgt $3,02 \text{ [N/mm}^2\text{]}$.

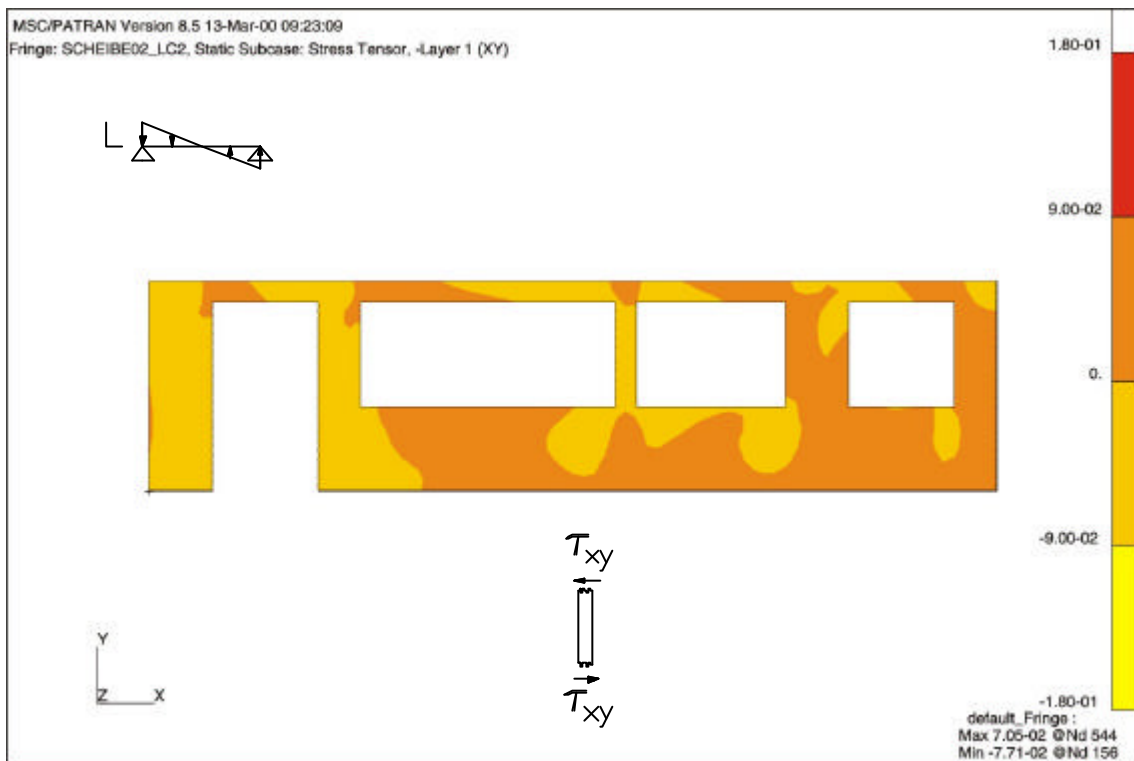


Bild 6.99: Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur) $[\text{N/mm}^2]$

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

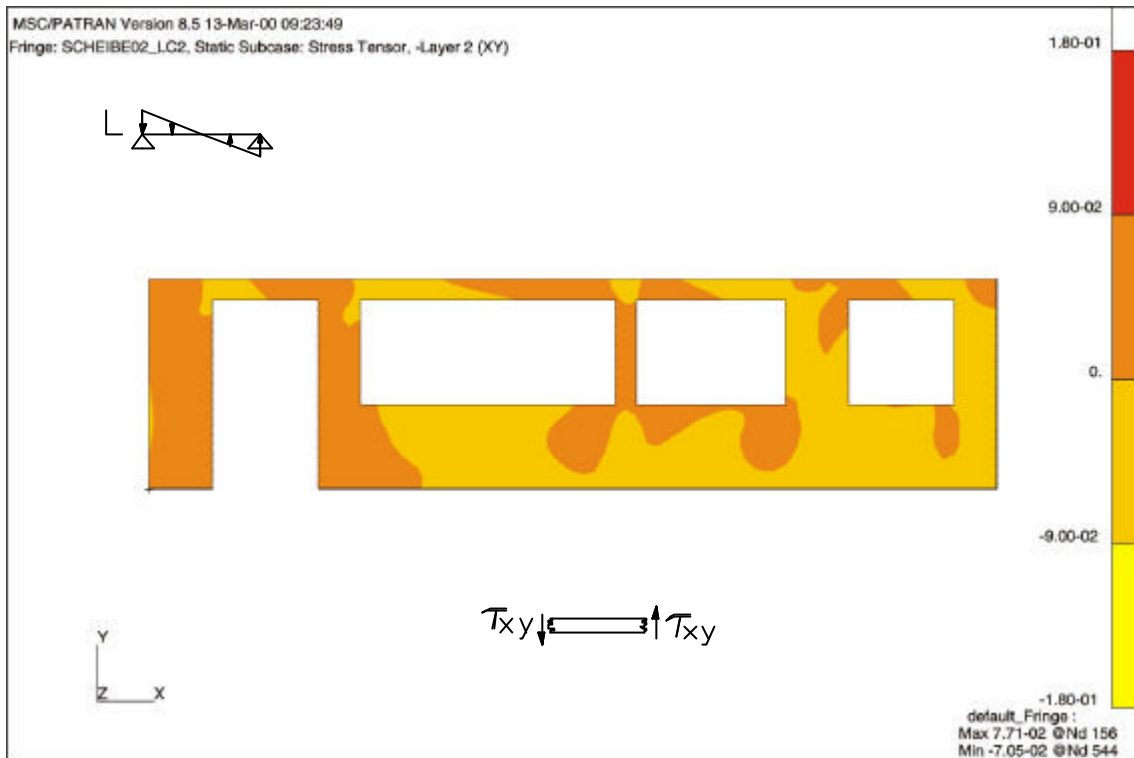


Bild 6.100: Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

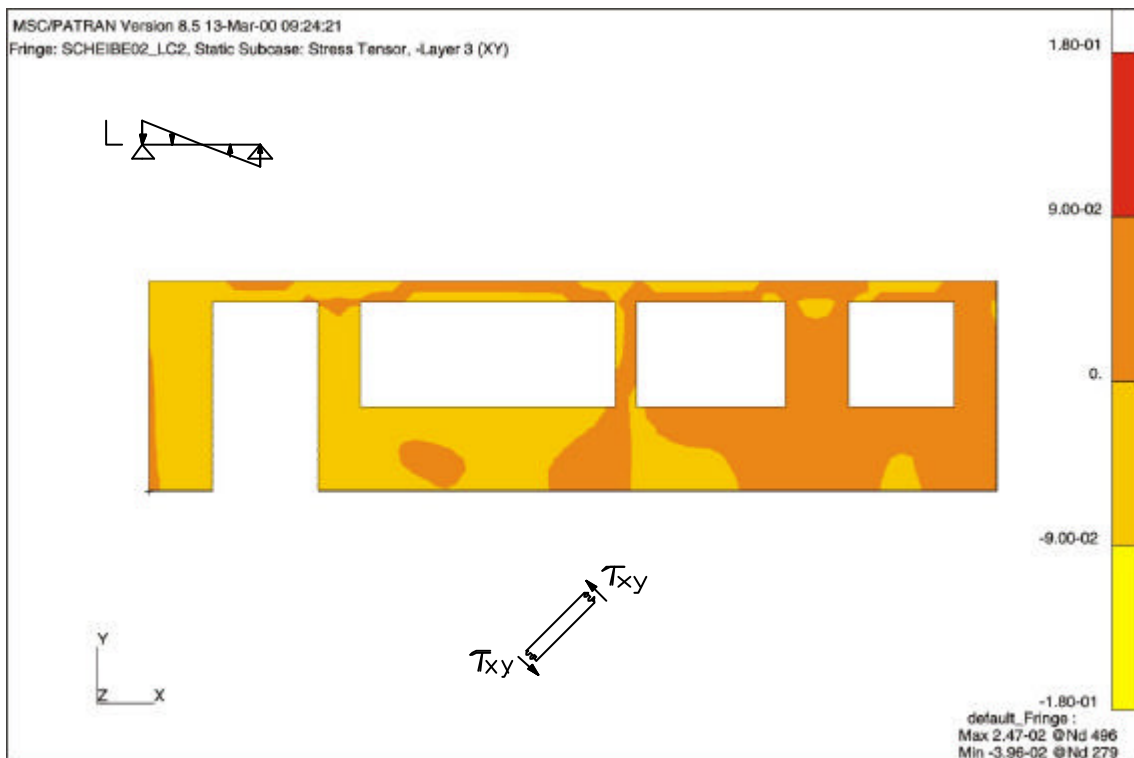


Bild 6.101: Schubspannungen τ_{xy} in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur) [N/mm²]

Dadurch dass bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur die aufgebrachte Belastung über Normalkräfte, und nicht über Biegung und Querkräfte abgetragen wird, treten in den einzelnen Brettlagen nur geringe Schubspannungen auf. Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur stellt sich ein Kräftegleichgewicht nach Bild 6.74/S. 155 ein. Eine Kraftübertragung über die schmalseitigen Fugen einer Brettlage ist zum Kräftegleichgewicht nicht notwendig. Eine Erhöhung der Schubspannungen ist daher nach Ansicht des Verfassers nur aufgrund der

Verteilung der Schubspannungen beim Rechteckquerschnitt notwendig, vgl. Gleichung 6.4/S. 157.

Zusammenfassung

Hinsichtlich der Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen 2 und 4 stellen sich zwischen Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur keine wesentlichen Unterschiede ein. Das affine Tragverhalten ist plausibel, da bei beiden Strukturen für die Lastabtragung über den Öffnungen jeweils zwei Brettlagen zur Verfügung stehen.

Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur sind die vertikalen Brettlagen 1 und 5 stärker beansprucht als bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur. Dieses Ergebnis ist plausibel, da bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur lediglich zwei vertikal angeordnete Einzellagen für die Abtragung der vertikalen Lasten genutzt werden können. Da sich bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur ein Kräftegleichgewicht nach Bild 6.74/S. 155 einstellt, bauen sich die Beanspruchungen bis zum Auflager hin ab, da benachbarte Scheibenbereiche an der Lastabtragung beteiligt werden.

Die Ergebnisse hinsichtlich der Schubspannungen in den einzelnen Brettlagen sind aufgrund der Schubspannungsverteilung beim Rechteckquerschnitt um den Faktor 1,5 zu erhöhen. Diese Erhöhung gilt für Wandscheiben aus Brettlagenholz, unabhängig von deren Struktur. Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur stellt sich ein Kräftegleichgewicht entsprechend Bild 6.74/S. 155 ein. Da über die schmalseitigen Fugen der einzelnen Brettlagen keine Kräfte übertragen werden müssen, resultieren signifikant geringere Schubspannungen in den einzelnen Brettlagen. Da ein derartiges Kräftegleichgewicht bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur nicht möglich ist, und Kräfte über die schmalseitigen Brett-fugen nicht übertragen werden können, ist eine zusätzliche Erhöhung der Schubspannungen in den horizontalen Brettlagen um den Faktor 5/2 notwendig.

6.3.3 Lastfall 3

Verformungen

Bei diesem Lastfall treten Verformungen in z -Richtung nicht auf, da die Wandscheibe nur in ihrer Ebene belastet wird.

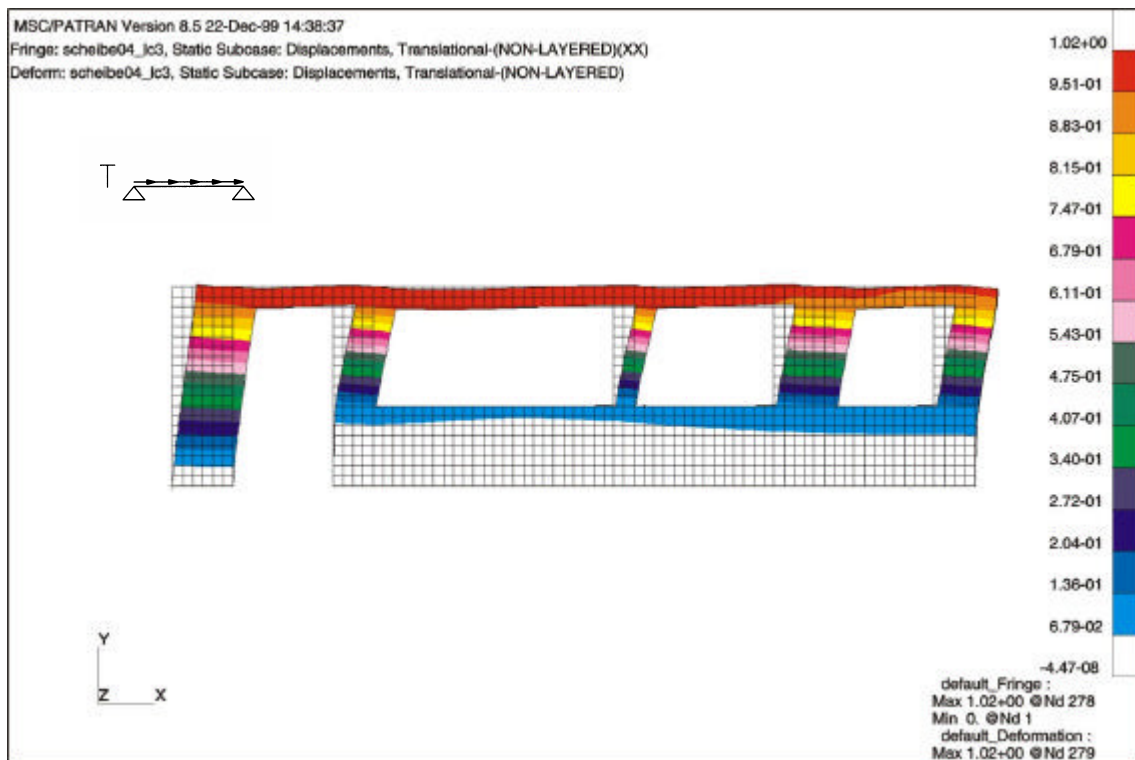
Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Bild 6.102: Verformungen in x -Richtung (orthogonale Struktur) [mm]

Die Öffnungen in der Wandscheibe reduzieren deren Schubsteifigkeit. Aus diesem Grund treten im Bereich der Öffnungen Verzerrungen auf, die, in Abhängigkeit der Höhe, über die Länge nahezu konstant sind. Links neben der Türöffnung verformt sich die Wandscheibe über die gesamte Höhe, da dort einer horizontalen Verformung kein Widerstand entgegengesetzt wird. Die Scheibenbereiche unter den Fensteröffnungen bleiben frei von horizontalen Verformungen, da dort die Schubsteifigkeit höher ist, als im Bereich zwischen den Öffnungen. Die maximalen horizontalen Verformungen stellen sich deshalb an der rechten oberen Ecke der Türöffnung mit 1,02 [mm] ein.

Die Verformungen in vertikaler Richtung, die etwa 10 % der Verformungen in horizontaler Richtung betragen, sind zu vernachlässigen, vgl. Bild 6.103/S. 177.

Auf eine Plausibilitätskontrolle anhand eines Stabwerkmodells wurde verzichtet, da es bei diesem Lastfall nicht ausreichend ist, einen Teilbereich zu betrachten. Vielmehr ist es notwendig, die Steifigkeit der gesamten Wandscheibe zutreffend zu erfassen. Die dabei bestehenden Probleme wurden bereits in Kapitel 6.2.3 erläutert.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

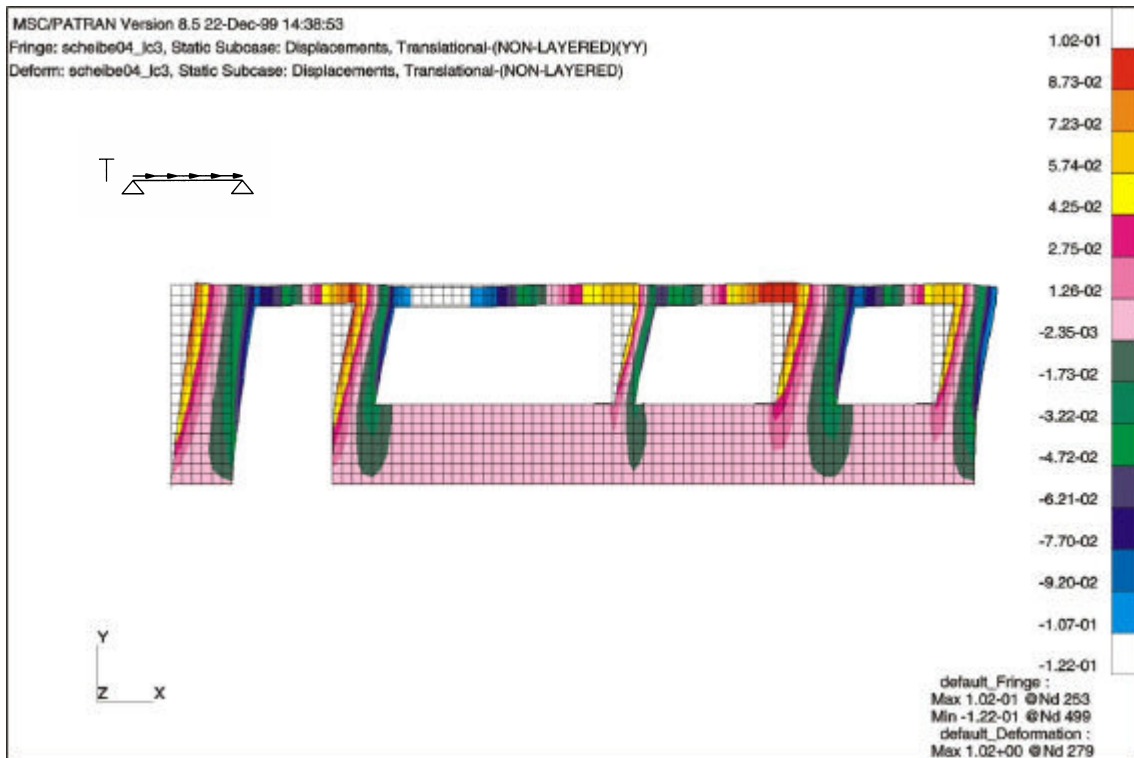


Bild 6.103: Verformungen in y-Richtung (orthogonale Struktur) [mm]

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

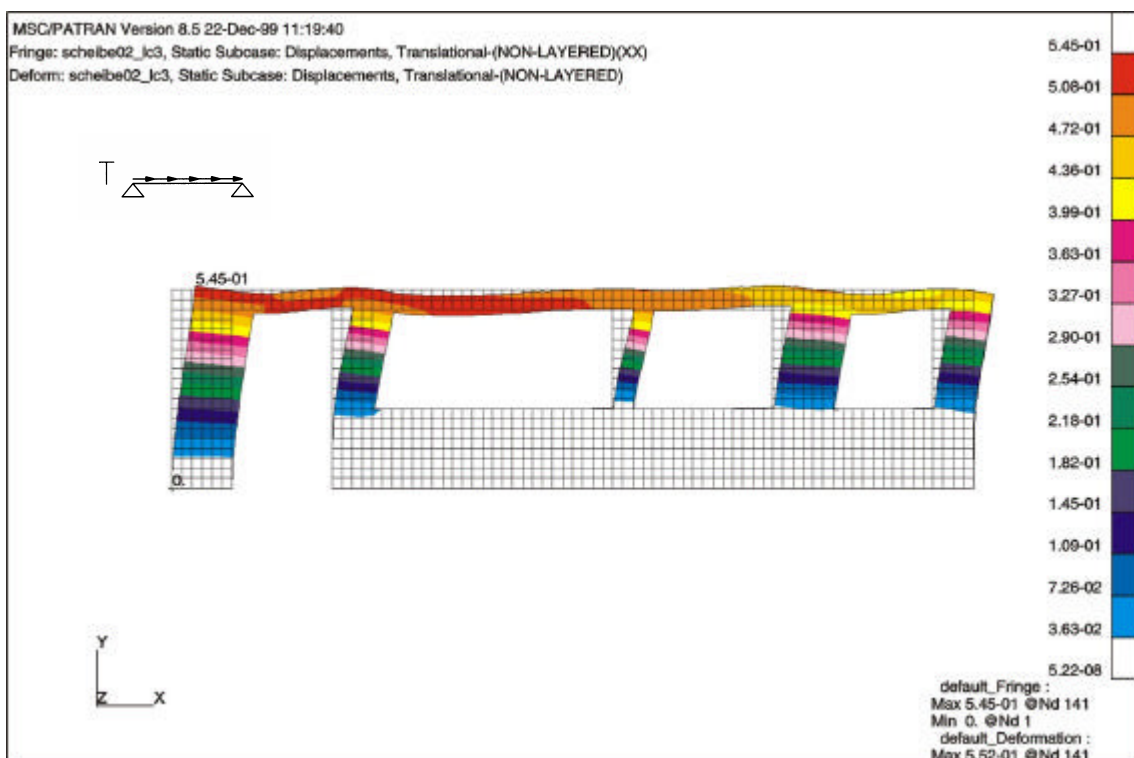


Bild 6.104: Verformungen in x-Richtung (diagonale Struktur) [mm]

Auch bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur reduzieren die Öffnungen in der Wandscheibe deren Schubsteifigkeit. Daraus resultieren Verzerrungen der Öffnungen. Da über die diagonale Mittellage Kräfte abgetragen werden, reduzieren sich die auftretenden horizontalen Verformungen. Da die aussteifende Wirkung der Diagonalen an der linken oberen Ecke der Wandscheibe noch nicht nutzbar ist, tritt dort mit 0,55 [mm] die maximale

Verformung in horizontaler Richtung auf. Zum rechten Scheibenrand hin nimmt deren Größenordnung ab.

Die Kräfte in der diagonalen Mittellage verursachen bei Brettlagenholz mit diagonalen Struktur größere Verformungen in vertikaler Richtung. Sie betragen etwa 25 % der Verformungen in horizontaler Richtung, vgl. Bild 6.105.

Wie bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur wurde auf eine Plausibilitätskontrolle anhand eines Stabwerkmodells verzichtet.

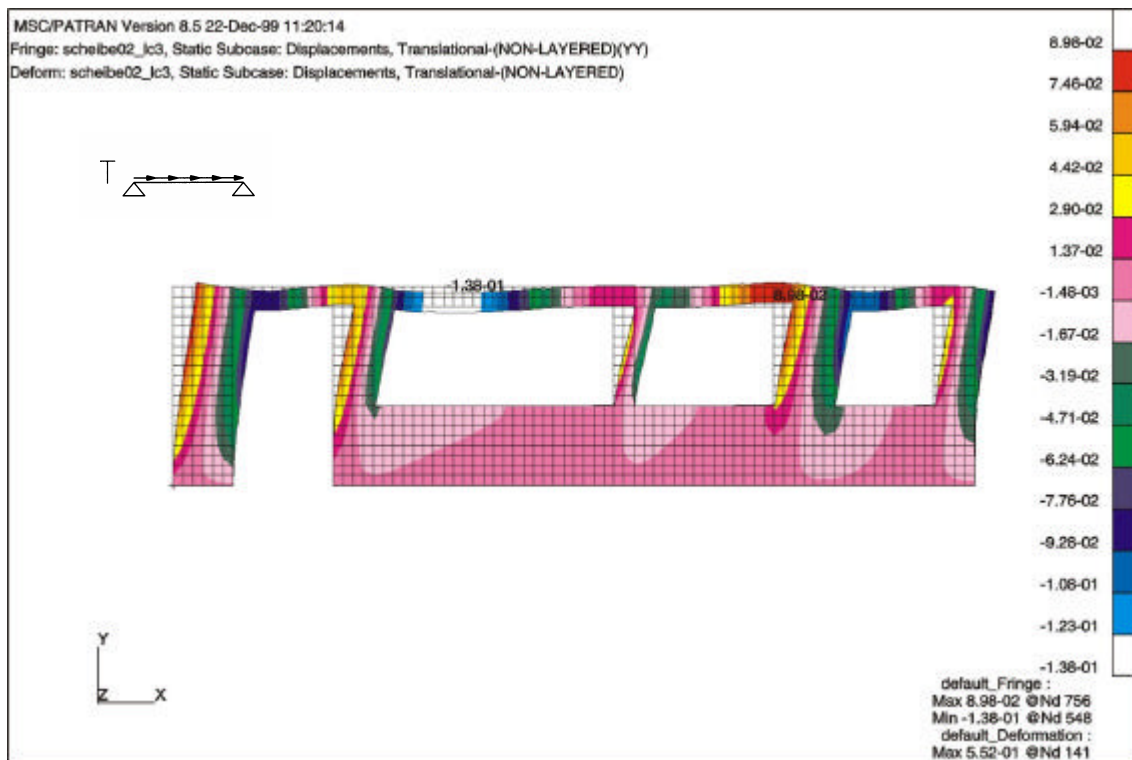


Bild 6.105: Verformungen in y-Richtung (diagonale Struktur) [mm]

Zusammenfassung

Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur stellen sich signifikant höhere Verformungen in horizontaler Richtung ein. Der Maximalwert der Verformungen beträgt am oberen Scheibenrandes 1,02 [mm].

Bei Brettlagenholz mit diagonalen Struktur stellt sich die maximale Verformung in horizontaler Richtung von 0,55 [mm] an der linken oberen Ecke ein. Die horizontalen Verformungen nehmen zum rechten Scheibenrand hin ab, da die diagonale Mittellage zusammen mit den vertikalen Brettlagen die aufgebrachte Belastung aufnimmt. Insgesamt führt die aussteifende Wirkung der diagonalen Mittellage zu Verformungen, die im Vergleich zu Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur etwa um den Faktor 2 kleiner sind.

Verformungen in vertikaler Richtung treten bei diesem Lastfall zwar für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und für Brettlagenholz mit diagonalen Struktur auf, doch sind sie nicht maßgebend.

Spannungen in den einzelnen Brettlagen

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Die aufgebrachte, horizontale Belastung wird über Normal- und Querkräfte in den vertikalen und horizontalen Brettlagen abgetragen.

An den linken Rändern der Stützbereiche stellen sich in den vertikalen Brettlagen Zugbeanspruchungen ein, am den rechten Rändern Druckbeanspruchungen. Die horizontale Belastung am oberen Scheibenrand wird in den Stützbereichen jeweils durch ein Kräftepaar in das Auflager abgetragen werden. Dieses Ergebnis wird aus der Verteilung der Auflagerreaktionen in vertikaler Richtung (vgl. Bild 6.116/S. 185) bestätigt und entspricht den Erkenntnissen für Wandscheiben ohne Öffnungen.

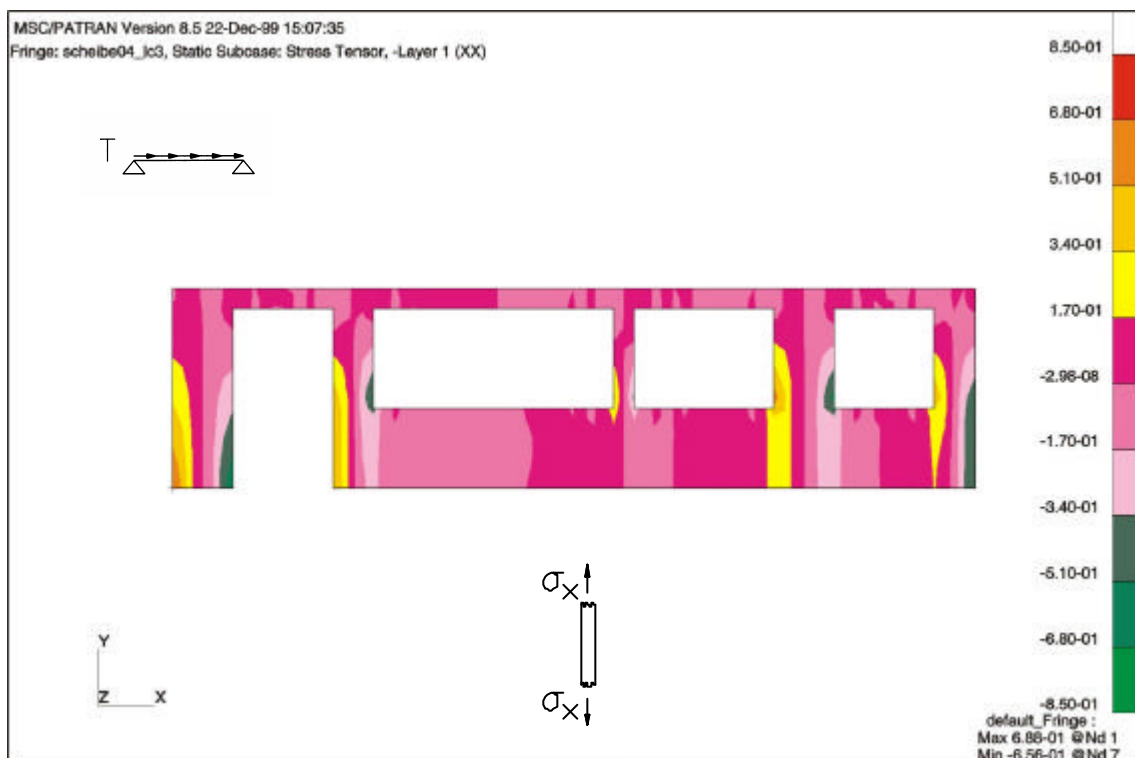


Bild 6.106: Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm^2]

In vertikaler Richtung verteilt sich die Beanspruchung gleichmäßig auf drei Brettlagen. Die sich in den Einzellagen 1, 3 und 5 einstellenden Extremwerte der Normalspannungen σ_x können aus den Auflagerreaktionen ermittelt werden. Sie entsprechen dem Quotienten aus dem Extremwert der Lagerkraft am linken bzw. rechten Scheibenrand und der Fläche $A = 3 \cdot h = 3 \cdot 22 = 66 \text{ [mm}^2\text{]}$. Die Extremwerte der Normalspannungen σ_x betragen $+0,69 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ bzw. $-0,66 \text{ [N/mm}^2\text{]}$. Eine vereinfachte Plausibilitätskontrolle für die Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen links der Türöffnung ist Anhang 8 zu entnehmen.

In den horizontalen Brettlagen 2 und 4 stellen sich Beanspruchungen ein, die am linken und am rechten Scheibenrand der aufgebrachten Belastung von 1 [N/mm] entsprechen. Überschlägig können sie dadurch ermittelt werden, dass die Belastung durch die Fläche $A = 2 \cdot h = 2 \cdot 22 = 44 \text{ [mm}^2\text{]}$ dividiert wird. Aus den Verzerrungen im Bereich der Öffnungen resultieren zusätzliche Druck- bzw. Zugbeanspruchungen in den horizontalen Brettlagen, die an den Ecken der Öffnungen Extremwerte annehmen. Die Extremwerte der Normalspannungen σ_x betragen $+0,37 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ bzw. $-0,49 \text{ [N/mm}^2\text{]}$.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

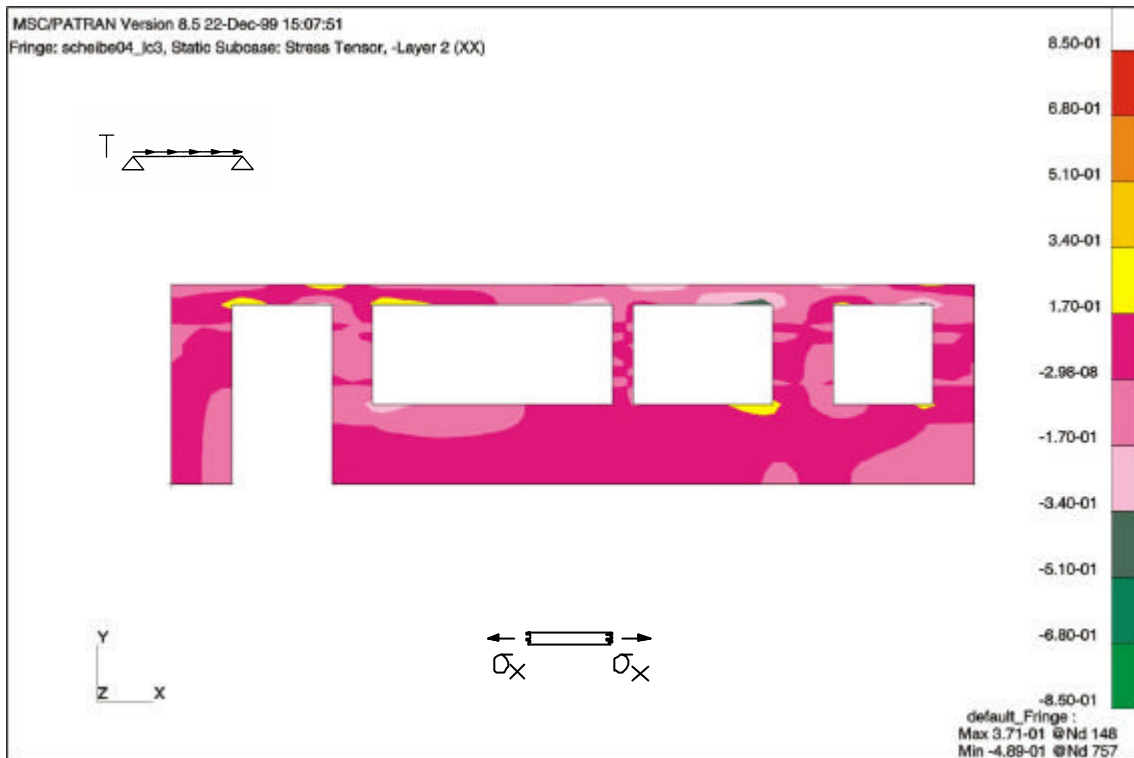


Bild 6.107: Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Die Bilder 6.108 und 6.109 zeigen die Schubspannungen τ_{xy} in den einzelnen Brettlagen. Die Belastung in horizontaler Richtung am oberen Scheibenrand führt zu Verzerrungen der Öffnungen und insgesamt zu einer Verzerrung der Wandscheibe aus Brettlagenholz und zu vergleichbaren Schubbeanspruchungen in den horizontalen bzw. vertikalen Einzellagen.

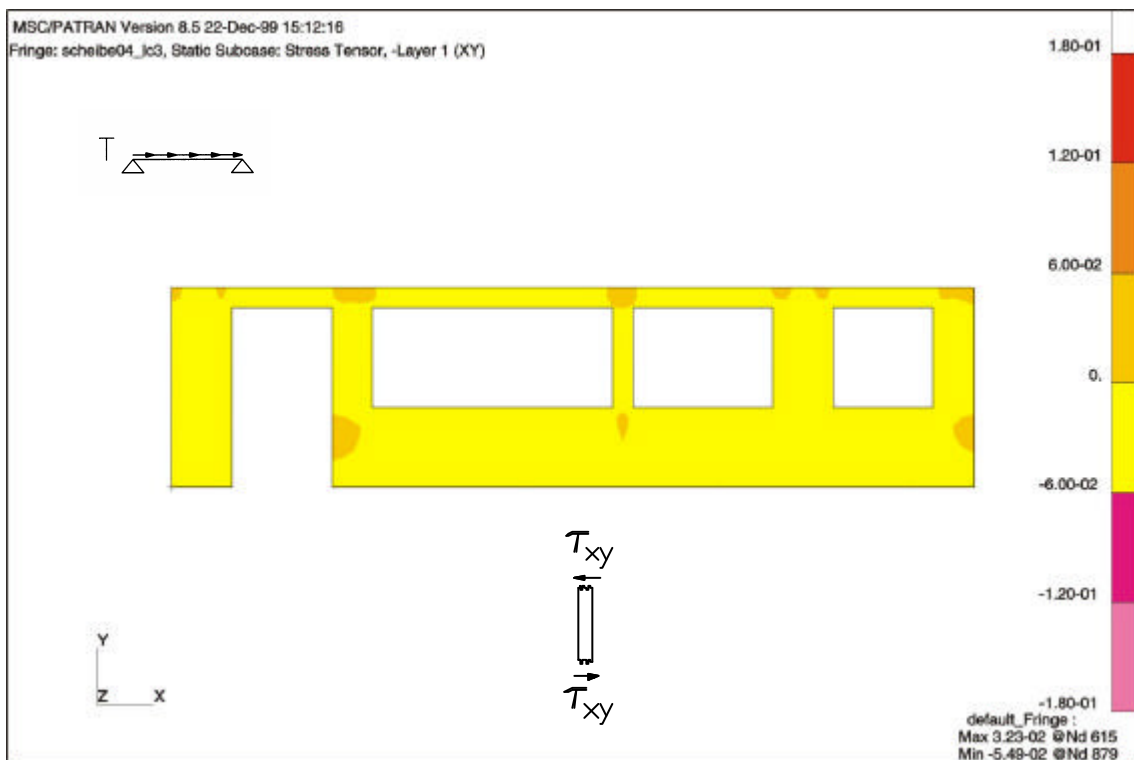


Bild 6.108: Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Wie in Kapitel 6.3.1 erläutert, können über die schmalseitigen Fugen der Einzellagen keine Kräfte übertragen werden. Die aufgebrachte Belastung muss von den vertikalen Brettlagen abgetragen werden. Für das Ergebnis im Hinblick auf die Schubspannungen folgt, dass diese für die vertikalen Brettlagen 1, 3 und 5 um den Faktor 5/3 erhöht werden müssen. Aus der Verteilung der Schubspannungen am Rechteckquerschnitt resultiert eine zusätzliche Erhöhung um den Faktor 1,5 (vgl. Gleichung 6.4/S. 157).

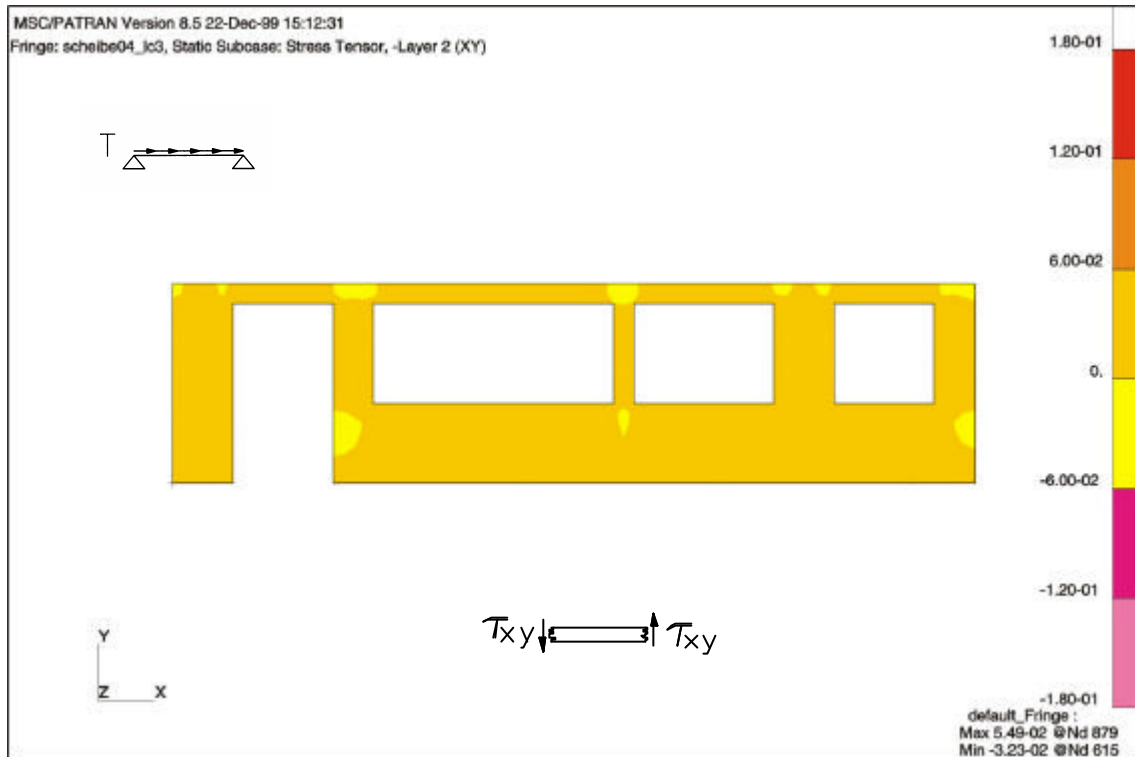


Bild 6.109: Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur) [N/mm²]

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Die aufgebrachte, horizontale Belastung wird über Normalkräfte in den einzelnen Brettlagen abgetragen.

An den linken Rändern der Stützbereiche stellen sich in den vertikalen Brettlagen Zugbeanspruchungen ein, am den rechten Rändern Druckbeanspruchungen. Die horizontale Belastung am oberen Scheibenrand wird in den Stützbereichen jeweils durch ein Kräftepaar in das Auflager abgetragen werden. Dieses Ergebnis wird aus der Verteilung der Auflagerreaktionen in vertikaler Richtung (vgl. Bild 6.116/S. 185) bestätigt und entspricht den Erkenntnissen für Wandscheiben ohne Öffnungen.

Bild 6.110 lässt erkennen, dass sich Beanspruchungsspitzen in den Stützbereichen zu den Auflagern hin abbauen, da sich ein Kräftegleichgewicht nach Bild 6.74/S. 155 einstellt.

In vertikaler Richtung verteilt sich die Beanspruchung auf zwei Brettlagen. Die sich in den Einzellagen 1 und 5 einstellenden Extremwerte der Normalspannungen σ_x können aus den Auflagerreaktionen ermittelt werden. Sie entsprechen näherungsweise dem Quotienten aus dem Extremwert der Lagerkraft am linken bzw. rechten Scheibenrand und der Fläche $A = 2 \cdot h = 2 \cdot 22 = 44$ [mm²]. Die Extremwerte der Normalspannungen σ_x betragen +0,80 [N/mm²] bzw. -0,85 [N/mm²]. Eine vereinfachte Plausibilitätskontrolle für die Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen links der Türöffnung ist Anhang 8 zu entnehmen.

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

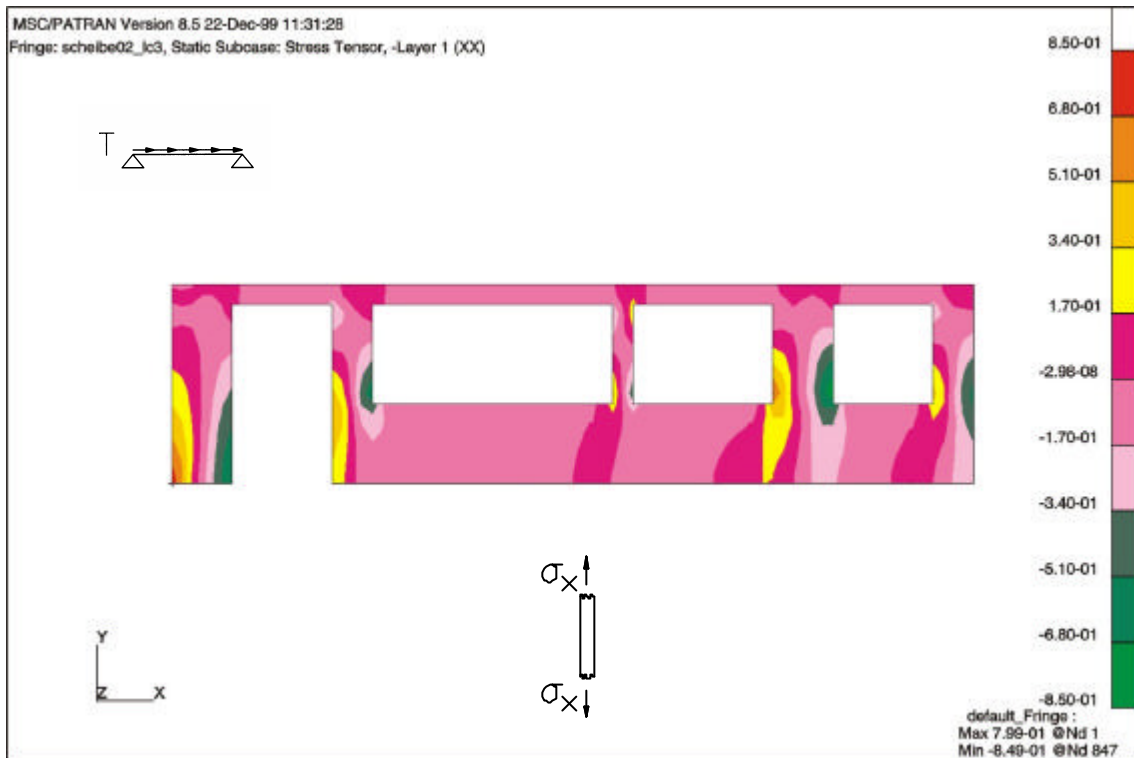


Bild 6.110: Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

Die Beanspruchungen in den horizontalen Brettlagen 2 und 4 werden durch die diagonale Mittellage beeinflusst, da sich das Kräftegleichgewicht nach Bild 6.74/S. 155 auch bei horizontaler Belastung einstellt. Die Beanspruchungsspitzen im Bereich der Öffnungen korrespondieren mit den Verformungsfiguren (vgl. Bild 6.104/S. 177 und Bild 6.105/S. 178). Die Extremwerte der Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen betragen $+0,43$ [N/mm²] bzw. $-0,51$ [N/mm²].

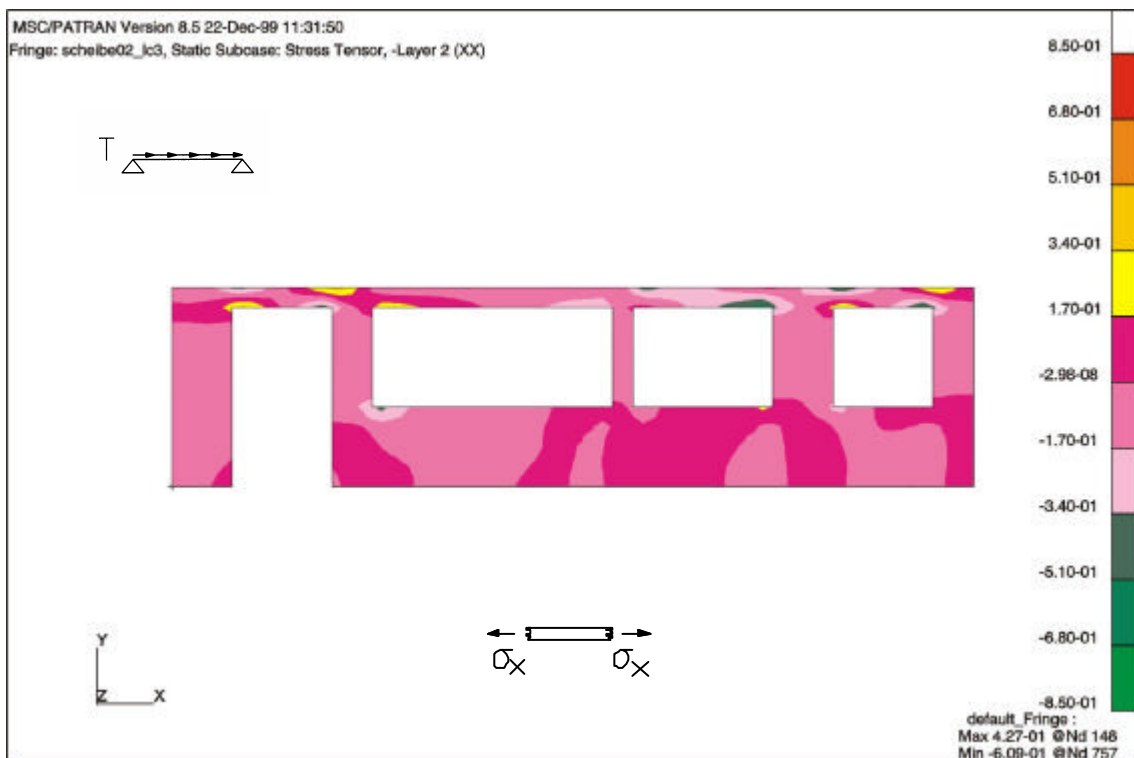


Bild 6.111: Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

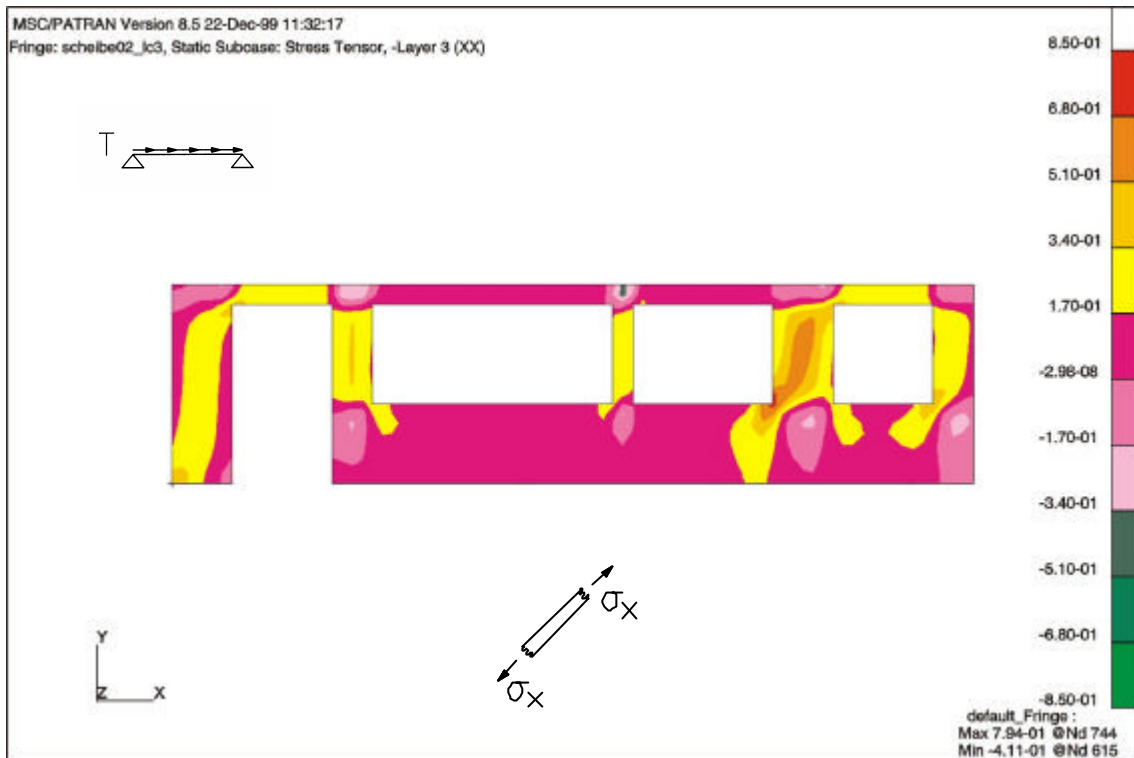


Bild 6.112: Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur) [N/mm²]

Bei Wandscheiben aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur stellt sich das in Bild 6.74/S. 155 dargestellte Kräftegleichgewicht ein, das auch für horizontale Belastungen gültig ist. Die horizontale Belastung wird über Normalkräfte abgetragen, weshalb sich in der diagonalen Mittellage Zugbeanspruchungen einstellen. Der Verlauf der diagonalen Mittellage ist in ungestörten Scheibenbereichen ohne Öffnungen erkennbar. Die maximale Zugspannung σ_x stellt sich mit 0,79 [N/mm²] ein.

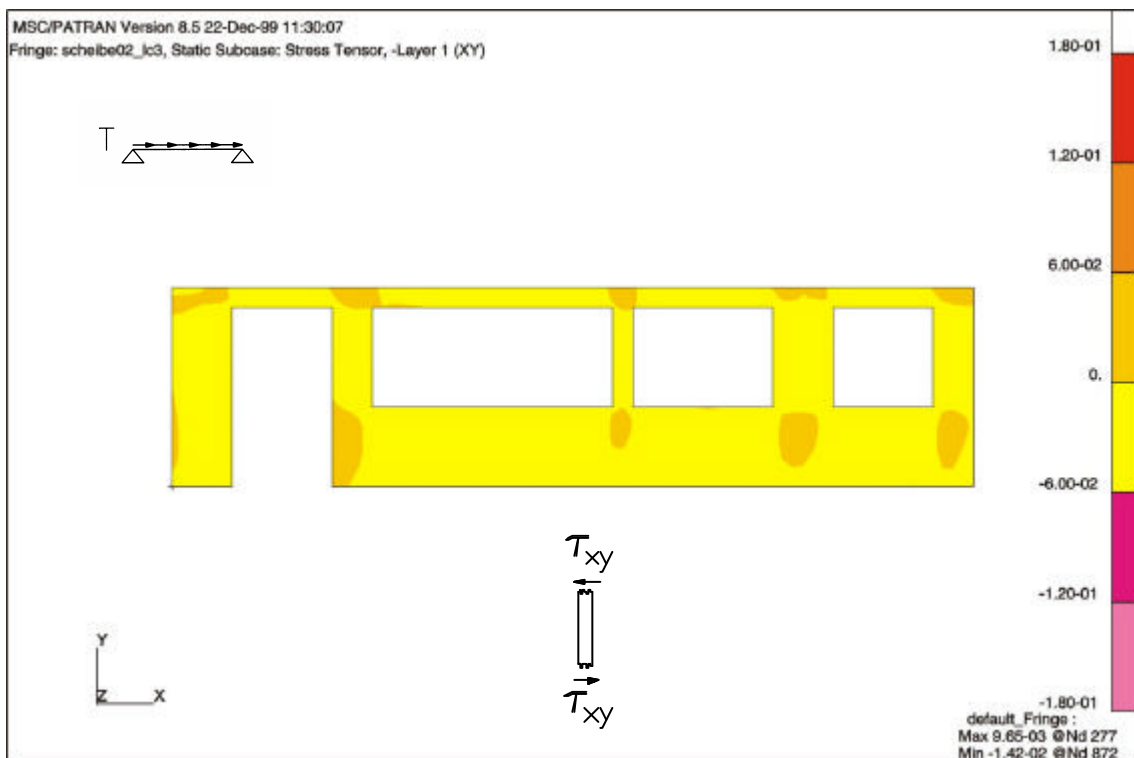


Bild 6.113: Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

6 Berechnung der Spannungen und Verformungen in Wandscheiben aus Brettlagenholz

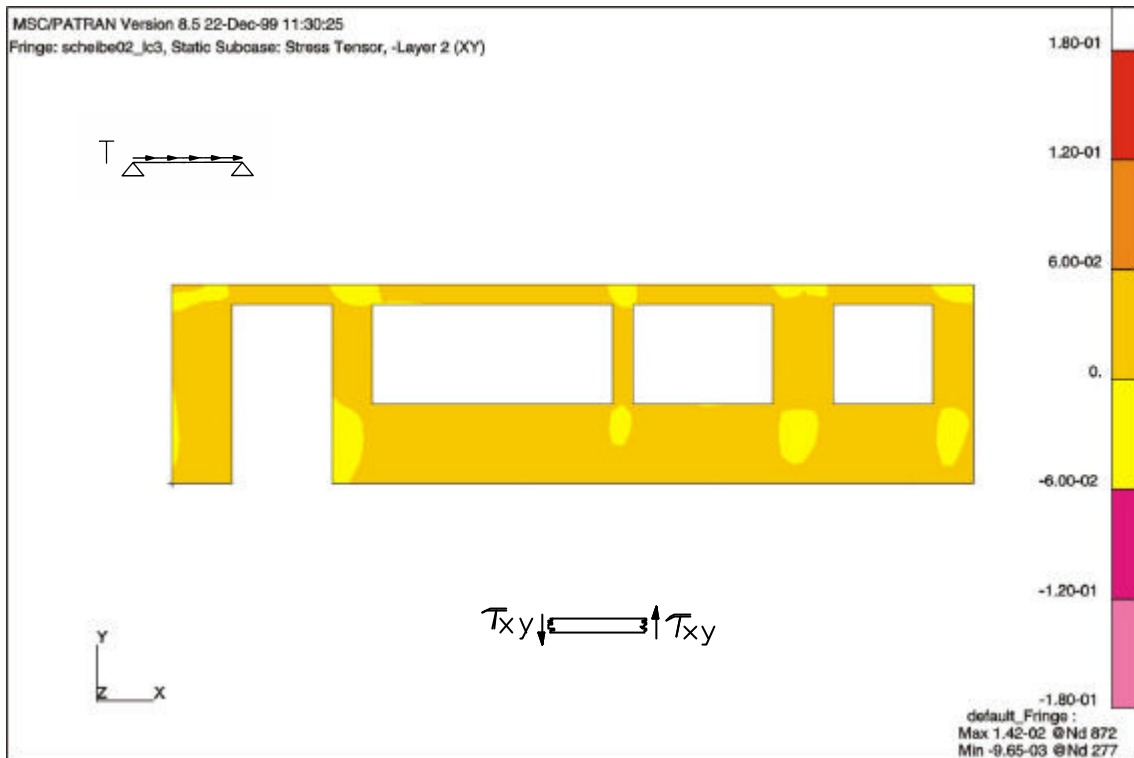


Bild 6.114: Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur) [N/mm²]

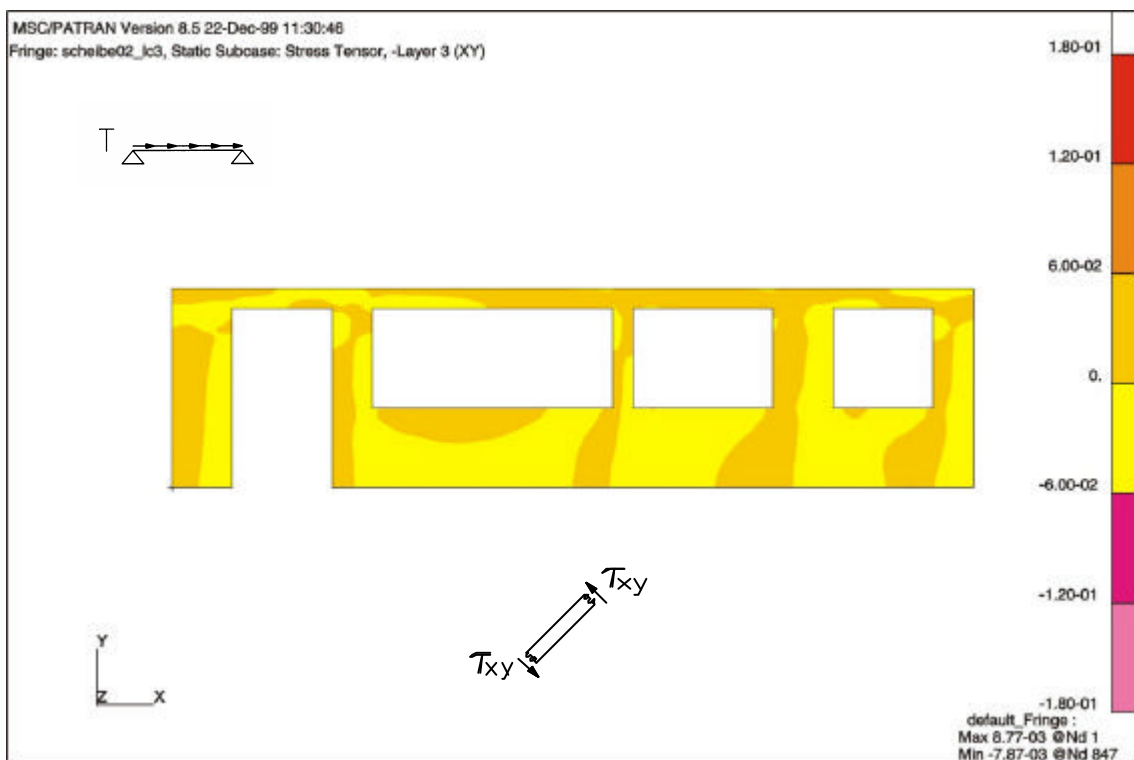


Bild 6.115: Schubspannungen τ_{xy} in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur) [N/mm²]

In allen Brettlagen treten Schubspannungen auf. Dadurch dass bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur die aufgebrachte Belastung vorwiegend über Normalkräfte, und nicht über Biegung und Querkräfte abgetragen wird, reduzieren sich die Schubspannungen in den einzelnen Brettlagen im Vergleich zu Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur. Eine Erhöhung der Schubspannungen um den Faktor 1,5 resultiert nach Meinung des Verfassers aus der Verteilung der Schubspannungen am Rechteckquerschnitt (vgl. Gleichung 6.4/S. 157).

Zusammenfassung

Hinsichtlich der Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen 2 und 4 stellen sich zwischen Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur keine wesentlichen Unterschiede ein.

Hinsichtlich der Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen ist festzustellen, dass bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur durch Umlagerung von Kräften Beanspruchungsspitzen abgebaut werden. Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur bauen sich Beanspruchungsspitzen nicht ab, sondern laufen nach unten bis in die Auflager durch. Dieses Tragverhalten wird anhand von Bild 6.116 verdeutlicht, mit dem die sich einstellenden Auflagerreaktionen verglichen werden. Zur Veranschaulichung sind die Öffnungen in der Wandscheibe mit dargestellt. Bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur treten die betragsmäßig höheren Auflagerkräfte auf. Es ist zu erkennen, dass eine nennenswerte Umlagerung der Kräfte nicht stattfindet. Bei Brettlagenholz mit diagonaler Mittellage werden hingegen die Beanspruchungen in der Wandscheibe zu den Auflagern hin abgebaut. Diese Umlagerung von Beanspruchungen innerhalb der Wandscheibe auf benachbarte Bereiche ist bei Wandscheiben aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur um so wichtiger, da die vertikalen Brettlagen höher ausgelastet werden. Bild 6.116 verdeutlicht die sich einstellenden Zug- und Druckbeanspruchungen am linken bzw. rechten Rand der stützenden Bereiche.

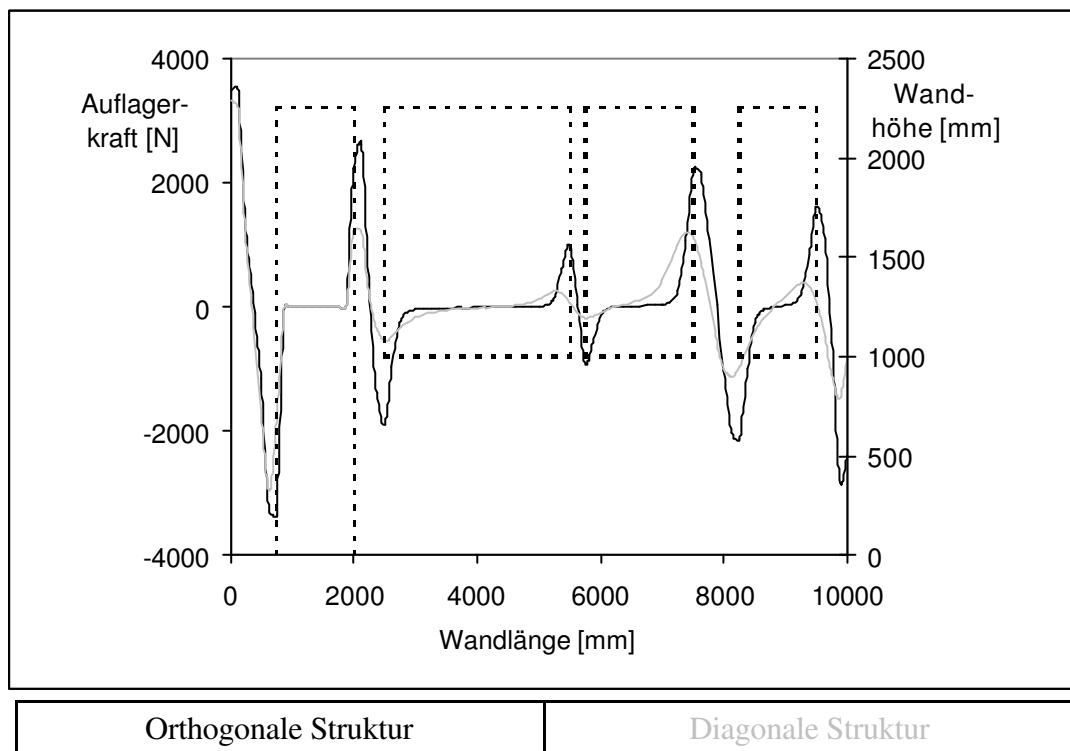


Bild 6.116: Vergleich der Auflagerreaktionen in y-Richtung

Die Ergebnisse hinsichtlich der Schubspannungen in den einzelnen Brettlagen sind aufgrund der Schubspannungsverteilung beim Rechteckquerschnitt um den Faktor 1,5 zu erhöhen. Diese Erhöhung gilt für Wandscheiben aus Brettlagenholz, unabhängig von deren Struktur. Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur stellt sich ein Kräftegleichgewicht entsprechend Bild 6.74/S. 155 ein. Da über die schmalseitigen Fugen der einzelnen Brettlagen keine Kräfte übertragen werden müssen, resultieren geringere Schubspannungen in den einzelnen Brettlagen. Da ein derartiges Kräftegleichgewicht bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur nicht möglich ist, und Kräfte über die schmalseitigen Brettfugen nicht übertragen

werden können, ist eine zusätzliche Erhöhung der Schubspannungen in den vertikalen Brettlagen um den Faktor $5/3$ notwendig.

6.3.4 Lastfall 4

Die nachfolgende Betrachtung zeigt das Verformungsverhalten von Wandscheiben aus Brettlagenholz, wenn neben einer Belastung in Scheibenebene eine Belastung senkrecht zur Scheibenebene auftritt. Bei diesem Lastfall ist eine gleichmäßig verteilte Belastung $p = 20$ [kN/m] am oberen Scheibenrand und eine gleichmäßig verteilte Flächenlast $w = 0,5$ [kN/m²] (Windlast) senkrecht zur Scheibenebene aufgebracht worden. Diese Belastung stellt eine Wandscheibe im Rohbauzustand dar. Im Fertizustand sind Belastungen senkrecht zur Scheibenebene zu berücksichtigen, die aus den Fenstern eingetragen werden. Auf eine Darstellung dieser Belastungen wurde hier verzichtet, da im Mittelpunkt der Betrachtungen die Veranschaulichung des Nachweises nach Theorie II. Ordnung steht.

Dargestellt werden die bei plattenartigen Beanspruchungen auftretenden Verformungen in z -Richtung. Von Interesse ist der Unterschied in den Ergebnissen, wenn die Berechnung zum einen am unverformten System (Theorie I. Ordnung) und zum anderen am verformten System erfolgt (Theorie II. Ordnung). Durch Vorgabe des „Solution Type“ SOL 102 wird mit dem Finite-Element-Programm MSC/NASTRAN die Berechnung der Spannungen und Verformungen iterativ am verformten System durchgeführt [49].

Verformungen und Spannungen in den vertikalen Brettlagen

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

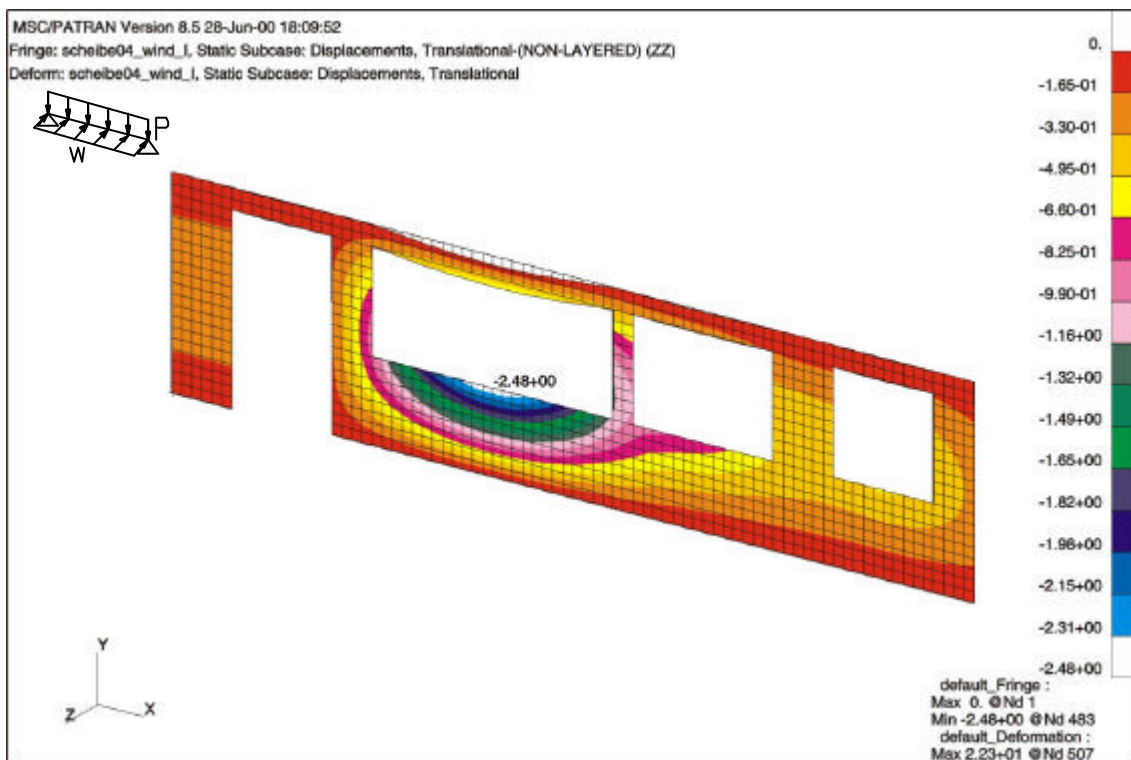


Bild 6.117: Verformungen in z -Richtung, Theorie I. Ordnung (orthogonale Struktur) [mm]

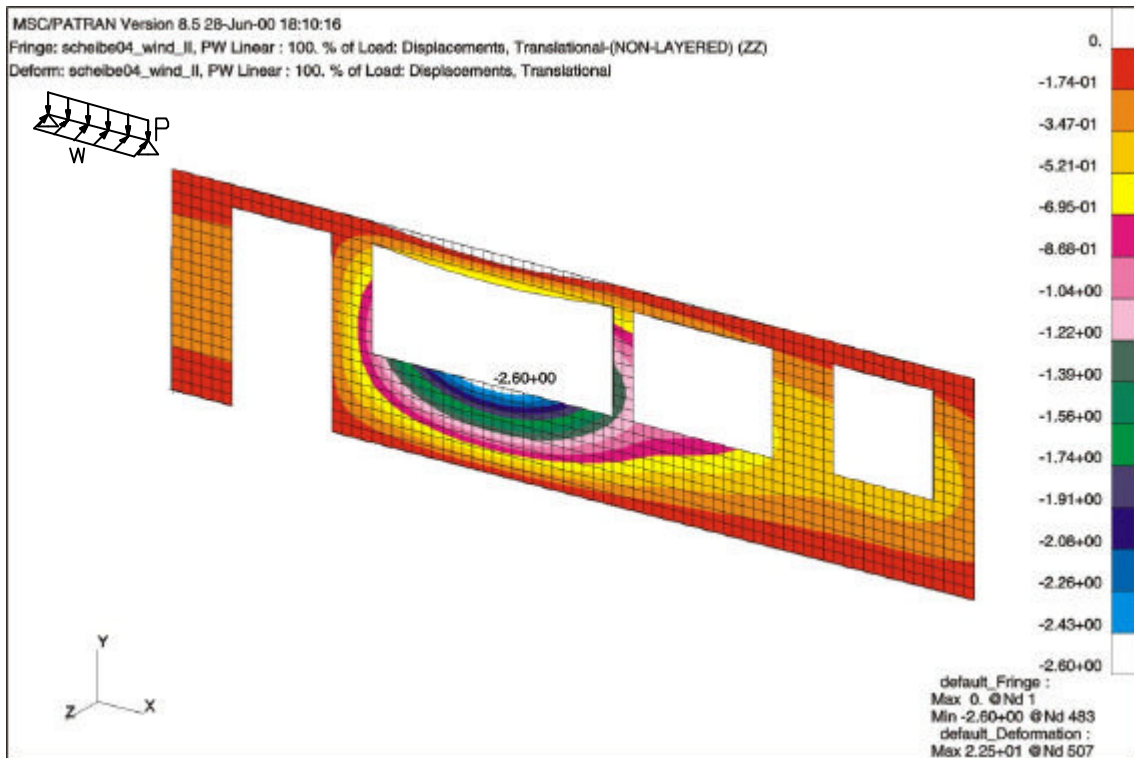


Bild 6.118: Verformungen in z-Richtung, Theorie II. Ordnung (orthogonale Struktur) [mm]

Nach Theorie I. Ordnung stellt sich in z-Richtung eine Verformung von -2,48 [mm] ein, nach Theorie II. Ordnung resultiert eine Verformung von -2,60 [mm], was einer Zunahme von etwa 5% entspricht. Wie in Kapitel 6.2.4 festgestellt wurde, wirkt sich der Verformungseinfluss nach Theorie II. Ordnung nach PETERSEN [75] bei baupraktisch sinnvoller Dimensionierung in einer Erhöhung der Verformungen und Schnittgrößen gegenüber den nach Theorie I. Ordnung berechneten Werten um ca. 5 - 15% aus.

Die gleichmäßig verteilte Belastung am oberen Scheibenrand führt über der größten Öffnung zu einer Verformung in y-Richtung von -22,3 [mm]. Die Ergebnisse für die Verformungen in y-Richtung sind nach Theorie I. Ordnung und nach Theorie II. Ordnung identisch, da die zusätzlichen Verformungen in z-Richtung zwar das Biegemoment und damit die Verkrümmung der Wandscheibe erhöhen, nicht aber die Normalkraft in vertikaler Richtung. Die Verformungen in vertikaler Richtung wurden bereits in Kapitel 6.3.1 diskutiert.

Nachfolgend werden die Spannungen in den vertikalen Brettlagen 1 und 5 in der Stütze zwischen Öffnung 1 und Öffnung 2 (vgl. Bild 6.1b/S.99) verglichen, wobei dieser Vergleich an der Stelle des maximalen Biegemoments bei $y = 1250$ [mm] erfolgt. Tabelle 6.14 zeigt die Ergebnisse der Finite-Element-Rechnung für die Normalspannungen σ_x in Faserlängsrichtung nach Theorie I. Ordnung und Theorie II. Ordnung.

	σ_x^I [N/mm ²]	σ_x^{II} [N/mm ²]
Brettlage 1	-2,54	-2,41
Brettlage 5	-4,28	-4,42

Tabelle 6.14: Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen (Finite-Element-Rechnung)

Basierend auf der in Kapitel 6.2.4 dargelegten Vorgehensweise und einem Vergrößerungsfaktor α von 1,14 stellen sich bei einer überschlägigen Vergleichsrechnung für Brettlagenholz

mit orthogonaler Struktur die in Tabelle 6.15 angegebenen Ergebnisse ein. Die Abweichungen zu den Ergebnissen der Finite-Element-Rechnung in einer Größenordnung von 20% sind darin begründet, dass bei der Vergleichsrechnung hinsichtlich der Lasteinzugsflächen und der Windlast vereinfachende Annahmen getroffen worden sind. Eine ausführliche Darstellung der durchgeführten Vergleichsrechnung am Stabwerksmodell ist in Anhang 9 zu finden.

	σ_x^I [N/mm ²]	σ_x^{II} [N/mm ²]
Brettlage 1	-2,98	-2,95
Brettlage 5	-3,38	-3,41

Tabelle 6.15: Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen (Vergleichsrechnung)

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

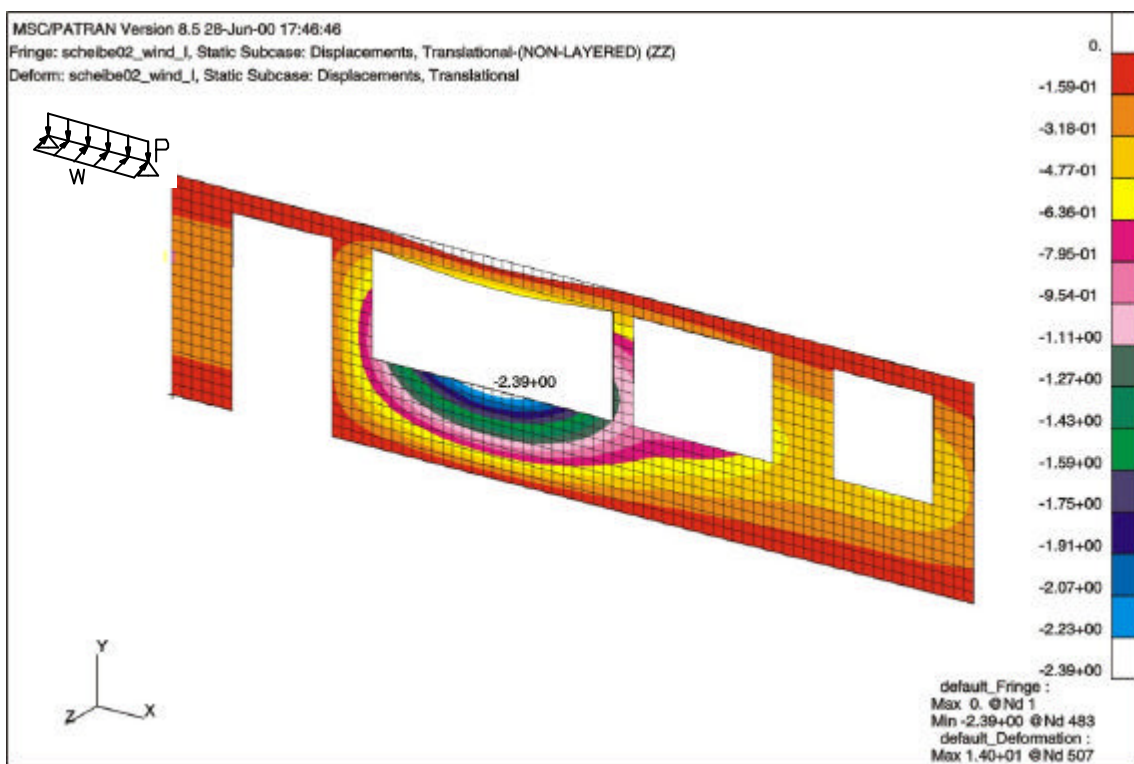


Bild 6.119: Verformungen in z-Richtung, Theorie I. Ordnung (diagonale Struktur) [mm]

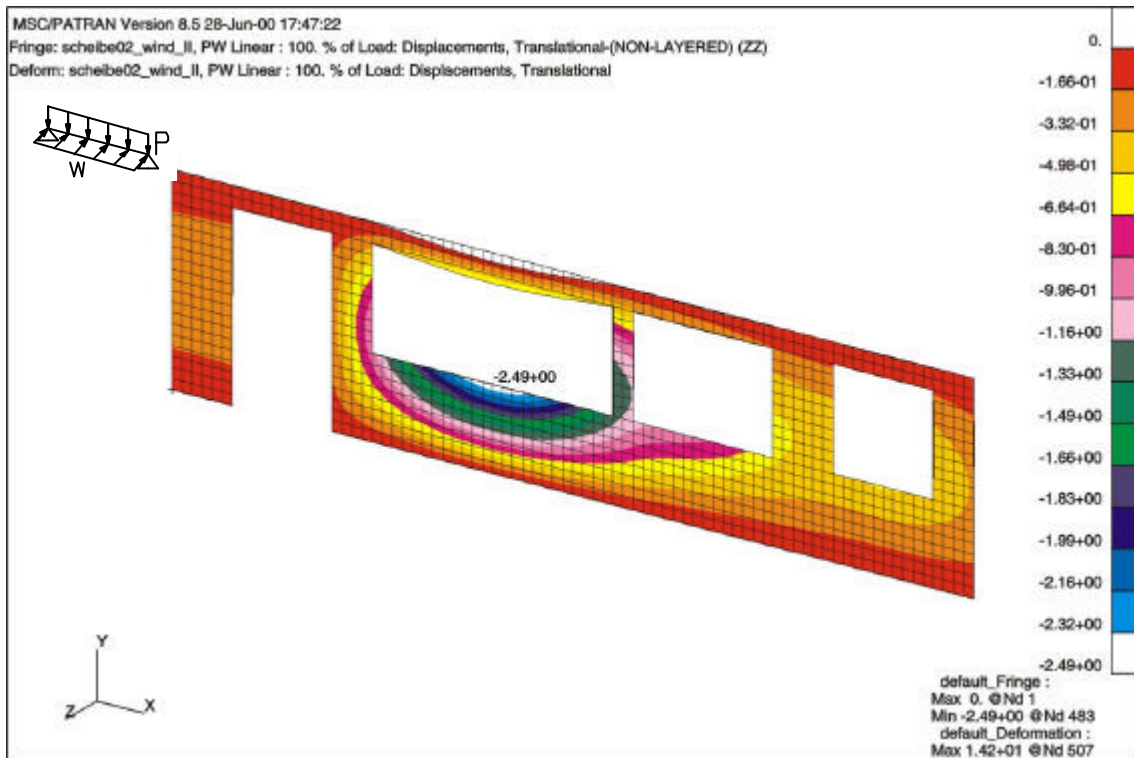


Bild 6.120: Verformungen in z-Richtung, Theorie II. Ordnung (diagonale Struktur) [mm]

Nach Theorie I. Ordnung stellt sich in z-Richtung eine Verformung von -2,39 [mm] ein, nach Theorie II. Ordnung resultiert eine Verformung von rund -2,49 [mm], was einer Zunahme von etwa 4% entspricht. Der Verformungseinfluss nach Theorie II. Ordnung bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur bewegt sich damit in dem von PETERSEN [75] für baupraktisch sinnvolle Dimensionierung angegebenen Bereich von 5 - 15%.

Die gleichmäßig verteilte Belastung am oberen Scheibenrand führt nach Theorie I. Ordnung und nach Theorie II. Ordnung zu einer Verformung in y-Richtung von -14,0 [mm]. Die Verformungen in vertikaler Richtung wurden bereits in Kapitel 6.3.1 diskutiert.

	σ_x^I [N/mm ²]	σ_x^{II} [N/mm ²]
Brettlage 1	-4,36	-4,25
Brettlage 5	-6,10	-6,24

Tabelle 6.16: Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen (Finite-Element-Rechnung)

Tabelle 6.16 vergleicht für die vertikalen Brettlagen 1 und 5 die Ergebnisse der Finite-Element-Rechnung für die Normalspannungen σ_x in Faserlängsrichtung nach Theorie I. Ordnung und Theorie II. Ordnung.

Die Vergleichsrechnung (vgl. Anhang 9) für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur liefert bei einem Vergrößerungsfaktor α von 1,19 die in Tabelle 6.17 angegebenen Ergebnisse. Bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur resultiert der im Vergleich zu Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur höhere Vergrößerungsfaktor α aus der geringeren Steifigkeit in vertikaler Richtung. Die Abweichung zu den Ergebnissen der Finite-Element-Rechnung beträgt etwa 20%. Die Ursachen für diese Abweichungen wurden bereits bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur erwähnt. Die „entlastende Wirkung“ der diagonalen Mittellage wurde in der Vergleichsrechnung nicht angesetzt (vgl. Tabelle 6.7/S. 114).

	σ_x^I [N/mm ²]	σ_x^{II} [N/mm ²]
Brettlage 1	-4,57	-4,53
Brettlage 5	-4,97	-5,01

Tabelle 6.17: Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen (Vergleichsrechnung)

Zusammenfassung

Aus der Berechnung nach Theorie II. Ordnung resultieren bei Wandscheiben aus Brettlagenholz, unabhängig von der Struktur, höhere Verformungen in z-Richtung. Die Verformungen erhöhen sich etwa um 5%. Der Verformungseinfluss nach Theorie II. Ordnung bewegt sich damit in dem von PETERSEN [75] für baupraktisch sinnvolle Dimensionierung angegebenen Bereich von 5 - 15%.

Hinsichtlich der Spannungen in den vertikalen Brettlagen stellen sich bei vorgegebener Belastung keine großen Änderungen ein. Ausschlaggebend dafür ist, dass die aus der Windlast resultierende Biegebeanspruchung, im Vergleich zur gleichmäßig verteilten Belastung am oberen Scheibenrand, nur zu geringfügigen Beanspruchungen der vertikalen Brettlagen führt. Die gleichmäßig verteilte Belastung erhöht sich durch den Verformungseinfluss nach Theorie II. Ordnung nicht.

Das hier auftretende Ergebnis, dass die Berechnung nach Theorie II. Ordnung im Vergleich zur Berechnung nach Theorie I. Ordnung nur geringen Einfluss auf Verformungen und Spannungen hat, ist ausschließlich darin begründet, dass die Flächenlast w relativ klein ist, und vor allem ein zur Mittelfläche symmetrischer Aufbau der Wandscheibe aus Brettlagenholz vorliegt. Ein symmetrischer Aufbau liegt sowohl bei orthogonaler Struktur als auch bei diagonaler Struktur vor. Bei höherer Flächenlast w , insbesondere aber bei zur Mittelfläche unsymmetrischem Aufbau der Wandscheibe aus Brettlagenholz, verändern sich die Ergebnisse ganz erheblich, wie auch die Ergebnisse der Verformungsberechnung in Kapitel 5.3 zeigen.

Trotzdem sind die Verformungen nach Theorie II. Ordnung bei der Bemessung der Wandscheiben aus Brettlagenholz zu berücksichtigen, da dadurch eine mögliche Überbeanspruchung einzelner Brettlagen erkannt wird und durch konstruktive Maßnahmen behoben werden kann. Insbesondere erhöht sich die Stabilitätsgefahr druckbeanspruchter Brettlagen. Dieser erhöhten Stabilitätsgefahr ist bei Wandscheiben aus Brettlagenholz Rechnung zu tragen, da für die Abtragung der überwiegend vertikalen Lasten nur zwei bzw. drei vertikal angeordnete Brettlagen zur Verfügung stehen. Dies gilt insbesondere dort, wo aufgrund von Öffnungen in der Wandscheibe nur kleine Stützbereiche zur Abtragung der Lasten genutzt werden können, wie es zum Beispiel zwischen den Öffnungen 1 und 2 der Fall ist.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit beinhaltet die Berechnung der Spannungen und Verformungen von verleimten Brettlagenholz unter scheiben- und plattenartiger Beanspruchung. Als wesentliche Neuerung erfolgt die numerische Berechnung erstmalig mit den Werkstoffkenngrößen nach LISCHKE [64]. Diese berücksichtigen die anisotropen Eigenschaften des Werkstoffs Holz, die Anisotropie der Struktur und die fehlende schmalseitige Verleimung der Einzelbretter.

Bei der Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz bestand die Problematik bisher in zweierlei Hinsicht. Zum einen ist die Anzahl der Einzelbretter so groß, dass eine Modellierung der flächenhaften Struktur mit einzelnen stabförmigen Elementen nicht möglich ist, da der Aufwand für die Datenerfassung, der Speicherbedarf und die Rechenzeit zu groß wären. Zum anderen können die Werkstoffkenngrößen von Brettlagenholz nach LISCHKE [64] derzeit nicht unmittelbar in bestehende Rechenprogramme eingebunden werden.

Diese bestehende Problematik wird mit der vorliegenden Arbeit behoben. Es wird nachgewiesen, dass sich die Theorie des Mehrschichtenverbundes auf Brettlagenholz anwenden lässt. Die Modellierung von Brettlagenholz mit Hilfe der Theorie des Mehrschichtenverbundes ist vorteilhaft, da sie in gängigen Rechenprogrammen implementiert ist. Mittels einer Analogiebetrachtung werden Eingangswerte der Einzelschichten für die numerische Berechnung der Spannungen und Verformungen nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes mechanisch begründet, derart festgelegt, dass eine Übereinstimmung mit den Werkstoffkenngrößen nach LISCHKE [64] erzielt wird.

Das abgeleitete Rechenmodell für Brettlagenholz mit nur breitseitiger Verleimung wird experimentell anhand von Versuchen zum Biegetragverhalten von Brettlagenholz überprüft. Die Ergebnisse dieser Versuche werden mit den Ergebnissen der numerischen Berechnung nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes verglichen und diskutiert.

Die vorliegende Arbeit liefert somit einen Beitrag zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Brettlagenholz unter Berücksichtigung des anisotropen Materialverhaltens, der anisotropen Struktur und der fehlenden schmalseitigen Verleimung der Einzelbretter. Diese neuartige Vorgehensweise ermöglicht auch die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz mit unsymmetrischem Aufbau zur Mittelfläche sowie den Nachweis der Stabilität derartiger Strukturen.

Bei vorgegebener Geometrie und Belastung werden mit Hilfe des Finite-Element-Programms MSC/NASTRAN [2], [49] beispielhaft die Spannungen und Verformungen für Wandscheiben aus Brettlagenholz ohne und mit Öffnungen berechnet. Die Ergebnisse werden anhand anschaulicher Plausibilitätskontrollen überprüft. Die wesentlichen Unterschiede im Trag- und Verformungsverhalten zwischen Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur werden verdeutlicht.

Die vorliegende Arbeit liefert Anregungen für die Optimierung von Wandscheiben aus Brettlagenholz und zeigt Lösungswege auf. Die Optimierung erfolgt im Hinblick auf Anzahl, Anordnung und Ausrichtung der einzelnen Brettlagen, da durch die gewählte Struktur der Wandscheibe das Trag- und Verformungsverhalten entscheidend beeinflusst wird. Vor diesem Hintergrund werden insbesondere die Unterschiede im Trag- und Verformungsverhalten zwischen Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur verdeutlicht. Diese Unterschiede werden durch Versuche zum Schubtragverhalten von

Brettlagenholz, die vom Verfasser am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau durchgeführt wurden, verdeutlicht und bestätigt.

Diese Erkenntnisse hinsichtlich der Lastabtragung von Brettlagenholz, insbesondere die Verteilung der Lasten auf die Einzellagen, verdeutlichen, dass eine Berechnung von Spannungen und Verformungen auf der Basis zutreffender Werkstoffkenngrößen erfolgen muss. Ansonsten kann es zu Überlastungen einzelner Brettlagen kommen, vor allem dann, wenn, wie bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur, zur Abtragung vorwiegend vertikaler Lasten nur zwei Brettlagen zur Verfügung stehen.

Auf der Grundlage der vorliegenden Arbeit stellen sich nach Meinung des Verfassers mehrere mögliche Forschungs- und Arbeitsschwerpunkte, die für die Baupraxis von Interesse sind.

Zum einen sollten anhand von zusätzlichen experimentellen Untersuchungen aufnehmbare Beanspruchungen von Brettlagenholz in Abhängigkeit von der Struktur ermittelt werden. Weitere experimentelle Untersuchungen würden zudem eine Verfeinerung des vorgestellten Rechenmodells ermöglichen.

Von besonderem baupraktischem Interesse dürfte die weitergehende Erforschung und Anwendung des vorgestellten Rechenmodells auf Brettlagenholz mit asymmetrischer Struktur sein. Diese Ausweitung würde eine zutreffende Berechnung der Spannungen und Verformungen beispielsweise von Holzrippenschalen ermöglichen.

Auch der Einsatz verschieblicher Verbindungsmittel, z.B. Nägel, ist von hohem Interesse, da eine Verleimung grundsätzlich nur unter klimatischen Bedingungen zulässig ist, die eine Werkhalle bietet.

Der Einsatz von Holzwerkstoffplatten, beispielsweise auf der Innenseite zur Verbesserung der Sichtfläche, bereitet mit dem vorgestellten Rechenverfahren keine Probleme, sofern das Elastizitätsgesetz des Holzwerkstoffs bekannt ist. Bei der Verwendung von Holzwerkstoffplatten sollte ein asymmetrischer Aufbau zur Mittelfläche vermieden werden, da dieser das Verformungsverhalten ungünstig beeinflusst.

Im Hinblick auf eine marktreife Weiterentwicklung von Wandscheiben aus Brettlagenholz ist ein Augenmerk auf die konstruktive Durchbildung zu legen. Die Erfüllung bauphysikalischer Erfordernisse und die Ausführung der Detailpunkte sollten dabei einen hohen Vorfertigungsgrad und eine einfache Montage auf der Baustelle ermöglichen.

Literaturverzeichnis

- [1] Albers, K.: Querdehnungs- und Gleitzahlen sowie Schub- und Schersteifigkeiten von Holzwerkstoffen, Dissertation, Hamburg, 1970
- [2] Bathe, K.-J.: Finite-Element-Methoden, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo: Springer, 1986
- [3] Becker, K.: Dehnungs-, Querdehnungs- und Gleitzahlen von zweilagigem Fichtenholz, Dissertation TU Braunschweig, 1976
- [4] Blaß, H.J., Görlacher, R., Steck, G. (Hrsg.): Holzbauwerke nach Eurocode 5, Step 1, Bemessung und Baustoffe, Raknes, E.: Leime, S. A12/1-A12/9, Düsseldorf: Fachverlag Holz, 1995
- [5] Blaß, H.J., Görlacher, R., Steck, G. (Hrsg.): Holzbauwerke nach Eurocode 5, Step 3, Grundlagen, Entwicklungen, Ergänzungen, Radovic, B.: Leime und Leimverbindungen, S. 6/1-6/21, Düsseldorf: Fachverlag Holz, 1995
- [6] Bodig, J., Jayne, B. A.: Mechanics of Wood and Wood Composites, New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1982
- [7] Chawla, K. K.: Composite Materials, New York, Berlin, Heidelberg, London, Paris, Tokyo: Springer Verlag, 1987
- [8] Clad, W.: Über die Fugenelastizität ausgehärteter Leimfugen bei Holzverleimungen, Holz als Roh- und Werkstoff 23 (1965), S. 58-67
- [9] Conway, H.D.: Some Problems of Orthotropic Plane Stress, Journal of Applied Mechanics 20 (1953), S. 72-76
- [10] Conway, H.D.: Stress Distributions in Orthotropic Strips, Journal of Applied Mechanics 22 (1955), S. 353-354
- [11] Cziesielski, E. (Hrsg.): Hütte, Taschenbücher der Technik, Bautechnik, Band IV, Konstruktiver Ingenieurbau 1: Statik, Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1988
- [12] Deutsches Institut für Bautechnik, Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Z-9.1-354, Zulassungsgegenstand: MERK-Dickholz, 10. Dezember 1998
- [13] Deutsches Institut für Bautechnik (Hrsg.): Richtlinie über die Klassifizierung und Überwachung von Holzwerkstoffen bezüglich der Formaldehydabgabe (DIBt-Richtlinie 100), Mitteilung Nr. 6 (1994), S. 203
- [14] Deutsches Institut für Normung, Deutsche Gesellschaft für Holzforschung (Hrsg.): Beuth-Kommentare, Holzbauwerke, 1. Auflage, Berlin, Köln: Beuth, Wiesbaden, Berlin: Bauverlag, 1989
- [15] DIN 1052-1 Holzbauwerke - Berechnung und Ausführung (04.1988)

- [16] DIN 1052-1/A1 Holzbauwerke, Teil 1 - Berechnung und Ausführung - Änderung 1 (10.1996)
- [17] DIN 1080-1 Begriffe, Formelzeichen und Einheiten im Bauingenieurwesen - Grundlagen (06.1976)
- [18] DIN 1080-5 Begriffe, Formelzeichen und Einheiten im Bauingenieurwesen - Holzbau (03.1980)
- [19] DIN 4074-1 Sortierung von Nadelholz nach der Tragfähigkeit – Nadelschnittholz (09.1989)
- [20] DIN 68141 Holzverbindungen, Prüfung von Leimen und Leimverbindungen für tragende Holzbauteile (10.69)
- [21] DIN 68364 Kennwerte von Holzarten – Festigkeit, Elastizität, Resistenz (11.1979)
- [22] DIN EN 301 Klebstoffe für tragende Holzbauteile - Phenoplaste und Aminoplaste - Klassifizierung und Leistungsanforderungen (06.1992)
- [23] DIN EN 302 Klebstoffe für tragende Holzbauteile - Prüfverfahren (08.1992)
- [24] DIN V ENV 1995-1 Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken - Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den Hochbau (06.1994)
- [25] Egner, K.: Versuche über die Tragfähigkeit und Beständigkeit von Schrägverleimungen, Berichte aus der Bauforschung, Heft 25, Berlin: Ernst und Sohn, 1962
- [26] Ewald, G., Lischke, N.: Zur Torsion im Ingenieurholzbau, Bauen mit Holz 07/1984, S. 466-469
- [27] Gebbeken, N.: Zur Untersuchung des linearen Tragverhaltens von Faserverbundkonstruktionen mittels numerischer Methoden, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Universität der Bundeswehr München, 1996
- [28] Gordon, J. E.: The Science of Structures and Materials, New York: Scientific American Library, 1988
- [29] Gressel, P.: Kriechen von Holz und Holzwerkstoffen, Bauen mit Holz 86 (1984), S. 216-223
- [30] Halpin, J. C.: Primer on Composite Materials: Analysis, Lancaster, Pa.: Technomic Publishing, 1984
- [31] Heimeshoff, B.: Elastizitätstheorie nichtlinear-elastischer anisotroper Kontinua, Habilitation TH Hannover, 1969
- [32] Henrici, D.: Beitrag zur Bemessung ausgeklinkter Brettschichtholzträger, Dissertation TU München, 1984

- [33] Herzog, T., Natterer, J., Volz, M.: Holzbau Atlas, München: Institut für internationale Architektur-Dokumentation, 1980
- [34] Hörig, H.: Zur Elastizität des Fichtenholzes, Zeitschrift für technische Physik, Nr. 12 (1931), S. 369-379
- [35] Hörig, H.: Über die rechnerische Auswertung von Verdrehungsmessungen an Holzstäben, Ingenieurarchiv 4 (1933), S. 570-576
- [36] Hörig, H.: Anwendung der Elastizitätstheorie anisotroper Körper auf Messungen an Holz, Ingenieurarchiv 6 (1935), S. 8-14
- [37] Hörig, H.: Berechnung der Gleitzahlen s_{44} , s_{55} und s_{66} aus den Verdrehungsmessungen von Stäben mit rechteckigen Querschnitten bei rhombischer Symmetrie, Ingenieurarchiv 7 (1936), S. 165-170
- [38] Hörig, H.: Über Mittelwertkörper elastisch anisotroper Systeme und deren Anwendung auf Holz, Ingenieurarchiv 8 (1937), S. 174-182
- [39] Informationsdienst Holz: Holz - ein Rohstoff der Zukunft, München: Deutsche Gesellschaft für Holzforschung (Hrsg.), 1994
- [40] Informationsdienst Holz: Ökobilanzen Holz, München: Deutsche Gesellschaft für Holzforschung (Hrsg.), 1997
- [41] Informationsdienst Holz: Bauen mit Holzwerkstoffen, Holzbau Handbuch, Reihe 1, Teil 1, Folge 3, Düsseldorf: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V. (Hrsg.), 1997
- [42] Informationsdienst Holz: Konstruktive Holzwerkstoffe, Holzbau Handbuch, Reihe 4, Teil 4, Folge 1, Düsseldorf: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V. (Hrsg.), 1997
- [43] IRB-Literaturdokumentation 7404: Verbundkonstruktionen im Ingenieurholzbau, Stuttgart: Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau IRB, 2000
- [44] Jakobs, A.: Experimentelle Untersuchungen zum Schubtragverhalten von Brettlagenholz, Diplomarbeit Universität der Bundeswehr München, 1999
- [45] Jamnitzky, J.: Wandscheiben und Deckenplatten – Konstruktion und Berechnung, Diplomarbeit Nr. 53, Technische Universität München, 1996
- [46] Jones, R. M.: Mechanics of Composite Materials, Tokyo, Auckland, Düsseldorf: McGraw Hill, 1975
- [47] Keylwerth, R.: Die anisotrope Elastizität des Holzes und der Lagenhölzer, VDI-Forschungsheft 430, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1951
- [48] Keylwerth, R.: Zur Mechanik der mehrschichtigen Spanplatte, Holz als Roh- und Werkstoff 16 (1958), S. 419-429
- [49] Kilroy, K.: MSC/ NASTRAN Version 70 Quick Reference Guide, Los Angeles: The MacNeal Schwendler Corporation, 1997

- [50] Kirchner, G.: Die elastomechanischen Eigenschaften von Furnierplatten, Dissertation, Karlsruhe, 1965
- [51] Kneidl, R.: Ein Beitrag zur linearen und nichtlinearen Berechnung von Schichtbalkensystemen, Dissertation TU München, 1991
- [52] Kollmann, F.: Verformung und Bruchgeschehen bei Holz als einem anisotropen, inhomogenen, porigen Festkörper, VDI-Forschungsheft 520, Düsseldorf: VDI Verlag, 1967
- [53] Kollmann, F.: Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe, Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer, 1951
- [54] Krabbe, E.: Messungen von Gleit- und Dehnungszahlen an Holzstäbchen mit rechteckigem Querschnitt, Dissertation TH Hannover, 1960
- [55] Kreuzinger, H.: Platten, Scheiben und Schalen, Bauen mit Holz, 1/99, S. 34-39
- [56] Kreuzinger, H.: Flächentragwerke: Platten, Scheiben, Schalen, Berechnungsmethoden und Beispiele, Hannover: Informationsdienst Holz, Brücken aus Holz, Arbeitsgemeinschaft Holz e.V. (Hrsg.), 1999
- [57] Kreuzinger, H., Scholz, A.: Nachweis in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit bei Platten und Scheiben aus Holz und Holzwerkstoffen unter Spannungskombination, Stuttgart: Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau IRB, 1999
- [58] Lee, J.: The strength and stiffness of materials used for timber shell roof construction, Proceedings of the first international conference on timber engineering, Southampton, 1961 (TRADA, Tylers Green, England), S. 96-108
- [59] Lee, J.M.: MSC/ NASTRAN Linear Static User's Guide, Version 69+, Los Angeles: The MacNeal Schwendler Corporation, 1997
- [60] Lehar, H.: Beitrag zur numerischen Behandlung ebener, anisotroper Schichtverbunde mittels der Methode der Finiten Elemente, Dissertation TU Graz, 1985
- [61] Lekhnitskii, S. G.: Anisotropic Plates, 2. Auflage, New York, London, Paris: Gordon and Breach Science Publishers, 1956
- [62] Lischke, N.: Elastomechanisches Verhalten von Fichtenholz unter Einbeziehung der räumlichen Werkstoffstruktur, Bauingenieur 59 (1984), S. 67-71
- [63] Lischke, N.: Das Werkstoffgesetz mehrlagiger anisotroper Gitterstrukturen, Bauingenieur 62 (1987), S. 255-261
- [64] Lischke, N.: Zur Anisotropie von Verbundwerkstoffen am Beispiel von Brettlagenholz, Fortschritt-Bericht VDI Reihe 5, Nr. 98. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1985
- [65] McGlenn, J., Hartz, B.J.: Finite Element Analysis of Plywood Plates, Journal of the Structural Division, Vol. 94, No. ST 2, 1968, p. 551-563

- [66] Möhler, K.: Zur Berechnung und Ausbildung tragender Sperrholz-Konstruktionen, VDI-Zeitschrift 107 (1965), S. 729-738
- [67] Möhler, K., Hemmer, K.: Verformungs- und Festigkeitsverhalten von Nadelvoll- und Brettschichtholz bei Torsionsbeanspruchung, Holz als Roh- und Werkstoff 35 (1977), S. 473-478
- [68] Moser, K.: Leimanteil in modernen Holzwerkstoffen, Produktinformation Firma Merk Holzbau, 1996
- [69] Moser, K.: Faserkunststoffverbund, Entwurfs- und Berechnungsgrundlagen, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1992
- [70] Natterer, J., Hoeft, M.: Zum Tragverhalten von Holz-Beton-Verbundkonstruktionen, Forschungsbericht CERS Nr. 1345, EPFL/IBOIS, Lausanne, 1987
- [71] Neuhaus, H.: Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit, Dissertation Ruhr-Universität Bochum, 1981
- [72] Neuhaus, H.: Lehrbuch des Ingenieurholzbaus, Stuttgart: Teubner, 1994
- [73] Niemtz, P.: Physik des Holzes und der Holzwerkstoffe, Leinfelden-Echterdingen: DRW-Verlag, 1993
- [74] Paulitsch, M.: Moderne Holzwerkstoffe, Grundlagen, Technologie, Anwendungen, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer, 1989
- [75] Petersen, C.: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen, 2. Auflage, Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1980
- [76] Scheer, C., Halász, R. (Hrsg.): Holzbau-Taschenbuch, Band 1, 9. Auflage, Berlin: Wilhelm Ernst und Sohn, 1995
- [77] Schickhofer, G.: Starrer und nachgiebiger Verbund bei geschichteten, flächenhaften Holzstrukturen, Dissertation TU Graz, 1994
- [78] Stamer, J.: Elastizitätsuntersuchungen an Hölzern, Ingenieurarchiv 6 (1935), S. 1-8
- [79] Systeme für den Holzhausbau im Überblick, Bauen mit Holz 05/1997, S. 301-342
- [80] Tottenham, H.: The design of timber shell roofs, Proceedings of the first international conference on timber engineering, Southampton, 1961 (TRADA, Tylers Green, England), S. 124-131
- [81] Tsai, S. W., Hahn, H. T.: Introduction to Composite Materials, Westport (USA): Technomic Publishing, 1980
- [82] Vereinigung Deutscher Sägewerksverbände (Hrsg.): Schriftliche Mitteilung zur Schnittholzproduktion im Inland, 1997

- [83] Vogt, W.: Einfluss der Torsionssteifigkeit auf die Kippsicherheit am Beispiel von Holztragwerken, Diplomarbeit Universität der Bundeswehr München, 1985
- [84] Voigt, W.: Lehrbuch der Kristallphysik, 3. Auflage, Stuttgart: Teubner, 1966
- [85] Whitney, J.M., Leissa, A.W.: Analysis of Heterogenous Anisotropic Plates, Journal of Applied Mechanics 36 (1969), S. 261-266
- [86] Wommelsdorff, O.: Dehnungs- und Querdehnungszahlen von Hölzern, Dissertation TH Hannover, 1966
- [87] Zwiener, G.: Handbuch Gebäude-Schadstoffe, Köln: Müller, 1997

Symbolverzeichnis

Koordinatensysteme

Symbol	Bedeutung
x, y, z	Achsen im globalen Koordinatensystem
x', y'	Achsen des globalen Koordinatensystems eines Flächenelements nach LISCHKE [64]
x_i, y_i, z	Achsen des lokalen Koordinatensystems eines Gliederungselements nach LISCHKE [64]
T, L, R	Achsen im Koordinatensystem der Holzbautechnologie nach HÖRIG [34]
T	Tangentialrichtung
L	Faserlängsrichtung
R	Radialrichtung

Geometrische Größen

Symbol	Bedeutung	Einheit
l	Länge	mm, m
h	Höhe/ Dicke	mm
b	Breite	mm
a	Achsabstand der Einzelbretter	mm
z_S	Schwerpunktabstand	mm
z	Hebelarm, Schwerpunktabstand	mm
d	Gesamtdicke der Wandscheibe aus Brettlagenholz	mm
ϕ	Winkel (Ausrichtung einer Brettlage)	°
A	Fläche	mm ²
I	Trägheitsmoment	mm ⁴
I_T	Torsionsträgheitsmoment	mm ⁴
dx, dy, dz	Kantenlängen eines Volumen- bzw. Flächenelements	mm
e	Kantenlänge eines CQUAD4-Elements	mm
u, v, w	Verschiebungsgrößen	mm
ε	Verzerrungsvektor	
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Dehnungen	
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	Gleitungen	
ε_0	Matrix der Verzerrungen in der Mittelfläche	
$\varepsilon_{x0}, \varepsilon_{y0}, \gamma_{xy0}$	Verzerrungen der Mittelfläche	
κ	Matrix der Verkrümmungen und der Verdrillung	
$\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$	Verkrümmungen und Verdrillung	1/mm

$\mathbf{T}_\sigma, \mathbf{T}_\varepsilon$ Transformationsmatrizen

Kraftgrößen und Spannungen

Symbol	Bedeutung	Einheit
F, D, Z, T	Kraft	N
N_i	Normalkraft am Gliederungselement i (vgl. LISCHKE [64])	N
Q_i	Querkraft am Gliederungselement i (vgl. LISCHKE [64])	N
M_i	Biegemoment am Gliederungselement i (vgl. LISCHKE [64])	Nmm
M_{Ti}	Torsionsmoment am Gliederungselement i (vgl. LISCHKE [64])	Nmm
M_{zi}	Drehmoment aus den Querkraften Q_i (vgl. LISCHKE [64])	Nmm
P_{Ki}	Knicklast	N
$n_x', n_y', n_{xy}', n_{yx}'$	Schnittkräfte an einem Flächenelement (vgl. LISCHKE [64])	N/mm
$m_x', m_y', m_{xy}', m_{yx}'$	Schnittmomente an einem Flächenelement (vgl. LISCHKE [64])	Nmm/mm
\mathbf{n}	Matrix der Kräfte n_x, n_y und n_{xy}	
n_x, n_y, n_{xy}	Längskräfte und Schubkraft	N/mm
\mathbf{m}	Matrix der Momente m_x, m_y und m_{xy}	
m_x, m_y, m_{xy}	Biegemomente und Drillmoment	Nmm/mm
σ	Spannungsvektor	
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Normalspannungen	N/mm ²
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	Schubspannungen	N/mm ²

Materialkennwerte/ Werkstoffkenngrößen

Symbol	Bedeutung	Einheit
E	Elastizitätsmodul	N/mm ²
G	Schubmodul	N/mm ²
G_T	Torsionsmodul	N/mm ²
ν	Poissonsche Konstante	
μ	Querdehnzahl	
β	Festigkeit	N/mm ²
β_P	Proportionalitätsgrenze	N/mm ²
\mathbf{s}	Nachgiebigkeitsmatrix	
s_{ik}	Elastizitätszahlen (Koeffizienten der Nachgiebigkeitsmatrix)	mm ² /N
\mathbf{C}	Steifigkeitsmatrix	
c_{ik}	Steifigkeitskoeffizienten (Koeffizienten der Steifigkeitsmatrix)	N/mm ²

Q	Bezeichnung für die Steifigkeitsmatrix entsprechend der Theorie des Mehrschichtenverbundes	
Q_{ik}	Steifigkeitskoeffizienten der Steifigkeitsmatrix Q	N/mm ²
A	Matrix der Membransteifigkeiten A_{ik}	
A_{ik}	Membransteifigkeiten	N/mm
B	Matrix der Koppelsteifigkeiten B_{ik}	
B_{ik}	Koppelsteifigkeiten	N
D	Matrix der Biegesteifigkeiten D_{ik}	
D_{ik}	Biegesteifigkeiten	Nmm
A_{ik}, B_{ik}, D_{ik}	Werkstoffkenngrößen von Brettlagenholz	

Kopf- und Fußzeiger

Symbol	Bedeutung
	Faserlängsrichtung/ parallel zur Faser
⊥	senkrecht zur Faserlängsrichtung
LR	Radialfläche
RT	Hirnfläche
TL	Tangentialfläche
q	Querrichtung
l	Längsrichtung
i, j, k, n	Laufindizes
-	Transformierte Größe
I	Theorie I. Ordnung
II	Theorie II. Ordnung
'	auf das globale Koordinatensystem nach LISCHKE [64] bezogene Größe

Sonstige Größen

Symbol	Bedeutung
$\delta/\delta(..)$	Ableitung
Δ	Differenz
α	Vergrößerungsfaktor

Abbildungsverzeichnis**Kapitel 2**

Abbildung	Titel	Seite
Bild 2.1	Systematik der Eigenschaften von Holz	6
Bild 2.2	Einflussfaktoren auf die Eigenschaften von Holz	6
Bild 2.3	Anatomische Hauptrichtungen an einem Holzwürfel	7
Bild 2.4	Koordinatensystem nach DIN 1080 und Koordinatensystem der Holzbau-Technologie nach HÖRIG	7
Bild 2.5	Spannungs-Dehnungs-Linien für Nadelholz bei Zug- und Druckbeanspruchung in Faserlängsrichtung	8
Bild 2.6	Verformungen eines Flächenelements infolge von Schubspannungen	12
Bild 2.7	Maßgebender Schubmodul nach DIN 1052	14
Bild 2.8	Spannungen an einem Volumenelement	15
Bild 2.9	Verformungen an einem Volumenelement unter Torsionsbeanspruchung	16
Bild 2.10	Modellvorstellungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Holzstäben unter Torsionsbeanspruchung nach EWALD	16
Bild 2.11	Kriechfaktor von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Belastungsart	17
Bild 2.12	Dehnung und Querkontraktion bei einem Zugstab	19
Bild 2.13	Querkontraktionszahlen bei Holz	20
Bild 2.14	Quellmaße von Fichtenholz in den anatomischen Hauptrichtungen nach NOACK/SCHWAB	24

Kapitel 3

Abbildung	Titel	Seite
Bild 3.1	Schnittkräfte eines Flächenelements und im stabartigen Gliederungselement	31
Bild 3.2	Schnittgrößen und zugeordnete MembranstEIFigkeiten A_{ik} bzw. BiegestEIFigkeiten D_{ik}	37
Bild 3.3	Verlauf der Faserlängsrichtung im globalen Koordinatensystem	39
Bild 3.4	Bezeichnungen, Verzerrungs- und Spannungsverteilung an einem geschichteten Werkstoff	41
Bild 3.5	Schnittgrößen	43
Bild 3.6	Bezeichnung und Ausrichtung der Einzellagen im Brettlagenholz, bezogen auf das globale Koordinatensystem	50
Bild 3.7	Aufbau der Wandscheiben aus Brettlagenholz	51
Bild 3.8	Veranschaulichung zur Drillsteifigkeit	62

Kapitel 4

Abbildung	Titel	Seite
Bild 4.1	Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus	66
Bild 4.2	Versuchsaufbau	66
Bild 4.3	Anordnung der Wegaufnehmer auf dem Probekörper	67
Bild 4.4	Kraft-Weg-Kurven für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	68
Bild 4.5	Probekörper im eingebauten Zustand vor Beginn des Versuchs	69
Bild 4.6	Schubverformungen bei Probekörpern aus Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	70
Bild 4.7	Versagen der Leimfugen und Ausknicken einzelner Bretter der äußeren Brettlagen	70
Bild 4.8	Schubverformungen im mittleren Bereich bei weitgehend intaktem Krafteinleitungsbereich am linken und rechten Gelenk des Viergelenkrahmens	71
Bild 4.9	Seitlich aufgenagelte Bretter am Probekörper ORT 01 im ausgebauten Zustand nach Versuchsende	71
Bild 4.10	Kraft-Weg-Kurven für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	72
Bild 4.11	Probekörper aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur im Bruchzustand (DIA 01)	73
Bild 4.12	Versagen im Krafteinleitungsbereich (DIA 01)	73
Bild 4.13	Probekörper aus Brettlagenholz mit diagonaler Struktur im Bruchzustand ohne Schubverformungen im mittleren Bereich (DIA 06)	74
Bild 4.14	Versagen im Krafteinleitungsbereich (DIA 06)	74
Bild 4.15	Vergleich der Kraft-Weg-Kurven	75
Bild 4.16	Mittelwerte der Längenänderungen für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	76
Bild 4.17	Mittelwerte der Längenänderungen für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	76
Bild 4.18	Versuchsaufbau	77
Bild 4.19	Versuchsaufbau, Versuchsreihe B	78
Bild 4.20	Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe A)	79
Bild 4.21	Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe B)	79
Bild 4.22	Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe A)	80
Bild 4.23	Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe B)	80

Bild 4.24	Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe A)	82
Bild 4.25	Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe B)	83
Bild 4.26	Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe A)	84
Bild 4.27	Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen des Rechenmodells (Versuchsreihe B)	85
Bild 4.28	Kraft-Weg-Kurven für Versuchsreihe A	86
Bild 4.29	Kraft-Weg-Kurven für Versuchsreihe B	86
Bild 4.30	Biegebruch in den horizontalen Brettlagen 2 und 4	87

Kapitel 5

Abbildung	Titel	Seite
Bild 5.1	Aufbau von Brettlagenholz	89
Bild 5.2	Verformungen bei Brettlagenholz mit asymmetrischen Aufbau	92
Bild 5.3	Verformungen bei Brettlagenholz mit symmetrischen Aufbau	93
Bild 5.4	Gleichgewicht an einem Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	94
Bild 5.5	Ersatzmodell und Normalkraftverteilung für einen Unterzug über einer Öffnung (Brettlagenholz mit diagonaler Struktur)	96
Bild 5.6	Abtragung horizontaler Lasten	97

Kapitel 6

Kapitel 6.1

Abbildung	Titel	Seite
Bild 6.1	Geometrische Abmessungen der Wandscheibe ohne Öffnungen und mit Öffnungen	99
Bild 6.2	Ablaufschema zur Berechnung von Composites	100
Bild 6.3	CQUAD4-Element	100

Kapitel 6.2 - Lastfall 1

Abbildung	Titel	Seite
Bild 6.4	Verformungen in y-Richtung (orthogonale Struktur)	106
Bild 6.5	Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	106
Bild 6.6	Normalkräfte im Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	107

Bild 6.7	Verformungen am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	107
Bild 6.8	Verformungen in x-Richtung (diagonale Struktur)	108
Bild 6.9	Verformungen in y-Richtung (diagonale Struktur)	108
Bild 6.10	Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	109
Bild 6.11	Normalkräfte im Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	110
Bild 6.12	Verformungen am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	110
Bild 6.13	Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	111
Bild 6.14	Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	112
Bild 6.15	Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	112
Bild 6.16	Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	113
Bild 6.17	Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur)	114
Bild 6.18	Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur)	115
Bild 6.19	Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur)	116
Bild 6.20	Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur)	116
Bild 6.21	Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur)	117
Bild 6.22	Schubspannungen τ_{xy} in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur)	117

Kapitel 6.2 - Lastfall 2

Abbildung	Titel	Seite
Bild 6.23	Verformungen in x-Richtung (orthogonale Struktur)	119
Bild 6.24	Verformungen in y-Richtung (orthogonale Struktur)	120
Bild 6.25	Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	120
Bild 6.26	Normalkräfte im Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	121
Bild 6.27	Verformungen am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	121
Bild 6.28	Verformungen in x-Richtung (diagonale Struktur)	122

Bild 6.29	Verformungen in y -Richtung (diagonale Struktur)	122
Bild 6.30	Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	123
Bild 6.31	Normalkräfte im Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	123
Bild 6.32	Verformungen am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	124
Bild 6.33	Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	125
Bild 6.34	Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	125
Bild 6.35	Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	126
Bild 6.36	Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	126
Bild 6.37	Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur)	127
Bild 6.38	Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur)	128
Bild 6.39	Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur)	128
Bild 6.40	Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur)	129
Bild 6.41	Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur)	129
Bild 6.42	Schubspannungen τ_{xy} in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur)	130

Kapitel 6.2 - Lastfall 3

Abbildung	Titel	Seite
Bild 6.43	Verformungen in x -Richtung (orthogonale Struktur)	131
Bild 6.44	Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	132
Bild 6.45	Normalkräfte am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	132
Bild 6.46	Querkräfte am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	132
Bild 6.47	Verformungen am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	133
Bild 6.48	Verformungen in x -Richtung (diagonale Struktur)	133
Bild 6.49	Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	134

Bild 6.50	Normalkräfte am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	134
Bild 6.51	Verformungen am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	134
Bild 6.52	Auflagerreaktionen für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	135
Bild 6.53	Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	136
Bild 6.54	Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	137
Bild 6.55	Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	137
Bild 6.56	Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	138
Bild 6.57	Auflagerreaktionen für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	138
Bild 6.58	Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur)	139
Bild 6.59	Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur)	140
Bild 6.60	Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur)	141
Bild 6.61	Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur)	141
Bild 6.62	Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur)	142
Bild 6.63	Schubspannungen τ_{xy} in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur)	142

Kapitel 6.2 - Lastfall 4

Abbildung	Titel	Seite
Bild 6.64	Verformungen in z-Richtung, Theorie I. Ordnung (orthogonale Struktur)	144
Bild 6.65	Verformungen in z-Richtung, Theorie II. Ordnung (orthogonale Struktur)	145
Bild 6.66	Verformungen in z-Richtung, Theorie I. Ordnung (diagonale Struktur)	147
Bild 6.67	Verformungen in z-Richtung, Theorie II. Ordnung (diagonale Struktur)	147

Kapitel 6.3 - Lastfall 1

Abbildung	Titel	Seite
Bild 6.68	Verformungen in x-Richtung (orthogonale Struktur)	150
Bild 6.69	Verformungen in y-Richtung (orthogonale Struktur)	151
Bild 6.70	Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur im Bereich über der größten Öffnung	151
Bild 6.71	Verformungen in x-Richtung (diagonale Struktur)	151
Bild 6.72	Verformungen in y-Richtung (diagonale Struktur)	153
Bild 6.73	Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur im Bereich über der größten Öffnung	153
Bild 6.74	Kräftegleichgewicht für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	155
Bild 6.75	Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	155
Bild 6.76	Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	156
Bild 6.77	Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	156
Bild 6.78	Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	157
Bild 6.79	Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur)	158
Bild 6.80	Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur)	159
Bild 6.81	Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur)	159
Bild 6.82	Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur)	160
Bild 6.83	Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur)	160
Bild 6.84	Schubspannungen τ_{xy} in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur)	161
Bild 6.85	Vergleich der Auflagerreaktionen in y-Richtung	162

Kapitel 6.3 - Lastfall 2

Abbildung	Titel	Seite
Bild 6.86	Verformungen in x-Richtung (orthogonale Struktur)	163
Bild 6.87	Verformungen in y-Richtung (orthogonale Struktur)	164
Bild 6.88	Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur im Bereich über der größten Öffnung	164

Bild 6.89	Verformungen in x -Richtung (diagonale Struktur)	165
Bild 6.90	Verformungen in y -Richtung (diagonale Struktur)	166
Bild 6.91	Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur im Bereich über der größten Öffnung	166
Bild 6.92	Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	168
Bild 6.93	Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	169
Bild 6.94	Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	169
Bild 6.95	Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	170
Bild 6.96	Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur)	171
Bild 6.97	Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur)	172
Bild 6.98	Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur)	172
Bild 6.99	Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur)	173
Bild 6.100	Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur)	174
Bild 6.101	Schubspannungen τ_{xy} in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur)	174

Kapitel 6.3 - Lastfall 3

Abbildung	Titel	Seite
Bild 6.102	Verformungen in x -Richtung (orthogonale Struktur)	176
Bild 6.103	Verformungen in y -Richtung (orthogonale Struktur)	177
Bild 6.104	Verformungen in x -Richtung (diagonale Struktur)	177
Bild 6.105	Verformungen in y -Richtung (diagonale Struktur)	178
Bild 6.106	Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	179
Bild 6.107	Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	180
Bild 6.108	Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	180
Bild 6.109	Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (orthogonale Struktur)	181

Bild 6.110	Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur)	182
Bild 6.111	Normalspannungen σ_x in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur)	182
Bild 6.112	Normalspannungen σ_x in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur)	183
Bild 6.113	Schubspannungen τ_{xy} in den vertikalen Brettlagen (diagonale Struktur)	183
Bild 6.114	Schubspannungen τ_{xy} in den horizontalen Brettlagen (diagonale Struktur)	184
Bild 6.115	Schubspannungen τ_{xy} in der diagonalen Brettlage (diagonale Struktur)	184
Bild 6.116	Vergleich der Auflagerreaktionen in y-Richtung	185

Kapitel 6.3 - Lastfall 4

Abbildung	Titel	Seite
Bild 6.117	Verformungen in z-Richtung, Theorie I. Ordnung (orthogonale Struktur)	186
Bild 6.118	Verformungen in z-Richtung, Theorie II. Ordnung (orthogonale Struktur)	187
Bild 6.119	Verformungen in z-Richtung, Theorie I. Ordnung (diagonale Struktur)	188
Bild 6.120	Verformungen in z-Richtung, Theorie II. Ordnung (diagonale Struktur)	189

Tabellenverzeichnis**Kapitel 2**

Tabelle	Titel	Seite
Tabelle 2.1	Bezeichnung der Koordinatenachsen	8
Tabelle 2.2	Rechenwerte der Elastizitätsmoduln nach DIN 1052 <i>Holzbauwerke</i>	12
Tabelle 2.3	Rechenwerte der Schub- und Torsionsmoduln nach DIN 1052	14
Tabelle 2.4	Querkontraktionszahlen v_{ik} nach NEUHAUS [72] bei einer Holzfeuchte $u = 12\%$	21
Tabelle 2.5	Eignung gegenwärtiger Leime für tragende Holzbauteile nach RAKNES	25

Kapitel 3

Tabelle	Titel	Seite
Tabelle 3.1	Geometrische Abmessungen und Materialkennwerte der Einzelbretter für die Berechnung der Werkstoffkenngrößen A_{ik} , B_{ik} und D_{ik} nach LISCHKE	50
Tabelle 3.2	Ausrichtung der Einzellagen bei Brettlagenholz mit orthogonaler bzw. diagonaler Struktur	51
Tabelle 3.3	Eingangswerte für die Berechnung der Spannungen und Verformungen von Brettlagenholz mittels der Theorie des Mehrschichtenverbundes	60
Tabelle 3.4	Vergleich der Werkstoffkenngrößen A_{ik} und D_{ik} für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur	64
Tabelle 3.5	Vergleich der Werkstoffkenngrößen A_{ik} und D_{ik} für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur	64

Kapitel 4

Tabelle	Titel	Seite
Tabelle 4.1	Elastizitätszahlen nach DIN 68364 <i>Kennwerte von Holzarten</i>	81
Tabelle 4.2	Vergleich der Bruchlasten und der Verformungen im Bruchzustand	87

Kapitel 5

Tabelle	Titel	Seite
Tabelle 5.1	Ausrichtung der Einzellagen bei Brettlagenholz mit asymmetrischem bzw. symmetrischem Aufbau	92
Tabelle 5.2	Vergleich der resultierenden Verformungen	93
Tabelle 5.3	Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe	96

Kapitel 6

Tabelle	Titel	Seite
Tabelle 6.1	Eingangswerte für die Finite-Element-Berechnung	102
Tabelle 6.2	Lastfälle	102
Tabelle 6.3	Größenordnung der aufgebracht Belastung	103
Tabelle 6.4	Lagerungsbedingungen an den Scheibenrändern für die einzelnen Lastfälle	104
Tabelle 6.5	Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe	107
Tabelle 6.6	Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe	109
Tabelle 6.7	Vergleich der Normalspannungen σ_x in den vertikalen Brettlagen	114
Tabelle 6.8	Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Finite-Element-Rechnung)	145
Tabelle 6.9	Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Vergleichsrechnung)	146
Tabelle 6.10	Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Finite-Element-Rechnung)	148
Tabelle 6.11	Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Vergleichsrechnung)	148
Tabelle 6.12	Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe	152
Tabelle 6.13	Abmessungen und Elastizitätsmoduln der Einzelstäbe	154
Tabelle 6.14	Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Finite-Element-Rechnung)	187
Tabelle 6.15	Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Vergleichsrechnung)	188
Tabelle 6.16	Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Finite-Element-Rechnung)	189
Tabelle 6.17	Normalspannungen in den vertikalen Brettlagen für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Vergleichsrechnung)	190

Anhang 1 Rechenroutine zur Ermittlung der Elastizitätszahl s_{66}

Werkstoffkennwerte für fünflagiges Brettlagenholz (Mehrschichtenverbund, Lischke)

Eingangswerte für die Berechnung der A-B-D-Matrizen nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes

Elastizitätszahlen s_{ik} der Einzelbretter

s_{11}	1,00E+05	[cm ² /kN]	1,00E+04	[mm ² /N]	Vorgabe für die Elastizitätszahl s_{11} entsprechend Kapitel 3.4.4
s_{12}	0,00E+00	[cm ² /kN]	0,00E+00	[mm ² /N]	Vorgabe für die Elastizitätszahl s_{12} entsprechend Kapitel 3.4.4
s_{22}	1,00E-03	[cm ² /kN]	1,00E-04	[mm ² /N]	Vorgabe für die Elastizitätszahl s_{22} entsprechend Kapitel 3.4.4
s_{66}	9,60E-02	[cm ² /kN]	9,60E-03	[mm ² /N]	Iterative Ermittlung der Elastizitätszahl s_{66} mit der Vorgabe möglichst geringer Abweichungen zur Membransteifigkeit A_{66} nach LISCHKE, vgl. Kapitel 3.4.4

Steifigkeitsmatrix Q der Einzelbretter

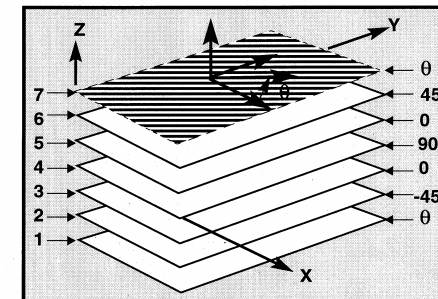
Q =	0,00	0,00	0,00	[kN/cm ²]
	0,00	1000,00	0,00	
	0,00	0,00	10,42	

Höhen der Einzellagen

$h_{1,unten}$	2,2	[cm]	d =	11	[cm]
h_2	2,2	[cm]			
$h_{3,mitte}$	2,2	[cm]			
h_4	2,2	[cm]			
$h_{5,oben}$	2,2	[cm]			

Ausrichtung der Einzellagen entsprechend der Nebentragsrichtung x

$\phi_{1,unten}$	0	[°]	0,00	[rad]
ϕ_2	90	[°]	1,57	[rad]
$\phi_{3,mitte}$	135	[°]	2,36	[rad]
ϕ_4	90	[°]	1,57	[rad]
$\phi_{5,oben}$	0	[°]	0,00	[rad]



Berechnung der TransformationsmatrizenLage 1 (unten):

$$T_{\sigma 1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_{\varepsilon 1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Inversion der Matrix $T_{\sigma 1}$

$$\det(T_{\sigma 1}) = 1$$

$$T_{\sigma 1}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Lage 2:

$$T_{\sigma 2} = \begin{pmatrix} 3,75E-33 & 1 & 1,23E-16 \\ 1 & 3,75E-33 & -1,23E-16 \\ -6,13E-17 & 6,13E-17 & -1 \end{pmatrix}$$

$$T_{\varepsilon 2} = \begin{pmatrix} 3,75E-33 & 1 & 6,13E-17 \\ 1 & 3,75E-33 & -6,13E-17 \\ -1,23E-16 & 1,23E-16 & -1 \end{pmatrix}$$

Inversion der Matrix $T_{\sigma 2}$

$$\det(T_{\sigma 2}) = 1$$

$$T_{\sigma 2}^{-1} = \begin{pmatrix} 3,75E-33 & 1 & -1,23E-16 \\ 1 & 3,75E-33 & 1,23E-16 \\ 6,13E-17 & -6,13E-17 & -1 \end{pmatrix}$$

Anhang 1 Rechenroutine

Lage 3 (mitte):

$$T_{\sigma 3} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 & -1 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \\ 0,5 & -0,5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T_{\varepsilon 3} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 & -0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Inversion der Matrix $T_{\sigma 3}$

$$\det(T_{\sigma 3}) = 1$$

$$T_{\sigma 3}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 & 1 \\ 0,5 & 0,5 & -1 \\ -0,5 & 0,5 & -2,22E-16 \end{pmatrix}$$

Lage 4:

$$T_{\sigma 4} = \begin{pmatrix} 3,75E-33 & 1 & 1,23E-16 \\ 1 & 3,75E-33 & -1,23E-16 \\ -6,13E-17 & 6,13E-17 & -1 \end{pmatrix}$$

$$T_{\varepsilon 4} = \begin{pmatrix} 3,75E-33 & 1 & 6,13E-17 \\ 1 & 3,75E-33 & -6,13E-17 \\ -1,23E-16 & 1,23E-16 & -1 \end{pmatrix}$$

Inversion der Matrix $T_{\sigma 4}$

$$\det(T_{\sigma 4}) = 1$$

$$T_{\sigma 4}^{-1} = \begin{pmatrix} 3,75E-33 & 1 & -1,23E-16 \\ 1 & 3,75E-33 & 1,23E-16 \\ 6,13E-17 & -6,13E-17 & -1 \end{pmatrix}$$

Anhang 1 Rechenroutine

Lage 5(oben):

$$T_{\sigma 5} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_{\varepsilon 5} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Inversion der Matrix $T_{\sigma 5}$

$$\det(T_{\sigma 5}) = 1$$

$$T_{\sigma 5}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Zusammenfassung der für die weitere Berechnung notwendigen Ergebnisse

$$T_{\sigma 1}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_{\varepsilon 1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_{\sigma 2}^{-1} = \begin{pmatrix} 3,75E-33 & 1 & -1,23E-16 \\ 1 & 3,75E-33 & 1,23E-16 \\ 6,13E-17 & -6,13E-17 & -1 \end{pmatrix}$$

$$T_{\varepsilon 2} = \begin{pmatrix} 3,75E-33 & 1 & 6,13E-17 \\ 1 & 3,75E-33 & -6,13E-17 \\ -1,23E-16 & 1,23E-16 & -1 \end{pmatrix}$$

$$T_{\sigma 3}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 & 1 \\ 0,5 & 0,5 & -1 \\ -0,5 & 0,5 & -2,22E-16 \end{pmatrix}$$

$$T_{\varepsilon 3} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 & -0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T_{\sigma 4}^{-1} = \begin{pmatrix} 3,75E-33 & 1 & -1,23E-16 \\ 1 & 3,75E-33 & 1,23E-16 \\ 6,13E-17 & -6,13E-17 & -1 \end{pmatrix}$$

$$T_{\varepsilon 4} = \begin{pmatrix} 3,75E-33 & 1 & 6,13E-17 \\ 1 & 3,75E-33 & -6,13E-17 \\ -1,23E-16 & 1,23E-16 & -1 \end{pmatrix}$$

$$T_{\sigma 5}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_{\varepsilon 5} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnung der konstitutiven Matrizen

$$KQ_i = T_{\sigma\sigma}^{-1} * Q_i * T_{\epsilon i}$$

	0,00	0,00	0,00	
KQ ₁ =	0,00	1000,00	0,00	
	0,00	0,00	10,42	
	1000,00	0,00	0,00	
KQ ₂ =	0,00	0,00	0,00	
	0,00	0,00	10,42	
	260,42	239,58	250,00	
KQ ₃ =	239,58	260,42	250,00	[kN/cm ²]
	250,00	250,00	250,00	
	1000,00	0,00	0,00	
KQ ₄ =	0,00	0,00	0,00	
	0,00	0,00	10,42	
	0,00	0,00	0,00	
KQ ₅ =	0,00	1000,00	0,00	
	0,00	0,00	10,42	

Berechnung der A-B-D-Matrizen

Koordinaten (Höhen) der Einzelschichten

Brettlage	Dicke [cm]	Ausrichtung [°]	z-Koordinate [cm]
1 (unten)	2,20	0	-5,50
2	2,20	90	-3,30
3 (mitte)	2,20	135	-1,10
4	2,20	90	1,10
5 (oben)	2,20	0	3,30
			5,50

Matrix A:

spannungsbezogen [$*(1/d)$]

nicht spannungsbezogen

A =	452,08	47,92	50,00	[kN/cm ²]	A =	4972,92	527,08	550,00	[kN/cm]
	47,92	452,08	50,00			527,08	4972,92	550,00	
	50,00	50,00	58,33			550,00	550,00	641,67	

Matrix B:

Spannungsbezug nicht möglich

B =	0,00	0,00	0,00	[kN]	B =	0,00	0,00	0,00	[kN]
	0,00	0,00	0,00			0,00	0,00	0,00	
	0,00	0,00	0,00			0,00	0,00	0,00	

Matrix D:

spannungsbezogen [$*(4/d^3)$]

nicht spannungsbezogen

D =	210,08	1,92	2,00	[kN/cm ²]	D =	23301,74	212,59	221,83	[kNcm]
	1,92	786,08	2,00			212,59	87189,74	221,83	
	2,00	2,00	12,33			221,83	221,83	1367,97	

Werkstoffkenngrößen für nur breitseitige Verleimung nach LISCHKE

Bestimmung der Werkstoffkenngrößen und Vergleich mit den Ergebnissen nach der Mehrschichtentheorie

Eingangswerte für die Berechnung der A-B-D-Matrizen (C-R-K-Matrizen) nach LISCHKE

Materialkennwerte der Bretter

E	1000,0	[kN/cm ²]
G	50,0	[kN/cm ²]
f	1,000	[1]

Abminderungsfaktor für GI_T

Vorgabe für den Elastizitätsmodul entsprechend Kapitel 3.4.2

Vorgabe für den Schubmodul entsprechend Kapitel 3.4.2

keine Abminderung des Torsionsmoduls, vgl. Kapitel 3.4.6

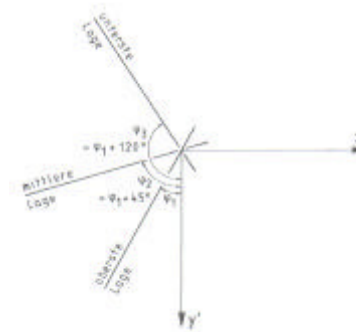
Geometrische Kenngrößen der Einzelbretter

Breiten, Höhen und Achsabstände der Einzellagen

$b_{1,unten}$	12,5	$h_{1,unten}$	2,2	$a_{1,unten}$	12,5	[cm]
b_2	12,5	h_2	2,2	a_2	12,5	[cm]
$b_{3,mitte}$	12,5	$h_{3,mitte}$	2,2	$a_{3,mitte}$	12,5	[cm]
b_4	12,5	h_4	2,2	a_4	12,5	[cm]
$b_{5,oben}$	12,5	$h_{5,oben}$	2,2	$a_{5,oben}$	12,5	[cm]
		d	11			[cm]

Ausrichtung der Einzellagen

$\phi_{1,unten}$	0	[°]	0,00	[rad]
ϕ_2	90	[°]	1,57	[rad]
$\phi_{3,mitte}$	135	[°]	2,36	[rad]
ϕ_4	90	[°]	1,57	[rad]
$\phi_{5,oben}$	0	[°]	0,00	[rad]



Anhang 1 Rechenroutine

Querschnittswerte der Einzelbretter

$A_{1,\text{unten}}$	27,50	[cm ²]	$I_{1,\text{unten}}$	11,09	[cm ⁴]	$I_{T1,\text{unten}}$	39,45	[cm ⁴]
A_2	27,50	[cm ²]	I_2	11,09	[cm ⁴]	I_{T2}	39,45	[cm ⁴]
$A_{3,\text{mitte}}$	27,50	[cm ²]	$I_{3,\text{mitte}}$	11,09	[cm ⁴]	$I_{T3,\text{mitte}}$	39,45	[cm ⁴]
A_4	27,50	[cm ²]	I_4	11,09	[cm ⁴]	I_{T4}	39,45	[cm ⁴]
$A_{5,\text{oben}}$	27,50	[cm ²]	$I_{5,\text{oben}}$	11,09	[cm ⁴]	$I_{T5,\text{oben}}$	39,45	[cm ⁴]

Berechnung der A-B-D-Matrizen (C-R-K-Matrizen)

Koordinaten (Höhen) der Einzelschichten

Brettlage	Dicke [cm]	Ausrichtung [°]	z-Koordinate [cm]	Schwerpunkt [cm]
1 (unten)	2,2	0	-5,50	-4,40
2	2,2	90	-3,30	-2,20
2 (mitte)	2,2	135	-1,10	0,00
4	2,2	90	1,10	2,20
5 (oben)	2,2	0	3,30	4,40
			5,50	

Matrix A (C):

spannungsbezogen [*(1/d)]

$A_{1,\text{unten}} =$	0,00	0,00	0,00	[kN/cm ²]
	0,00	200,00	0,00	
	0,00	0,00	2,08	
$A_2 =$	200,00	0,00	0,00	[kN/cm ²]
	0,00	0,00	0,00	
	0,00	0,00	2,08	

Anhang 1 Rechenroutine

						spannungsbezogen			
$A_{3,mitte} =$	52,08	47,92	-50,00	[kN/cm ²]	$A (C) =$	452,08	47,92	-50,00	[kN/cm ²]
	47,92	52,08	-50,00			47,92	452,08	-50,00	
	-50,00	-50,00	50,00			-50,00	-50,00	58,33	
$A_4 =$	200,00	0,00	0,00	[kN/cm ²]					
	0,00	0,00	0,00						
	0,00	0,00	2,08						
$A_{5,oben} =$	0,00	0,00	0,00	[kN/cm ²]					
	0,00	200,00	0,00						
	0,00	0,00	2,08						

Matrix B (R):

Spannungsbezug nicht möglich

$B_{1,unten} =$	0,00	0,00	0,00	[kN]					
	0,00	-9680,00	0,00						
	0,00	0,00	-100,83						
$B_2 =$	-4840,00	0,00	0,00	[kN]					
	0,00	0,00	0,00						
	0,00	0,00	-50,42						
$B_{3,mitte} =$	0,00	0,00	0,00	[kN]	$B (R) =$	0,00	0,00	0,00	[kN]
	0,00	0,00	0,00			0,00	0,00	0,00	
	0,00	0,00	0,00			0,00	0,00	0,00	
$B_4 =$	4840,00	0,00	0,00	[kN]					
	0,00	0,00	0,00						
	0,00	0,00	50,42						
$B_{5,oben} =$	0,00	0,00	0,00	[kN]					
	0,00	9680,00	0,00						
	0,00	0,00	100,83						

Spannungsbezug nicht möglich

Anhang 1 Rechenroutine

Matrix D (K):

spannungsbezogen $[(12/d^3)]$

D _{1,unten} =	0,00	0,00	0,00
	0,00	392,00	0,00
	0,00	0,00	4,36

[kN/cm²]

D ₂ =	104,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	1,36

[kN/cm²]

spannungsbezogen

D _{3,mitte} =	2,36	1,64	-2,00
	1,64	2,36	-2,00
	-2,00	-2,00	2,00

[kN/cm²]

D (K) =

210,36	1,64	-2,00
1,64	786,36	-2,00
-2,00	-2,00	13,42

[kN/cm²]

D ₄ =	104,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	1,36

[kN/cm²]

D _{5,oben} =	0,00	0,00	0,00
	0,00	392,00	0,00
	0,00	0,00	4,36

[kN/cm²]

Zusammenstellung der Ergebnisse

spannungsbezogen

nicht spannungsbezogen

A (C) =	452,08	47,92	-50,00
	47,92	452,08	-50,00
	-50,00	-50,00	58,33

[kN/cm²]

A (C) =	4972,92	527,08	-550,00
	527,08	4972,92	-550,00
	-550,00	-550,00	641,67

[kN/cm]

B (R) =	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00

[kN]

B (R) =	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00

[kN]

D (K) =	210,36	1,64	-2,00
	1,64	786,36	-2,00
	-2,00	-2,00	13,42

[kN/cm²]

D (K) =	23331,95	182,39	-221,83
	182,39	87219,95	-221,83
	-221,83	-221,83	1488,79

[kNcm]

Anhang 1 Rechenroutine

Vergleich der Werkstoffkenngrößen

Theorie des Mehrschichtenverbunds

LISCHKE

spannungsbezogene Größen

A =	452,08	47,92	50,00	[kN/cm ²]	A =	452,08	47,92	50,00	[kN/cm ²]
	47,92	452,08	50,00			47,92	452,08	50,00	
	50,00	50,00	58,33			50,00	50,00	58,33	
B =	0,00	0,00	0,00	[kN]	B =	0,00	0,00	0,00	[kN]
	0,00	0,00	0,00			0,00	0,00	0,00	
	0,00	0,00	0,00			0,00	0,00	0,00	
D =	210,08	1,92	2,00	[kN/cm ²]	D =	210,36	1,64	2,00	[kN/cm ²]
	1,92	786,08	2,00			1,64	786,36	2,00	
	2,00	2,00	12,33			2,00	2,00	13,42	

nicht spannungsbezogene Größen

A =	4972,92	527,08	550,00	[kN/cm]	A =	4972,92	527,08	550,00	[kN/cm]
	527,08	4972,92	550,00			527,08	4972,92	550,00	
	550,00	550,00	641,67			550,00	550,00	641,67	
B =	0,00	0,00	0,00	[kN]	B =	0,00	0,00	0,00	[kN]
	0,00	0,00	0,00			0,00	0,00	0,00	
	0,00	0,00	0,00			0,00	0,00	0,00	
D =	23301,74	212,59	221,83	[kNcm]	D =	23331,95	182,39	221,83	[kNcm]
	212,59	87189,74	221,83			182,39	87219,95	221,83	
	221,83	221,83	1367,97			221,83	221,83	1488,79	

Anhang 1 Rechenroutine

Absolute Abweichung der spannungsbezogenen Größen

	0,00	0,00	0,00	
$\Delta A =$	0,00	0,00	0,00	[kN/cm]
	0,00	0,00	0,00	
$\Delta B =$	0,00	0,00	0,00	[kN]
	0,00	0,00	0,00	
$\Delta D =$	-0,27	0,27	0,00	[kNcm]
	0,27	-0,27	0,00	
	0,00	0,00	-1,09	

Prozentuale Abweichung der spannungsbezogenen Größen

	0,00	0,00	0,00	
$\Delta A =$	0,00	0,00	0,00	[%]
	0,00	0,00	0,00	
$\Delta B =$	Werte = 0	Werte = 0	Werte = 0	[%]
	Werte = 0	Werte = 0	Werte = 0	
	Werte = 0	Werte = 0	Werte = 0	
$\Delta D =$	0,13	14,21	0,00	[%]
	14,21	0,03	0,00	
	0,00	0,00	8,12	

Absolute Abweichung der nicht spannungsbezogenen Größen

	0,00	0,00	0,00	
$\Delta A =$	0,00	0,00	0,00	[kN/cm]
	0,00	0,00	0,00	
$\Delta B =$	0,00	0,00	0,00	[kN]
	0,00	0,00	0,00	
$\Delta D =$	-30,20	30,20	0,00	[kNcm]
	30,20	-30,20	0,00	
	0,00	0,00	-120,82	

Prozentuale Abweichung der nicht spannungsbez. Größen

	0,00	0,00	0,00	
$\Delta A =$	0,00	0,00	0,00	[%]
	0,00	0,00	0,00	
$\Delta B =$	Werte = 0	Werte = 0	Werte = 0	[%]
	Werte = 0	Werte = 0	Werte = 0	
	Werte = 0	Werte = 0	Werte = 0	
$\Delta D =$	0,13	14,21	0,00	[%]
	14,21	0,03	0,00	
	0,00	0,00	8,12	

Anhang 2 Beispiel zum Kartenformat MSC/NASTRAN

Alle für die Berechnung der Spannungen und Verformungen mit dem Finite-Element-Programm MSC/NASTRAN notwendigen Daten werden in sogenannten Karten abgespeichert, deren Format fest vorgegeben ist [49]. Dieses Prinzip sei anhand eines Knotenpunkts erläutert, der durch die GRID-Karte eindeutig definiert wird.

GRID	ID	CP	X1	X2	X3	CD	PS	SEID
------	----	----	----	----	----	----	----	------

Die einzelnen Komponenten der GRID-Karte sind wie folgt definiert:

- GRID Bezeichnung der Karte
- ID Identifikationsnummer des Knotenpunkts
- CP Identifikationsnummer des Bezugskordinatensystems
- X1, X2, X3 Koordinaten des Knotenpunkts im Koordinatensystem CP
- PS Festhaltung des Knotenpunkts

Die spezifischen Eigenschaften der CQUAD4-Elemente sind bei mehrlagigen Strukturen in der PCOMP-Karte definiert. Die PCOMP-Karte gibt hinsichtlich der vorhandenen Einzellen Aufschluss über deren Werkstoffeigenschaften, deren Ausrichtung sowie deren Dicke.

PCOMP	PID	Z0	NSM	SB	FT	TREF	GE	LAM
	MID1	T1	THETA1	SOUT1	MID2	T2	THETA2	SOUT2
	MID3	T3	THETA3	SOUT3	etc.			

Die einzelnen Komponenten der PCOMP-Karte sind wie folgt definiert:

- PCOMP Bezeichnung
- PID Identifikationsnummer der PCOMP-Karte
- MID_i Identifikationsnummer des Werkstoffs der Einzellege i
- T_i Dicke der Einzellege i
- THETA_i Ausrichtung der Einzellege i

In der MAT2-Karte werden den Einzellen von Brettlagenholz zweidimensional anisotrope Eigenschaften zugewiesen.

MAT2	MID	G11	G12	G13	G22	G23	G33	RHO
	A1	A2	A3	TREF	GE	ST	SC	SS
	MCSID							

Die einzelnen Komponenten der MAT2-Karte sind wie folgt definiert:

- MAT2 Bezeichnung
- MID Identifikationsnummer der MAT2-Karte
- G_{ik} Steifigkeitskoeffizienten

Nicht notwendige bzw. durch Standardwerte vorgegebene Eingaben sind grau hinterlegt und werden an dieser Stelle nicht weiter erläutert. Mit Hilfe dieser Karten wird eine Kontrolle in den Eingabe- und Ausgabedateien erleichtert. Das Erstellen dieser Karten ist mit dem Programm MSC/PATRAN, Version 8.5 möglich, mit dem auch die graphische Auswertung der Ergebnisse erfolgt ist [49], [59].

Anhang 3 Eigenschaften des verwendeten CQUAD4-Elementes, Konvergenzstudie

Eigenschaften des verwendeten CQUAD4-Elementes

Beim CQUAD4-Element handelt es sich um ein zweidimensionales, isoparametrisches Element mit vier Knotenpunkten und fünf Freiheitsgraden. Bild A3.1 zeigt ein CQUAD4-Element und die an den Knotenpunkten definierten Freiheitsgrade.

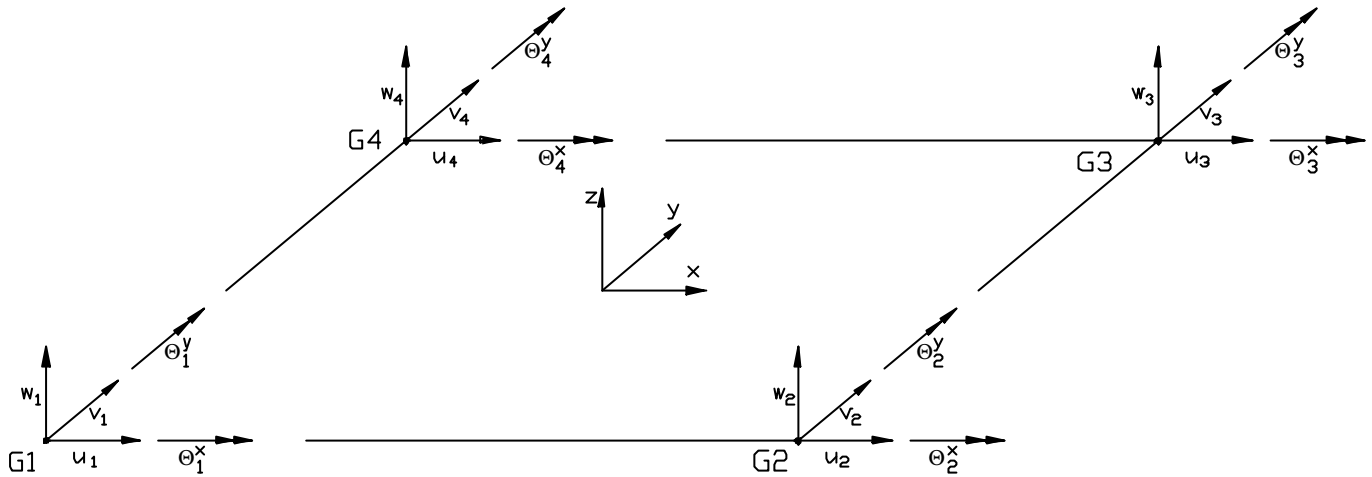


Bild A3.1: Freiheitsgrade am CQUAD4-Element

Bei der isoparametrischen Formulierung werden die Elementkoordinaten und die Elementverschiebungen mit identischen Funktionen interpoliert. Die Interpolationsfunktionen (Formfunktionen) werden in einem natürlichen Koordinatensystem r, s, t definiert. Im natürlichen Koordinatensystem nehmen die Formfunktionen h_i am Knoten i den Wert 1, und an jedem anderen Knoten den Wert 0 an.

Die Ansatzfunktionen für die Verschiebungen u, v, w und die Verdrehungen β_x und β_y können mit den Interpolationsfunktionen h_i und der Anzahl der Knotenpunkte q nach BATHE [2] wie folgt formuliert werden

$$u = \sum_{i=1}^q h_i \cdot u_i \quad (\text{A3.1a})$$

$$v = \sum_{i=1}^q h_i \cdot v_i \quad (\text{A3.1b})$$

$$w = \sum_{i=1}^q h_i \cdot w_i \quad (\text{A3.1c})$$

$$\beta_x = \sum_{i=1}^q h_i \cdot \Theta_i^y \quad (\text{A3.1d})$$

$$\beta_y = \sum_{i=1}^q h_i \cdot \Theta_i^x \quad (\text{A3.1e})$$

Die linearen Interpolationsfunktionen h_i haben im natürlichen Koordinatensystem folgende Form [2]

$$h_1 = 0,25 \cdot (1 + r) \cdot (1 + s) \quad (\text{A3.2a})$$

$$h_2 = 0,25 \cdot (1 - r) \cdot (1 + s) \quad (\text{A3.2b})$$

$$h_3 = 0,25 \cdot (1 - r) \cdot (1 - s) \quad (\text{A3.2c})$$

$$h_4 = 0,25 \cdot (1 + r) \cdot (1 - s) \quad (\text{A3.2d})$$

Die linearen Ansätze nach Gleichung A3.2 haben zur Folge, dass die Verschiebungsgrößen in den Knotenpunkten benachbarter Elemente gleich sind und dass an den Rändern nur Stetigkeit für die Verschiebungen besteht (C_0 -Stetigkeit). Mit linearen Ansätzen wird jedoch keine Stetigkeit in den ersten Ableitungen und der gemischten Ableitung erreicht (C_1 -Stetigkeit). Um auch in den ersten Ableitungen und der gemischten Ableitung Stetigkeit zu erreichen, wären höherwertige Ansatzfunktionen zu verwenden. In Anbetracht der Zielvorstellung, wurde jedoch auf die Verwendung von Elementen mit höherwertigen Ansätzen verzichtet.

Konvergenzstudie

Nachfolgend werden die Ergebnisse der durchgeführten Konvergenzstudie dargestellt, wobei die sich jeweils einstellende maximale Verformung in vertikaler bzw. horizontaler Richtung verglichen wird.

Die Tabellen zeigen jeweils die Kantenlänge e der quadratischen CQUAD4-Elemente, die Anzahl der Freiheitsgrade (DOF, Degree Of Freedom), die verglichene Verformung sowie dessen Verhältnis zum Referenzwert. Dieses Verhältnis wird graphisch dargestellt.

Wandscheiben ohne Öffnungen

Unabhängig von den Elementabmessungen stellen sich bei Wandscheiben ohne Öffnungen in den einzelnen Lastfällen identische Ergebnisse ein. Aus diesem Grund werden nur die Ergebnisse der Konvergenzstudie des Lastfalls 1 wiedergegeben. Als Referenzwert wird jeweils die sich einstellende Verformung bei einer Kantenlänge e von 50 [mm] festgelegt.

Kantenlänge e [mm]	50	62,5	125	250
DOF	50651	35521	8261	2131
Verformung in y - Richtung [mm]	-0,38	-0,38	-0,38	-0,38
Verhältnis [%]	100	100	100	100

Tabelle A3.1: Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Lastfall 1)

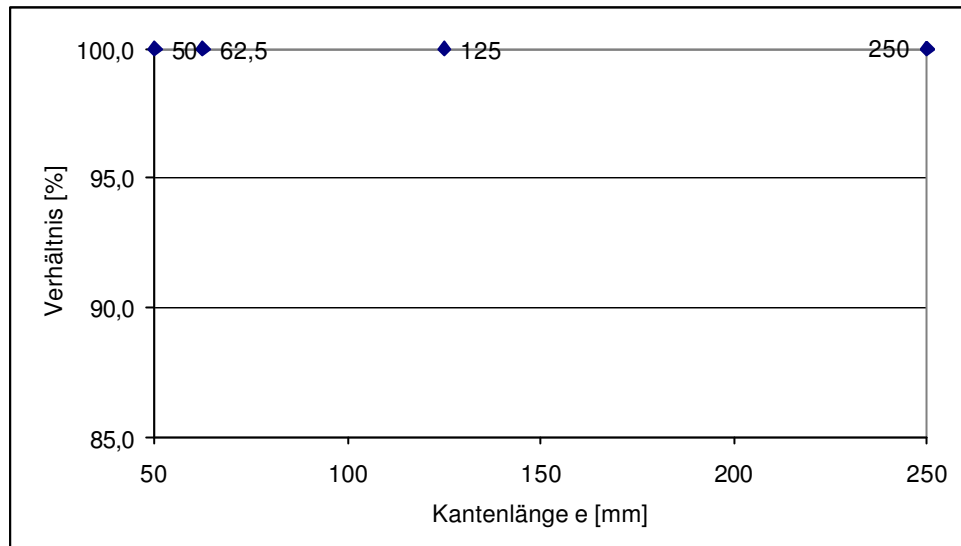


Bild A3.2: Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Lastfall 1)

Kantenlänge e [mm]	50	62,5	125	250
DOF	50651	35521	8261	2131
Verformung in y-Richtung [mm]	-0,55	-0,55	-0,55	-0,55
Verhältnis [%]	100	100	100	100

Tabelle A3.2: Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Lastfall 1)

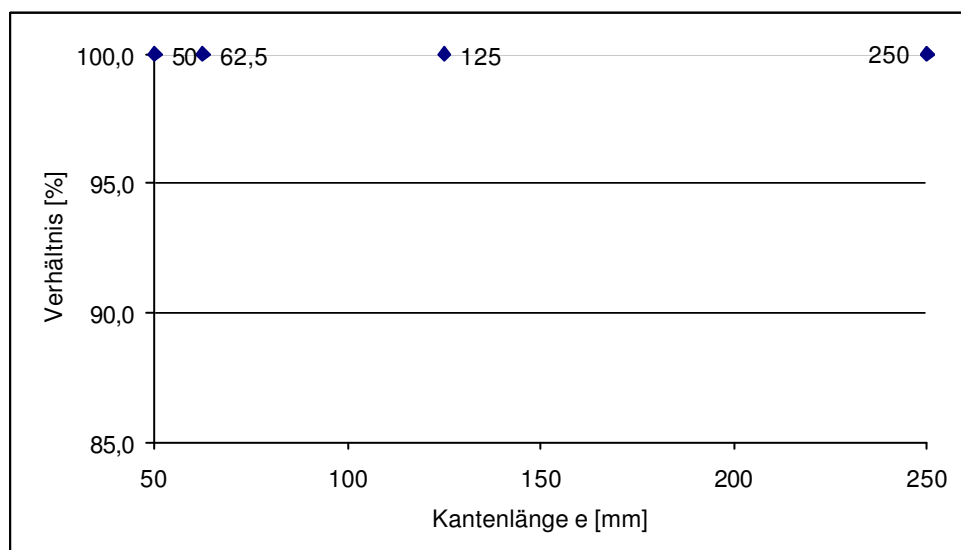


Bild A3.3: Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Lastfall 1)

Wandscheiben mit Öffnungen

Bei Wandscheiben mit Öffnungen wird als Referenzwert jeweils die sich einstellende Verformung bei einer Kantenlänge e von 25 [mm] festgelegt. Bei den Lastfällen 1 und 2 wird die Verformung in Feldmitte über Öffnung 1 verglichen, beim Lastfall 3 die maximale Verformung in horizontaler Richtung.

Kantenlänge e [mm]	25	50	62,5	125	250
DOF	121284	31259	20304	5444	1539
Verformung in y-Richtung [mm]	-24,4	-24,0	-23,7	-22,3	-21,4
Verhältnis [%]	100	98,4	97,1	91,4	87,7

Tabelle A3.3: Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Lastfall 1)

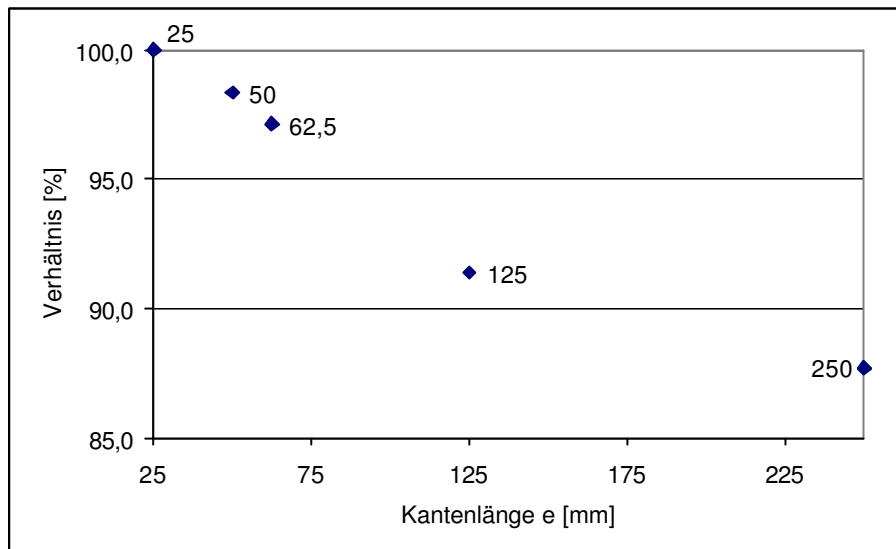


Bild A3.4: Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Lastfall 1)

Kantenlänge e [mm]	25	50	62,5	125	250
DOF	121284	31259	20304	5444	1539
Verformung in y-Richtung [mm]	-14,9	-14,7	-14,6	-14,0	-13,4
Verhältnis [%]	100	98,7	98,0	94,0	89,9

Tabelle A3.4: Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Lastfall 1)

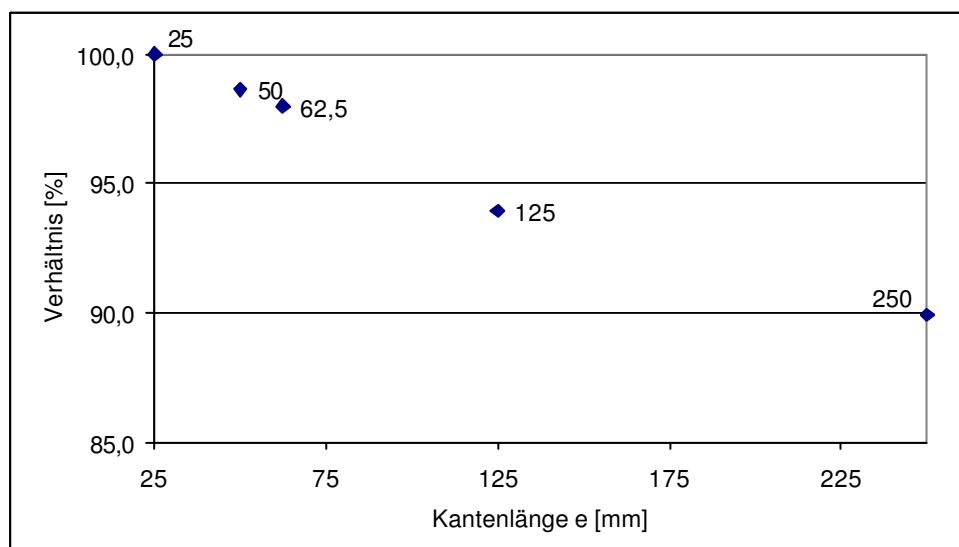


Bild A3.5: Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Lastfall 1)

Kantenlänge e [mm]	25	50	62,5	125	250
DOF	121284	31259	20304	5444	1539
Verformung in y-Richtung [mm]	-5,30	-5,25	-5,19	-4,88	-4,68
Verhältnis [%]	100	99,1	97,9	92,1	88,3

Tabelle A3.5: Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Lastfall 2)

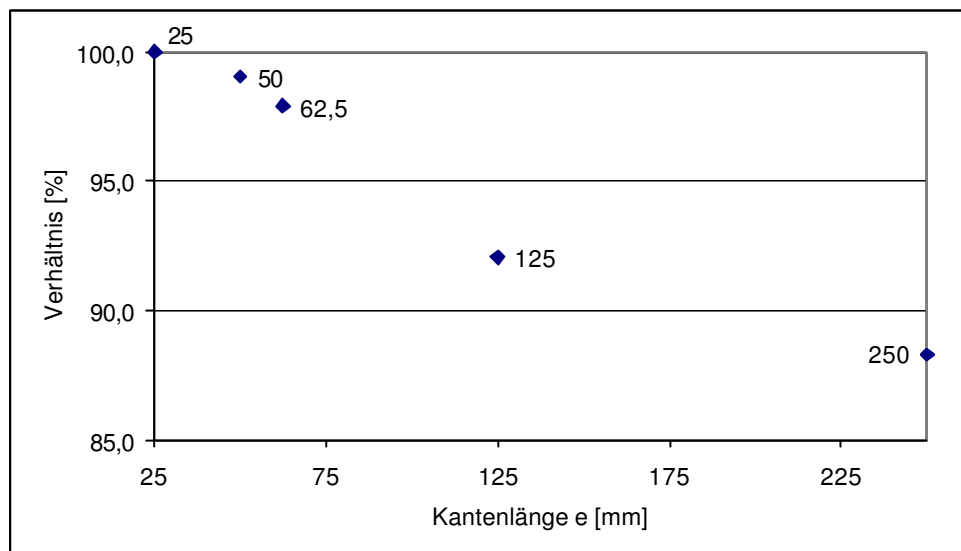


Bild A3.6: Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Lastfall 2)

Kantenlänge e [mm]	25	50	62,5	125	250
DOF	121284	31259	20304	5444	1539
Verformung in y-Richtung [mm]	-3,18	-3,14	-3,12	-2,99	-2,87
Verhältnis [%]	100	98,7	98,1	94,0	90,3

Tabelle A3.6: Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Lastfall 2)

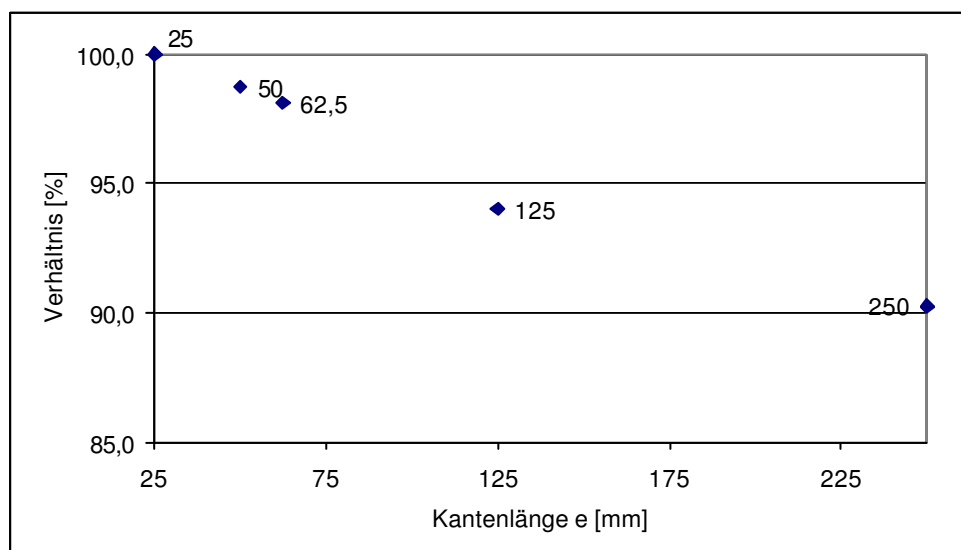


Bild A3.7: Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Lastfall 2)

Kantenlänge e [mm]	25	50	62,5	125	250
DOF	120933	31083	20163	5373	1503
Verformung in x-Richtung [mm]	1,08	1,06	1,05	1,02	0,97
Verhältnis [%]	100	98,1	97,2	94,4	89,8

Tabelle A3.7: Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Lastfall 3)

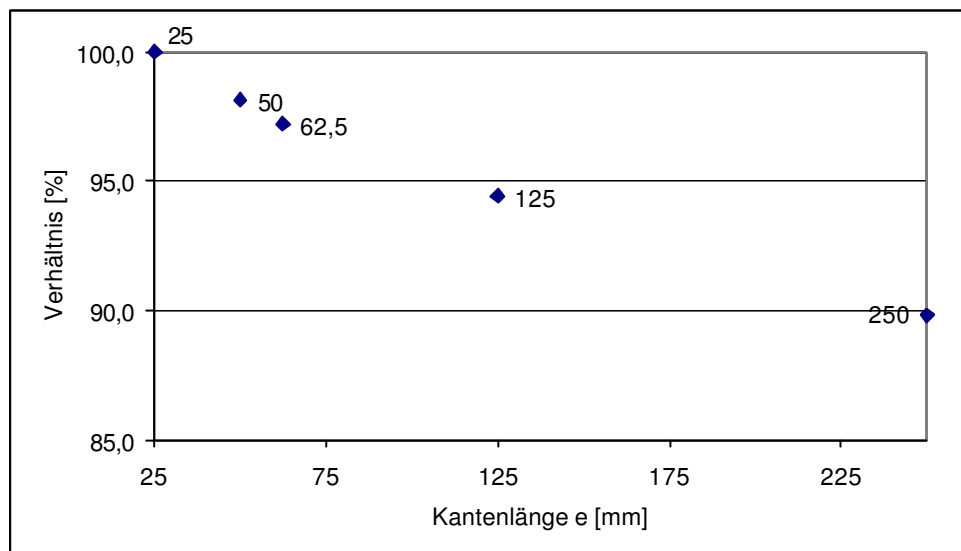


Bild A3.8: Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (Lastfall 3)

Kantenlänge e [mm]	25	50	62,5	125	250
DOF	120933	31083	20163	5373	1503
Verformung in x-Richtung [mm]	0,57	0,57	0,57	0,55	0,52
Verhältnis [%]	100	100	100	96,5	91,2

Tabelle A3.8: Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Lastfall 3)

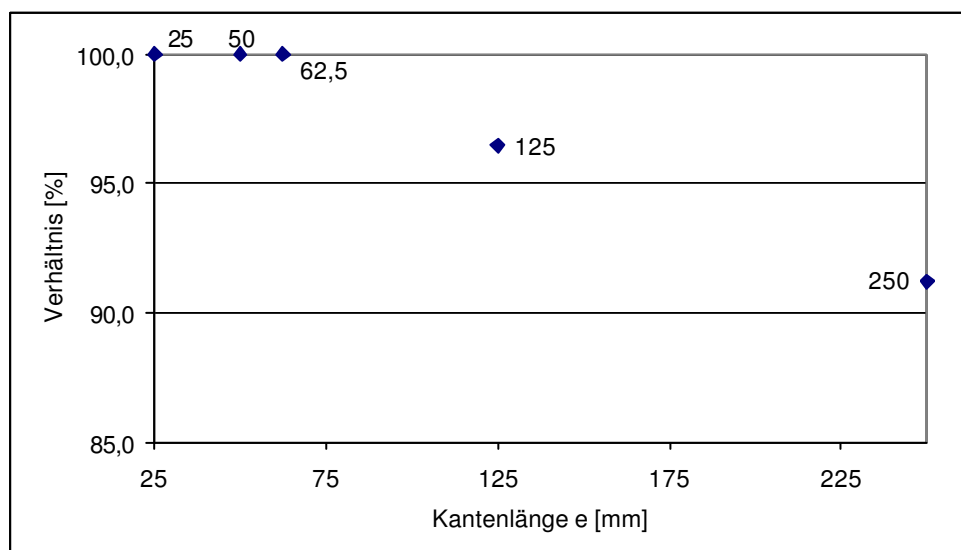


Bild A3.9: Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (Lastfall 3)

Den Auswertungen in Kapitel 6 liegen CQUAD4-Elemente mit einer Kantenlänge e von 125 [mm] zugrunde. Es zeigt sich, dass die sich einstellenden Abweichungen bei diesen Elementabmessungen sowohl bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur als auch bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur kleiner sind als 9 %. Nach Meinung des Verfassers ist damit eine in Anbetracht der Zielvorstellung ausreichende Genauigkeit der Ergebnisse gewährleistet.

Anhang 4 Plausibilitätskontrolle der Auflagerreaktionen für Wandscheiben ohne Öffnungen (Lastfall 3)

Statisches System



Bild A4.1: Statisches System

Belastung

Die Belastung F am Wandkopf resultiert aus der horizontalen Belastung $T = 1 \text{ [N/mm]}$, die über die komplette Wandlänge $l = 10000 \text{ [mm]}$ wirkt.

$$F = 1 \cdot 10000 = 10000 \text{ [N]}$$

Aus der Belastung F resultiert am Wandfuß ein Moment M

$$M = 10000 \cdot 2500 = 25000000 \text{ [Nmm]}$$

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Verteilung der Auflagerreaktionen in vertikaler Richtung

Nachfolgendes Bild zeigt für diesen Lastfall die Auflagerreaktionen in vertikaler Richtung für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur (vgl. Bild 6.52/S. 135).

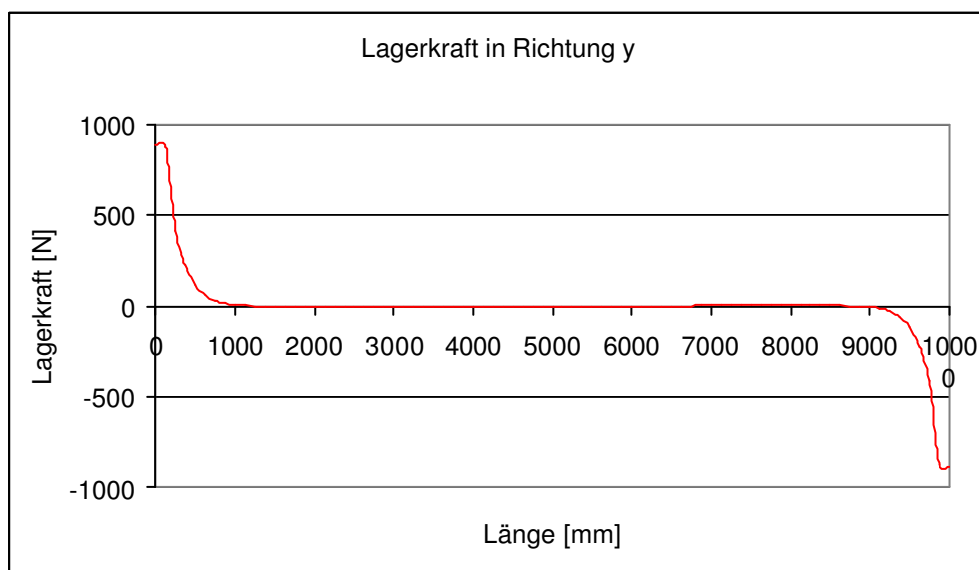


Bild A4.2: Auflagerreaktionen in vertikaler Richtung (Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur)

In der Finiten-Element-Rechnung werden die Auflagerreaktionen an den Knotenpunkten ausgegeben. Es wird deutlich, dass bei diesem Lastfall nur in den „randnahen“ Knotenpunkten Auflagerkräfte hervorgerufen werden, und zwar auf einer Länge von etwa 1000 [mm], jeweils gemessen vom linken bzw. rechten Scheibenrand. Unter Berücksichtigung der Kantenlänge des CQUAD4-Elements von 125 [mm] bedeutet dies, dass an jeweils 9 Knotenpunkten Auflagerreaktionen auftreten.

Unter der vereinfachenden Annahme einer dreieckförmigen Verteilung der Auflagerreaktionen am linken bzw. rechten Scheibenrand kann über den Hebelarm z der inneren Kräfte auf die Zugkraft Z bzw. die Druckkraft D geschlossen werden, die aus dem Moment M am Wandfuß resultieren.

$$z = 10000 - 2 \cdot 1000/3 = 9333 \text{ [mm]}$$

$$Z = D = M/z = 25000000/9333 = 2679 \text{ [N]}$$

Die Zugkraft Z bzw. die Druckkraft D verteilt sich auf 9 Knotenpunkte. Aus dieser Verteilung resultiert ein Quotient, der mit F_Z bezeichnet wird.

$$F_Z = 2679/9 = 298 \text{ [N]}$$

Aufgrund der dreieckförmigen Verteilung der Auflagerreaktionen werden die äußeren Knotenpunkte höher beansprucht, als die innen liegenden. Für die äußeren Knotenpunkte wird daher vereinfacht mit der doppelten Kraft F_Z gerechnet. Mit diesen Annahmen können die Spannungen σ in den vertikalen Brettlagen überschlägig ermittelt werden, wobei an den Scheibenrändern nur die halbe Elementlänge anzusetzen ist.

$$\sigma_{\text{Brettlage 1, 3, 5}} = 2 \cdot F_Z / A = 2 \cdot 298 / (3 \cdot 22 \cdot 62,5) = \pm 0,14 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Die überschlägig ermittelten Werte für die Spannungen in den vertikalen Brettlagen korrespondieren mit den Werten der Finite-Element-Berechnung, die eine Größenordnung von $\pm 0,17 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ annehmen.

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Verteilung der Auflagerreaktionen in vertikaler Richtung

Nachfolgendes Bild zeigt für diesen Lastfall die Auflagerreaktionen in vertikaler Richtung für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur (vgl. Bild 6.57/S. 138).

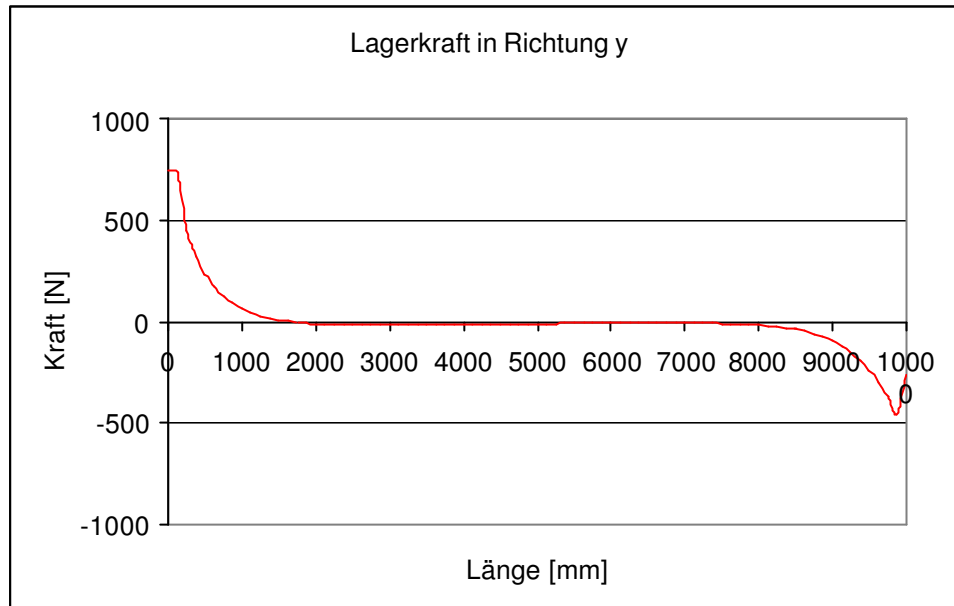


Bild A4.3: Auflagerreaktionen in vertikaler Richtung (Brettlagenholz mit diagonaler Struktur)

Auch bei Brettlagenholz mit diagonaler Struktur werden in den „randnahen“ Knotenpunkten höhere Auflagerkräfte hervorgerufen. Aufgrund der diagonalen Mittellage verteilen sich die Auflagerreaktionen auf einer Länge von etwa 2000 [mm], jeweils gemessen vom linken bzw. rechten Scheibenrand. Unter Berücksichtigung der Kantenlänge des CQUAD4-Elements von 125 [mm] bedeutet dies, dass an jeweils 19 Knotenpunkten Auflagerreaktionen auftreten.

Mit dem Rechengang, der bereits bei Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur durchgeführt worden ist, werden die Spannungen in den vertikalen Brettlagen ermittelt. Aufgrund der Lastabtragung in der diagonalen Mittellage stellen sich am linken Scheibenrand höhere Beanspruchungen ein. Dieser Effekt ist bei dieser Überschlagsrechnung nicht berücksichtigt worden.

$$z = 10000 - 2 \cdot 2000/3 = 8667 \text{ [mm]}$$

$$Z = D = M/z = 25000000/8667 = 2885 \text{ [N]}$$

$$F_z = 2885/19 = 152 \text{ [N]}$$

$$\sigma_{\text{Brettlage 1,5}} = 2 \cdot F_z / A = 2 \cdot 152 / (2 \cdot 22 \cdot 62,5) = \pm 0,11 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Die überschlägig ermittelten Werte für die Spannungen in den vertikalen Brettlagen korrespondieren mit den Werten der Finite-Element-Berechnung, die eine Größenordnung von +0,16 bzw. -0,09 [N/mm²] annehmen.

Anhang 5 Plausibilitätskontrolle für Berechnungen nach Theorie II. Ordnung für Wandscheiben ohne Öffnungen

Statisches System

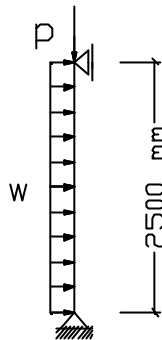


Bild A5.1: Statisches System

Formeln zur Berechnung der Spannungen in den vertikalen Brettlagen nach PETERSEN [75]

$$N^{\text{II}} = N^{\text{I}} \quad (\text{A5.1a})$$

$$M^{\text{II}} = \alpha \cdot M^{\text{I}} \quad (\text{A5.1b})$$

$$P_{\text{Ki}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{s_k^2} \quad (\text{A5.2})$$

$$\alpha = 1 / (1 - N^{\text{I}} / P_{\text{Ki}}) \quad (\text{A5.3})$$

$$\sigma^{\text{I}} = \frac{N^{\text{I}}}{A} \pm \frac{M^{\text{I}}}{I} \cdot z \quad (\text{A5.4a})$$

$$\sigma^{\text{II}} = \frac{N^{\text{II}}}{A} \pm \frac{M^{\text{II}}}{I} \cdot z \quad (\text{A5.4b})$$

Querschnittswerte

Die Wandscheiben aus Brettlagenholz mit einer Gesamtdicke $d = 110$ [mm] werden vereinfacht mit einem Zweipunktquerschnitt modelliert. Die Lastabtragung erfolgt über die vertikal angeordneten Brettlagen. Zur Berechnung der Steiner-Anteile des Trägheitsmoments wird der Abstand von der Schwerachse der Wandscheibe bis zur Schwerachse der äußeren Brettlagen in Ansatz gebracht ($z = \pm 44$ [mm]).

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$A = 3 \cdot 1 \cdot 22 = 66 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$I = 2 \cdot (1 \cdot 22^3 / 12 + 1 \cdot 22 \cdot 44^2) = 86958,7 \text{ [mm}^4\text{]}$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$A = 2 \cdot 1 \cdot 22 = 44 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$I = 2 \cdot (1 \cdot 22^3/12 + 1 \cdot 22 \cdot 44^2) = 86958,7 \text{ [mm}^4\text{]}$$

Elastizitätsmoduln

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$E = 6000 \text{ [N/mm}^2\text{]} \text{ (vgl. Kapitel 3.4.3/S. 52)}$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$E = 4521 \text{ [N/mm}^2\text{]} \text{ (vgl. Kapitel 3.4.3/S. 54)}$$

Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung

Die Normalkraft N^I nach Theorie I. Ordnung entspricht der gleichmäßig verteilten Belastung am oberen Scheibenrand

$$N^I = p = 100 \text{ [N/mm]} \text{ (Druckkraft)}$$

Aus der Windlast $w = 0,5 \text{ [kN/m}^2\text{]}$ resultiert das Biegemoment M^I nach Theorie I. Ordnung

$$M^I = \frac{w \cdot l^2}{8} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2500^2}{8} = 390,63 \left[\frac{\text{Nmm}}{\text{mm}} \right]$$

Die Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung gelten für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur.

Vergrößerungsfaktor α

Die Knicklänge s_k entspricht der Systemlänge (Eulerstab II).

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$P_{Ki} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{s_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 6000 \cdot 86958,7}{2500^2} = 823,9 \text{ [N]}$$

$$\alpha = 1 / (1 - N^I/P_{Ki}) = 1 / (1 - 100/823,9) = 1,14$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$P_{Ki} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{s_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 4521 \cdot 86958,7}{2500^2} = 620,8 \text{ [N]}$$

$$\alpha = 1 / (1 - N^I/P_{Ki}) = 1 / (1 - 100/620,8) = 1,19$$

Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$N^{\text{II}} = N^{\text{I}} = 100 \text{ [N/mm]} \text{ (Druckkraft)}$$

$$M^{\text{II}} = \alpha \cdot M^{\text{I}} = 1,14 \cdot 390,63 = 445,32 \text{ [N/mm]}$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$N^{\text{II}} = N^{\text{I}} = 100 \text{ [N/mm]} \text{ (Druckkraft)}$$

$$M^{\text{II}} = \alpha \cdot M^{\text{I}} = 1,19 \cdot 390,63 = 464,85 \text{ [N/mm]}$$

Spannungen nach Theorie I. Ordnung

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$\sigma^{\text{I}} = \frac{N^{\text{I}}}{A} \pm \frac{M^{\text{I}}}{I} \cdot z = \frac{100}{66} \pm \frac{390,63}{86958,7} \cdot 44 = -1,52 \pm 0,20 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{I}}_{\text{Brettlage 1}} = -1,32 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{I}}_{\text{Brettlage 5}} = -1,72 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$\sigma^{\text{I}} = \frac{N^{\text{I}}}{A} \pm \frac{M^{\text{I}}}{I} \cdot z = \frac{100}{44} \pm \frac{390,63}{86958,7} \cdot 44 = -2,27 \pm 0,20 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{I}}_{\text{Brettlage 1}} = -2,07 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{I}}_{\text{Brettlage 5}} = -2,47 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Spannungen nach Theorie II. Ordnung

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$\sigma^{\text{II}} = \frac{N^{\text{II}}}{A} \pm \frac{M^{\text{II}}}{I} \cdot z = \frac{100}{66} \pm \frac{445,32}{86958,7} \cdot 44 = -1,52 \pm 0,23 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{II}}_{\text{Brettlage 1}} = -1,29 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{II}}_{\text{Brettlage 5}} = -1,75 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$\sigma^{\text{II}} = \frac{N^{\text{II}}}{A} \pm \frac{M^{\text{II}}}{I} \cdot z = \frac{100}{44} \pm \frac{464,85}{86958,7} \cdot 44 = -2,27 \pm 0,24 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{II}}_{\text{Brettlage 1}} = -2,03 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{II}}_{\text{Brettlage 5}} = -2,51 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Nachfolgende Tabellen A6.1 und A6.2 zeigen die mit dem Stabwerksprogramm IQ100 ermittelten Ergebnisse für die Einzelstäbe an den Ersatzmodellen für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur für den Lastfall 1 (vgl. Kapitel 6.3.1). Im einzelnen werden angetragen das Biegemoment, die Quer- und Normalkraft sowie die Verformungen in horizontaler und vertikaler Richtung.

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

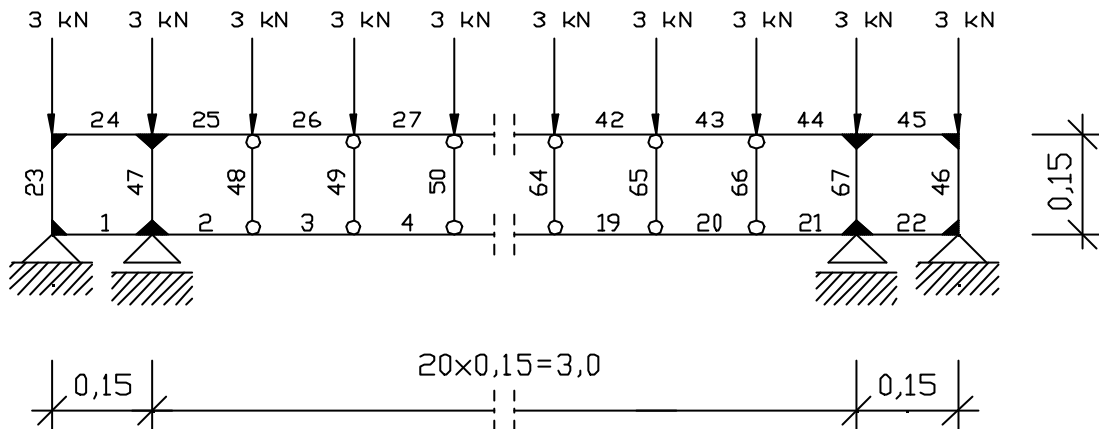


Bild A6.1: Ersatzmodell mit Stabnummerierung für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

	M [kNm]	Q [kN]	N [kN]	H [mm]	V [mm]
Stab 1					
Knoten 1	3,03	-54,06	-36,82	0,00	0,00
Knoten 2	-5,08	-54,06	-36,82	-0,10	0,00
Stab 2					
Knoten 2	-7,90	19,49	3,68	-0,10	0,00
Knoten 3	-4,97	19,49	3,68	-0,09	-1,46
Stab 3					
Knoten 3	-4,97	10,94	3,68	-0,09	-1,46
Knoten 4	-3,33	10,94	3,68	-0,08	-4,55
Stab 4					
Knoten 4	-3,33	11,38	3,68	-0,08	-4,55
Knoten 5	-1,62	11,38	3,68	-0,07	-8,68
Stab 5					
Knoten 5	-1,62	9,77	3,68	-0,07	-8,68
Knoten 6	-0,16	9,77	3,68	-0,06	-13,34
Stab 6					
Knoten 6	-0,16	8,24	3,68	-0,06	-13,34
Knoten 7	1,08	8,24	3,68	-0,05	-18,05
Stab 7					
Knoten 7	1,08	6,75	3,68	-0,05	-18,05
Knoten 8	2,09	6,75	3,68	-0,04	-22,44

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Stab 8					
Knoten 8	2,09	5,25	3,68	-0,04	-22,44
Knoten 9	2,88	5,25	3,68	-0,03	-26,19
Stab 9					
Knoten 9	2,88	3,75	3,68	-0,03	-26,19
Knoten 10	3,44	3,75	3,68	-0,02	-29,04
Stab 10					
Knoten 10	3,44	2,25	3,68	-0,02	-29,04
Knoten 11	3,78	2,25	3,68	-0,01	-30,82
Stab 11					
Knoten 11	3,78	0,75	3,68	-0,01	-30,82
Knoten 12	3,89	0,75	3,68	0,00	-31,42
Stab 12					
Knoten 12	3,89	-0,75	3,68	0,00	-31,42
Knoten 13	3,78	-0,75	3,68	0,01	-30,82
Stab 13					
Knoten 13	3,78	-2,25	3,68	0,01	-30,82
Knoten 14	3,44	-2,25	3,68	0,02	-29,04
Stab 14					
Knoten 14	3,44	-3,75	3,68	0,02	-29,04
Knoten 15	2,88	-3,75	3,68	0,03	-26,19
Stab 15					
Knoten 15	2,88	-5,25	3,68	0,03	-26,19
Knoten 16	2,09	-5,25	3,68	0,04	-22,44
Stab 16					
Knoten 16	2,09	-6,75	3,68	0,04	-22,44
Knoten 17	1,08	-6,75	3,68	0,05	-18,05
Stab 17					
Knoten 17	1,08	-8,24	3,68	0,05	-18,05
Knoten 18	-0,16	-8,24	3,68	0,06	-13,34
Stab 18					
Knoten 18	-0,16	-9,77	3,68	0,06	-13,34
Knoten 19	-1,62	-9,77	3,68	0,07	-8,68
Stab 19					
Knoten 19	-1,62	-11,38	3,68	0,07	-8,68
Knoten 20	-3,33	-11,38	3,68	0,08	-4,55
Stab 20					
Knoten 20	-3,33	-10,94	3,68	0,08	-4,55
Knoten 21	-4,97	-10,94	3,68	0,09	-1,46
Stab 21					
Knoten 21	-4,97	-19,49	3,68	0,09	-1,46
Knoten 22	-7,90	-19,49	3,68	0,10	0,00

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Stab 22					
Knoten 22	-5,08	54,06	-36,82	0,10	0,00
Knoten 23	3,03	54,06	-36,82	0,00	0,00
Stab 23					
Knoten 1	-3,03	32,25	32,80	0,00	0,00
Knoten 24	1,81	32,25	32,80	0,14	0,05
Stab 24					
Knoten 24	1,81	-35,80	32,25	0,14	0,05
Knoten 25	-3,56	-35,80	32,25	0,23	-0,07
Stab 25					
Knoten 25	-6,82	9,01	-8,25	0,23	-0,07
Knoten 26	-5,47	9,01	-8,25	0,20	-1,47
Stab 26					
Knoten 26	-5,47	14,56	-8,25	0,20	-1,47
Knoten 27	-3,29	14,56	-8,25	0,18	-4,55
Stab 27					
Knoten 27	-3,29	11,12	-8,25	0,18	-4,55
Knoten 28	-1,62	11,12	-8,25	0,16	-8,68
Stab 28					
Knoten 28	-1,62	9,73	-8,25	0,16	-8,68
Knoten 29	-0,16	9,73	-8,25	0,14	-13,34
Stab 29					
Knoten 29	-0,16	8,26	-8,25	0,14	-13,34
Knoten 30	1,08	8,26	-8,25	0,11	-18,06
Stab 30					
Knoten 30	1,08	6,75	-8,25	0,11	-18,06
Knoten 31	2,09	6,75	-8,25	0,09	-22,45
Stab 31					
Knoten 31	2,09	5,25	-8,25	0,09	-22,45
Knoten 32	2,88	5,25	-8,25	0,07	-26,19
Stab 32					
Knoten 32	2,88	3,75	-8,25	0,07	-26,19
Knoten 33	3,44	3,75	-8,25	0,05	-29,04
Stab 33					
Knoten 33	3,44	2,25	-8,25	0,05	-29,04
Knoten 34	3,78	2,25	-8,25	0,02	-30,82
Stab 34					
Knoten 34	3,78	0,75	-8,25	0,02	-30,82
Knoten 35	3,89	0,75	-8,25	0,00	-31,43
Stab 35					
Knoten 35	3,89	-0,75	-8,25	0,00	-31,43
Knoten 36	3,78	-0,75	-8,25	-0,02	-30,82

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Stab 36					
Knoten 36	3,78	-2,25	-8,25	-0,02	-30,82
Knoten 37	3,44	-2,25	-8,25	-0,05	-29,04
Stab 37					
Knoten 37	3,44	-3,75	-8,25	-0,05	-29,04
Knoten 38	2,88	-3,75	-8,25	-0,07	-26,19
Stab 38					
Knoten 38	2,88	-5,25	-8,25	-0,07	-26,19
Knoten 39	2,09	-5,25	-8,25	-0,09	-22,45
Stab 39					
Knoten 39	2,09	-6,75	-8,25	-0,09	-22,45
Knoten 40	1,08	-6,75	-8,25	-0,11	-18,06
Stab 40					
Knoten 40	1,08	-8,26	-8,25	-0,11	-18,06
Knoten 41	-0,16	-8,26	-8,25	-0,14	-13,34
Stab 41					
Knoten 41	-0,16	-9,73	-8,25	-0,14	-13,34
Knoten 42	-1,62	-9,73	-8,25	-0,16	-8,68
Stab 42					
Knoten 42	-1,62	-11,12	-8,25	-0,16	-8,68
Knoten 43	-3,29	-11,12	-8,25	-0,18	-4,55
Stab 43					
Knoten 43	-3,29	-14,56	-8,25	-0,18	-4,55
Knoten 44	-5,47	-14,56	-8,25	-0,20	-1,47
Stab 44					
Knoten 44	-5,47	-9,01	-8,25	-0,20	-1,47
Knoten 45	-6,82	-9,01	-8,25	-0,23	-0,07
Stab 45					
Knoten 45	-3,56	35,80	32,25	-0,23	-0,07
Knoten 46	1,81	35,80	32,25	-0,14	0,05
Stab 46					
Knoten 23	3,03	-32,25	32,80	0,00	0,00
Knoten 46	-1,81	-32,25	32,80	-0,14	0,05
Stab 47					
Knoten 2	2,82	-40,51	-47,81	-0,10	0,00
Knoten 25	-3,26	-40,51	-47,81	0,23	-0,07
Stab 48					
Knoten 3	0,00	0,00	-8,55	-0,09	-1,46
Knoten 26	0,00	0,00	-8,55	0,20	-1,47
Stab 49					
Knoten 4	0,00	0,00	0,44	-0,08	-4,55
Knoten 27	0,00	0,00	0,44	0,18	-4,55

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Stab 50					
Knoten 5	0,00	0,00	-1,61	-0,07	-8,68
Knoten 28	0,00	0,00	-1,61	0,16	-8,68
Stab 51					
Knoten 6	0,00	0,00	-1,53	-0,06	-13,34
Knoten 29	0,00	0,00	-1,53	0,14	-13,34
Stab 52					
Knoten 7	0,00	0,00	-1,49	-0,05	-18,05
Knoten 30	0,00	0,00	-1,49	0,11	-18,06
Stab 53					
Knoten 8	0,00	0,00	-1,50	-0,04	-22,44
Knoten 31	0,00	0,00	-1,50	0,09	-22,45
Stab 54					
Knoten 9	0,00	0,00	-1,50	-0,03	-26,19
Knoten 32	0,00	0,00	-1,50	0,07	-26,19
Stab 55					
Knoten 10	0,00	0,00	-1,50	-0,02	-29,04
Knoten 33	0,00	0,00	-1,50	0,05	-29,04
Stab 56					
Knoten 11	0,00	0,00	-1,50	-0,01	-30,82
Knoten 34	0,00	0,00	-1,50	0,02	-30,82
Stab 57					
Knoten 12	0,00	0,00	-1,50	0,00	-31,42
Knoten 35	0,00	0,00	-1,50	0,00	-31,43
Stab 58					
Knoten 13	0,00	0,00	-1,50	0,01	-30,82
Knoten 36	0,00	0,00	-1,50	-0,02	-30,82
Stab 59					
Knoten 14	0,00	0,00	-1,50	0,02	-29,04
Knoten 37	0,00	0,00	-1,50	-0,05	-29,04
Stab 60					
Knoten 15	0,00	0,00	-1,50	0,03	-26,19
Knoten 38	0,00	0,00	-1,50	-0,07	-26,19
Stab 61					
Knoten 16	0,00	0,00	-1,50	0,04	-22,44
Knoten 39	0,00	0,00	-1,50	-0,09	-22,45
Stab 62					
Knoten 17	0,00	0,00	-1,49	0,05	-18,05
Knoten 40	0,00	0,00	-1,49	-0,11	-18,06
Stab 63					
Knoten 18	0,00	0,00	-1,53	0,06	-13,34
Knoten 41	0,00	0,00	-1,53	-0,14	-13,34

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Stab 64					
Knoten 19	0,00	0,00	-1,61	0,07	-8,68
Knoten 42	0,00	0,00	-1,61	-0,16	-8,68
Stab 65					
Knoten 20	0,00	0,00	0,44	0,08	-4,55
Knoten 43	0,00	0,00	0,44	-0,18	-4,55
Stab 66					
Knoten 21	0,00	0,00	-8,55	0,09	-1,46
Knoten 44	0,00	0,00	-8,55	-0,20	-1,47
Stab 67					
Knoten 22	-2,82	40,51	-47,81	0,10	0,00
Knoten 45	3,26	40,51	-47,81	-0,23	-0,07

Tabelle A6.1: Ergebnisse am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

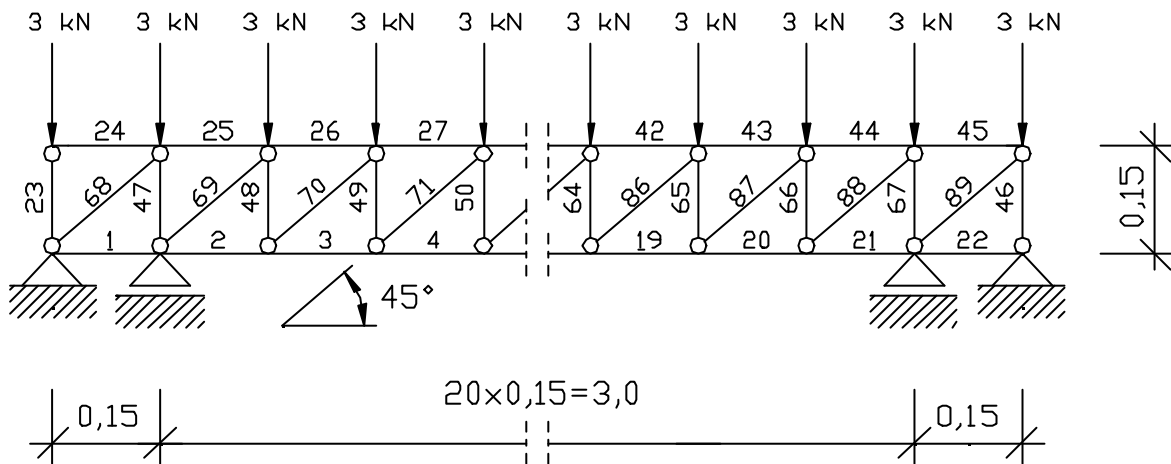


Bild A6.2: Ersatzmodell mit Stabnummerierung für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

	M [kNm]	Q [kN]	N [kN]	H [mm]	V [mm]
Stab 1					
Knoten 1	0,00	0,00	-93,81	0,00	0,00
Knoten 2	0,00	0,00	-93,81	-0,26	0,00
Stab 2					
Knoten 2	0,00	0,00	-65,31	-0,26	0,00
Knoten 3	0,00	0,00	-65,31	-0,43	-1,55
Stab 3					
Knoten 3	0,00	0,00	-39,81	-0,43	-1,55
Knoten 4	0,00	0,00	-39,81	-0,54	-3,35
Stab 4					
Knoten 4	0,00	0,00	-17,31	-0,54	-3,35
Knoten 5	0,00	0,00	-17,31	-0,59	-5,27

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Stab 5					
Knoten 5	0,00	0,00	2,19	-0,59	-5,27
Knoten 6	0,00	0,00	2,19	-0,58	-7,19
Stab 6					
Knoten 6	0,00	0,00	18,69	-0,58	-7,19
Knoten 7	0,00	0,00	18,69	-0,53	-8,98
Stab 7					
Knoten 7	0,00	0,00	32,19	-0,53	-8,98
Knoten 8	0,00	0,00	32,19	-0,45	-10,58
Stab 8					
Knoten 8	0,00	0,00	42,69	-0,45	-10,58
Knoten 9	0,00	0,00	42,69	-0,33	-11,89
Stab 9					
Knoten 9	0,00	0,00	50,19	-0,33	-11,89
Knoten 10	0,00	0,00	50,19	-0,19	-12,87
Stab 10					
Knoten 10	0,00	0,00	54,69	-0,19	-12,87
Knoten 11	0,00	0,00	54,69	-0,04	-13,48
Stab 11					
Knoten 11	0,00	0,00	56,19	-0,04	-13,48
Knoten 12	0,00	0,00	56,19	0,11	-13,68
Stab 12					
Knoten 12	0,00	0,00	54,69	0,11	-13,68
Knoten 13	0,00	0,00	54,69	0,26	-13,48
Stab 13					
Knoten 13	0,00	0,00	50,19	0,26	-13,48
Knoten 14	0,00	0,00	50,19	0,40	-12,87
Stab 14					
Knoten 14	0,00	0,00	42,69	0,40	-12,87
Knoten 15	0,00	0,00	42,69	0,51	-11,89
Stab 15					
Knoten 15	0,00	0,00	32,19	0,51	-11,89
Knoten 16	0,00	0,00	32,19	0,60	-10,58
Stab 16					
Knoten 16	0,00	0,00	18,69	0,60	-10,58
Knoten 17	0,00	0,00	18,69	0,65	-8,98
Stab 17					
Knoten 17	0,00	0,00	2,19	0,65	-8,98
Knoten 18	0,00	0,00	2,19	0,66	-7,19
Stab 18					
Knoten 18	0,00	0,00	-17,31	0,66	-7,19
Knoten 19	0,00	0,00	-17,31	0,61	-5,27

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Stab 19					
Knoten 19	0,00	0,00	-39,81	0,61	-5,27
Knoten 20	0,00	0,00	-39,81	0,50	-3,35
Stab 20					
Knoten 20	0,00	0,00	-65,31	0,50	-3,35
Knoten 21	0,00	0,00	-65,31	0,32	-1,55
Stab 21					
Knoten 21	0,00	0,00	-93,81	0,32	-1,55
Knoten 22	0,00	0,00	-93,81	0,07	0,00
Stab 22					
Knoten 22	0,00	0,00	-24,96	0,07	0,00
Knoten 23	0,00	0,00	-24,96	0,00	0,00
Stab 23					
Knoten 1	0,00	0,00	-3,00	0,00	0,00
Knoten 24	0,00	0,00	-3,00	0,79	-0,01
Stab 24					
Knoten 24	0,00	0,00	0,00	0,79	-0,01
Knoten 25	0,00	0,00	0,00	0,79	-0,16
Stab 25					
Knoten 25	0,00	0,00	68,85	0,79	-0,16
Knoten 26	0,00	0,00	68,85	0,98	-1,49
Stab 26					
Knoten 26	0,00	0,00	40,35	0,98	-1,49
Knoten 27	0,00	0,00	40,35	1,09	-3,30
Stab 27					
Knoten 27	0,00	0,00	14,85	1,09	-3,30
Knoten 28	0,00	0,00	14,85	1,13	-5,23
Stab 28					
Knoten 28	0,00	0,00	-7,65	1,13	-5,23
Knoten 29	0,00	0,00	-7,65	1,11	-7,15
Stab 29					
Knoten 29	0,00	0,00	-27,15	1,11	-7,15
Knoten 30	0,00	0,00	-27,15	1,03	-8,95
Stab 30					
Knoten 30	0,00	0,00	-43,65	1,03	-8,95
Knoten 31	0,00	0,00	-43,65	0,91	-10,55
Stab 31					
Knoten 31	0,00	0,00	-57,15	0,91	-10,55
Knoten 32	0,00	0,00	-57,15	0,76	-11,88
Stab 32					
Knoten 32	0,00	0,00	-67,65	0,76	-11,88
Knoten 33	0,00	0,00	-67,65	0,57	-12,86

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Stab 33					
Knoten 33	0,00	0,00	-75,15	0,57	-12,86
Knoten 34	0,00	0,00	-75,15	0,37	-13,48
Stab 34					
Knoten 34	0,00	0,00	-79,65	0,37	-13,48
Knoten 35	0,00	0,00	-79,65	0,15	-13,69
Stab 35					
Knoten 35	0,00	0,00	-81,15	0,15	-13,69
Knoten 36	0,00	0,00	-81,15	-0,07	-13,49
Stab 36					
Knoten 36	0,00	0,00	-79,65	-0,07	-13,49
Knoten 37	0,00	0,00	-79,65	-0,29	-12,89
Stab 37					
Knoten 37	0,00	0,00	-75,15	-0,29	-12,89
Knoten 38	0,00	0,00	-75,15	-0,49	-11,92
Stab 38					
Knoten 38	0,00	0,00	-67,65	-0,49	-11,92
Knoten 39	0,00	0,00	-67,65	-0,68	-10,61
Stab 39					
Knoten 39	0,00	0,00	-57,15	-0,68	-10,61
Knoten 40	0,00	0,00	-57,15	-0,83	-9,02
Stab 40					
Knoten 40	0,00	0,00	-43,65	-0,83	-9,02
Knoten 41	0,00	0,00	-43,65	-0,95	-7,23
Stab 41					
Knoten 41	0,00	0,00	-27,15	-0,95	-7,23
Knoten 42	0,00	0,00	-27,15	-1,03	-5,33
Stab 42					
Knoten 42	0,00	0,00	-7,65	-1,03	-5,33
Knoten 43	0,00	0,00	-7,65	-1,05	-3,41
Stab 43					
Knoten 43	0,00	0,00	14,85	-1,05	-3,41
Knoten 44	0,00	0,00	14,85	-1,01	-1,62
Stab 44					
Knoten 44	0,00	0,00	40,35	-1,01	-1,62
Knoten 45	0,00	0,00	40,35	-0,90	-0,07
Stab 45					
Knoten 45	0,00	0,00	68,85	-0,90	-0,07
Knoten 46	0,00	0,00	68,85	-0,71	0,15
Stab 46					
Knoten 23	0,00	0,00	65,85	0,00	0,00
Knoten 46	0,00	0,00	65,85	-0,71	0,15

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Stab 47					
Knoten 2	0,00	0,00	-71,85	-0,26	0,00
Knoten 25	0,00	0,00	-71,85	0,79	-0,16
Stab 48					
Knoten 3	0,00	0,00	25,50	-0,43	-1,55
Knoten 26	0,00	0,00	25,50	0,98	-1,49
Stab 49					
Knoten 4	0,00	0,00	22,50	-0,54	-3,35
Knoten 27	0,00	0,00	22,50	1,09	-3,30
Stab 50					
Knoten 5	0,00	0,00	19,50	-0,59	-5,27
Knoten 28	0,00	0,00	19,50	1,13	-5,23
Stab 51					
Knoten 6	0,00	0,00	16,50	-0,58	-7,19
Knoten 29	0,00	0,00	16,50	1,11	-7,15
Stab 52					
Knoten 7	0,00	0,00	13,50	-0,53	-8,98
Knoten 30	0,00	0,00	13,50	1,03	-8,95
Stab 53					
Knoten 8	0,00	0,00	10,50	-0,45	-10,58
Knoten 31	0,00	0,00	10,50	0,91	-10,55
Stab 54					
Knoten 9	0,00	0,00	7,50	-0,33	-11,89
Knoten 32	0,00	0,00	7,50	0,76	-11,88
Stab 55					
Knoten 10	0,00	0,00	4,50	-0,19	-12,87
Knoten 33	0,00	0,00	4,50	0,57	-12,86
Stab 56					
Knoten 11	0,00	0,00	1,50	-0,04	-13,48
Knoten 34	0,00	0,00	1,50	0,37	-13,48
Stab 57					
Knoten 12	0,00	0,00	-1,50	0,11	-13,68
Knoten 35	0,00	0,00	-1,50	0,15	-13,69
Stab 58					
Knoten 13	0,00	0,00	-4,50	0,26	-13,48
Knoten 36	0,00	0,00	-4,50	-0,07	-13,49
Stab 59					
Knoten 14	0,00	0,00	-7,50	0,40	-12,87
Knoten 37	0,00	0,00	-7,50	-0,29	-12,89
Stab 60					
Knoten 15	0,00	0,00	-10,50	0,51	-11,89
Knoten 38	0,00	0,00	-10,50	-0,49	-11,92

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Stab 61					
Knoten 16	0,00	0,00	-13,50	0,60	-10,58
Knoten 39	0,00	0,00	-13,50	-0,68	-10,61
Stab 62					
Knoten 17	0,00	0,00	-16,50	0,65	-8,98
Knoten 40	0,00	0,00	-16,50	-0,83	-9,02
Stab 63					
Knoten 18	0,00	0,00	-19,50	0,66	-7,19
Knoten 41	0,00	0,00	-19,50	-0,95	-7,23
Stab 64					
Knoten 19	0,00	0,00	-22,50	0,61	-5,27
Knoten 42	0,00	0,00	-22,50	-1,03	-5,33
Stab 65					
Knoten 20	0,00	0,00	-25,50	0,50	-3,35
Knoten 43	0,00	0,00	-25,50	-1,05	-3,41
Stab 66					
Knoten 21	0,00	0,00	-28,50	0,32	-1,55
Knoten 44	0,00	0,00	-28,50	-1,01	-1,62
Stab 67					
Knoten 22	0,00	0,00	-31,50	0,07	0,00
Knoten 45	0,00	0,00	-31,50	-0,90	-0,07
Stab 68					
Knoten 1	0,00	0,00	97,37	0,00	0,00
Knoten 25	0,00	0,00	97,37	0,79	-0,16
Stab 69					
Knoten 2	0,00	0,00	-40,31	-0,26	0,00
Knoten 26	0,00	0,00	-40,31	0,98	-1,49
Stab 70					
Knoten 3	0,00	0,00	-36,06	-0,43	-1,55
Knoten 27	0,00	0,00	-36,06	1,09	-3,30
Stab 71					
Knoten 4	0,00	0,00	-31,82	-0,54	-3,35
Knoten 28	0,00	0,00	-31,82	1,13	-5,23
Stab 72					
Knoten 5	0,00	0,00	-27,58	-0,59	-5,27
Knoten 29	0,00	0,00	-27,58	1,11	-7,15
Stab 73					
Knoten 6	0,00	0,00	-23,33	-0,58	-7,19
Knoten 30	0,00	0,00	-23,33	1,03	-8,95
Stab 74					
Knoten 7	0,00	0,00	-19,09	-0,53	-8,98
Knoten 31	0,00	0,00	-19,09	0,91	-10,55

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Stab 75					
Knoten 8	0,00	0,00	-14,85	-0,45	-10,58
Knoten 32	0,00	0,00	-14,85	0,76	-11,88
Stab 76					
Knoten 9	0,00	0,00	-10,61	-0,33	-11,89
Knoten 33	0,00	0,00	-10,61	0,57	-12,86
Stab 77					
Knoten 10	0,00	0,00	-6,36	-0,19	-12,87
Knoten 34	0,00	0,00	-6,36	0,37	-13,48
Stab 78					
Knoten 11	0,00	0,00	-2,12	-0,04	-13,48
Knoten 35	0,00	0,00	-2,12	0,15	-13,69
Stab 79					
Knoten 12	0,00	0,00	2,12	0,11	-13,68
Knoten 36	0,00	0,00	2,12	-0,07	-13,49
Stab 80					
Knoten 13	0,00	0,00	6,36	0,26	-13,48
Knoten 37	0,00	0,00	6,36	-0,29	-12,89
Stab 81					
Knoten 14	0,00	0,00	10,61	0,40	-12,87
Knoten 38	0,00	0,00	10,61	-0,49	-11,92
Stab 82					
Knoten 15	0,00	0,00	14,85	0,51	-11,89
Knoten 39	0,00	0,00	14,85	-0,68	-10,61
Stab 83					
Knoten 16	0,00	0,00	19,09	0,60	-10,58
Knoten 40	0,00	0,00	19,09	-0,83	-9,02
Stab 84					
Knoten 17	0,00	0,00	23,33	0,65	-8,98
Knoten 41	0,00	0,00	23,33	-0,95	-7,23
Stab 85					
Knoten 18	0,00	0,00	27,58	0,66	-7,19
Knoten 42	0,00	0,00	27,58	-1,03	-5,33
Stab 86					
Knoten 19	0,00	0,00	31,82	0,61	-5,27
Knoten 43	0,00	0,00	31,82	-1,05	-3,41
Stab 87					
Knoten 20	0,00	0,00	36,06	0,50	-3,35
Knoten 44	0,00	0,00	36,06	-1,01	-1,62
Stab 88					
Knoten 21	0,00	0,00	40,31	0,32	-1,55
Knoten 45	0,00	0,00	40,31	-0,90	-0,07

Anhang 6 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 1)

Stab 89					
Knoten 22	0,00	0,00	-97,37	0,07	0,00
Knoten 46	0,00	0,00	-97,37	-0,71	0,15

Tabelle A6.2: Ergebnisse am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Anhang 7 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)

Nachfolgende Tabellen A7.1 und A7.2 zeigen die mit dem Stabwerksprogramm IQ100 ermittelten Ergebnisse für die Einzelstäbe an den Ersatzmodellen für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und Brettlagenholz mit diagonaler Struktur für den Lastfall 2 (vgl. Kapitel 6.3.2). Im einzelnen werden angetragen das Biegemoment, die Quer- und Normalkraft sowie die Verformungen in horizontaler und vertikaler Richtung.

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

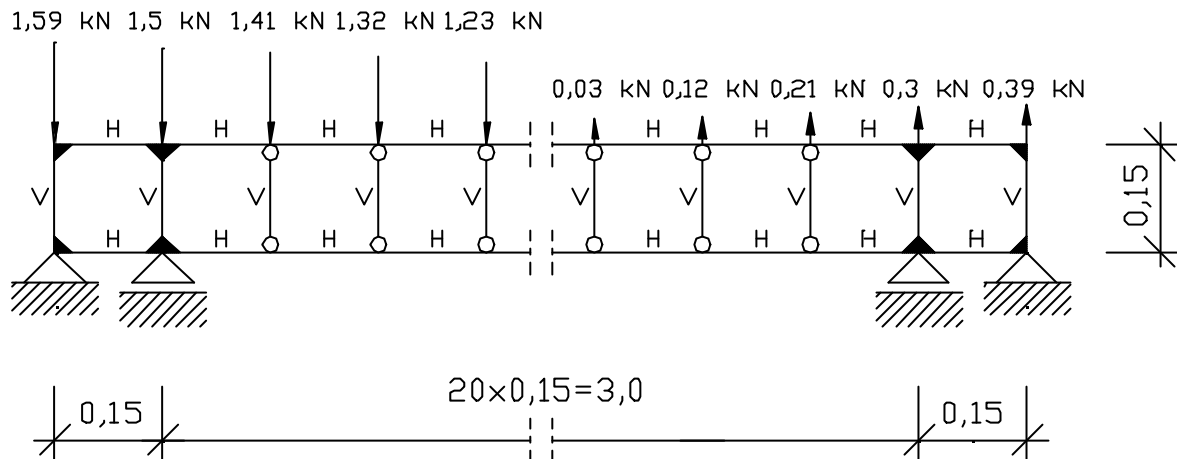


Bild A7.1: Ersatzmodell mit Stabnummerierung für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

	M [kNm]	Q [kN]	N [kN]	H [mm]	V [mm]
Stab 1					
Knoten 1	0,80	-14,25	-9,43	0,00	0,00
Knoten 2	-1,34	-14,25	-9,43	-0,03	0,00
Stab 2					
Knoten 2	-2,04	5,87	0,74	-0,03	0,00
Knoten 3	-1,16	5,87	0,74	-0,02	-0,37
Stab 3					
Knoten 3	-1,16	3,20	0,74	-0,02	-0,37
Knoten 4	-0,68	3,20	0,74	-0,02	-1,13
Stab 4					
Knoten 4	-0,68	3,08	0,74	-0,02	-1,13
Knoten 5	-0,22	3,08	0,74	-0,02	-2,10
Stab 5					
Knoten 5	-0,22	2,44	0,74	-0,02	-2,10
Knoten 6	0,15	2,44	0,74	-0,02	-3,15
Stab 6					
Knoten 6	0,15	1,86	0,74	-0,02	-3,15
Knoten 7	0,43	1,86	0,74	-0,02	-4,15

Anhang 7 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)

Stab 7					
Knoten 7	0,43	1,34	0,74	-0,02	-4,15
Knoten 8	0,63	1,34	0,74	-0,01	-5,03
Stab 8					
Knoten 8	0,63	0,86	0,74	-0,01	-5,03
Knoten 9	0,76	0,86	0,74	-0,01	-5,71
Stab 9					
Knoten 9	0,76	0,42	0,74	-0,01	-5,71
Knoten 10	0,82	0,42	0,74	-0,01	-6,16
Stab 10					
Knoten 10	0,82	0,03	0,74	-0,01	-6,16
Knoten 11	0,83	0,03	0,74	-0,01	-6,35
Stab 11					
Knoten 11	0,83	-0,31	0,74	-0,01	-6,35
Knoten 12	0,78	-0,31	0,74	-0,01	-6,28
Stab 12					
Knoten 12	0,78	-0,61	0,74	-0,01	-6,28
Knoten 13	0,69	-0,61	0,74	0,00	-5,98
Stab 13					
Knoten 13	0,69	-0,87	0,74	0,00	-5,98
Knoten 14	0,56	-0,87	0,74	0,00	-5,46
Stab 14					
Knoten 14	0,56	-1,08	0,74	0,00	-5,46
Knoten 15	0,40	-1,08	0,74	0,00	-4,76
Stab 15					
Knoten 15	0,40	-1,24	0,74	0,00	-4,76
Knoten 16	0,21	-1,24	0,74	0,00	-3,95
Stab 16					
Knoten 16	0,21	-1,36	0,74	0,00	-3,95
Knoten 17	0,00	-1,36	0,74	0,00	-3,07
Stab 17					
Knoten 17	0,00	-1,44	0,74	0,00	-3,07
Knoten 18	-0,21	-1,44	0,74	0,01	-2,18
Stab 18					
Knoten 18	-0,21	-1,47	0,74	0,01	-2,18
Knoten 19	-0,43	-1,47	0,74	0,01	-1,37
Stab 19					
Knoten 19	-0,43	-1,47	0,74	0,01	-1,37
Knoten 20	-0,65	-1,47	0,74	0,01	-0,69
Stab 20					
Knoten 20	-0,65	-1,17	0,74	0,01	-0,69
Knoten 21	-0,83	-1,17	0,74	0,01	-0,21

Anhang 7 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)

Stab 21					
Knoten 21	-0,83	-1,93	0,74	0,01	-0,21
Knoten 22	-1,12	-1,93	0,74	0,01	0,00
Stab 22					
Knoten 22	-0,70	7,37	-5,30	0,01	0,00
Knoten 23	0,41	7,37	-5,30	0,00	0,00
Stab 23					
Knoten 1	-0,80	8,52	7,75	0,00	0,00
Knoten 24	0,48	8,52	7,75	0,04	0,01
Stab 24					
Knoten 24	0,48	-9,34	8,52	0,04	0,01
Knoten 25	-0,93	-9,34	8,52	0,06	-0,02
Stab 25					
Knoten 25	-1,74	2,96	-1,65	0,06	-0,02
Knoten 26	-1,30	2,96	-1,65	0,06	-0,38
Stab 26					
Knoten 26	-1,30	4,21	-1,65	0,06	-0,38
Knoten 27	-0,67	4,21	-1,65	0,05	-1,13
Stab 27					
Knoten 27	-0,67	3,01	-1,65	0,05	-1,13
Knoten 28	-0,22	3,01	-1,65	0,05	-2,10
Stab 28					
Knoten 28	-0,22	2,43	-1,65	0,05	-2,10
Knoten 29	0,15	2,43	-1,65	0,04	-3,15
Stab 29					
Knoten 29	0,15	1,86	-1,65	0,04	-3,15
Knoten 30	0,43	1,86	-1,65	0,04	-4,16
Stab 30					
Knoten 30	0,43	1,34	-1,65	0,04	-4,16
Knoten 31	0,63	1,34	-1,65	0,03	-5,03
Stab 31					
Knoten 31	0,63	0,86	-1,65	0,03	-5,03
Knoten 32	0,76	0,86	-1,65	0,03	-5,71
Stab 32					
Knoten 32	0,76	0,42	-1,65	0,03	-5,71
Knoten 33	0,82	0,42	-1,65	0,02	-6,16
Stab 33					
Knoten 33	0,82	0,03	-1,65	0,02	-6,16
Knoten 34	0,83	0,03	-1,65	0,02	-6,35
Stab 34					
Knoten 34	0,83	-0,31	-1,65	0,02	-6,35
Knoten 35	0,78	-0,31	-1,65	0,02	-6,29

Anhang 7 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)

Stab 35					
Knoten 35	0,78	-0,61	-1,65	0,02	-6,29
Knoten 36	0,69	-0,61	-1,65	0,01	-5,98
Stab 36					
Knoten 36	0,69	-0,87	-1,65	0,01	-5,98
Knoten 37	0,56	-0,87	-1,65	0,01	-5,46
Stab 37					
Knoten 37	0,56	-1,08	-1,65	0,01	-5,46
Knoten 38	0,40	-1,08	-1,65	0,00	-4,76
Stab 38					
Knoten 38	0,40	-1,24	-1,65	0,00	-4,76
Knoten 39	0,21	-1,24	-1,65	0,00	-3,95
Stab 39					
Knoten 39	0,21	-1,36	-1,65	0,00	-3,95
Knoten 40	0,00	-1,36	-1,65	-0,01	-3,07
Stab 40					
Knoten 40	0,00	-1,44	-1,65	-0,01	-3,07
Knoten 41	-0,21	-1,44	-1,65	-0,01	-2,19
Stab 41					
Knoten 41	-0,21	-1,46	-1,65	-0,01	-2,19
Knoten 42	-0,43	-1,46	-1,65	-0,02	-1,37
Stab 42					
Knoten 42	-0,43	-1,44	-1,65	-0,02	-1,37
Knoten 43	-0,65	-1,44	-1,65	-0,02	-0,69
Stab 43					
Knoten 43	-0,65	-1,61	-1,65	-0,02	-0,69
Knoten 44	-0,89	-1,61	-1,65	-0,03	-0,21
Stab 44					
Knoten 44	-0,89	-0,64	-1,65	-0,03	-0,21
Knoten 45	-0,98	-0,64	-1,65	-0,03	-0,01
Stab 45					
Knoten 45	-0,50	4,98	4,39	-0,03	-0,01
Knoten 46	0,25	4,98	4,39	-0,02	0,01
Stab 46					
Knoten 23	0,41	-4,39	5,37	0,00	0,00
Knoten 46	-0,25	-4,39	5,37	-0,02	0,01
Stab 47					
Knoten 2	0,71	-10,17	-13,80	-0,03	0,00
Knoten 25	-0,82	-10,17	-13,80	0,06	-0,02
Stab 48					
Knoten 3	0,00	0,00	-2,66	-0,02	-0,37
Knoten 26	0,00	0,00	-2,66	0,06	-0,38

Anhang 7 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)

Stab 49					
Knoten 4	0,00	0,00	-0,12	-0,02	-1,13
Knoten 27	0,00	0,00	-0,12	0,05	-1,13
Stab 50					
Knoten 5	0,00	0,00	-0,65	-0,02	-2,10
Knoten 28	0,00	0,00	-0,65	0,05	-2,10
Stab 51					
Knoten 6	0,00	0,00	-0,58	-0,02	-3,15
Knoten 29	0,00	0,00	-0,58	0,04	-3,15
Stab 52					
Knoten 7	0,00	0,00	-0,52	-0,02	-4,15
Knoten 30	0,00	0,00	-0,52	0,04	-4,16
Stab 53					
Knoten 8	0,00	0,00	-0,48	-0,01	-5,03
Knoten 31	0,00	0,00	-0,48	0,03	-5,03
Stab 54					
Knoten 9	0,00	0,00	-0,44	-0,01	-5,71
Knoten 32	0,00	0,00	-0,44	0,03	-5,71
Stab 55					
Knoten 10	0,00	0,00	-0,39	-0,01	-6,16
Knoten 33	0,00	0,00	-0,39	0,02	-6,16
Stab 56					
Knoten 11	0,00	0,00	-0,35	-0,01	-6,35
Knoten 34	0,00	0,00	-0,35	0,02	-6,35
Stab 57					
Knoten 12	0,00	0,00	-0,30	-0,01	-6,28
Knoten 35	0,00	0,00	-0,30	0,02	-6,29
Stab 58					
Knoten 13	0,00	0,00	-0,26	0,00	-5,98
Knoten 36	0,00	0,00	-0,26	0,01	-5,98
Stab 59					
Knoten 14	0,00	0,00	-0,21	0,00	-5,46
Knoten 37	0,00	0,00	-0,21	0,01	-5,46
Stab 60					
Knoten 15	0,00	0,00	-0,17	0,00	-4,76
Knoten 38	0,00	0,00	-0,17	0,00	-4,76
Stab 61					
Knoten 16	0,00	0,00	-0,12	0,00	-3,95
Knoten 39	0,00	0,00	-0,12	0,00	-3,95
Stab 62					
Knoten 17	0,00	0,00	-0,07	0,00	-3,07
Knoten 40	0,00	0,00	-0,07	-0,01	-3,07

Stab 63					
Knoten 18	0,00	0,00	-0,03	0,01	-2,18
Knoten 41	0,00	0,00	-0,03	-0,01	-2,19
Stab 64					
Knoten 19	0,00	0,00	0,00	0,01	-1,37
Knoten 42	0,00	0,00	0,00	-0,02	-1,37
Stab 65					
Knoten 20	0,00	0,00	0,29	0,01	-0,69
Knoten 43	0,00	0,00	0,29	-0,02	-0,69
Stab 66					
Knoten 21	0,00	0,00	-0,76	0,01	-0,21
Knoten 44	0,00	0,00	-0,76	-0,03	-0,21
Stab 67					
Knoten 22	-0,42	6,04	-5,32	0,01	0,00
Knoten 45	0,48	6,04	-5,32	-0,03	-0,01

Tabelle A7.1: Ergebnisse am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

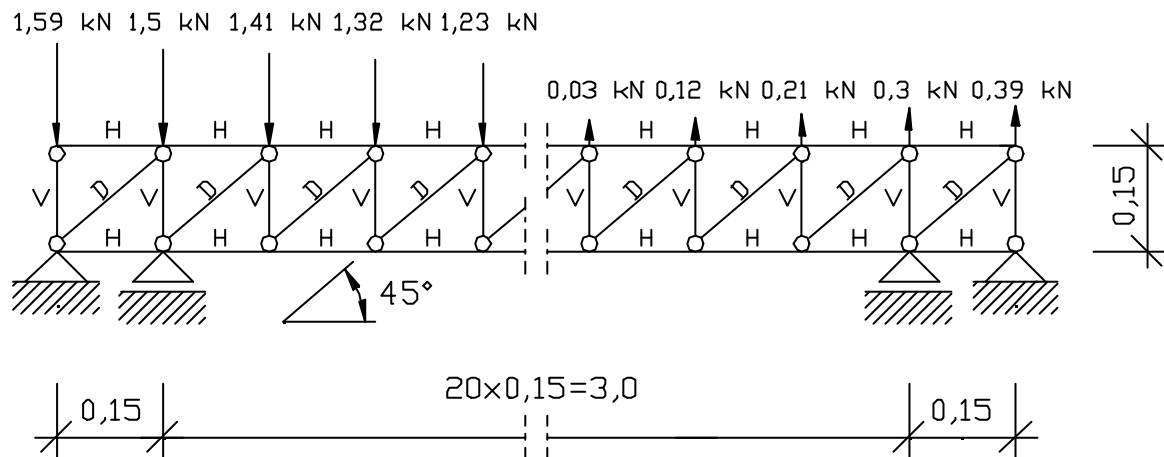


Bild A7.2: Ersatzmodell mit Stabnummerierung für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

	M [kNm]	Q [kN]	N [kN]	H [mm]	V [mm]
Stab 1					
Knoten 1	0,00	0,00	-21,98	0,00	0,00
Knoten 2	0,00	0,00	-21,98	-0,06	0,00
Stab 2					
Knoten 2	0,00	0,00	-13,39	-0,06	0,00
Knoten 3	0,00	0,00	-13,39	-0,10	-0,40
Stab 3					
Knoten 3	0,00	0,00	-6,21	-0,10	-0,40
Knoten 4	0,00	0,00	-6,21	-0,11	-0,84

Anhang 7 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)

Stab 4					
Knoten 4	0,00	0,00	-0,36	-0,11	-0,84
Knoten 5	0,00	0,00	-0,36	-0,11	-1,28
Stab 5					
Knoten 5	0,00	0,00	4,27	-0,11	-1,28
Knoten 6	0,00	0,00	4,27	-0,10	-1,70
Stab 6					
Knoten 6	0,00	0,00	7,76	-0,10	-1,70
Knoten 7	0,00	0,00	7,76	-0,08	-2,07
Stab 7					
Knoten 7	0,00	0,00	10,19	-0,08	-2,07
Knoten 8	0,00	0,00	10,19	-0,05	-2,37
Stab 8					
Knoten 8	0,00	0,00	11,67	-0,05	-2,37
Knoten 9	0,00	0,00	11,67	-0,02	-2,60
Stab 9					
Knoten 9	0,00	0,00	12,28	-0,02	-2,60
Knoten 10	0,00	0,00	12,28	0,01	-2,73
Stab 10					
Knoten 10	0,00	0,00	12,10	0,01	-2,73
Knoten 11	0,00	0,00	12,10	0,04	-2,78
Stab 11					
Knoten 11	0,00	0,00	11,24	0,04	-2,78
Knoten 12	0,00	0,00	11,24	0,08	-2,73
Stab 12					
Knoten 12	0,00	0,00	9,78	0,08	-2,73
Knoten 13	0,00	0,00	9,78	0,10	-2,61
Stab 13					
Knoten 13	0,00	0,00	7,80	0,10	-2,61
Knoten 14	0,00	0,00	7,80	0,12	-2,41
Stab 14					
Knoten 14	0,00	0,00	5,41	0,12	-2,41
Knoten 15	0,00	0,00	5,41	0,14	-2,16
Stab 15					
Knoten 15	0,00	0,00	2,69	0,14	-2,16
Knoten 16	0,00	0,00	2,69	0,15	-1,85
Stab 16					
Knoten 16	0,00	0,00	-0,28	0,15	-1,85
Knoten 17	0,00	0,00	-0,28	0,14	-1,52
Stab 17					
Knoten 17	0,00	0,00	-3,39	0,14	-1,52
Knoten 18	0,00	0,00	-3,39	0,14	-1,17

Anhang 7 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)

Stab 18					
Knoten 18	0,00	0,00	-6,56	0,14	-1,17
Knoten 19	0,00	0,00	-6,56	0,12	-0,83
Stab 19					
Knoten 19	0,00	0,00	-9,71	0,12	-0,83
Knoten 20	0,00	0,00	-9,71	0,09	-0,50
Stab 20					
Knoten 20	0,00	0,00	-12,73	0,09	-0,50
Knoten 21	0,00	0,00	-12,73	0,06	-0,22
Stab 21					
Knoten 21	0,00	0,00	-15,54	0,06	-0,22
Knoten 22	0,00	0,00	-15,54	0,01	0,00
Stab 22					
Knoten 22	0,00	0,00	-5,04	0,01	0,00
Knoten 23	0,00	0,00	-5,04	0,00	0,00
Stab 23					
Knoten 1	0,00	0,00	-1,59	0,00	0,00
Knoten 24	0,00	0,00	-1,59	0,20	0,00
Stab 24					
Knoten 24	0,00	0,00	0,00	0,20	0,00
Knoten 25	0,00	0,00	0,00	0,20	-0,04
Stab 25					
Knoten 25	0,00	0,00	16,93	0,20	-0,04
Knoten 26	0,00	0,00	16,93	0,24	-0,38
Stab 26					
Knoten 26	0,00	0,00	8,35	0,24	-0,38
Knoten 27	0,00	0,00	8,35	0,26	-0,82
Stab 27					
Knoten 27	0,00	0,00	1,17	0,26	-0,82
Knoten 28	0,00	0,00	1,17	0,27	-1,27
Stab 28					
Knoten 28	0,00	0,00	-4,69	0,27	-1,27
Knoten 29	0,00	0,00	-4,69	0,26	-1,69
Stab 29					
Knoten 29	0,00	0,00	-9,31	0,26	-1,69
Knoten 30	0,00	0,00	-9,31	0,23	-2,07
Stab 30					
Knoten 30	0,00	0,00	-12,80	0,23	-2,07
Knoten 31	0,00	0,00	-12,80	0,19	-2,37
Stab 31					
Knoten 31	0,00	0,00	-15,24	0,19	-2,37
Knoten 32	0,00	0,00	-15,24	0,15	-2,59

Anhang 7 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)

Stab 32					
Knoten 32	0,00	0,00	-16,71	0,15	-2,59
Knoten 33	0,00	0,00	-16,71	0,11	-2,73
Stab 33					
Knoten 33	0,00	0,00	-17,32	0,11	-2,73
Knoten 34	0,00	0,00	-17,32	0,06	-2,78
Stab 34					
Knoten 34	0,00	0,00	-17,14	0,06	-2,78
Knoten 35	0,00	0,00	-17,14	0,01	-2,74
Stab 35					
Knoten 35	0,00	0,00	-16,28	0,01	-2,74
Knoten 36	0,00	0,00	-16,28	-0,03	-2,61
Stab 36					
Knoten 36	0,00	0,00	-14,82	-0,03	-2,61
Knoten 37	0,00	0,00	-14,82	-0,07	-2,42
Stab 37					
Knoten 37	0,00	0,00	-12,84	-0,07	-2,42
Knoten 38	0,00	0,00	-12,84	-0,11	-2,16
Stab 38					
Knoten 38	0,00	0,00	-10,45	-0,11	-2,16
Knoten 39	0,00	0,00	-10,45	-0,13	-1,86
Stab 39					
Knoten 39	0,00	0,00	-7,73	-0,13	-1,86
Knoten 40	0,00	0,00	-7,73	-0,16	-1,53
Stab 40					
Knoten 40	0,00	0,00	-4,76	-0,16	-1,53
Knoten 41	0,00	0,00	-4,76	-0,17	-1,18
Stab 41					
Knoten 41	0,00	0,00	-1,65	-0,17	-1,18
Knoten 42	0,00	0,00	-1,65	-0,17	-0,83
Stab 42					
Knoten 42	0,00	0,00	1,52	-0,17	-0,83
Knoten 43	0,00	0,00	1,52	-0,17	-0,51
Stab 43					
Knoten 43	0,00	0,00	4,67	-0,17	-0,51
Knoten 44	0,00	0,00	4,67	-0,16	-0,23
Stab 44					
Knoten 44	0,00	0,00	7,69	-0,16	-0,23
Knoten 45	0,00	0,00	7,69	-0,14	-0,01
Stab 45					
Knoten 45	0,00	0,00	10,50	-0,14	-0,01
Knoten 46	0,00	0,00	10,50	-0,11	0,02

Anhang 7 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)

Stab 46					
Knoten 23	0,00	0,00	10,89	0,00	0,00
Knoten 46	0,00	0,00	10,89	-0,11	0,02
Stab 47					
Knoten 2	0,00	0,00	-18,43	-0,06	0,00
Knoten 25	0,00	0,00	-18,43	0,20	-0,04
Stab 48					
Knoten 3	0,00	0,00	7,18	-0,10	-0,40
Knoten 26	0,00	0,00	7,18	0,24	-0,38
Stab 49					
Knoten 4	0,00	0,00	5,86	-0,11	-0,84
Knoten 27	0,00	0,00	5,86	0,26	-0,82
Stab 50					
Knoten 5	0,00	0,00	4,63	-0,11	-1,28
Knoten 28	0,00	0,00	4,63	0,27	-1,27
Stab 51					
Knoten 6	0,00	0,00	3,49	-0,10	-1,70
Knoten 29	0,00	0,00	3,49	0,26	-1,69
Stab 52					
Knoten 7	0,00	0,00	2,44	-0,08	-2,07
Knoten 30	0,00	0,00	2,44	0,23	-2,07
Stab 53					
Knoten 8	0,00	0,00	1,48	-0,05	-2,37
Knoten 31	0,00	0,00	1,48	0,19	-2,37
Stab 54					
Knoten 9	0,00	0,00	0,61	-0,02	-2,60
Knoten 32	0,00	0,00	0,61	0,15	-2,59
Stab 55					
Knoten 10	0,00	0,00	-0,17	0,01	-2,73
Knoten 33	0,00	0,00	-0,17	0,11	-2,73
Stab 56					
Knoten 11	0,00	0,00	-0,86	0,04	-2,78
Knoten 34	0,00	0,00	-0,86	0,06	-2,78
Stab 57					
Knoten 12	0,00	0,00	-1,46	0,08	-2,73
Knoten 35	0,00	0,00	-1,46	0,01	-2,74
Stab 58					
Knoten 13	0,00	0,00	-1,97	0,10	-2,61
Knoten 36	0,00	0,00	-1,97	-0,03	-2,61
Stab 59					
Knoten 14	0,00	0,00	-2,39	0,12	-2,41
Knoten 37	0,00	0,00	-2,39	-0,07	-2,42

Anhang 7 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)

Stab 60					
Knoten 15	0,00	0,00	-2,72	0,14	-2,16
Knoten 38	0,00	0,00	-2,72	-0,11	-2,16
Stab 61					
Knoten 16	0,00	0,00	-2,96	0,15	-1,85
Knoten 39	0,00	0,00	-2,96	-0,13	-1,86
Stab 62					
Knoten 17	0,00	0,00	-3,11	0,14	-1,52
Knoten 40	0,00	0,00	-3,11	-0,16	-1,53
Stab 63					
Knoten 18	0,00	0,00	-3,17	0,14	-1,17
Knoten 41	0,00	0,00	-3,17	-0,17	-1,18
Stab 64					
Knoten 19	0,00	0,00	-3,14	0,12	-0,83
Knoten 42	0,00	0,00	-3,14	-0,17	-0,83
Stab 65					
Knoten 20	0,00	0,00	-3,02	0,09	-0,50
Knoten 43	0,00	0,00	-3,02	-0,17	-0,51
Stab 66					
Knoten 21	0,00	0,00	-2,81	0,06	-0,22
Knoten 44	0,00	0,00	-2,81	-0,16	-0,23
Stab 67					
Knoten 22	0,00	0,00	-2,51	0,01	0,00
Knoten 45	0,00	0,00	-2,51	-0,14	-0,01
Stab 68					
Knoten 1	0,00	0,00	23,95	0,00	0,00
Knoten 25	0,00	0,00	23,95	0,20	-0,04
Stab 69					
Knoten 2	0,00	0,00	-12,14	-0,06	0,00
Knoten 26	0,00	0,00	-12,14	0,24	-0,38
Stab 70					
Knoten 3	0,00	0,00	-10,15	-0,10	-0,40
Knoten 27	0,00	0,00	-10,15	0,26	-0,82
Stab 71					
Knoten 4	0,00	0,00	-8,28	-0,11	-0,84
Knoten 28	0,00	0,00	-8,28	0,27	-1,27
Stab 72					
Knoten 5	0,00	0,00	-6,54	-0,11	-1,28
Knoten 29	0,00	0,00	-6,54	0,26	-1,69
Stab 73					
Knoten 6	0,00	0,00	-4,93	-0,10	-1,70
Knoten 30	0,00	0,00	-4,93	0,23	-2,07

Anhang 7 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)

Stab 74					
Knoten 7	0,00	0,00	-3,45	-0,08	-2,07
Knoten 31	0,00	0,00	-3,45	0,19	-2,37
Stab 75					
Knoten 8	0,00	0,00	-2,09	-0,05	-2,37
Knoten 32	0,00	0,00	-2,09	0,15	-2,59
Stab 76					
Knoten 9	0,00	0,00	-0,86	-0,02	-2,60
Knoten 33	0,00	0,00	-0,86	0,11	-2,73
Stab 77					
Knoten 10	0,00	0,00	0,25	0,01	-2,73
Knoten 34	0,00	0,00	0,25	0,06	-2,78
Stab 78					
Knoten 11	0,00	0,00	1,22	0,04	-2,78
Knoten 35	0,00	0,00	1,22	0,01	-2,74
Stab 79					
Knoten 12	0,00	0,00	2,07	0,08	-2,73
Knoten 36	0,00	0,00	2,07	-0,03	-2,61
Stab 80					
Knoten 13	0,00	0,00	2,79	0,10	-2,61
Knoten 37	0,00	0,00	2,79	-0,07	-2,42
Stab 81					
Knoten 14	0,00	0,00	3,38	0,12	-2,41
Knoten 38	0,00	0,00	3,38	-0,11	-2,16
Stab 82					
Knoten 15	0,00	0,00	3,85	0,14	-2,16
Knoten 39	0,00	0,00	3,85	-0,13	-1,86
Stab 83					
Knoten 16	0,00	0,00	4,19	0,15	-1,85
Knoten 40	0,00	0,00	4,19	-0,16	-1,53
Stab 84					
Knoten 17	0,00	0,00	4,40	0,14	-1,52
Knoten 41	0,00	0,00	4,40	-0,17	-1,18
Stab 85					
Knoten 18	0,00	0,00	4,49	0,14	-1,17
Knoten 42	0,00	0,00	4,49	-0,17	-0,83
Stab 86					
Knoten 19	0,00	0,00	4,45	0,12	-0,83
Knoten 43	0,00	0,00	4,45	-0,17	-0,51
Stab 87					
Knoten 20	0,00	0,00	4,28	0,09	-0,50
Knoten 44	0,00	0,00	4,28	-0,16	-0,23

Anhang 7 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 2)

Stab 88					
Knoten 21	0,00	0,00	3,98	0,06	-0,22
Knoten 45	0,00	0,00	3,98	-0,14	-0,01
Stab 89					
Knoten 22	0,00	0,00	-14,85	0,01	0,00
Knoten 46	0,00	0,00	-14,85	-0,11	0,02

Tabelle A7.2: Ergebnisse am Ersatzmodell für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

Anhang 8 Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen (Lastfall 3)

Die Plausibilitätskontrolle für Wandscheiben mit Öffnungen erfolgt hinsichtlich der Spannungen in den vertikalen Brettlagen im Auflagerbereich links der Türöffnung.

Statisches System

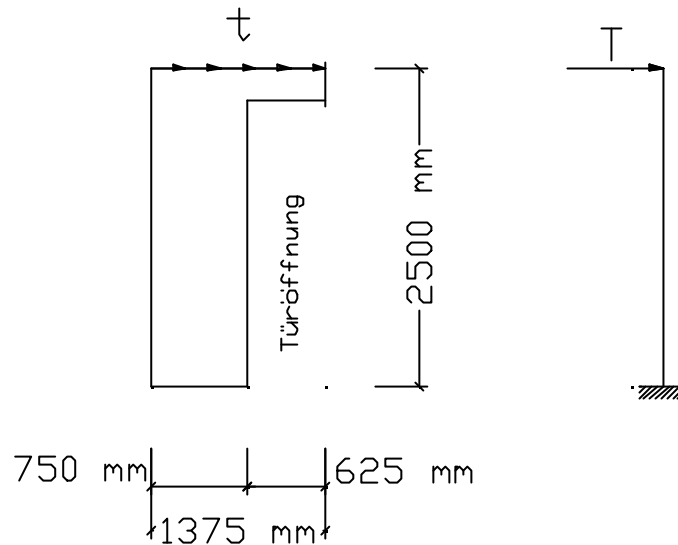


Bild A8.1: Statisches System

Belastung

Die horizontale Belastung F am Wandkopf resultiert aus der Belastung $t = 1$ [N/mm], die über eine Länge $l = 1375$ [mm] wirkt.

$$T = 1 \cdot 1375 = 1375 \text{ [N]}$$

Aus der Belastung F resultiert am Wandfuß ein Moment M

$$M = 1375 \cdot 2500 = 3437500 \text{ [Nmm]}$$

Unter der Annahme einer dreieckförmigen Verteilung der Auflagerreaktionen links der Türöffnung kann über den Hebelarm z der inneren Kräfte auf die Zugkraft Z bzw. die Druckkraft D geschlossen werden, die aus dem Moment M am Wandfuß resultieren.

$$z = 2 \cdot 750/3 = 500 \text{ [mm]}$$

$$Z = D = M/z = 3437500/500 = 6875 \text{ [N]}$$

Spannungen in den vertikalen Brettlagen

Vereinfachend wird die Annahme getroffen, dass die Zugkraft Z bzw. die Druckkraft D jeweils von einem Streifen der Breite $b = 125$ [mm] aufgenommen wird. Diese Breite b entspricht den Abmessungen der CQUAD4-Elemente.

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

Die überschlägig ermittelten Spannungen σ in den vertikalen Brettlagen korrespondieren mit den Ergebnissen der Finite-Element-Rechnung.

$$\sigma_{\text{Brettlage 1, 3, 5}} = Z / A = 6875 / (125 \cdot 66) = \pm 0,83 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Brettlagenholz mit diagonalen Struktur

Die überschlägig ermittelten Spannungen σ in den vertikalen Brettlagen stimmen in guter Näherung mit den Ergebnissen der Finite-Element-Rechnung überein.

$$\sigma_{\text{Brettlage 1, 5}} = Z / A = 6875 / (125 \cdot 44) = \pm 1,25 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Anhang 9 Plausibilitätskontrolle für Berechnungen nach Theorie II. Ordnung für Wandscheiben mit Öffnungen

Statisches System

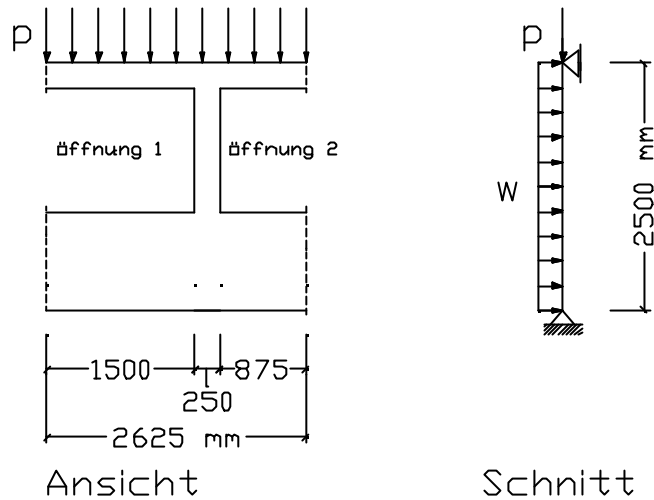


Bild A9.1: Statisches System

Formeln zur Berechnung der Spannungen in den vertikalen Brettlagen nach PETERSEN [75]

Es gelten die in Anhang 5 angegebenen Gleichungen (A5.1) bis (A5.4).

Querschnittswerte

Die Wandscheiben aus Brettlagenholz mit einer Gesamtdicke $d = 110$ [mm] werden vereinfacht mit einem Zweipunktquerschnitt modelliert. Die Lastabtragung erfolgt über die vertikal angeordneten Brettlagen. Zur Berechnung der Steiner-Anteile des Trägheitsmoments wird der Abstand von der Schwerachse der Wandscheibe bis zur Schwerachse der äußeren Brettlagen in Ansatz gebracht ($z = \pm 44$ [mm]).

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$A = 3 \cdot 1 \cdot 22 = 66 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$I = 2 \cdot (1 \cdot 22^3/12 + 1 \cdot 22 \cdot 44^2) = 86958,7 \text{ [mm}^4\text{]}$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$A = 2 \cdot 1 \cdot 22 = 44 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$I = 2 \cdot (1 \cdot 22^3/12 + 1 \cdot 22 \cdot 44^2) = 86958,7 \text{ [mm}^4\text{]}$$

Elastizitätsmoduln

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$E = 6000 \text{ [N/mm}^2\text{]} \text{ (vgl. Kapitel 3.4.3/S. 52)}$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$E = 4521 \text{ [N/mm}^2\text{]}$ (vgl. Kapitel 3.4.3/S. 54)

Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung

Die Normalkraft N^I nach Theorie I. Ordnung resultiert unter Berücksichtigung der Lasteinzugsflächen aus der gleichmäßig verteilten Belastung am oberen Scheibenrand. Als Lasteinzugsflächen wurden jeweils die halben Öffnungsbreiten angesetzt. Die Druckkraft N^I verteilt sich auf die Breite b_{St} der Stütze zwischen den Öffnungen 1 und 2.

$$N^I = (p \cdot l) / b_{St} = (20 \cdot 2625) / 250 = 210 \text{ [N/mm]} \text{ (Druckkraft)}$$

Aus der Windlast $w = 0,5 \text{ [kN/m}^2\text{]}$ resultiert das Biegemoment M^I nach Theorie I. Ordnung. Vereinfachend wurde angenommen, dass die Windlast nur auf der Breite b_{St} der Stütze zwischen den Öffnungen 1 und 2 wirkt.

$$M^I = \frac{w \cdot l^2}{8} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2500^2}{8} = 390,63 \left[\frac{\text{Nmm}}{\text{mm}} \right]$$

Die Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung gelten für Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur und für Brettlagenholz mit diagonaler Struktur.

Vergrößerungsfaktor α

Die Knicklänge s_k entspricht der Systemlänge (Eulerstab II).

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$P_{Ki} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{s_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 6000 \cdot 86958,7}{2500^2} = 823,9 \text{ [N]}$$

$$\alpha = 1 / (1 - N^I / P_{Ki}) = 1 / (1 - 100 / 823,9) = 1,14$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$P_{Ki} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{s_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 4521 \cdot 86958,7}{2500^2} = 620,8 \text{ [N]}$$

$$\alpha = 1 / (1 - N^I / P_{Ki}) = 1 / (1 - 100 / 620,8) = 1,19$$

Schnittgrößen nach Theorie II. OrdnungBrettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$N^{II} = N^I = 210 \text{ [N/mm]} \text{ (Druckkraft)}$$

$$M^{II} = \alpha \cdot M^I = 1,14 \cdot 390,63 = 445,32 \text{ [N/mm]}$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$N^{\text{II}} = N^{\text{I}} = 210 \text{ [N/mm]} \text{ (Druckkraft)}$$

$$M^{\text{II}} = \alpha \cdot M^{\text{I}} = 1,19 \cdot 390,63 = 464,85 \text{ [N/mm]}$$

Spannungen nach Theorie I. Ordnung

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$\sigma^{\text{I}} = \frac{N^{\text{I}}}{A} \pm \frac{M^{\text{I}}}{I} \cdot z = \frac{210}{66} \pm \frac{390,63}{86958,7} \cdot 44 = -3,18 \pm 0,20 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{I}}_{\text{Brettlage 1}} = -2,98 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{I}}_{\text{Brettlage 5}} = -3,38 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$\sigma^{\text{I}} = \frac{N^{\text{I}}}{A} \pm \frac{M^{\text{I}}}{I} \cdot z = \frac{210}{44} \pm \frac{390,63}{86958,7} \cdot 44 = -4,77 \pm 0,20 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{I}}_{\text{Brettlage 1}} = -4,57 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{I}}_{\text{Brettlage 5}} = -4,97 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Spannungen nach Theorie II. Ordnung

Brettlagenholz mit orthogonaler Struktur

$$\sigma^{\text{II}} = \frac{N^{\text{II}}}{A} \pm \frac{M^{\text{II}}}{I} \cdot z = \frac{210}{66} \pm \frac{445,32}{86958,7} \cdot 44 = -3,18 \pm 0,23 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{II}}_{\text{Brettlage 1}} = -2,95 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{II}}_{\text{Brettlage 5}} = -3,41 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Brettlagenholz mit diagonaler Struktur

$$\sigma^{\text{II}} = \frac{N^{\text{II}}}{A} \pm \frac{M^{\text{II}}}{I} \cdot z = \frac{210}{44} \pm \frac{464,85}{86958,7} \cdot 44 = -4,77 \pm 0,24 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{II}}_{\text{Brettlage 1}} = -4,53 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\sigma^{\text{II}}_{\text{Brettlage 5}} = -5,01 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$